

## خواص شبه‌ذرات در گاز فرمیونی دوقطبی فراسرد

صدیدی، ایران<sup>۱</sup>؛ عابدین‌پور، سعید<sup>۱</sup>؛ تاناتار، بیلال<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، ایران

<sup>۲</sup>گروه فیزیک، دانشگاه بیلکنت، آنکارا، ترکیه

### چکیده

در کار حاضر، تاثیر برهم‌کنش‌های دوقطبی - دوقطبی بر خواص شبه ذرات از قبیل جرم مؤثر و ثابت بازبهنجارش را در چارچوب تقریب  $G_0W$  در سیستمی متشکل از اتم‌ها یا مولکول‌های فرمیونی فراسرد دوقطبی با برهم‌کنش‌های همسانگرد بررسی کرده‌ایم. از برهم‌کنش مؤثر به دست آمده از تقریب هابارد در این فرمالیسم استفاده کرده‌ایم و انرژی شبه ذرات را هم از حل خودسازگار معادله دایسون و هم در تقریب بر-پوسته محاسبه کرده و خواص شبه‌ذرات به دست آمده از دو روش را با هم مقایسه کرده‌ایم. در ثابت‌های جفت‌شدگی بالا، در جرم مؤثر به دست آمده از تقریب بر-پوسته واگرایی مشاهده می‌شود اما در ثابت جفت‌شدگی‌های پایین هر دو تقریب افزایش اندکی را در جرم مؤثر نشان می‌دهند. ثابت بازبهنجارش نیز با افزایش ثابت جفت‌شدگی کاهش می‌یابد اما به صفر نمی‌رسد.

## Quasiparticle properties of ultracold dipolar Fermi gas

Seydi, Iran<sup>1</sup>; Abedinpour, Saeed<sup>1</sup>; Tanatar, Bilal<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences, Zanjan, Iran

<sup>2</sup> Department of Physics, Bilkent University, Ankara, Turkey

### Abstract

*In this work, we have studied the effect of dipole-dipole interaction on the quasiparticle properties such as effective mass  $m^*$  and renormalization constant  $Z$ , of a two-dimensional system of ultracold dipolar fermions with isotropic dipole-dipole interactions, within the  $G_0W$  approximation. We have employed the Hubbard approximation for the effective interaction, and have calculated the quasiparticle energies by self-consistent solution of the Dyson equation and by "on-shell" approximation. Then we have compared the quasiparticle properties within these two methods. It is observed that the effective mass obtained within the "on-shell" approximation diverges at strong coupling strengths but at low and intermediate couplings both methods predict a small enhancement of  $m^*$ . On the other hand, a strong suppression of renormalization constant at strong coupling strengths is predicted, but  $Z$  never reaches zero.*

### PACS No.

گازهای کوانتومی فراسرد انجام شده است [۵]. در سال‌های اخیر، پژوهش در زمینه دینامیک سیستم‌های با برهم‌کنش‌های دوقطبی - دوقطبی بلندبرد با آزمایش بر روی مولکول‌های قطبی و اتم‌های مغناطیسی از قبیل مطالعه بلورهای دوقطبی [۶] و مطالعه فازهای جایگزیده بس‌ذره‌ای [۷] صورت گرفته است. خواص دینامیکی انرژی پایین گاز دوقطبی فرمیونی به صورت پدیده‌شناختی با

### مقدمه

گازهای کوانتومی فرمیونی یا بوزونی فراسرد سیستم‌های کاربردی برای بررسی مسائل بنیادی ماده چگال هستند [۱-۳]. این سیستم‌ها همچنین در اپتیک کوانتومی و پردازش اطلاعات کوانتومی کاربرد دارند [۴]. مقادیر قابل‌توجهی مطالعه تجربی و نظری جهت درک نقش برهم‌کنش‌های دوقطبی-دوقطبی در

