دوربری ابرناهمخوانی کوانتومی

میرمسعودی ، فروزان ؛ احدپور، صدیف

دانشکده فیزیک دانشگاه محقق اردبیلی، انتهای خیابان دانشگاه ، اردبیل

چکیده

در این مقاله دوربری ابرناهمخوانی کوانتومی را با در نظر گرفتن یک مدل ساده کانال کوانتومی دو کیوبیتی بررسی می کنیم. نشان می دهیم که ابرناهمخوانی کوانتومی می تواند همبستگی کوانتومی را بیشتر حفظ کند و بنابراین، یک منبع خوبی برای انتقال اطلاعات کوانتومی بدون نیاز به تولید حالت‌های درهمتنیده باشد. این امر می تواند باعث کاهش هزینه انتقال اطلاعات کوانتومی در مخابرات باشد.

کلمات کلیدی : ابرناهمخوانی کوانتومی ، دوربری، اطلاعات کوانتومی ، درهمتنیده.

Super Quantum discord teleportation

F. Mirmasoudi , S. Ahadpour

Department of Physics, University of Mohaghegh Ardabili,

Abstract

Super quantum discord teleportation of a bipartite state via a quantum correlated channel is considered. We find that the Super quantum discord teleportation can protect quantum correlations more than other one. Therefore, it can be a good source of transmission of quantum information, no need to have entangled states. This result could greatly reduce the cost quantum communication.

Keywords: *super quantum discord, teleportation, quantum information, entanglement.*

PACS No. *(۰۰.۰۰)*

مقدمه

ناهمخوانی کوانتومی یک خاصیت کوانتومی است که اولین بار توسط اولیور و زورک در سال ۲۰۰۱ معرفی شد[۱]. ناهمخوانی، یک اندازه گیری متفاوت بین نسخه های اطلاعات متقابل کوانتومی و کلاسیکی بین دو عبارت می دهد، که در تعیین و کاربرد همبستگی های کوانتومی در حالت مخلوط بسیار مفید است. زیرا حالت های مخلوط همبستگی هایی دارند که همبستگی های کلاسیکی‌شان نهان هستند. ناهمخوانی کوانتومی، ارتباطات کوانتومی بین بخش های مختلف سیستم را اندازه‌گیری می‌کند.

ناهمخوانی کوانتومی[۱] یک منبع کلیدی در اندازه‌گیری همبستگی‌ها محسوب می‌شود.

ناهمخوانی کوانتومی بر اساس اندازه گیری های قوی (عملگرهای تصویری[۲]) بیان می شود. اندازه گیری یک حالت کوانتومی دلخواه براساس عملگرهای تصویری منجر به از دست دادن همدوسی می شود. در حالیکه اگر اندازه گیری به آرامی صورت گیرد همدوسی سیستم را حین اندازه گیری حفظ می کند. اندازه گیری ضعیف می تواند در حفظ همبستگی کوانتومی بسیار موثر باشد. یک خاصیت

---

[۱] quantum discord

[۲] positive operator

کوانتومی به نام ابَرناهمخوانی[۳] براساس اندازه گیری ضعیف[۴] تعریف شد[2]. انتقال یک حالت کوانتومی ناشناخته از طریق یک حالت درهمتنیده و یک کانال اطلاعات کلاسیکی، دوربری[۵] نامیده می شود. فرایند دوربری را می توان به صورت یک فرایند کوانتومی نیز در نظر گرفت. ماهیت کانال با توجه به منبعی که برای دوربری انتخاب شده است تعیین می شود در این مقاله فرض می‌کنیم آلیس یک حالت درهمتنیده دو کیوبیتی دارد و می-خواهد آن را از طریق یک کانال کوانتومی نوفه دار به باب ارسال نماید. عملیات دوربری کوانتومی قطبش نور توسط زایلینگر و همکارانش و به صورت تجربی انجام پذیرفته شده است. سوال اینجاست اگر حالت کانال یک حالت آمیخته باشد، ابَرناهمخوانی کوانتومی تحت این عمل چگونه تغییر می‌کند؟ آیا می‌توان با کنترل تحول توسط دستکاری کانال و حالت اولیه، ابَرناهمخوانی کوانتومی را تحت این عمل بیشتر حفظ نمود یا نه؟ در این مقاله دوربری ناهمخوانی و ابرناهمخوانی را برای یک کانال کوانتومی محاسبه و با هم مقایسه می‌کنیم.

