

اثر برهمکنش خوشه‌ای در آشوب کوانتومی از زنجیره‌های اسپینی

عاشوری عاطفه^۱؛ سپیده مشفق^۱؛ سعید مهدوی فر^۱

^۱گروه فیزیک دانشگاه گیلان، رشت

چکیده

در این مقاله اثر برهمکنش خوشه‌ای (m -اسپینی، $m=3,4,6$) در ظهور آشوب کوانتومی در یک زنجیره XXZ اسپین- $1/2$ در حالت حدی $J_z \gg J_{xy}$ و در حضور میدان مغناطیسی خارجی، مورد بررسی قرار گرفته است. انتگرال پذیری در این مدل با اضافه شدن برهمکنش m -اسپینی شکسته می‌شود. با اجرای روش قطری سازی دقیق، مشخصه‌های آشوب کوانتومی، از قبیل توزیع فضایی ترازهای انرژی و ساختار ویژه حالت‌ها را بررسی می‌نماییم. ما نشان می‌دهیم که با افزایش برهمکنش m -اسپینی، رفتار آشوبناک در این حد انتگرال پذیر از این مدل مشاهده می‌گردد. در نهایت یک مقایسه‌ای نیز مابین اثر انواع این برهمکنش خوشه‌ای در ظهور آشوب کوانتومی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج نشان داد که با افزایش مقدار m ، گذار به آشوب دیرتر رخ می‌دهد، در واقع آن به ازای مقادیر بزرگتری از قدرت برهمکنش خوشه‌ای رخ می‌دهد.

PACS NO: 75.10.Pq, 75.10.Jm, 05.30.-d, 75.10.Nr

The Role of Cluster Interaction in Quantum Chaos of Spin-Chains

Ashouri, Atefeh¹; Moshfegh, Sepideh¹; Mahdavifar, Saeed¹

¹ Department of Physics, University of Guilan

² Department of Physics, Sari branch, Islamic Azad University

Abstract

We investigate the onset of quantum chaos in a spin-1/2 XXZ chain in the case $J_z \gg J$ containing m -spin interaction ($m=3, 4, 6$) in the presence of longitudinal magnetic field. Integrability in this model is broken by the addition of the m -spin interaction. By employing full exact diagonalization, we study chaos indicators, such as the level spacing distribution and the structure of the eigenvectors. We show that with increasing the m -spin interaction, chaotic behavior is seen in the integrable limit of the model. A comparison between the effects of the different types of the m -spin interaction on the system is also done and differences are obtained. It is showed that with increasing the m value, the transition to chaos occurs lately, indeed it occurs for greater values of the m -spin interaction.

PACS NO: 75.10.Pq, 75.10.Jm, 05.30.-d, 75.10.Nr

مشخصه انتگرال‌پذیری یا آشوبناکی سیستم، از توزیع پواسونی، $P_p(s) = \exp(-s)$ ، در سیستم‌های کاملاً انتگرال‌پذیر [4]، به توزیع ویگنر، $P_{WD}(s) = (\pi s / 2) \exp(-\pi s^2 / 4)$ ، در سیستم‌های کاملاً آشوبناک تغییر می‌یابد. همچنین، در این مقاله برای شناسایی ظهور آشوب کوانتومی، ساختار ویژه حالت‌ها را نیز بررسی کردیم. تعداد مولفه‌های اصلی، NPC، یکی دیگر از

مقدمه

نظریه آشوب و انتگرال‌پذیری در سیستم‌های اسپین کوانتومی در چند دهه گذشته توجه محققان زیادی را به خود جلب کرده است. [1-2]. یکی از مهم‌ترین نشانه‌های آشوب در سیستم‌های کوانتومی در توزیع فاصله میان ترازهای انرژی مجاور می‌باشد. توزیع ترازهای انرژی از قانون جهانی پیروی می‌نماید [3]، که بسته به

میانه‌ی سایت قرار می‌دهیم و بررسی می‌کنیم که آیا آشوب می‌تواند در این مدل انتگرال‌پذیر با اضافه شدن برهمکنش خوشه‌ای به این مدل گسترش یابد یا خیر؟

نتایج محاسبات عددی

برهمکنش ۳-اسپینی

به عنوان انتخاب اول، اثر برهمکنش ۳-اسپینی (TSI) را بر روی رفتار توزیع فضایی و توزیع NPC متناظر، تحت شرایط ذکر شده، بررسی می‌نماییم.

