

ظهور مایع اسپینی توپولوژیک بر روی شبکه یاقوتی با برهمکنش های دوتایی

سیوف جهرمی، سید سعید^۱ کارگریان، مهدی^۲ مسعودی، سید فرهاد^۳ لنگری، عبدالله^۱

^۱دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شریف، تهران- صندوق پستی ۱۴۵۸۱-۸۹۶۹۴

^۲مرکز ماده چگال نظری و پژوهشکده کوانتوم دانشکده فیزیک دانشگاه مریلند، آمریکا- صندوق پستی ۲۰۷۴۲

^۳دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران- صندوق پستی ۱۵۸۱۷۵-۴۴۱۶

چکیده

در این مقاله ظهور فاز مایع اسپینی توپولوژیک بر روی شبکه یاقوتی در اثر برهمکنش های ناهمسانگرد دوتایی کیتائف را مورد مطالعه قرار می دهیم. مطالعات ما مبتنی بر روش اختلال تبهگن مرتبه بالا و قطری سازی دقیق می باشد. یافته های ما نشان می دهد که دیاگرام فاز مدل کیتائف بر روی شبکه یاقوتی از یک فاز گافدار و دو فاز بی گاف مشابه تشکیل شده است. فیزیک کم انرژی فاز گافدار توسط هامیلتونی مؤثر کد های رنگی توپولوژیک، که بستر مناسبی برای محاسبات کوانتومی است، توصیف می شود در حالی که فازهای بی گاف به طور مؤثر توسط یک هامیلتونی سه اسپینی، بر روی شبکه مثلثی، توصیف می گردند. در حضور میدان مغناطیسی گاف سیستم گشوده شده و درهمتنیدگی توپولوژیک غیر صفر می گردد. پیشنهاد می گردد که در این حالت فاز گافدار از شبه ذرات آنیونی با آمار کسری غیر آبلی پشتیبانی می نماید و غنی تر از فاز آیزینگ مدل کیتائف بر روی شبکه لانه زنبوری می باشد.

Emergence of topological spin liquid on the ruby lattice from two-body interactions

Saeed S. Jahromi¹, Mehdi Kargarian,² S. Farhad Masoudi,³ Abdollah Langari¹

¹Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran 14588-89694, Iran

²Condensed Matter Theory Center and Joint Quantum Institute, Department of Physics, University of Maryland, College Park, Maryland 20742, USA

³Department of Physics, K. N. Toosi University of Technology, Post Office Box 15875-4416, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, we study the emergence of topological spin liquids on the ruby lattice with anisotropic Kitaev interactions. Our study relies on high-order degenerate perturbation theory and exact diagonalization. We found that the phase diagram of the model consist a gapped and two gapless phase. The low-energy effective theory of the gapped phase is given by the standard topological color code on the honeycomb lattice which is a suitable playground for quantum computations, and the effective theory of the gapless phases is given by a three-body model on the triangular lattice. In the presence of a magnetic field, the gap is opened with finite topological entanglement entropy. We argue that the latter phase supports the existence of non-Abelian quasiparticles with fractional statistics and has a richer structure than the Ising phase of the Kitaev model on the honeycomb lattice.

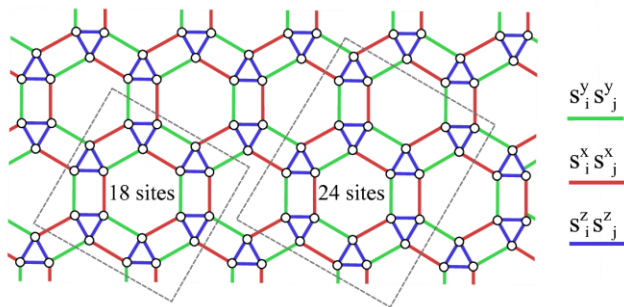
PACS No: 64.60, 71.10, 75.25

توپولوژیک در مدل های حل پذیر دقیق به مدل چنبره ای کیتائف [۳] با برهمکنش های چهار تایی باز می گردد که در آن حالت پایه سیستم توسط یک فاز توپولوژیک با تقارن Z_2 و شبه ذرات آبلی، توصیف می گردد. با این وجود، ماهیت چهار تایی برهمکنش ها پیاده سازی تجربی این مدل را در عمل بسیار دشوار می نماید. این مشکل توسط کیتائف با معرفی مدلی از برهمکنش های اسپینی