به دست می‌آید که  $l$  یک پارامتر قطع<sup>۱</sup> است که به منظور پیش‌گیری از واگرایی تبدیل فوریه لحاظ شده است. جهت حذف وابستگی پتانسیل به پارامتر غیرفیزیکی قطع و همچنین با توجه به اینکه پتانسیل مؤثر هابارد<sup>۲</sup> [۱۷] با به حساب آوردن نسبی اثرات تبدیلی نسبت به پتانسیل خالص تقریب بهتری را ارائه می‌کند لذا از این تقریب برای به دست آوردن پتانسیل مؤثر استفاده می‌کنیم. پتانسیل مؤثر دوقطبی-دوقطبی به دست آمده از تقریب هابارد به صورت زیر است:

$$W_H(q) = v_{dd}(q) - v_{dd}(\sqrt{k_F^2 + q^2}) \\ = \frac{C_{dd}}{2} \left[ \sqrt{k_F^2 + q^2} - q \right]. \quad (۳)$$

که در سطر دوم حد  $l \rightarrow 0$  لحاظ شده است. برانگیختگی‌های کم‌انرژی را در نظر گرفته و خود-انرژی را در تقریب  $G_0W$  به دو جمله به صورت رابطه زیر تجزیه می‌کنیم:

$$\Sigma(k, E) = u(k) + \\ i \int \frac{d^2 \bar{q} d(\hbar\omega)}{(2\pi)^3} G^0(\bar{k} - \bar{q}, E - \hbar\omega) W^2(q) \chi(q, \omega) \\ = u(k) + \sum^{(\rho)}(k, E), \quad (۴)$$

که در اینجا جمله اول، جمله میدان میانگین استاتیکی یا جمله "فوک"<sup>۳</sup> و جمله دوم، جمله دینامیکی است که از افت و خیزهای کوانتومی نشأت می‌گیرد. جمله فوک با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$u(k) = - \int \frac{d^2 \bar{q}}{(2\pi)^2} W(\bar{k} - \bar{q}) n_{FD}[\varepsilon_0(q)], \quad (۵)$$

که  $n_{FD}(\varepsilon)$  تابع توزیع فرمی-دیراک است. در رابطه (۴)  $\chi(q, \omega)$  تابع پاسخ خطی چگالی-چگالی است که از تقریب فاز تصادفی<sup>۴</sup> (RPA) گونه با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید [۹]:

$$\chi(q, \omega) = \frac{\chi_0(q, \omega)}{1 - W(q)\chi_0(q, \omega)}, \quad (۶)$$

که در این رابطه  $\chi_0(q, \omega)$  تابع پاسخ چگالی-چگالی بدون برهم‌کنش یا همان تابع لیندهارد است.

استفاده از نظریه مایع فرمی لاندائو بیان می‌شود [۸ و ۹]. پارامترهای مایع فرمی متشکل از فرمیون‌های دوقطبی با استفاده از انواع مختلفی از تقریب‌ها و مدل‌ها بررسی شده است [۱۰-۱۲] که تنها در رژیم با برهم‌کنش‌های ضعیف کاربرد دارند. هدف از این کار مطالعه خواص شبه ذرات از قبیل جرم مؤثر و ثابت بازهنجارش گاز فرمیونی دوقطبی دوعدی در چارچوب روش  $G_0W$  [۱۳] در بازه گسترده‌ای از شدت‌های برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی است.

## مدل و رهیافت

یک سیستم اسپین قطبیده دوعدی همگن از اتم‌ها یا مولکول‌های فراسرد دوقطبی فرمیونی که ممان‌های دوقطبی آنها در راستای عمود بر صفحه قرار گرفته است را در نظر می‌گیریم. برهم‌کنش همسانگرد بین ذرات با رابطه زیر داده می‌شود:

$$v_{dd}(r) = \frac{C_{dd}}{4\pi} \frac{1}{r^3}, \quad (۱)$$

که  $C_{dd}$  ثابت جفت‌شدگی دوقطبی-دوقطبی است که برای مولکول‌های با ممان دوقطبی الکتریکی دائمی  $d$  برابر  $d^2/\varepsilon_0$  و برای اتم‌های مغناطیسی با ممان دوقطبی دائمی  $M$  برابر  $\mu_0 M^2$  است که  $\varepsilon_0$  و  $\mu_0$  به ترتیب ضریب گذردهی و تراوایی مغناطیسی خلاء هستند. در دمای صفر، خواص حالت پایه این سیستم را می‌توان برحسب کمیت بدون بعد  $\lambda = k_F r_0$  توصیف کرد که  $r_0 = mC_{dd}/(4\pi\hbar^2)$  مقیاس طول مشخصه دوقطبی،  $k_F = \sqrt{4\pi n}$  بردار موج فرمی و  $n$  چگالی ذرات در سیستم دوعدی است.

