

عایق توپولوژیک فلوکه در مدل سو-شریفر-هیگر

جنگ جان، میلاد؛ حسینی، میروحید

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه زنجان، زنجان

چکیده

ما به صورت نظری مدل تعمیم یافته سو-شریفر-هیگر را با هاپینگ همسایه ی اول و هاپینگ همسایه دوم در تصویر فلوکه در نظر گرفتیم به گونه ای که هاپینگ همسایه ی دوم وابستگی زمانی داشته باشد. سیستم در زمان های مختلف دارای فازهای توپولوژیک مختلفی است. ساختار نوار و، چگالی موضعی حالت ها را برای مقادیر مختلفی از هاپینگ و در زمان های مختلف مورد مطالعه قرار دادیم و با توجه به مقادیر هاپینگ گاف انرژی در فضای تکانه بسته و باز میشود.

Floquet topological insulator in SSH model

Jangjan, Milad ; Hosseini, Mir Vahid

Department of physics, University of Zanjan, Zanjan

Abstract

We employed an extended SSH model with NN and NNN hopping energy by using floquet theory in a way that NNN hopping has time periodic dependence. The system has different topological phases at different times. Band structure and local density of states for different hoppings at different times have been studied and we see that energy gap in momentum space opens and closes according to different values of hoppings.

PACS No. 64.60

مقدمه

در سال ۱۹۸۰ یک مدل استاندارد تنگ بست ارائه شد که پلی استیلن یک بعدی را توصیف میکرد [۱]. برخلاف سادگی مدل یاد شده پدیده های فیزیکی غنی زیادی در این مدل همانند بار کسری، حالت های لبه ای غیر بدیهی مشاهده می شود [۲ و ۱].

مشخص شده است که سیستم های مختلفی همچون نوارهای گرافن [۳]، سیستم های نردبانی اپتیکی اوربیت پی [۴] را میتوان توسط مدل سو-شریفر-هیگر نمایش داد. فاز توپولوژیک غیر بدیهی و حالت های لبه ای در سیستم های متفاوتی همانند عایق های توپولوژیک [۵] شبکه های اپتیکی [۶] و سیم های کوانتومی ابر رسانا [۷] پیش بینی شده اند.

در این مقاله دامنه هاپینگ به همسایگی اول و همسایگی دوم را با استفاده از یک پارامتر چرخشی مدوله می کنیم و هاپینگ به همسایگی دوم را به صورت زمانی تغییر می دهیم. همچنین مدلی را که ارائه دادیم دارای فازهای توپولوژیک متفاوتی است و در بعضی فازها سیستم میزبان حالت های لبه ای می باشد. فازهای توپولوژیک بدست آمده در اینگونه سیستم ها با استفاده از نظریه فلوکه مشخص میشوند [۸] و عایق توپولوژیک بدست آمده عایق توپولوژیکی فلوکه نام دارد [۹]. همچنین در مدل پمپاژ بار که در زمان های مختلف سیستم دارای فازهای توپولوژیک متفاوت است. مثلاً در زمان $t=0$ سیستم در فاز غیر بدیهی قرار دارد و میزبان حالت های لبه ای است و اگر زمان را افزایش دهیم سیستم در فاز بدیهی قرار می گیرد و این حالت ها ناپدید می شوند [۱۰].

$$c_{B,n} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k e^{ik \cdot na} b_k, \quad (5)$$

که N تعداد سلول های واحد است و a ثابت شبکه است. با استفاده از رابطه‌ی (۴) و همچنین معرفی اسپینور $\psi = \begin{pmatrix} a_k \\ b_k \end{pmatrix}$ رابطه‌ی شماره‌ی (۳) به فرم ماتریسی زیر درمی‌آید:

$$h_k = \begin{pmatrix} 2t_a \cos k & t_1 + t_2 e^{-ik} \\ t_1 + t_2 e^{ik} & 2t_b \cos k \end{pmatrix}, \quad (6)$$

که در آن $k \in [-\pi, \pi]$ است. حال می‌توان با قطری کردن ماتریس بالا ساختار نواری سیستم را برای مقادیر مختلفی از هاپینگ‌ها بدست آورد. برای مقادیر مختلفی از هاپینگ‌ها ساختار نواری متفاوت است، برای مقادیر خاصی از هاپینگ گاف انرژی سیستم در دو نقطه‌ی $k = -\pi, \pi$ بسته می‌شود و سیستم در فاز غیر بدیهی قرار می‌گیرد در نتیجه سیستم از حالت عایق به رسانا تبدیل می‌شود.