ناهمخوانی کوانتومی

نا همخوانی کوانتومی، ارتباط بین بخش های مختلف یک سیستم را اندازه گیری می کند. با استفاده از ناهمخوانی کوانتومی نشان داده شده برای حالتهای مخلوط جداپذیر نیز، ارتباط کوانتومی وجود دارد. ناهمخوانی کوانتومی را به صورت اختلاف همبستگی های کلاسیکی و کوانتومی تعریف می‌شود:

(۱)

$$QD = I(\rho) - C(\rho)$$

حذف همبستگی های کلاسیکی توسط اعمال مخرب ترین اندازه -گیری ها رو یک زیرسانه صورت می گیرد، اطلاعات متقابل، سنجه‌ای برای اندازه گیری همبستگی به صورت زیر تعریف می شود:

(۲)

$$I(\rho^{AB}) = \mathrm{S}(\rho^{A}) + \mathrm{S}(\rho^{B}) - \mathrm{S}(\rho^{AB})$$

که $\mathrm{S}(\rho) = -\rho\, Ln(\rho)$ آنتروپی فونویمن و $\mathrm{S}(\rho^{AB})$ آنتروپی توام Aو B ، آنتروپی کاهش یافته بخش A و B است. همبستگی کلاسیکی به صورت زیر تعریف می شود:

$$C(\rho^{AB}) = S(\rho^{B}) - \min_{\{\Pi_j^B\}}\Big(\sum_j p_j S(\rho_{A|\Pi_j^B})\Big) \qquad (۳)$$

پس :

$$QD = \mathrm{S}(\rho^{B}) - \mathrm{S}(\rho^{AB}) + \min_{\{\Pi_j^B\}}\Big(\sum_j p_j S(\rho_{A|\Pi_j^B})\Big) \qquad (۴)$$

Π_j^B عملگرهای تصویری متعام هستند. چنانچه jامین خروجی را داشته باشیم، حالت بعد از اندازهگیری روی زیر سامانه برابر $\rho_{A|\Pi_j^B} = \dfrac{\Pi_j^B\, \rho_{AB}\, \Pi_j^B}{tr(\Pi_j^B\, \rho_{AB}\, \Pi_j^B)}$ می‌شود که این خروجی با احتمال $p_j = tr_{AB}(\Pi_j^B\, \rho_{AB})$ حاصل می‌شود.

ابرناهمخوانی کوانتومی

یکی دیگر از همبستگی های کوانتومی که بر حسب اندازه گیری های ضعیف تعریف می‌شود، ابرناهمخوانی کوانتومی نامیده می-شود[2]. عملگرهای اندازه گیری ضعیف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P(\pm x) = \sqrt{\frac{1 \mp \tanh x}{2}}\,\Pi_0 + \sqrt{\frac{1 \mp \tanh x}{2}}\,\Pi_1 \qquad (۵)$$

که x شدت اندازه گیری ضعیف است. Π_0وΠ_1پایه های اورتونرمال و از قاعده $\Pi_0 + \Pi_1 = 1$پیروی می‌کنند، $\lim_{x\to\infty} P(+x) = \Pi_0$ و $\lim_{x\to\infty} P(-x) = \Pi_1$ است. ابرناهمخوانی کوانتومی به صورت زیر تعریف می شود:

$$SQD = \mathrm{S}(\rho^{B}) - \mathrm{S}(\rho^{AB}) + \min_{\{\Pi_j^B\}} S_W(\mathrm{A}|\mathrm{P}^B(\mathrm{x})) \qquad (۶)$$

که آنتروپی شرطی برحسب عملگرهای ضعیف تعریف می‌شود:

$$S_W(\mathrm{A}|\mathrm{P}^B(\mathrm{x})) = \mathrm{P}(\mathrm{x}) S(\rho_{\mathrm{A}|\mathrm{P}^B(\mathrm{x})}) + \mathrm{P}(-\mathrm{x}) S(\rho_{\mathrm{A}|\mathrm{P}^B(-\mathrm{x})})$$

---

[۳] Super discord

[۴] weak measurements.