در این مقاله، اثرات فیزیکی که در جرم مؤثر مایع فرمی دوقطبی سهم هستند را در چارچوب تقریب  $G_0W$  مطالعه کرده‌ایم. روش به کار برده شده در تقریب ما مشابه با مراجع [۱۴-۱۶] است که برای هلیوم-۳ صورت گرفته است.

تبدیل فوریه پتانسیل (۱) از رابطه

$$v_{dd}(q) = \frac{C_{dd}}{2l} e^{-ql}, \quad (۲)$$

<sup>۱</sup> Cut-off

<sup>۲</sup> Hubbard

<sup>۳</sup> Fock term

<sup>۴</sup> Random Phase Approximation

علاوه بر این روش از تقریب بر-پوسته<sup>۴</sup> (OSA) برای به-دست آوردن انرژی شبه‌ذرات استفاده می‌کنیم. در این تقریب انرژی شبه‌ذرات از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon_{QP}^{OSA}(k) \approx \xi_0(k) + \text{Re} \Sigma[k, \xi_0(k)] \quad (11)$$

از انرژی شبه‌ذرات به‌دست آمده از دو روش مذکور در محاسبه جرم موثر شبه ذرات حول سطح فرمی

$$\frac{1}{m^*(k)} = \frac{1}{\hbar^2 k} \left. \frac{d\varepsilon_{QP}(k)}{dk} \right|_{k=k_F}, \quad (12)$$

استفاده می‌کنیم.

ثابت بازبهنجارش که ناپیوستگی در تابع توزیع حول سطح فرمی را به ما می‌دهد از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$Z = \frac{1}{1 - \partial_E \text{Re} \Sigma(k, E)|_{k=k_F, E=0}}, \quad (13)$$

که در حالت بدون برهم‌کنش  $Z=1$  است. اما در سیستم دارای برهم‌کنش با فرض مایع فرمی نرمال  $0 < Z \leq 1$  است.

### نتایج عددی

شکل ۱ نتایج عددی جرم موثر نسبی  $m/m^*$  را که در آن انرژی شبه ذرات از دو روش OSA [۱۸] و حل خودسازگار معادله دایسون به دست آمده است را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در رژیم ثابت جفت‌شدگی کم و متوسط، جرم موثر شبه-ذرات حاصل از هر دو روش اندکی افزایش می‌یابند با افزایش بیشتر ثابت جفت‌شدگی جرم موثر به دست آمده از تقریب OSA نسبت به جرم موثر به دست آمده از حل خودسازگار معادله دایسون افزایش بیشتری را نشان می‌دهد طوری‌که جرم موثر  $m^*$  در  $20 \approx \lambda$  و اگر می‌شود در حالی‌که جرم موثر به دست آمده از حل خودسازگار معادله دایسون با افزایش ثابت جفت‌شدگی به

جمله دینامیکی در خود-انرژی پس از چرخش ویک<sup>۱</sup> در صفحه مختلط فرکانس به‌سادگی به‌دست می‌آید. این جمله به دو جمله خط<sup>۲</sup>-که شامل انتگرال در راستای محور موهومی فرکانس است- و جمله قطب<sup>۳</sup> که از مانده تابع گرین تک ذره‌ای نشأت می‌گیرد تقسیم می‌شود:

$$\Sigma^{(\rho)}(k, E) = \Sigma_{line}^{(\rho)}(k, E) + \Sigma_{pole}^{(\rho)}(k, E), \quad (7)$$

که در جمله خط

$$\Sigma_{line}^{(\rho)}(k, E) = - \int \frac{d^2 \vec{q} d(\hbar\omega)}{(2\pi)^3} W^2(q) \chi(q, i\omega) \times \frac{E - \xi_0(|\vec{k} - \vec{q}|)}{[E - \xi_0(|\vec{k} - \vec{q}|)]^2 + (\hbar\omega)^2}, \quad (8)$$

