

تأثیر تداخل خودبخودی روی سرعت حد کوانتومی یک سیستم باز دو کیوتریتی V-شکل

بهزادی، نقی^۱؛ آهن ساز، بهرام^۲؛ اکتسابی، عباس^۲^۱مرکز تحقیقات علوم پایه دانشگاه تبریز، تبریز^۲گروه فیزیک، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، تبریز

چکیده

در این مقاله، یک سیستم اتمی دو کیوتریتی V-شکل مرتبط با محیطهای مستقل غیر مارکوفی را در نظر گرفته و تأثیر تداخل خودبخودی را روی سرعت حد کوانتومی سیستم مورد مطالعه قرار می دهیم. برای این منظور ما حالت های معروف هورودوکی و ورنر و ورنر تبدیل یافته تحت عملگرهای یکانی را بعنوان حالت اولیه سیستم در نظر گرفته و نشان می دهیم که سرعت حد کوانتومی به ازای حالت هورودوکی رفتاری مابین سرعت حد کوانتومی به ازای حالت های ورنر از خود نشان می دهد.

Effect of spontaneously generated interference on the QSL time of a two-qutrit V-type open system

Behzadi, Naghi¹; Ahansaz, Bahram²; Ektesabi, Abbas²; Faizi, Esfandyar²¹Research Institute for Fundamental Sciences, University of Tabriz, Tabriz,²Department of Physics, ShahidMadani University of Azarbaijan, Tabriz

Abstract

In this paper, we consider a two-qutrit V-type atomic system each of them coupled to independent non-Markovian environments and study the effect of spontaneously generated interference (SGI) on the related quantum speed limit (QSL) time. To this aim, we take the Horodecki state and two local unitarily equivalent Werner states, as initial states, and find out that the SGI effect on the QSL time for the Horodecki state displays an intermediate behavior relative to the cases obtained for the Werner states.

PACS No (03.67.-a, 03.65.Yz)

اما از آنجایی که سیستمهای کوانتومی واقعی بسته نیستند و خواه نا خواه با محیط پیرامون خودشان برهمکنش دارند، بنابراین ضروری است که سرعت حد کوانتومی برای سیستم های کوانتومی باز نیز محاسبه شود. برای سیستم های کوانتومی باز، دفر و لوتز [۱۰] با استفاده از متریک زاویه بروس، رابطه ای را برای سرعت حد کوانتومی بدست آوردند و نشان دادند که اثر غیر مارکوفی محیط باعث افزایش سرعت تحول سیستم می شود. بدلیل اینکه که حالت

مقدمه

کمینه زمان لازم برای تحول یک سیستم کوانتومی از یک حالت اولیه به یک حالت هدف را سرعت حد کوانتومی می نامند که توجه بسیاری را در حوزه های وسیعی از فیزیک کوانتوم و اطلاعات کوانتومی به سوی خود جلب کرده است [۷-۱]. سرعت حد کوانتومی برای یک سیستم کوانتومی بسته که در آن تحول سیستم بصورت یکانی است، در مراجع [۸و۹] بررسی شده است.

که در آن σ_{1+} و σ_{1-} و $(\sigma_{2+}$ و $\sigma_{2-})$ به ترتیب عملگرهای بالا بر و پایین آورنده برای ترازهای برانگیخته اول (دوم) هستند. b و b^\dagger به ترتیب عملگرهای خلق و فنا برای یک مد نوعی مربوط به محیط می باشند، g_1 و g_2 به ترتیب ضریب کوپلاژ تراز $|1\rangle$ و $|2\rangle$ اتم با محیط اتلافی بوده درحالیکه تراز $|0\rangle$ با محیط دارای کوپلاژ نمی باشد. حالت مشترک سیستم اتمی و محیط در زمان t را بصورت زیر در نظر می گیریم

(۲)

$$|\varphi(t)\rangle = C_0|0\rangle_s \otimes |0\rangle_e + C_1(t)|1\rangle_s \otimes |0\rangle_e + C_2(t)|2\rangle_s \otimes |0\rangle_e + \sum_i C_i(t)|0\rangle_s \otimes |1_i\rangle_e,$$

