

## بررسی اثر دما بر روی مشخصه جریان ولتاژ پیوند جوزفسون در نزدیکی دمای بحرانی

شیری ملااحمد، زهره<sup>۱</sup>؛ حمدی پور، محمد<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه دانشگاه محقق اردبیلی، خیابان دانشگاه، اردبیل

### چکیده

مشخصه جریان ولتاژ پیوندهای جوزفسون، دارای خاصیت پسماند است. به این معنا که وقتی جریان گذرنده از سیستم در راستای عمود بر پیوند را از مقدار صفر تا مقداری دلخواه در ناحیه رسانشی پیوند که در آن بین دو سر سیستم اختلاف پتانسیل ظاهر می شود افزایش دهیم و سپس به مقدار صفر کاهش دهیم دو منحنی متفاوت، در مشخصه جریان ولتاژ ظاهر خواهد شد که حلقه‌ی بسته‌ای بنام حلقه‌ی پسماند در آن دیده می شود. در این مقاله ما قصد داریم اثر تغییرات دمای سیستم را بر روی این حلقه پسماند نشان دهیم. خواهیم دید که این پسماند با افزایش دما و نزدیک شدن آن به دمای بحرانی کوچکتر شده و در دمای بحرانی از بین می رود.

## Investigation of Temperature Effect on Current Voltage Characteristics of Josephson Junction near the Critical Temperature

Shiri mollaahmad, zohreh<sup>1</sup>; hamdipour, Mohammad<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil

### Abstract

Current Voltage characteristics of Josephson junctions are hysteretic. Meaning that if we increase the current flow in direction perpendicular to junction, from zero to an arbitrary value in the resistive state and then decrease the current to zero, the current voltage characteristics displays two different curve and between them there is a loop called hysteresis loop. Here we want to investigate the effect of temperature to this hysteresis loop. We will see that, this loop decrease in size by increasing the temperature.

PACS No. 74.00, 74.20, 74.50+r, 74.72.-h

### مقدمه

فاصله‌ی آن‌ها به حدود ۳۰ آنگسترم برسد، شبه ذرات می‌توانند از یک ابررسانا به ابررسانای دیگر به روش تونل زنی شارش یابند (تونل زنی الکترون تکی). اگر دو ابررسانا را به هم نزدیک‌تر کنیم تا جایی که فاصله‌ی بین آن‌ها به ۱۰ آنگسترم برسد، آنگاه، جفت-های کوپر نیز می‌توانند از ابررسانایی به ابررسانای دیگر شارش یابند (تونل زنی جوزفسون). در این حالت بین دو ابررسانا هم‌دوسی فاز به وجود می‌آید و فازهای دو ابررسانای  $S_L$  و  $S_R$  نمی‌توانند آزادانه تغییر نمایند. این پدیده، ابررسانایی ضعیف نامیده می‌شود (اندرسون ۱۹۶۳). در این مقاله ابتدا جریان تونلی پیوند جوزفسون را به صورت تحلیلی بدست آورده و سپس اثرات دما را بر روی مشخصه جریان ولتاژ را با شبیه سازی بدست می‌آوریم و

اثر جوزفسون در سال ۱۹۶۲ توسط بریان جوزفسون کشف شد [۱]. این اثر عبور جریان الکتریکی از لایه عایق ساندویچ شده بین دو لایه ابررسانا را بدون افت ولتاژ (اثر جوزفسون DC) و همین‌طور با افت ولتاژ (اثر جوزفسون AC) توصیف می‌کند که حالت DC این اثر برای اولین بار در سال ۱۹۶۳ به طور تجربی توسط اندرسون و رول [۲] و حالت AC توسط یانسون و همکارانش در سال ۱۹۶۵ مشاهده شدند. دو ابررسانای  $S_L$  و  $S_R$  به ترتیب ابررسانای چپ و راست هستند) را در نظر می‌گیریم که توسط یک فاصله‌ی ماکروسکوپی از هم جدا شده‌اند. در این حالت فازهای دو ابررسانا می‌توانند آزادانه تغییر کنند. زمانی که دو ابررسانا به یکدیگر نزدیک شوند، به طوری که

$$i \langle \dot{N}_I \rangle = \langle [N_I, H_T] \rangle$$

در نتیجه رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$i \langle \dot{N}_L \rangle = 2i \operatorname{Im} \sum_{kq\sigma} T_{kq} \langle c_{k\sigma}^\dagger d_{q\sigma} \rangle. \quad (3)$$