که  $\chi(q, i\omega)$  تابع پاسخ چگالی-چگالی در راستای محور موهومی است و در جمله قطب

$$\Sigma_{pole}^{(\rho)}(k, E) = \int \frac{d^2 \vec{q}}{(2\pi)^2} W^2(q) \chi(q, E - \xi_0(|\vec{k} - \vec{q}|)) \times [\Theta(E - \xi_0(|\vec{k} - \vec{q}|)) - \Theta(-\xi_0(|\vec{k} - \vec{q}|))] \quad (9)$$

که در اینجا  $\Theta(x)$  تابع پله‌ای و  $\xi_0(k) = (\hbar^2 k^2 / 2m) - \varepsilon_F$  انرژی تک ذره نسبت به انرژی فرمی  $\varepsilon_F$  است.

انرژی شبه‌ذرات  $\varepsilon(k)$  که نسبت به پتانسیل شیمیایی سیستم با برهم‌کنش اندازه‌گیری می‌شود از حل خودسازگار معادله دایسون

$$\varepsilon_{QP}(k) = \xi_0(k) + \text{Re} \Sigma[k, \varepsilon_{QP}(k)] \quad (10)$$

با  $\text{Re} \Sigma(k, \varepsilon(k)) \Rightarrow \text{Re} \Sigma(k, \varepsilon(k)) - \text{Re} \Sigma(k_F, 0)$  به-دست می‌آید. در حل خودسازگار، حدس اولیه برای انرژی شبه‌ذرات را برابر انرژی حالت بدون برهم‌کنش گرفته و خود-انرژی را محاسبه می‌کنیم سپس خود-انرژی به‌دست آمده را در رابطه (۱۰) جایگذاری کرده و مقدار جدید انرژی شبه‌ذرات را محاسبه می‌کنیم و به همین ترتیب با استفاده از روش تکرار تا همگرا شدن مقدار خودانرژی این کار را ادامه می‌دهیم و انرژی شبه‌ذرات را از رابطه (۱۰) به‌دست می‌آوریم.

<sup>1</sup> Wick rotation

<sup>2</sup> line term

<sup>3</sup> pole term

<sup>4</sup> On-shell

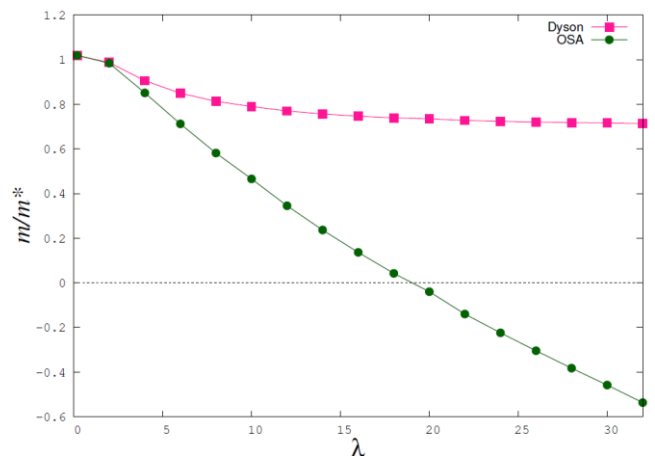
## نتیجه‌گیری

جرم موثر و ثابت باز بهنجارش را برای سیستم برهم‌کنشی دوقطبی از فرمیون‌های دوقطبی که از طریق پتانسیل بلند برد دوقطبی-دوقطبی با هم برهم‌کنش می‌کنند در چارچوب تقریب  $G_0W$  مطالعه کردیم. پتانسیل موثر دوقطبی-دوقطبی مورد استفاده از تقریب هابارد به دست آمده است. جرم موثر با افزایش ثابت جفت-شدگی افزایش می‌یابد که به دلیل وجود افت و خیزهای چگالی در سیستم است. ثابت باز بهنجارش با افزایش ثابت جفت‌شدگی کاهش می‌یابد ولی به صفر نمی‌رسد.