که در آن $C_i(0) = 0$ بدین ترتیب که در لحظه $t=0$ محیط در وضعیت خلا می باشد. هدف پیدا کردن نحوه تغییرات زمانی $C_1(t)$ و $C_2(t)$ می باشد. واضح است که C_0 بر حسب زمان ثابت است. حل معادله شرودینگر در تصویر برهمکنشی منجر به روابط زیر می شود

$$\dot{C}_k(t) = - \sum_{k,l=1,2} \int_0^t f_{k,l}(t-t') C_l(t') dt', \quad (۳)$$

که در آن

$$f_{k,l}(t-t') = \int d\omega J_{k,l}(\omega) e^{i((\omega-\omega_1)t' - (\omega-\omega_k)t)}, \quad (۴)$$

به عنوان تابع همبستگی بین اتم و محیط است و

$$J_{k,l}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_{k,l} \lambda^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \lambda^2}, \quad (۵)$$

تابع چگالی طیفی محیط می باشد. همچنین داریم $\gamma_{1,1} = \gamma_1$ ، $\gamma_{2,2} = \gamma_2$ که به ترتیب ضریب جفت شدگی تراز یک و دو اتم نسبت به محیط است و λ پارامتر مربوط به پهنای طیف است. $\gamma_{1,2} = \gamma_{2,1} = \sqrt{\gamma_1 \gamma_2} \theta$ برهمکنش دوقطبی-دوقطبی گذارهای مربوطه به حالت پایه می باشد که در آن $\theta=1$ بیانگر بیشترین مقدار برای SGI بین دو گذار ممکنه از ترازهای برانگیخته به تراز پایه می باشد. همچنین $\theta=0$ بیانگر حالتی است که در آن هیچ SGI ای بین دو گذار ممکنه وجود ندارد. از طرف دیگر، فرض می کنیم $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ، که در این صورت داریم $f_{1,2} = f_{2,1}$ و $f_{1,1} = f_{2,2} = f$ که بصورت زیر داده می شوند:

اولیه آنها یک حالت خالص در نظر گرفته شده بود بنابراین رابطه بدست آمده برای حالت های اولیه آمیخته قابل استفاده نبود. همچنین رابطه دیگری برای سرعت حد کوانتومی با استفاده از اطلاعات فیشر کوانتومی ارائه شده است که برای حالت های آمیخته نیز قابل محاسبه می باشد [۱۱]. با این وجود محاسبه اندازه گیری کمینه اطلاعات فیشر کوانتومی کار طاقت فرسایی می باشد. اخیرا رابطه ای برای سرعت حد کوانتومی با استفاده از یک وفاداری کوانتومی جایگزین ارائه شده است که برای محاسبه آن، حالت اولیه سیستم می تواند بصورت خالص و آمیخته در نظر گرفته شود و در عین حال بسادگی قابل محاسبه می باشد [۱۲].

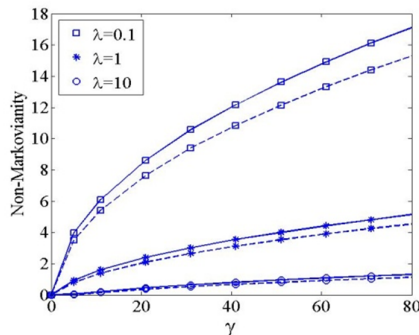
در این مقاله، در ابتدا دینامیک یک سیستم اتمی باز سه ترازه V -شکل را مورد مطالعه قرار می دهیم. همچنین دینامیک غیر مارکوفی این سیستم را با استفاده از یک سنج غیر مارکوفی ارائه شده در مرجع [۱۳] مورد بررسی قرار داده و نشان می دهیم که هر چه میزان تداخل خودبخودی (SGI) (تداخل خودبخودی بین کانال های گذار ممکنه از دو تراز برانگیخته به تراز پایه یک کیورتیت V -شکل) بیشتر باشد رفتار سیستم غیرمارکوفی تر خواهد شد. در ادامه دینامیک دو اتم سه ترازه V -شکل که بصورت مستقل از هم با محیط های اطراف خود برهم کنش دارند را بررسی می کنیم. با در نظر گرفتن حالت های معروف هورودوکی، ورنر و ورنر تبدیل یافته بعنوان حالت های اولیه سیستم مورد نظر، تاثیر SGI را روی سرعت حد کوانتومی سیستم مورد مطالعه قرار می دهیم.