همانطوری که از رفتار توزیع فضایی $P(s)$ ، نمودارهای بالا از شکل ۱ مشخص است، این توزیع به ازای برهمکنش خوشه‌ای کوچک $J' = 0.1$ هنوز رفتار پواسونی نشان می‌دهد، نمودار سمت چپ، شکست انتگرال‌پذیری با افزایش بیشتر برهمکنش J' رخ می‌دهد، به گونه‌ای که ترازهای انرژی شروع به دفع همدیگر می‌نمایند، تا اینکه توزیعی شبیه به توزیع ویگنر-دایسون حاصل می‌شود، نمودار سمت راست.

در نمودارهای پایین از شکل ۱، رفتار توزیع NPC را بر حسب انرژی در پایه‌های تک سایتی بررسی کردیم. در گذار از انتگرال‌پذیری به آشوب، نوسانات کمتری مشاهده می‌کنیم و همچنین میزان غیرجایگزیدگی به طور قابل ملاحظه‌ای در حوزه آشوبناک افزایش می‌یابد.

روش‌هایی است که برای تشخیص رفتار آشوبناکی سیستم به کار می‌رود [5]. در سیستم‌های انتگرال‌پذیر، نوسانات بزرگی در NPC مشاهده می‌شود، در حالیکه در سیستم‌های آشوبناک، به تابعی آرام بر حسب انرژی تبدیل می‌شود.

مدل

هامیلتونی مدل XXZ ناهمسانگرد در حضور میدان مغناطیسی طولی و با برهمکنش m -اسپین به صورت زیر نوشته می‌شود:

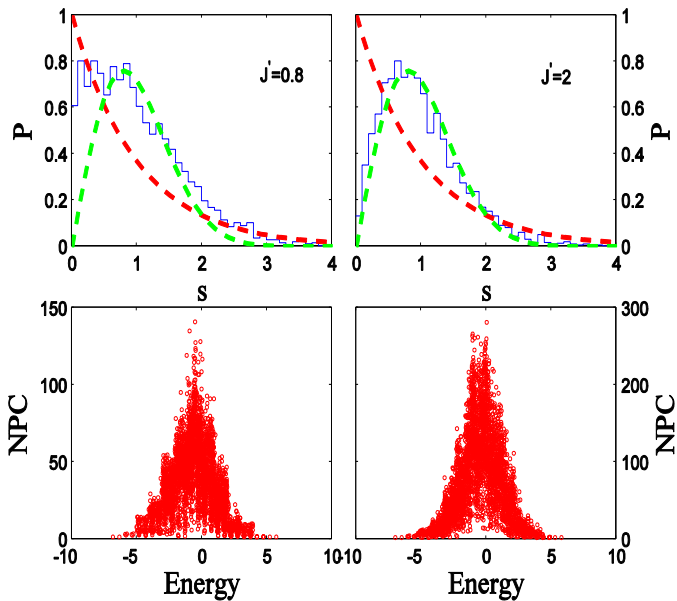
$$H = \sum_{n=1}^{L-1} J \left(S_n^x S_{n+1}^x + S_n^y S_{n+1}^y \right) + J_z S_n^z S_{n+1}^z - J' \sum_{n=1}^L J \left(S_n^x S_{n+m}^x + S_n^y S_{n+m}^y \right) \prod_{r=n+1}^{m-1} S_r^z + h \sum_{n=1}^L S_n^z + \epsilon_d S_d^z \quad (1)$$