مقدمه

فاز های توپولوژیک ماده به دلیل ویژگیهای غیر بدیهی از قبیل حالت های پایه تبهگن توپولوژیک محافظت شده [۱]، درهمتنیدگی بلند برد [۲]، و شبه ذرات نوظهور با آمار کسری که مناسب محاسبات کوانتومی هستند [۳]، توجهات زیادی را در سالهای اخیر به خود جلب کرده است. درک ما از فاز های

در این مقاله با توسل به روش قطری سازی دقیق، دیاگرام فاز مدل را با اسکن کردن صفحه ($J_x + J_y + J_z = 2$) استخراج می‌نماییم.



شکل ۱: شبکه یاقوتی. خطچین‌ها خوشه‌های با ابعاد ۱۸ و ۲۴ رأس مورد استفاده در قطری سازی دقیق را نشان می‌دهند.

دیاگرام فاز

به منظور استخراج دیاگرام فاز مدل یاقوتی، روش قطری سازی دقیق بر پایه الگوریتم Lanczos را به هامیلتونی (۱) برای شبکه‌های یاقوتی با اندازه‌های ۱۸ و ۲۴ رأس اعمال نمودیم. دیاگرام فاز مدل یاقوتی و مقایسه آن با دیاگرام شماتیک مدل کیتائف بر روی شبکه لانه زنبوری، در شکل ۲- نمایش داده شده است. بر خلاف دیاگرام فاز مدل لانه زنبوری کیتائف که از سه فاز گافدار مشابه در گوشه‌های دیاگرام و یک فاز بدون گاف در وسط تشکیل شده است، دیاگرام فاز مدل یاقوتی از سه فاز $A1, A2$ و $A3$ تشکیل شده که در آن $A1$ یک فاز گافدار است که در حد کوپلاژهای J_z بزرگ ظهور می‌کند و فازهای $A2$ و $A3$ دو فاز بدون گاف مشابه می‌باشند که به ترتیب در حدود J_x و J_y بزرگ ظاهر می‌شوند [۱۰].

مرزهای دیاگرام فاز خطوط بحرانی از گذارهای فاز مرتبه دو هستند که در نقطه سه-بحرانی $J_c = (0.85, 0.85, 0.3)$ به یکدیگر می‌رسند. به منظور آشکار کردن مرزهای دیاگرام، صفحه ($J_x + J_y + J_z = 2$) را در امتداد خطوطی با J_z ثابت اسکن نموده و با مشاهده مشتق دوم انرژی حالت پایه مرزهای بحرانی را آشکار نمودیم. سه نمونه از این خطوط که در آشکار کردن مرزهای مختلف دیاگرام مورد استفاده قرار گرفته و مشتق دوم انرژی متناظر با آنها در شکل ۲- نمایش داده شده است.

دوتایی بر روی شبکه لانه زنبوری مرتفع گردید [۴]. حل دقیق این مدل توسط نمایش فرمیونهای مایارانا ارائه شده و نشان داده می‌شود که دیاگرام فاز سیستم از سه فاز گاف دار، که به صورت مؤثر همان کد چنبره ای را باز تولید می‌نمایند، و یک فاز بی گاف که در حضور میدان گاف دار شده و از ذرات غیر آبلی آبیونی آیزینگ پشتیبانی می‌کند، تشکیل شده است [۴].