محاسبه‌ی فاز توپولوژیک

فاز زاکی یکی از مشخصه‌های توپولوژیک ساختار نواری انرژی است [۱۱]. با محاسبه انتگرال زیر روی منطقه‌ی اول بریلون فاز را مشخص می‌کنیم [۱۲]:

$$\nu = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \langle u_n(k) | i \partial_k | u_n(k) \rangle dk, \quad (7)$$

$|u_n(k)\rangle$ ویژه حالت اشغال شده در نوار n است.

فاز زاکی و شاخص توپولوژیک با استفاده از رابطه‌ی زیر به هم مرتبط می‌شوند [۱۳]:

$$V = (-1)^\nu. \quad (8)$$

اگر V برابر ۱ باشد سیستم در فاز بدیهی قرار دارد، و اگر برابر -۱ باشد سیستم در فاز غیر بدیهی قرار دارد.

در این مقاله در تمام زمان‌ها، وقتی که $\theta \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ باشد، سیستم دارای حالت‌های لبه‌ای می‌باشد. همچنین در دو مقدار $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ گاف انرژی در فضای وارون بسته می‌شود (شکل (۲)) و اگر θ در بازه‌ی مذکور باشد برای تمام زمان‌ها یک جفت حالت لبه‌ای داریم. در حالتی که زمان معادل $t = 0, 0.5T$ باشد، T در تمام θ ها یکجفت حالت مرزی با انرژی یکسان داریم،

روش محاسبات

در این مدل با استفاده از تقریب تنگ بست و در کوانتشن دوم هامیلتونی یک شبکه‌ی یک بعدی (شکل ۱) را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$H_{SSH} = \sum_n [t_1 c_{A,n}^\dagger c_{B,n} + t_2 c_{A,n+1}^\dagger c_{B,n}] + H.c., \quad (1)$$

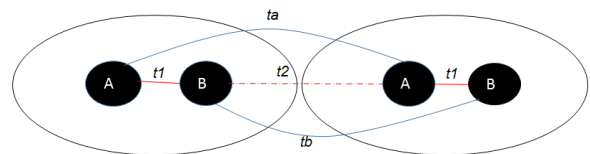
$$H_{NNN} = \sum_n [t_a c_{A,n}^\dagger c_{B,n} + t_b c_{A,n+1}^\dagger c_{B,n}] + H.c., \quad (2)$$

$$H = H_{SSH} + H_{NNN}, \quad (3)$$

در رابطه‌ی بالا $c_{A,n}^\dagger$ و $c_{B,n}$ بترتیب عملگرهای خلق و فوای الکترون روی اتم A و B در سلول واحد n ام است و $t_1 = (1 + \delta \cos \theta)$ و $t_2 = (1 - \delta \cos \theta)$ و بترتیب $t_b = h \cos(\theta - \varphi(t))$ و $t_a = h \cos(\theta + \varphi(t))$ هاپینگ به همسایگی اول و دوم روی اتم A و B است. همچنین $\delta = 0.5$ و $h = 0.2$ پارامترهایی برای کنترل دامنه هاپینگ به همسایه‌ها هستند و $\varphi(t)$ به عنوان پارامتری که با زمان تغییر می‌کند و به شکل زیر خود را در هاپینگ به همسایه‌ی دوم ظاهر می‌کند.