که در آن عملگرهای اسپین- $1/2$ در سایت n -ام می‌باشند. $J > 0$ و $J_z > 0$ معرف برهمکنش‌های تبادلی پادفرومغناطیس هستند. J برهمکنش فلیپ-فلاپ می‌باشد و J_z ، قدرت برهمکنش آیزینگ می‌باشد. فرض می‌کنیم همه سایت‌ها انرژی زمین یکسانی دارند به جز سایت d ، که انرژی زمین آن $h + \epsilon_d$ می‌باشد که ناشی از میدان مغناطیسی که به طور جزئی بزرگتر از سایت‌های دیگر می‌باشد و این سایت به عنوان نقص در نظر گرفته می‌شود. J' تبادلی مابین اسپین‌ها در برهمکنش خوشه‌ای می‌باشد.

زنجیره اسپینی XXZ، ساده‌ترین مدل حل‌پذیر دقیق می‌باشد که توزیع فضایی ترازهای انرژی آن از رفتار پواسونی پیروی می‌نماید. آن نشان داده شده است که با اضافه کردن یک نقص به این سیستم، ممکن است که یک گذار به آشوب رخ دهد [6] اگرچه نشان داده شده که در حالت حدی $J \gg J_z$ از این مدل حتی با وجود یک نقص در میانه‌ی زنجیره، باز سیستم انتگرال‌پذیر می‌باشد. در این کار ما بحث را در این حد محدود می‌کنیم و مقادیر را به $J_z = 2$ و $J = 0.1$ تنظیم می‌کنیم و نقص را در

می‌نمایند، تا اینکه توزیعی شبیه به توزیع ویگنر-دایسون حاصل می‌شود، نمودار سمت راست.

در نمودارهای پایین از شکل ۲، رفتار توزیع NPC را بر حسب انرژی در پایه‌های تک سایتی بررسی کردیم. در گذار از انتگرال‌پذیری به آشوب، نوسانات کمتری مشاهده می‌کنیم و همچنین میزان غیرجایگزیدگی به طور قابل ملاحظه‌ای در حوزه آشوبناک افزایش می‌یابد.

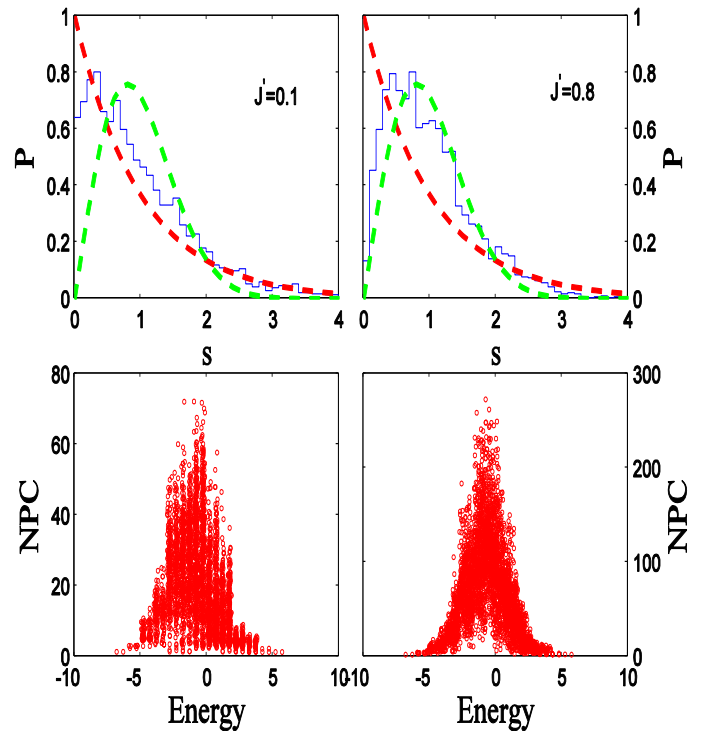


شکل ۲: نمودارهای بالا و پایین، توزیع فضایی ترازهای انرژی $P(s)$ ، تعداد مولفه‌های اصلی $NPC(E)$ به طور متناظر برای هامیلتونین معادله (1) برای زنجیره‌ای به طول $L=14$ و برای دو مقدار از برهمکنش FSI، پارامترهای دیگر به صورت $J_z = 2$ ، $J = 0.1$ ، $J_d = 0.5$ (واحدهای اختیاری)، تنظیم شده‌اند. γ اسپین در جهت Z مثبت و یک نقص در سایت $d=7$ قرار گرفته است. در هر دو نمودار توزیع فضایی، نمودارهای با خط قرمز و سبز متناظر با منحنی‌های تئوری و نمودار آبی مربوط به نتایج عددی می‌باشند.