ویژگی‌های جذاب این مدل، انگیزه لازم را برای مطالعه مدل‌های با برهمکنش‌های ناهمسانگرد دیگر بر روی شبکه‌های متفاوت از جمله شبکه مثلثی [۵]، لانه زنبوری آراسته [۶] و نردبانی [۷] فراهم نمود. در این مقاله بر آنیم تا فیزیک مدل ناهمسانگرد کیتائف را بر روی شبکه یاقوتی [۸] مورد مطالعه قرار دهیم. شبکه یاقوتی در ترکیبات یونهای بیسموت از قبیل $\text{Bi}_{1-x}\text{Rh}_x\text{I}_3$ [۹] یافت می‌شود که دارای ویژگی‌های توپولوژیک جذابی می‌باشند.

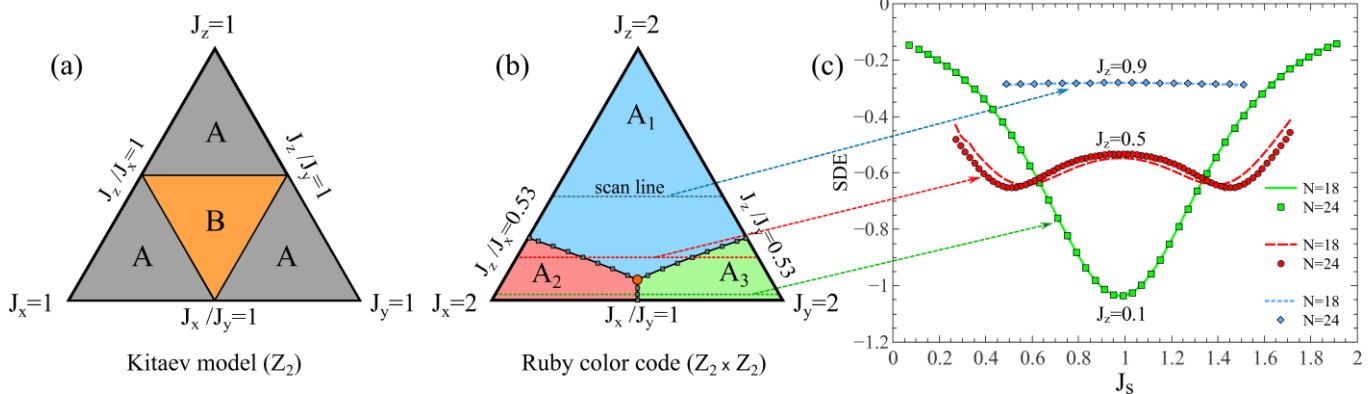
مدل

مدل یاقوتی [۸] در اصل یک هامیلتونی اسپینی با برهمکنش‌های دوتایی است که بر روی یک شبکه چهارپایه^۱ (شکل-۱) تعریف می‌شود که در آن اسپینهای $\frac{1}{2}$ بر روی رئوس شبکه قرار دارند و برهمکنش‌های دوتایی متفاوت بر روی پیوند‌هایی که با رنگ‌های مختلف نمایش داده شده‌اند، توصیف می‌گردد. هامیلتونی مدل یاقوتی به صورت زیر داده می‌شود

$$H = \sum_{\alpha=x,y,z} J_{\alpha} \sum_{\alpha-link} s_i^{\alpha} s_j^{\alpha} \quad (1)$$

که در آن پیوند‌های ($\alpha = x, y, z$) به رنگ‌های قرمز، سبز و آبی نشان داده شده‌اند و برهمکنش‌های دوتایی بر روی رئوس i و j پیوند‌ها تعریف می‌شوند و s^{α} ماتریس‌های پائولی می‌باشند. این مدل همچنین از ثوابت حرکت ریسمانی و عملگرهای پلاکت پشتیبانی می‌کند و دارای تقارن پیمانه ای $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ نیز می‌باشد [۸].