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right), \quad (4)$$

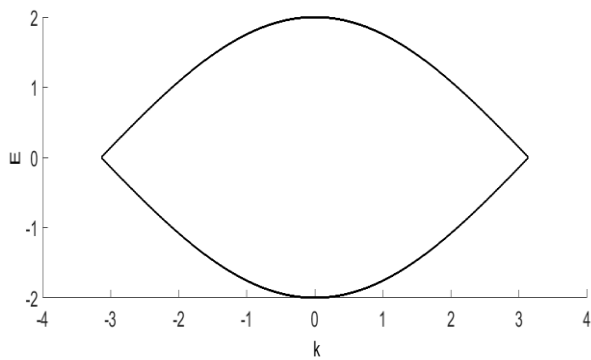
که $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ دامنه، و T دوره تناوب است. همچنین در این مدل هر سلول دارای دو اتم است.



شکل (۱): شبکه‌ی یک بعدی از اتم‌ها را نشان می‌دهد، که در هر سلول دو اتم وجود دارد. t_a و t_b هاپینگ به همسایگی دوم، t_1 و t_2 هاپینگ به همسایگی اول را نشان می‌دهد.

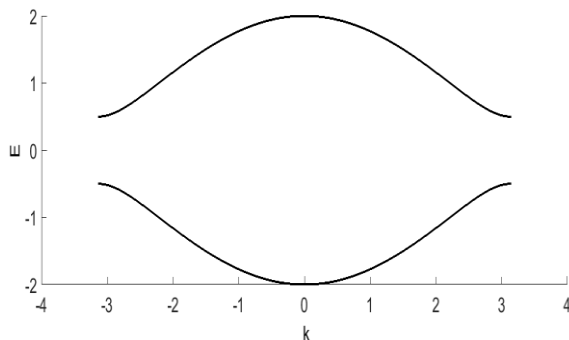
با استفاده از تبدیل فوریه از فضای مستقیم به فضای تکانه می‌رویم:

$$c_{A,n}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k e^{-ik \cdot na} a_k,$$



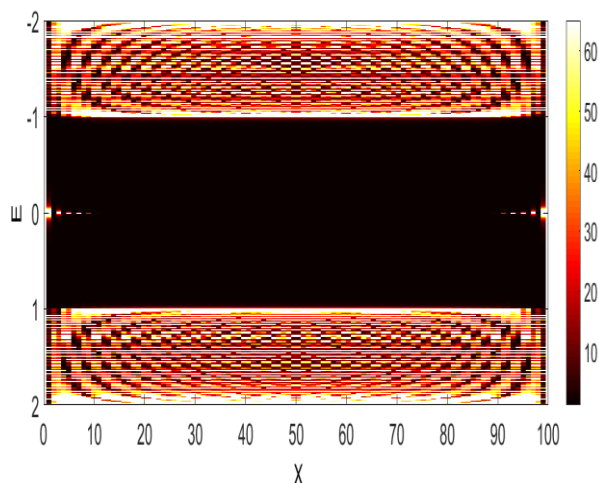
شکل (۲): ساختار نواری انرژی در منطقه‌ی اول بریلوئن، در $t=0.5T$ و

$\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ که به ازای این مقادیر، هاپینگ به همسایه‌ها به صورت $t_1=t_2=1$ و $t_a=t_b \approx 0$ می‌باشند. که برای هر دو مقدار θ نمودارها یک شکل هستند و در $k = -\pi, \pi$ گاف بسته است.



شکل (۳): ساختار نواری انرژی برای تمام $t=0.5T$ وقتی که θ در بازه‌ی

$[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ نباشد، در این حالت $\theta = \frac{\pi}{3}$ و گاف انرژی بسته نمی‌شود و سیستم در فاز بدیهی قرار دارد.



شکل (۴): چگالی موضعی حالت‌ها برای پارامترهای $t_1=0.5, t_2=1.5$ و $t_a=t_b \approx 0$ در زمان $t=0.25T$ و $\theta = \pi$ نشان می‌دهد که سیستم میزبان حالت‌های لبه‌ای است

ولی اگر زمان بجز زمان بالا باشد، فقط در $\theta = \pi$ یک جفت حالت مرزی با انرژی صفر داریم و در θ های دیگر جفت حالت مرزی دارای انرژی نابرابر است، ولی اگر θ در بازه‌ی $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ نباشد ما هیچ‌گونه گذار فاز توپولوژیک نداریم (شکل (۳)).