برهمکنش ۶-اسپینی

به عنوان آخرین انتخاب، اثر برهمکنش ۶-اسپینی (SSI) را بر روی رفتار توزیع فضایی و توزیع NPC متناظر، تحت شرایط ذکر شده، بررسی می‌نماییم. ما این توزیع را به ازای مقادیر متفاوتی از این برهمکنش، $J' = 0.1 \dots 5$ ، بررسی کردیم.

همانطوری که از رفتار توزیع فضایی $P(s)$ ، نمودارهای بالا از شکل ۳ مشخص است، این توزیع به ازای برهمکنش خوشه‌ای



شکل ۳: نمودارهای بالا و پایین، توزیع فضایی ترازهای انرژی $P(s)$ و تعداد مولفه‌های اصلی $NPC(E)$ به طور متناظر برای هامیلتونین معادله (1) برای زنجیره‌ای به طول $L=14$ و برای دو مقدار از برهمکنش خوشه‌ای. پارامترهای دیگر به صورت $J_z = 2$ ، $J = 0.1$ ، $J_d = 0.5$ (واحدهای اختیاری)، تنظیم شده‌اند. γ اسپین در جهت Z مثبت و یک نقص در سایت $d=7$ قرار گرفته است. در هر دو نمودار توزیع فضایی، نمودارهای با خط قرمز و سبز متناظر با منحنی‌های تئوری و نمودار آبی مربوط به نتایج عددی می‌باشند.

برهمکنش ۴-اسپینی

به عنوان انتخاب دوم در ادامه، اثر برهمکنش ۴-اسپینی (FSI) را بر روی رفتار توزیع فضایی و توزیع NPC متناظر، تحت شرایط ذکر شده، بررسی می‌نماییم. ما این توزیع را به ازای مقادیر متفاوتی از این برهمکنش، $J' = 0.1 \dots 2$ ، بررسی کردیم.

همانطوری که از رفتار توزیع فضایی $P(s)$ ، نمودارهای بالا از شکل ۲ مشخص است، این توزیع به ازای برهمکنش خوشه‌ای $J' = 0.8$ هنوز رفتار پواسونی نشان می‌دهد، نمودار سمت چپ، در حالی که در حالت TSI سیستم در مقدار $J' = 0.8$ در حوزه آشوب قوی قرار می‌گیرد، در این مدل شکست انتگرال‌پذیری با افزایش بیشتر برهمکنش J' رخ می‌دهد، $J' = 2$ ، به گونه‌ای که ترازهای انرژی شروع به دفع همدیگر