برخلاف مدل کیتائف بر روی شبکه لانه زنبوری [۴]، مدل یاقوتی حلیذیر دقیق نیست و به واسطه ساختار چهارپایه شبکه نمی‌توان آن را بر حسب نمایش فرمیون‌های مایارانا نوشت. از این رو



شکل ۲: الف) دیاگرام فاز شماتیک مدل کیتائف لانه زنبوری. ب) دیاگرام فاز مدل یاقوتی. دیاگرام در صفحه $(J_x + J_y + J_z = 2)$ محاسبه شده و شامل یک فاز گافدار $A1$ و دو فاز بدون گاف $A2$ و $A3$ می باشد. ج) مشتق مرتبه دوم انرژی حالت پایه در امتداد خطوط با J_z ثابت. مرزهای دیاگرام فاز با توسط کمینه های مشتق انرژی آشکار شده است.

ماهیت فاز های $A2$ و $A3$ تا کنون مورد مطالعه قرار نگرفته

است. در ادامه به مطالعه فیزیک کم انرژی و ویژگی های این فازها می پردازیم. همانطور که قبلا ذکر شد، فاز های $A2$ و $A3$ نسبت به جابجایی کوپلاژهای کوپلاژهای $(J_y \leftrightarrow J_x)$ با یکدیگر معادل اند. بنابراین در ادامه تنها فاز $A2$ را بررسی می نماییم.

فاز $A2$ در حد کوپلاژهای $J_x, J_y, J_z \gg J_x$ ظاهر می شود. به منظور مطالعه فیزیک کم انرژی سیستم، از رهیافت اختلال تبهگن استفاده می نماییم. جزئیات روش در مرجع [۱۰] به تفصیل بیان شده است. نشان داده می شود که فیزیک کم انرژی سیستم در حد $J_x, J_y, J_z \gg J_x$ توسط یک هامیلتونی مؤثر با برهمکنش های سه اسپینی بر روی شبکه مثلثی داده می شود که در مرتبه سه اختلال ظهور می کند:

$$H_{eff} = e_0 + J_{\nabla} \sum_{\nabla \in \tilde{\Lambda}} A_{\nabla} + J_{\Delta} \sum_{\Delta \in \tilde{\Lambda}} B_{\Delta} \quad (2)$$

که در آن $\tilde{\Lambda}$ شبکه مثلثی مؤثری است که از جایگزینی پیوند های قرمز شبکه یاقوتی با رئوس مؤثر حاصل می شود (شکل ۳-پایین) و سایر جملات به صورت زیر داده می شوند:

$$\frac{e_0}{N} = -\frac{1}{2} - \frac{J_y^2}{2J_x} - \frac{J_z^2}{J_x} - \frac{J_y^3}{J_x^2}, \quad (3)$$

$$J_{\nabla} = \frac{3J_y^3}{2J_x^2}, \quad B_{\Delta} = \frac{3J_y J_z^2}{2J_x^2}, \quad (4)$$