با جایگذاری هامیلتونین تونلی در رابطه‌ی (۳) و جمع اسپین و فاکتورگیری مناسب رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \langle \dot{N}_I \rangle &= 2 \operatorname{Re} \sum_{kq\sigma} \int_{-\infty}^t \left\{ e^{i\alpha T} T_{kq} T_{-k-q} \right. \\ &\times \left[ \bar{F}^>(\mathbf{k}; t, t') F^<(\mathbf{q}; t', t) - \bar{F}^<(\mathbf{k}; t, t') F^>(\mathbf{q}; t', t) \right] \\ &+ T_{kq} T_{kq}^* \left[ G^<(\mathbf{k}; t' - t) G^>(\mathbf{q}; t - t') \right. \\ &\left. - G^>(\mathbf{k}; t' - t) G^<(\mathbf{q}; t - t') \right] \Big\} dt'. \quad (4) \end{aligned}$$

T عملگر ترتیب زمانی می‌باشد.

که اگر روابط را به فضای فرکانسی ببریم داریم:

$$\begin{aligned} \langle \dot{N}_I \rangle &= 2 \operatorname{Im} \sum_{kq\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega d\omega'}{(2\pi)^2} \left[ f_l^-(\omega) - f_r^-(\omega') \right] \\ &\times \left[ \left| T_{kq} \right|^2 \frac{A(\mathbf{k}, \omega) A(\mathbf{q}, \omega')}{\omega - \omega' + i\eta} \right. \\ &\left. + e^{i\alpha T} T_{kq} T_{-k-q} e^{2i(\mu_l - \mu_r)t} \frac{\bar{B}(\mathbf{k}, \omega) B(\mathbf{q}, \omega')}{\omega - \omega' - i\eta} \right] \quad (5) \end{aligned}$$

برای ابرسانا از مطابقت با نظریه‌ی باردن-کوپر-شریفر داریم:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{k}, \omega) &= \pi \left[ \left( \frac{1 + \varepsilon_k}{E_k} \right) \delta(\omega - E_k - \mu) \right. \\ &\left. + \left( \frac{1 - \varepsilon_k}{E_k} \right) \delta(\omega + E_k - \mu) \right], \quad (6) \end{aligned}$$

$E_k = \left( \varepsilon_k^2 + \Delta^2 \right)^{\frac{1}{2}}$  و  $\Delta$  گاف می‌باشد.

$$\begin{aligned} B(\mathbf{q}, \omega) &= - \left( \frac{\pi i \Delta}{E_q} \right) \left[ \delta(\omega - \mu - E_q) \right. \\ &\left. - \delta(\omega - \mu + E_q) \right], \quad (7) \end{aligned}$$

$$\bar{B}(\mathbf{q}, \omega) = \left( \frac{\Delta^*}{\Delta} \right) B(\mathbf{q}, \omega). \quad (8)$$

حالا جریان در ولتاژ صفر را بررسی می‌کنیم. در این حالت جمله‌ی اول داخل کروشه‌ی معادله‌ی (۵) حذف می‌شود، زیرا در ولتاژ صفر فقط جریان ابرسانا داریم و جریان شبه ذرات را نداریم.

در نهایت نتایج بدست آمده را با نتایج تجربی موجود مقایسه می‌کنیم.

## روش محاسباتی

برای محاسبه اندازه جریان تونل زنی جفت های کوپر از لایه‌ی عایق، دو لایه‌ی ابرسانا با پارامتر نظم  $\Delta_i(\mathbf{k}_i) = |\Delta_i| e^{i\phi_i}$  را در نظر گرفته، که در آن  $i$  شماره لایه ابرسانا است. جریان ابرسانا  $I_s$  متناسب با نرخ تونل زنی جفت های کوپر از لایه عایق برابر است با:

$$I_s = I_c \sin \gamma,$$

که  $I_c$  جریان بحرانی جوزفسون و  $\gamma$  اختلاف فاز ناوردای پیمانه‌ی دو ابرسانا در پیوند است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\gamma = \varphi_L - \varphi_R + \frac{2\pi}{\phi_0} \int_L^R A \cdot dl,$$

A پتانسیل برداری است و dl المان انتگرال خطی از الکتروود چپ به الکتروود راست در دو سر عایق می‌باشد. از روش هامیلتونین تونلی که برای اولین بار توسط کوهن در سال ۱۹۶۲ معرفی شد استفاده می‌کنیم [۳].