دینامیک سیستم

ما ابتدا دینامیک یک سیستم اتمی باز سه ترازه V -شکل را که در آن $|0\rangle$ تراز پایه، و $|1\rangle$ و $|2\rangle$ تراز های برانگیخته می باشند را بررسی کرده و سپس این وضعیت را برای یک سیستم دو اتمی مشابه تعمیم دهیم. هامیلتونین برهمکنشی یکی از اتمها با محیط اتلافی در تصویر برهمکنشی بصورت زیر می باشد

$$H_1(t) = \sum_i (g_{i1} \sigma_{1+} b_{i1} e^{i(\omega_0 - \omega_i)t} + g_{i1}^* \sigma_{1-} b_{i1}^\dagger e^{-i(\omega_0 - \omega_i)t}) + \sum_j (g_{2j} \sigma_{2+} b_{2j} e^{i(\omega_0 - \omega_j)t} + g_{2j}^* \sigma_{2-} b_{2j}^\dagger e^{-i(\omega_0 - \omega_j)t}), \quad (۱)$$

در شکل (۱) نشان داده است. مشاهده می کنیم که هر چه مقدار θ بیشتر باشد رفتار سیستم غیرمارکوفی تر خواهد شد.



شکل ۱: سنج غیر مارکوفی برای یک اتم سه ترازه V-شکل بر حسب γ و به ازای $\theta = 1$ (خط پر) $\theta = 0.6$ (خط چین).

در نهایت، دینامیک سیستم دو کیوتربیتی که هر کدام بصورت مستقل با محیطهای اطراف خود برهم کنش دارند، براحتی و بصورت زیرقابل محاسبه است

$$\sigma_s(t) = \sum_{k=1}^3 K_k(t) \otimes K_1(t) \sigma_s(0) K_k^\dagger(t) \otimes K_1^\dagger(t). \quad (12)$$

که در آن $\sigma_s(0)$ حالت اولیه سیستم دو کیوتربیتی در زمان $t=0$ می باشد.

سرعت حد کوانتومی برای یک سیستم دو کیوتربیتی

همانطوریکه در مرجع [۱۲] آورده شده است رابطه ای که برای سرعت حد کوانتومی ارائه شده است بصورت زیر می باشد:

$$\tau_{QSL} = \frac{|1 - F(\rho_0, \rho_t)|}{2\tau \int_0^\tau \sqrt{\frac{\text{Tr}(\rho_t^2)}{\text{Tr}(\rho_0^2)}} dt}, \quad (13)$$

که در آن

$$F(\rho_0, \rho_t) = \frac{\text{Tr}(\rho_0 \rho_t)}{\sqrt{\text{Tr}(\rho_0^2) \text{Tr}(\rho_t^2)}}. \quad (14)$$

در گام نخست با در نظر گرفتن حالت معروف هورودوکی [۱۴] بعنوان حالت اولیه سیستم، سرعت حد کوانتومی را محاسبه می کنیم. حالت معروف هورودوکی بصورت زیر نمایش داده می شود:

$$\sigma_s^\alpha(0) = \frac{2}{7} |\varphi^+\rangle \langle \varphi^+| + \frac{\alpha}{7} \zeta_+ + \frac{5-\alpha}{7} \zeta_-. \quad (15)$$

که در حالت فوق $0 \leq \alpha \leq 5$ ، به ازای $0 \leq \alpha < 1$ و $3 < \alpha \leq 5$ دارای درهمنندگی آزاد، برای $1 \leq \alpha < 2$ و

$$f_1(t-t') = \frac{1}{2} \gamma \lambda e^{-\lambda(t-t')}, f_{1,2}(t-t') = \frac{\gamma \theta}{2} e^{-\lambda(t-t')}. \quad (6)$$