$$A_{\nabla} = -\prod_{\nu \in \nabla} \tau_{\nu}^x, \quad (5)$$

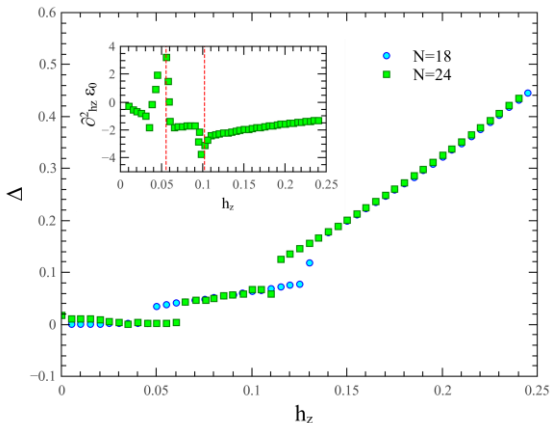
مشخصه یابی فاز ها

در این بخش، ماهیت فازهای مدل یاقوتی را مورد مطالعه قرار داده و آنها را مشخصه یابی می نماییم. هر یک از فاز ها در حدی که یکی از کوپلاژهای هامیلتونی (۱) قوی تر است، ظهور می کند. به طور مثال فاز $A1$ متناظر با حد $J_x, J_y \gg J_z$ است و فاز $A2$ (A3) در حد کوپلاژهای $J_x, J_y, J_z \gg J_x$ ظاهر می شود. شایان ذکر است که فاز های $A2$ و $A3$ با در نظر گرفتن جابجایی کوپلاژهای $(J_y \leftrightarrow J_x)$ با یکدیگر معادل هستند و در ادامه تنها یکی از آنها را مورد مطالعه قرار می دهیم.

الف) فاز گافدار $A1$: کد رنگی توپولوژیک

فاز $A1$ در حدی از مسئله که در آن $J_x, J_y \gg J_z$ ظاهر می شود. این فاز به تفصیل در مرجع [۸] مطالعه شده است. نشان داده می شود که فیزیک کم انرژی مؤثر این فاز معادل کد رنگی توپولوژیک بر روی شبکه لانه زنبوری است (شکل ۳-بالا). حالت پایه سیستم توسط یک فاز توپولوژیک با تبهگنی ۱۶ گانه بر روی چنبره توصیف می شود که برهمنهی یکنواختی از ریسمان های بسته می باشد و توسط یک گاف از برانگیختگی های آنیونی سیستم که دارای آمار آبلی می باشند، جدا می شد. سایر ویژگی های این فاز از قبیل خواص درهمنتیدگی، سختی فاز توپولوژیک و آمار ذرات آنیونی در مراجع [۱۱ و ۱۲ و ۱۳] بحث شده است.

ب) تفسیر کم انرژی مؤثر فازهای بدون گاف $A2$ و $A3$

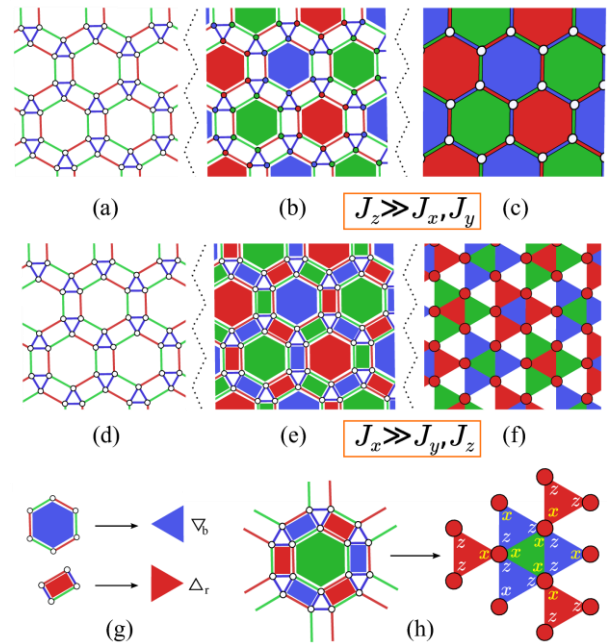


شکل ۴: باز شدن گاف انرژی فاز A2 در حضور میدان و سپس گذار به فاز قطبیده در راستای میدان. زیر عکس مشتق دوم انرژی حالت پایه را نشان می‌دهد.

یافته‌های ما نشان می‌دهد که دیاگرام فاز سیستم از یک فاز گافدار A1، که به طور مؤثر توصیف کننده کد های رنگی توپولوژیک بر روی شبکه لانه زنبوری است، و دو فاز مشابه A2 و A3 بدون گاف که توسط یک هامیلتونی مؤثر سه اسپینی بر روی شبکه مثلثی توصیف می‌گردد، داده می‌شود. فازهای بی گاف A2 و A3 (مشابه مدل کیتائف لانه زنبوری [۱۰]) در حضور میدان گافدار می‌شوند (شکل-۴) و درهمتنیدگی توپولوژیک غیر صفر خواهند داشت [۱۰]. همچنین از آنجا که کد رنگی توپولوژیک معادل دو کپی از کد چنبره ای است [۱۴]، می‌توان استدلال نمود [۱۰] که در حضور گاف، برانگیختگی های فاز های A2 و A3 از دو خانواده متفاوت از آنیون های غیر آبلی آیزینگ تشکیل شده اند. فیزیک مشابهی نیز در دو لایه جفت شده از سیستم کوانتومی هال با آنیون های آیزینگ [۱۵ و ۱۶] مشاهده شده است.