## مراجع

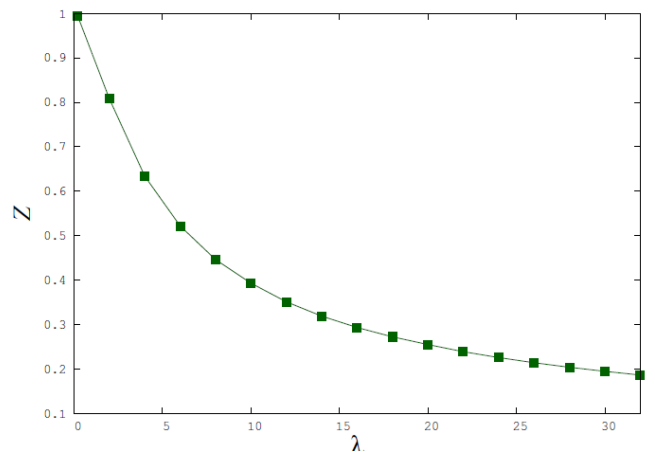
- [1] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, *Nature* **415**, 39-44 (2002).
- [2] I. Bloch, *Nature Physics* **1**, 23 (2005); D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3108 (1998).
- [3] L. D. Car, D. Demille, R. V. Krems, and J. Ye, *New J. Phys.* **11**, 055049 (2009).
- [4] M. A. Baranov, *Phys. Rep.* **467**, 71 (2008).
- [5] M. Lu, N. Q. Burdick, S. H. Youn, and B. L. Lev, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 190401 (2011).
- [6] H. P. Buchler, E. Demler, M. Lukin, A. Micheli, N. Prokofev, G. Pupillo, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 060404 (2007).
- [7] N. Y. Yao, C. R. Laumann, S. Gopalakrishna, M. Knap, M. Müller, E. A. Demler, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 243002 (2014).
- [8] D. Pines and P. Nozières, *The Theory of Quantum Liquids*, W. A. Benjamin, Inc., New York (1966).
- [9] G. F. Giuliani and G. Vignale, *Quantum Theory of the Electron Liquid*, Cambridge University Press, Cambridge (2005).
- [10] L. M. Sieber and M. A. Baranov, *Phys. Rev. A* **84**, 063633 (2011).
- [11] C. -K. Chan, C. Wu, W. -C. Lee, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. A* **81**, 023602 (2010).
- [12] J. P. Kestner and S. Das Sarma, *Phys. Rev. A* **82**, 033608 (2010).
- [13] A. L. Fetter and J. D. Walecka, *Quantum Theory of the Many-Particle Systems*, McGraw-Hill, New York (1971).
- [14] J. P. Balizot and L. Friman, *Nucl. Phys. A* **372**, 69 (1981).
- [15] E. Krotscheck and J. Springer, *J. Low Temp. Phys.* **132**, 281 (2003).
- [16] J. Boronat, J. Casulleras, V. Grau, E. Krotscheck, and J. Springer, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 085302 (2008).
- [17] G. D. Mahan, *Many-Particle Physics* (3<sup>rd</sup> ed), Plenum Press, New York (2000).
- [18] I. Seydi, S.H. Abedinpour, and B. Tanatar, to appear in *J. Low Temp. Phys.* (2017).

مقدار اندکی افزایش می‌یابد. افزایش در جرم موثر را می‌توان به وجود افت و خیزهای چگالی در سیستم نسبت داد.



شکل ۱- جرم موثر نسبی بر حسب ثابت جفت‌شدگی  $\lambda$  به دست آمده از حل خودسازگار معادله دایسون و تقریب بر-پوسته (OSA).

شکل ۲ نتایج عددی ثابت باز بهنجارش را نشان می‌دهد.



شکل ۲- نمودار ثابت باز بهنجارش  $Z$  بر حسب ثابت جفت‌شدگی  $\lambda$ .

همان‌طور که مشاهده می‌شود به دلیل وجود برهم‌کنش‌های دوقطبی-دوقطبی در سیستم، ثابت باز بهنجارش با افزایش ثابت جفت‌شدگی کاهش می‌یابد و دارای مقادیری بین ۱ و ۰/۲ است اما به صفر نمی‌رسد که این از مشخصه‌های مایع فرمی لاندائو بوده و نشان‌دهنده این است که گاف برانگیختگی در این سیستم صفر باقی می‌ماند.