با جاگذاری روابط بالا در معادله (۳) و با استفاده از تبدیلات لاپلاس و معکوس آن ضرایب $C_1(t)$ و $C_2(t)$ بصورت زیر بدست می آیند

$$C_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (C_+(t) - C_-(t)), \quad (7)$$

$$C_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (C_+(t) + C_-(t)),$$

که در آنها

$$(8)$$

$$C_\pm(t) = \frac{C_2(0) \pm C_2(0)}{\sqrt{2}} e^{-\lambda t/2} [\text{Cos}(\frac{\Lambda_\pm t}{2}) + \frac{\lambda}{\Lambda_\pm} \text{Sin}(\frac{\Lambda_\pm t}{2})],$$

و

$$\gamma_\pm = \gamma(1 \pm \theta), \Lambda_\pm = i\sqrt{\lambda^2 - 2\gamma_\pm \lambda}. \quad (9)$$

در نهایت، با نمایش رهیافت فوق برحسب عملگرهای کرائوس داریم:

$$\rho_s(t) = \sum_{k=1}^3 K_k(t) \rho_s(0) K_k^\dagger(t), \quad (10)$$

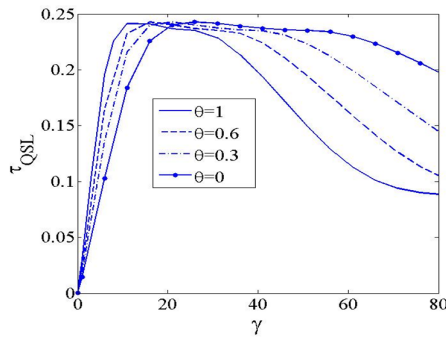
که در آن $\rho_s(t)$ عملگر چگالی سیستم در زمان t و $K_k(t)$ عملگرهای کرائوس هستند که به شکل زیر نمایش داده می شوند:

$$K_1(t) = \begin{bmatrix} G_2 & 0 & 0 \\ 0 & G_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$K_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{1-|G_2|^2} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_3(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-|G_1|^2} & 0 \end{bmatrix}.$$

که در آن $G_2(t)$ و $G_1(t)$ توابعی بر حسب پارامترهای فیزیکی مسئله می باشند. برای مطالعه دینامیک غیر مارکوفی تک کیوتربیت از رابطه ای که توسط برانور [۱۳] ارائه شده استفاده می کنیم که



شکل ۱: رفتار سرعت حد کوانتومی بر حسب γ به ازای حالت اولیه ورنر تبدیل یافته و به ازای مقادیر ثابت $\lambda = 0.1$ و $p = 0.5$.

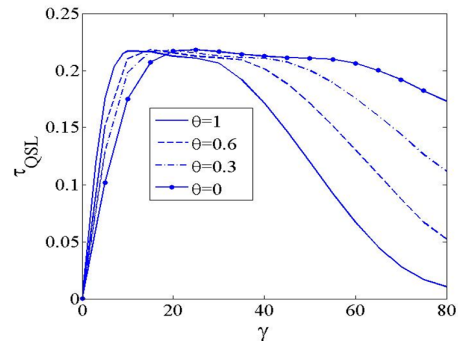
نتیجه گیری

بطور خلاصه در این مقاله تاثیر SGI روی سرعت حد کوانتومی یک سیستم دو کیوتربیتی مورد مطالعه قرار گرفته است. با در نظر گرفتن حالت های هورودوکی و ورنر بعنوان حالت اولیه سیستم مورد نظر، نشان داده شده است که به ازای θ بزرگتر و در حد γ های بزرگ سرعت تحول سیستم بیشتر است. همچنین مشخص شد که QSL، به ازای حالت هورودوکی رفتار بینابینی در مقاسیه با QSL های نظیر حالت های ورنر از خود نشان می دهد.