مرجع‌ها

- [1] X.-G. Wen, Adv. Phys. **44**, 405 (1995).
- [2] X. Chen, et.al, Phys. Rev. B **82**, 155138 (2010).
- [3] A. Yu. Kitaev, Ann. Phys. **303**, 2 (2003).
- [4] A. Kitaev, Ann. Phys. **321**, 2 (2006).
- [5] M. Kargarian, et.al., Phys. Rev. B **86**, 205124 (2012).
- [6] H. Yao, et.al, Phys. Rev. Lett. **99**, 247203 (2007).
- [7] A. Langari, et.al., Phys. Rev. B **91**, 024415 (2015).
- [8] M. Kargarian, et.al, New J. Phys. **12**, 025018 (2010).
- [9] B. Rasche, et.al., Nat. Mater. **12**, 422 (2013).
- [10] S. S. Jahromi, et.al, Phys. Rev. B. **94**, 125145 (2016).
- [11] M. Kargarian, Phys. Rev. A **78**, 062312 (2008).
- [12] S. S. Jahromi, et.al., Phys. Rev. B **87**, 094413 (2013).
- [13] S. S. Jahromi and A. Langari, arXiv:1512.00756.
- [14] A. Kubica, et.al, New J. Phys. **17**, 083026 (2015).
- [15] A. Vaezi, et.l Phys. Rev. Lett. **113**, 236804 (2014).
- [16] A. Vaezi, Phys. Rev. X **4**, 031009 (2014).



شکل ۳: بالا) ظهور کد رنگی توپولوژیک بر روی شبکه یاقوتی در حد کوپلاژهای $J_z \gg J_x, J_y$. شبکه لانه زنبوری مؤثر از جایگزینی مثلث های شبکه یاقوتی با رئوس مؤثر حاصل می‌شود. وسط) ظهور مدل مؤثر با برهمکنش های سه اسپینی در حد کوپلاژهای $J_x \gg J_z, J_y$ در شبکه یاقوتی. شبکه مثلثی از جایگزینی پیوند های قرمز با رئوس مؤثر بدست می‌آید. پایین) ماهیت عملگر های پلاکتی بر روی شبکه مثلثی مؤثر.

$$B_{\Delta} = - \prod_{v \in \Delta} \tau_v^w, \quad w = x, z \quad (6)$$

در رابطه (۶) با توجه به اینکه پلاکت Δ مورد نظر دارای رئوس یا وجوه مشترک با پلاکت های ∇ اطراف باشد، w به ترتیب برابر با x و z تعیین می‌شود و عملگرهای $\tau^{x,z}$ معرف ماتریس های پائولی می‌باشند [۱۰].

هامیلتونی (۲) به دلیل ماهیت پاد جابجایی در پلاکت های B_{Δ} همسایه حل پذیر دقیق نیست. از اینرو برای تعیین ماهیت فاز A2، هامیلتونی (۲) را با قطری سازی دقیق به صورت عددی حل کرده و طیف انرژی سیستم را استخراج نمودیم. مشاهده نمودیم که گاف انرژی بین دو پایین ترین تراز های انرژی با اندازه سیستم به سمت صفر میل می‌کند که مؤید ماهیت بدون گاف این فاز است [۱۰].

بحث و نتیجه گیری

در این مقاله دیاگرام فاز مدل یاقوتی با برهمکنش های ناهمسانگرد کیتائف را مورد مطالعه قرار دادیم.