چگالی موضعی حالت‌ها زمانی که سیستم در فاز غیر بدیهی باشد، میزبان حالت لبه‌ای است. چگالی موضعی حالت‌ها در گذار فاز توپولوژیک بیانگر این است که سیستم از یک عایق معمولی به یک عایق توپولوژیک تبدیل شده است. این حالت‌های لبه‌ای خود را در فاز غیر بدیهی نشان می‌دهند. شکل (۴) چگالی موضعی حالت‌ها را برای مقادیر مختلف هاپینگ، $t_1=0.5, t_2=1.5$ و $t_a=t_b \approx 0$ و در زمان $t=0.25T$ و $\theta = \pi$ نشان می‌دهد که سیستم میزبان حالت‌های لبه‌ای است که در این حالت $\theta \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ است.

همچنین شکل (۵) چگالی موضعی حالت‌ها را برای زمان $t=0.5T$ و مقادیر هاپینگ، $t_1=t_2=1$ و $t_a=t_b \approx 0$ نشان می‌دهد که در این حالت گاف انرژی سیستم در $\theta = \frac{\pi}{2}$ بسته می‌شود، یعنی در این مقدار از θ ما گذار فاز توپولوژیک را مشاهده می‌کنیم. در $\theta = \frac{3\pi}{2}$ های مورد نظر سیستم در فاز غیر بدیهی قرار دارد و در $\theta = \frac{3\pi}{2}$ دوباره گاف بسته می‌شود و سیستم در فاز بدیهی قرار می‌گیرد. شکل (۶) چگالی موضعی حالت‌ها برای هر زمانی وقتی که θ در بازه‌ی ذکر شده نباشد نشان داده شده است که سیستم دارای فاز بدیهی می‌باشد و در این وضعیت فاقد حالت لبه‌ای است و در نتیجه سیستم یک عایق معمولی است.

ساختار نواری انرژی در شرط مرزی محدود برای زمان $t=0.5$ رسم شده است که کاملاً واضح است که در وضعیت $\theta \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ سیستم از حالت عادی به حالت توپولوژیک گذار فاز انجام می‌دهد و دارای حالات لبه‌ای می‌باشد.

نتیجه گیری:

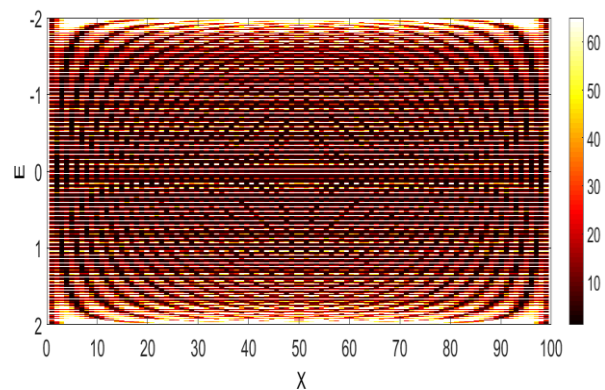
در این مقاله ما با استفاده از رهیافت تنگ بست یک شبکه‌ی یک بعدی از اتمها با هاپینگ همسایه‌ی اول و دوم را که هاپینگ همسایه-ی دوم وابستگی زمانی داشته باشد، را در نظر گرفتیم. ساختار نواری انرژی و چگالی موضعی حالت‌ها را در زمان‌های مختلف مورد مطالعه قرار دادیم. و در زمان‌های $t = 0, 0.5T, T$ در دو مقدار

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

بدیهی قرار می‌گیرد.