هامیلتونین زیر را در نظر گرفته:

$$H_I + H_r + H_T$$

که در آن جمله‌ی اول هامیلتونین سمت چپ، جمله‌ی دوم هامیلتونین سمت راست و جمله‌ی آخر هامیلتونین تونلی می‌باشد، که از رابطه‌ی زیر پیروی می‌کند:

$$H_T = \sum_{kq\sigma} \left( T_{kq} c_{k\sigma}^\dagger d_{q\sigma} + T_{kq}^* d_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} \right) \quad (1)$$

که در آن  $c_{k\sigma}$  عملگر فنا برای حالت تک ذره‌ای در ابرسانای چپ،  $d_{q\sigma}^\dagger$  عملگر خلق در ابرسانای راست و  $\sigma$  شاخص اسپین است.  $T_{kq}$  ها اعضای ماتریس تونل زنی هستند. عملگر تعداد برای الکتروود چپ با رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$N_L = \sum_{k\sigma} c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} \quad (2)$$

که با استفاده از معادله حرکت هایزنبرگ آهنگ تغییر مقدار چشمداشتی آن را حساب می‌کنیم:

معادله ی (۱۱) حد بالایی از کیفیت پیوند را نشان می دهد (حد امبگاووکار-باراتوف).

در نزدیک دمای بحرانی این رابطه به رابطه ی زیر تبدیل می شود.

$$I_c(T) = \frac{\pi \Delta^2(T)}{4ek_B T R_n} \quad (12)$$

حالا می خواهیم مشخصه جریان ولتاژ پیوندهای جوزفسون را برای چند دمای مختلف شبیه سازی کنیم که برای این کار از معادلات مربوط به مدل CCJJ+DC [۶] استفاده می کنیم و سپس نتایج حاصل از شبیه سازی برای جریانهای مختلف را با هم و همچنین با نتایج تجربی مقایسه می کنیم. نتایج شبیه سازی در شکل ۱ برای سه دمای مختلف نشان داده شده است. در این شکل جریان به جریان بحرانی در دمای صفر و ولتاژ به  $V_0 = \frac{\hbar \omega_P}{2e}$  بهنجار شده است که در آن فرکانس پلاسمای پیوند [۷] می باشد همان طور که این شکل نشان می دهد با افزایش دما و نزدیک شدن آن به دمای بحرانی، حلقه ی پسماند کوچکتر می شود و با انتقال حلقه پسماند به جریانهای پایتتر جریان برگشتی نیز کاهش می یابد. در شکل ۲ نتایج تجربی را نشان داده ایم از مرجع [۸] برداشته شده است. مقایسه این دو شکل نشان می دهد که نتایج بدست آمده از شبیه سازی که در آن وابستگی دمایی جریان بحرانی مطابق رابطه (۱۲) لحاظ شده است با نتایج تجربی سازگاری خوبی دارد. که در ادامه به بحث مقایسه ای بین نتایج شبیه سازی و تجربی می پردازیم. همان طور که در شکل (۲) مشاهده می شود در دمای 4.2K یک حلقه ی پسماند ایجاد شده و وقتی دما را افزایش می دهیم این حلقه کوچکتر می شود. چنان که در شکل (۱) نیز مشاهده می کنید، در دمای صفر، شاخه ی ابررسانایی در جریان بحرانی، ولتاژی را ایجاد می کند که با افزایش جریان این شاخه به شاخه ی مقاومتی می رود که از قانون اهم پیروی می کند. حال اگر جریان را کاهش دهیم این شاخه روی شاخه ی قبلی نمی افتد و یک شاخه ی جدید به نام شاخه ی مقاومتی ایجاد می کند. و این شاخه در جریان برگشتی تقریبی 0.25 به ولتاژ صفر می رسد. ما همین کارها را برای دماهای 0.4Tc و 0.9Tc نیز انجام می دهیم و سرانجام به این نتیجه می رسیم که با افزایش دما حلقه ی پسماند کوچکتر شده و به سمت جریانهای کوچکتر می رود که هم باعث کمتر شدن جریان