[۵] *teleportation*

محاسبات و نتایج

در این مقاله به ازای حالت اولیه خالص زیر، اثر دوربری ناهمخوانی کوانتومی و ابَرناهمخوانی کوانتومی را بررسی می‌کنیم.

$$|\psi_{in}\rangle = \cos(\frac{\theta}{2})|00\rangle + e^{i\varphi/2}\sin(\frac{\theta}{2})|11\rangle \qquad (7)$$

$0 \le \theta \le \pi$ و $0 \le \theta \le 2\pi$ است. حالت کانال را یک حالت ورنر [۶] دو کیو بیتی به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\rho_{ch} = \lambda|\psi^-\rangle\langle\psi^-| + (\frac{1-\lambda}{4})\mathrm{I} \qquad (۸)$$

که $|\psi^-\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$ حالت بل [۷] و I ماتریس واحد [۸] است. بون [۹] و بوز [۱۰] نشان دادند که می‌توان دوربری استاندارد حالتهای آمیخته دلخواه را توسط یک کانال واقطبش تعمیم یافته [۱۱] مدلسازی نمود. بنابراین حالت خروجی(حالت در دست باب)به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{out} = \sum_{\mu\nu} P_{\mu\nu}\left[(\sigma_\mu \otimes \sigma_\nu)\rho_{in}(\sigma_\mu \otimes \sigma_\nu)\right] \qquad (۹)$$

$\mu,\nu = x,y,z$ و $P_{\mu\nu} = tr(\mathrm{E}^\mu \rho_{in})\, tr(\mathrm{E}^\nu \rho_{in})$ و $\sum_{\mu\nu} P_{\mu\nu} = 1$ است.

$$E^0 = |\psi^-\rangle\langle\psi^-|, \qquad E^1 = |\psi^+\rangle\langle\psi^+|$$
$$E^2 = |\varphi^-\rangle\langle\varphi^-|, \qquad E^3 = |\varphi^+\rangle\langle\varphi^+|$$

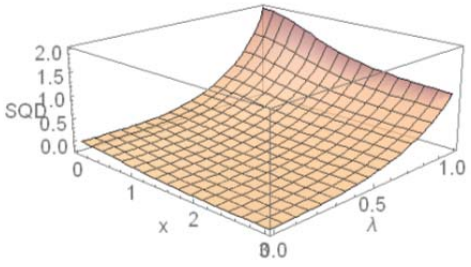
که $|\psi^\pm\rangle = \frac{|01\rangle \pm |10\rangle}{\sqrt{2}}$ و $|\varphi^\pm\rangle = \frac{|00\rangle \pm |11\rangle}{\sqrt{2}}$ حالت‌های بل هستند . بنابراین برای حالت اولیه خالص(۷) با کانال ورنر (۸) حالت خروجی طبق رابطه (۹)به صورت زیر بدست می آید:

$$\rho_{out} = \begin{pmatrix} n & 0 & 0 & m \\ 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 \\ m^\dagger & 0 & 0 & l \end{pmatrix}$$

که عناصر این ماتریس برابرند با

$$n = (\frac{1-\lambda}{2})^2\sin^2(\frac{\theta}{2}) + (\frac{1+\lambda}{2})^2\cos^2(\frac{\theta}{2})$$
$$k = \frac{1-\lambda^2}{4}, \quad m = \frac{1}{2}e^{-i\varphi}\lambda^2\sin(\theta)$$
$$l = (\frac{1-\lambda}{2})^2\cos^2(\frac{\theta}{2}) + (\frac{1+\lambda}{2})^2\sin^2(\frac{\theta}{2})$$

در شکل (۱) تغییرات ابر ناهمخوانی کوانتومی به ازای λ و x های مختلف نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد، در یک λ معین با افزایش x ابرناهمخوانی کاهش می یابد. به طوریکه بیشترین مقدار ابرناهمخوانی کوانتومی در $\lambda = 1$ و به ازای x های کوچک رخ می دهد. به منظور مقایسه ناهمخوانی و ابرناهخوانی کوانتومی، تغییرات ابر ناهمخوانی کوانتومی و ناهمخوانی کوانتومی به ازای λ مختلف در $x = 0.1$ رسم شده است. شکل نشان می‌دهد که با افزایش λ ناهمخوانی کوانتومی افزایش می‌یابد . یعنی هرچه حالت کانال به حالت بل نزدیکتر می‌شود، این کانال برای انتقال ناهمخوانی کارآمدتر است. به طوریکه دوربری ابرناهمخوانی نسبت به ناهمخوانی کوانتومی مقدار بزرگتری را نشان می دهد.