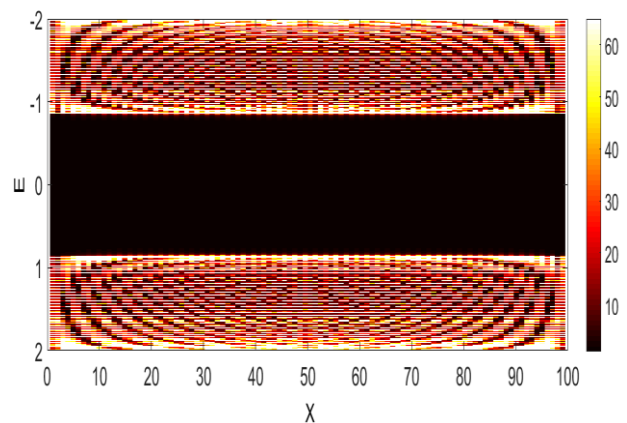
مرجع‌ها:

- [1] W. P. Su, J. R. Schrieffer and A. J. Heeger, *Physical Review B* **22**, (1980) 2099.
- [2] W. P. Su, J. R. Schrieffer, *Physical Review Letters* **46**, (1981) 738.
- [3] P. Delplace, D. Ullmo, and G. Montambaux, *phys. Rev. B* **84**, (2011) 195452.
- [4] X. Li, E. Zhao, and W. V. Liu, *Nat. Commun.* **4**, (2013) 1523.
- [5] L. Fu and C. L. Kane, *Physical Review Letters* **100**, (2008) 096407.
- [6] M. Sato and S. Fujimoto, *Physical Review B* **79**, (2009) 094504.
- [7] C. L. M. Wong, J. Liu, K. T. Law and P. A. Lee, *Physical Review B* **88**, (2013) 060504.
- [8] T. Kitagawa, E. Berg, M. Rudner, and E. Demler, *Phys. Rev. B* **82**, (2010) 235114.
- [9] V. Dal Lago, M. Atala, and L. E. F. Foa Torres, *Phys. Rev. A* **92**, (2015) 023624.
- [10] Sh. Q. Shen, topological insulators.
- [11] D. Xiao, M.C. Chang, Q. Niu, *Reviews of Modern Physics* **82**, (2010) 1959.
- [12] W. Kohn, *Physical Review* **115**, (1959) 809.
- [13] Chen Chun, *Physical Review Letters* **111**, (2013) 235302.



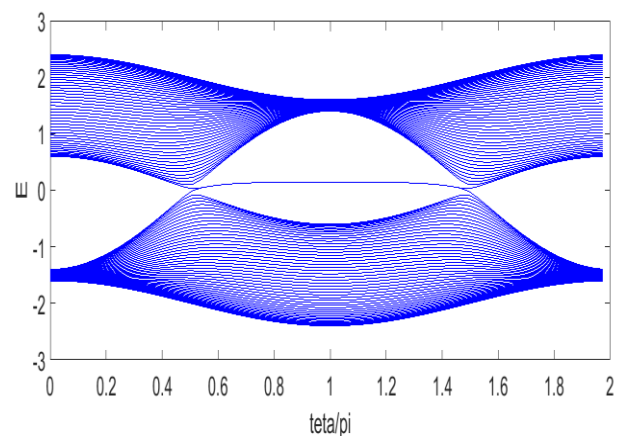
شکل (۵): چگالی حالت‌ها برای پارامترهای $t=0.5$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ و مقادیر هاپینگ،

$t_1 = t_2 = 1$ و $t_a = t_b \approx 0$ نشان می‌دهد که در این حالت سیستم فاقد گاف انرژی است.



شکل (۶): چگالی موضعی حالت‌ها برای هر زمان دلخواهی به گونه‌ای که θ در

بازه‌ی $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ نباشد، در این حالت، حالت لبه‌ای وجود ندارد و سیستم یک عایق معمولی است.



شکل (۷): نمودار انرژی برحسب مقادیر θ در شرط مرزی محدود برای زمان

$t=0.5$. در بازه‌ی $\theta \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ سیستم دارای حالت لبه‌ای است.