با جایگذاری تابع طیفی در معادله ی (۵) شروع به محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} e \langle \dot{N}_I \rangle &= 2e \operatorname{Im} \sum_{kq\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega d\omega'}{(2\pi)^2} [f_l^-(\omega) - f_r^-(\omega')] \\ &\quad \times e^{i\alpha} T_{kq} T_{-k-q} \frac{\bar{B}(\mathbf{k}, \omega) B(\mathbf{q}, \omega')}{\omega - \omega' - i\eta} \\ &= \sin(\alpha + \alpha') \left\{ 4e \sum_{kq\sigma} \frac{|T_{kq} T_{-k-q} \Delta_l^* \Delta_r|}{4E_q E_k} \right. \\ &\quad \left. \times p \left[ \frac{f^+(E_q) - f^-(E_k)}{E_q + E_k} + \frac{f^-(E_q) - f^-(E_k)}{E_q - E_k} \right] \right\} \\ &= J_s \sin(\alpha + \alpha'). \end{aligned} \quad (9)$$

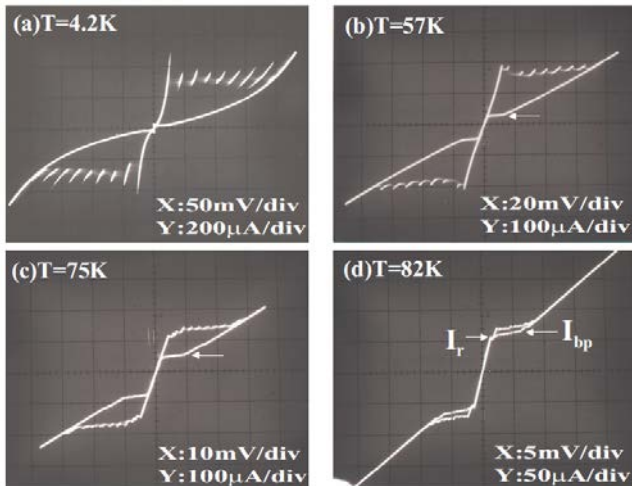
در ساده ترین روش که امبگاووکار-باراتوف استفاده کردند،  $T_{k,l}$  ها مستقل از بردارهای موج  $\mathbf{k}$  و  $\mathbf{l}$  فرض شدند، که یک احتمال تونلی همسانگرد و یکنواخت را نشان می دهد و فرض می کنیم  $\Delta_{L,R}$  ابررساناهای موج-s و همسانگرد باشد [۵]. پس جریان جوزفسون به صورت تابعی از دما به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} J_s &= \frac{e\bar{T} \Delta_1 \Delta_2}{\pi^2 h} p \int_0^\infty \frac{d\varepsilon_1}{E_1} \int_0^\infty \frac{d\varepsilon_2}{E_2} \\ &\quad \times \left[ \frac{1}{E_1 + E_2} + \frac{2E_1 f^-(E_2)}{E_2^2 - E_1^2} + \frac{2E_2 f^-(E_1)}{E_1^2 - E_2^2} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

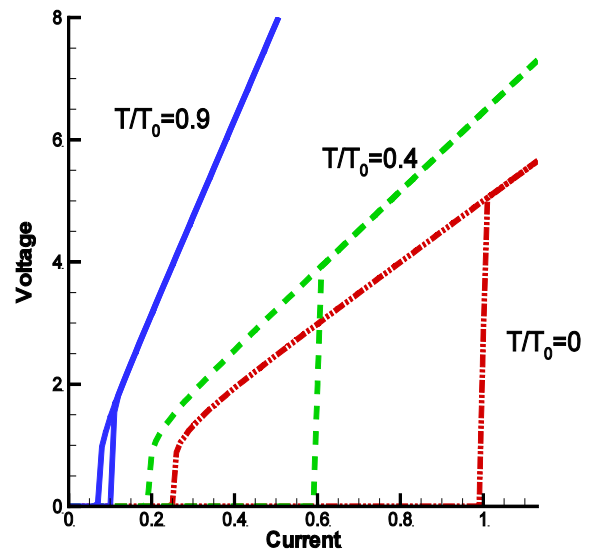
در نهایت با حل انتگرال بالا به روش قضیه ی مانده ها و با فرض  $\Delta_L(T) = \Delta_R(T) = \Delta(T)$  به رابطه ی

$$I_c(T) = \frac{\pi \Delta(T)}{2eR_n} \tanh \left[ \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \right], \quad (11)$$