شکل ۱: ابرناهمخوانی کوانتومی برحسب x, λ

---

[۶] Werner state

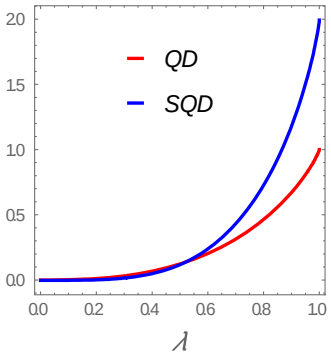
[۷] Bell state

[۸] Identity operator

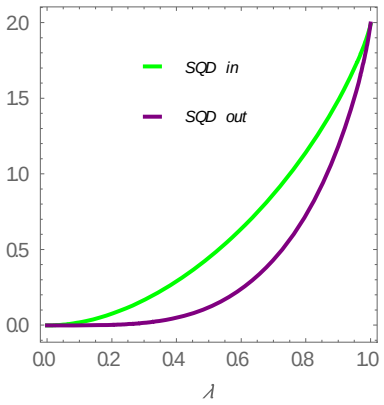
[۹] Bowen

[۱۰] Bose

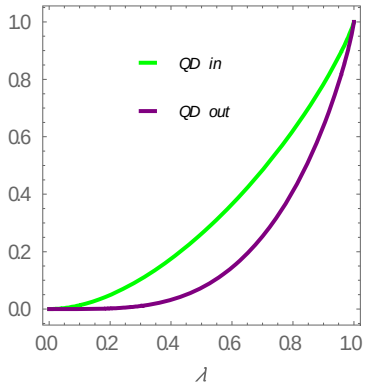
[۱۱] General depolarizing channel



شکل ۲: ابرناهمخوانی و ناهمخوانی کوانتومی به ازای λ های مختلف به ازای $x = 0.1$



شکل ۲: ابرناهمخوانی حالت ورودی و خروجی به ازای λ های مختلف به ازای $x = 0.1$



شکل ۴: ناهمخوانی حالت ورودی و خروجی به ازای λ های مختلف

در شکل (۳) ابرناهمخوانی حالت ورودی و خروجی بر حسب λ های مختلف در $x = 0.1$ رسم شده است، به وضوح دیده می شود که به ازای $\lambda \leq 0.33$ حالت کانال که کاملا جداپذیر است ولی میزان ابرناهمخوانی و ناهمخوانی کوانتومی کانال صفر نیست.

این امر نشان میدهد که ناهمخوانی و ابرناهمخوانی کانال به عنوان منبع انتقال اطلاعات باشند و الزاما نیازی به تولید حالت درهمتنیده برای این منظور نمی باشد. این امر سبب کاهش قابل توجهی در هزینه سامان‌های مخابرات کوانتومی خواهد شد.

نتایج

در این مقاله دوربری ابرناهمخوانی تحت کانال با حالت ورنر دو کیوبیتی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهند عملیات دوربری ناهمخوانی می‌تواند یک منبع خوبی برای انتقال اطلاعات کوانتومی با بهره قابل قبولی باشد.

مراجع

[1] H. Ollivier and W. H. Zurek. "Quantum discord: A measure of the quantumness of correlations." *Phys. Rev. Lett.* **88**, (2001) 017901.

[2] Y. S. Kim, J. C. Lee, O. Kwon and Y. H. Kim, Nat. Phys.
8, 117 (2012).

[3] Kheirandish, F., S.J. Akhtarshenas, and H. Mohammadi, *Effect of spin-orbit interaction on entanglement of twoqubit Heisenberg X Y Z systems in an inhomogeneous magnetic field*. Physical Review A, 1008. 99(4): p.041207.

[4] Bowen, G. and S. Bose, *Teleportation as a depolarizing quantum channel, relative entropy, and classical capacity*.Physical Review Letters, 1001. 89(12(: p. 129701.

[5] Dakic, B., Ole Lipp, Y., Ma, X., Ringbauer, M., Kropatschek, S., Barz, S., Paterek, T., Vedral, V., Zeilinger, A., Brukner, C., Walther, P.: Nat. Phys. 8, 222 (1011).200401