مرجع ها

[1] S. Deffner and E. Lutz, Phys. Rev. Lett. 105, 170402 (2010).
 [2] V. Giovannetti, S. Lloyd, and L. Maccone, Nat. Photonics 5, 222 (2011).
 [3] T. Caneva, M. Murphy, T. Calarco, R. Fazio, S. Montangero, V. Giovannetti, and G. E. Santoro, Phys. Rev. Lett. 103, 240501 (2009).
 [4] J. D. Bekenstein, Phys. Rev. Lett. 46, 623 (1981).
 [5] S. Lloyd, Phys. Rev. Lett. 88, 237901 (2002).
 [6] L. B. Levitin, Int. J. Theor. Phys. 21, 299 (1982).
 [7] M.-H. Yung, Phys. Rev. A 74, 030303 (2006).
 [8] L. Mandelstam and I. Tamm, J. Phys. (USSR) 9, 249 (1945).
 [9] N. Margolus and L. B. Levitin, Physica D 120, 188 (1998).
 [10] S. Deffner and E. Lutz, Phys. Rev. Lett. 111, 010402 (2013).
 [11] M. M. Taddei, B. M. Escher, L. Davidovich, and R. L. de Matos Filho, Phys. Rev. Lett. 110, 050402 (2013).
 [12] Z. Sun, J. Liu, J. Ma, and X. Wang, Sci. Rep. 5, 8444 (2015).
 [13] H. P. Breuer, E. M. Laine, and J. Piilo, Phys. Rev. Lett. 103, 210401 (2009).
 [14] M. Horodecki, P. Horodecki and R. Horodecki, Phys. Rev. A 60, 1888 (1999).
 [15] P. Horodecki, M. Horodecki and R. Horodecki, Phys. Rev. Lett. 82, 1056 (1999).

$3 < \alpha \leq 4$ دارای درهمتنیدگی مقید و به ازای $2 \leq \alpha \leq 3$ جداپذیر می باشد. همانطوریکه در شکل (۲) مشاهده می کنیم در حد γ های بزرگ سرعت تحول سیستم به ازای θ بزرگتر بیشتر است.

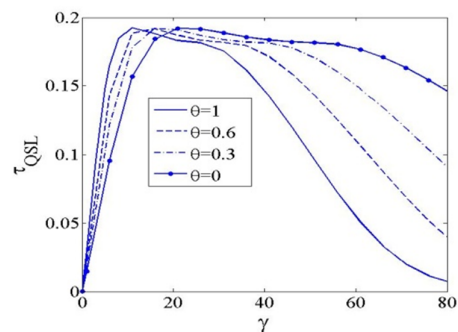


شکل ۲: رفتار سرعت حد کوانتومی بر حسب γ به ازای حالت اولیه هورودوکی و به ازای مقادیر ثابت $\lambda = 0.1$ و $\alpha = 1$. در گام بعدی حالت های ورنر [۱۵] بصورت زیر را بعنوان حالت اولیه سیستم در نظر می گیریم:

$$\sigma_0^p(0) = (1-p)\frac{I_9}{9} + p|\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|. \quad (۱۴)$$

$$\sigma_1^p(0) = (1-p)\frac{I_9}{9} + p|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|. \quad (۱۵)$$

که در آن $|\Psi_0\rangle = (|00\rangle + |11\rangle + |22\rangle) / \sqrt{3}$ و همچنین حالت ورنر دوم تبدیل یافته حالت ورنر اولی تحت تبدیل عملگرهای یکانی می باشد که در آن $|\Psi_1\rangle = (|01\rangle + |12\rangle + |23\rangle) / \sqrt{3}$ است. همانطوریکه در شکل های (۳) و (۴) نشان داده شده است، در اینجا نیز مشابه حالت هورودوکی، در حد γ های بزرگ سرعت تحول سیستم به ازای θ های بزرگتر بیشتر است.



شکل ۳: رفتار سرعت حد کوانتومی بر حسب γ به ازای حالت اولیه ورنر و به ازای مقادیر ثابت $\lambda = 0.1$ و $p = 0.5$.