می رسیم که در آن  $R_n$  مقاومت تونلی حالت نرمال است. این رابطه که به فرمول امبگاووکار-باراتوف معروف است برای وابستگی دمایی  $I_c$  توسط آزمایشات متعدد برای ابررساناهای موج-s با دمای پایین تایید شده است. مقدار جریان بحرانی بدست آمده از آزمایشات تقریباً همیشه از مقدار پیش بینی شده در معادله ی (۱۱) کم تر است. با وجود این، حاصل ضرب  $I_c R$  بر اساس



شکل ۲- این شکل مشخصه جریان ولتاژ برای سیستمی از پیوندهای جوزفسون جفت که به صورت تجربی در دماهای (a) 4.2K، (b) 57K، (c) 75K و (d) 82K بدست آمده است و حلقه پسماند و کوچکتر شدن آن با افزایش دما و همینطور انتقال حلقه پسماند به جریانهای کم را نشان می دهند. [۸]



شکل ۱- این شکل مشخصه جریان ولتاژ را برای پیوند جوزفسون در دماهای مختلف نشان می دهد. مشاهده می شود که با افزایش دما و نزدیک شدن  $T/T_c$  به یک اولاً حلقه پسماند کوچکتر شده و ثانیاً حلقه پسماند به جریانهای کمتر انتقال می یابد. در این شکل جریان به جریان بحرانی در دمای صفر و ولتاژ به  $V_0 = \frac{h\nu_F}{2e}$  بهنجار شده است.

### مرجع ها

[۱] B. D. Josephson "Possible new effects in superconductive tunneling"; *Phys. Lett.* **1**(1962) 251.  
 [۲] P.W. Anderson and J.M. Rowell "Probable Observation of the Josephson Superconducting Tunneling Effect"; *Phys. Rev. Lett.* **10**(1963)230.  
 [۳] M.H. Cohen., M. Falicov and J.C. Phillips "Superconductive tunneling"; *Phys. Rev. Lett* **8** (1962)316.  
 [۴] J.A. Pals, W. van Haeringen, and M. H. van Marren "Josephson effect between superconductors in possibly different spin-pairing states"; *Phys. Rev. B* **15** (1977) 2592.  
 [۵] V. Ambegaokar and A. Baratoff "Tunneling between superconductors"; *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 456; **11**, 104(E).  
 [۶] Yu. M. Shukrinov, M. Hamdipour, and M. R. Kolehchi "Effect of interjunction coupling on superconducting current and charge correlations in intrinsic Josephson junctions"; *Phys. Rev. B* **80**(2009) 014512.  
 [۷] Yu. M. Shukrinov, M. Hamdipour, "Charge creation and nucleation of the longitudinal plasma wave in coupled Josephson junctions" *EPL (Europhysics Letters)*, **92**, 3 (2010) 37010.  
 [۸] A. Irie, Yu. M. Shukrinov and G. Oya "Experimental manifestation of the breakpoint region in the current-voltage characteristics of intrinsic Josephson junction"; *Applied Physics Letters* **93** (2008)152510.

برگشتی (جریانی که در موقع کاهش جریان در آن جریان ولتاژ دوسر سیستم صفر می شود) می شود و هم باعث کمتر شدن جریان پرش ( که در آن در موقع افزایش جریان برای اولین بار افت پتانسیل بین دو سر سیستم ظاهر می گردد.)

### نتیجه گیری

در این مقاله اثر تغییرات دما را بر روی مشخصه جریان ولتاژ پیوند جوزفسون و حلقه پسماند در مشخصه جریان ولتاژ این سیستم را بررسی کردیم و نشان دادیم که این حلقه پسماند با افزایش دما و نزدیک شدن آن به دمای بحرانی کوچکتر شده و در دمای بحرانی از بین می رود. همینطور نشان داده شده که مکان این حلقه پسماند با افزایش دما به جریانهای کمتر منتقل می شود که هر دوی این نتایج کاملاً با نتایج تجربی ارائه شده در مقالات همخوانی دارد.