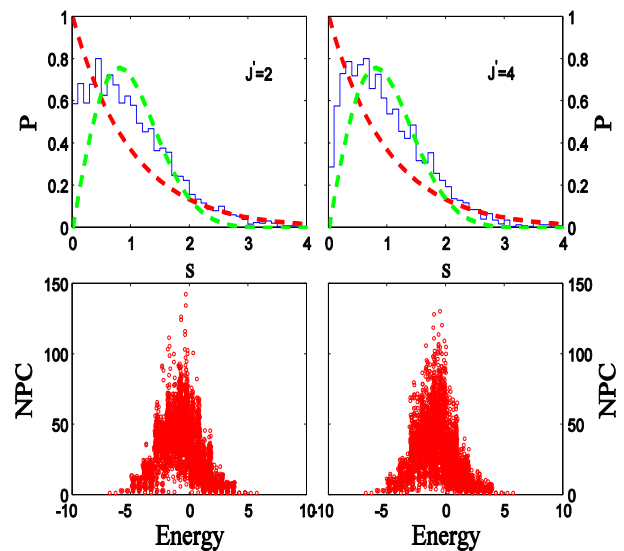
با استفاده از تکنیک قطری سازی دقیق، زنجیره اسپینی هایزنبرگ با یک نقص موضعی که در میانه‌ی زنجیر قرار گرفته است تحت عنوان آشوب کوانتومی مورد بررسی قرار گرفت. هدف اصلی، بررسی ظهور آشوب در حضور برهمکنش خوشه‌ای به عنوان برهمکنش کوانتومی محض بود. روی حد انتگرال‌پذیر $J \gg J_z$ از این مدل متمرکز شدیم. نتایج نشان می‌دهد که انتگرال‌پذیری در این مدل با اضافه شدن برهمکنش خوشه‌ای گسترش می‌یابد. ما همچنین مقایسه‌ای مابین اثر انواع این برهمکنش m - اسپین بر روی این مدل انجام دادیم، که نشان دادیم با افزایش مقدار m گذار به آشوب، دیرتر رخ می‌دهد.

مرجع‌ها

- [1] L. F. Santos, G. Rigolin, and C. O. Escobar, *Phys. Rev. A* **69**, 42304 (2004).
 [2] L. F. Santos, *Phys. Rev. A* **67**, 062306 (2003).
 [3] NATO Les Houches Lecture Notes 1981, Chaotic Behavior of Deterministic Systems, eds. G.Ioss, R.Helleman and R.Stora (North-Holland, Amsterdam, 1983)
 [4] L. F. Santos, F. Borgonovi, and F. M. Izrailev, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 094102 (2012).
 [5] V. Zelevinsky, B. A. Brown, N. Frazier, and M. Horoi, "The nuclear shell model as a testing ground for manybody quantum chaos," *Phys. Rep.* 276, 85–174 (1996).
 [6] A. Gubin and L. F. Santos, *Am. J. Phys.* **80**, 246 (2012).

$J' = 2$ هنوز رفتار پواسونی نشان می‌دهد، نمودار سمت چپ، شکست انتگرال‌پذیری با افزایش بیشتر برهمکنش J' رخ می‌دهد، $J' = 4$ ، به گونه‌ای که ترازهای انرژی شروع به دفع همدیگر می‌نمایند، تا اینکه توزیعی شبیه به توزیع ویگنر-دایسون حاصل می‌شود، نمودار سمت راست. در نمودارهای پایین از شکل ۲، رفتار توزیع NPC را بر حسب انرژی در پایه‌های تک سایتی بررسی کردیم. در گذار از انتگرال‌پذیری به آشوب، نوسانات کمتری مشاهده می‌کنیم و همچنین میزان غیرجایگزیدگی به طور قابل ملاحظه‌ای در حوزه آشوبناک افزایش می‌یابد.

قابل توجه است که در حالت SSI، گذار به حوزه‌ی آشوب دیرتر از حالت TSI و FSI رخ می‌دهد، در واقع به ازای مقادیر بزرگتری از قدرت برهمکنش خوشه‌ای گذار به آشوب در این حالت رخ می‌دهد.



شکل ۳: نمودارهای بالا و پایینی، توزیع فضایی ترازهای انرژی $P(s)$ ، تعداد مولفه‌های اصلی $NPC(E)$ به طور متناظر برای هامیلتونین معادله (1) برای زنجیره‌ای به طول $L=14$ و برای دو مقدار از برهمکنش SSI، پارامترهای دیگر به $J_z = 2$ ، $J = 0.1$ ، $\mathcal{E}_d = 0.5$ (واحدهای اختیاری)، تنظیم شده‌اند. ۷ اسپین در جهت Z مثبت و یک نقص در سایت $d=7$ قرار گرفته است. در هر دو نمودار توزیع فضایی، نمودارهای با خط قرمز و سبز متناظر با منحنی‌های تئوری و نمودار آبی مربوط به نتایج عددی می‌باشند.

نتیجه گیری