

تأثیر کیوبیت های اضافی روی سرعت حد کوانتومی یک سیستم کوانتومی باز تک کیوبیتی

بهزادی، نقی^۱؛ آهن ساز، بهرام^۲؛ اکتسابی، عباس^۲؛ فیضی، اسفندیار^۲

^۱مرکز تحقیقات علوم پایه دانشگاه تبریز، تبریز

^۲گروه فیزیک، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، تبریز

چکیده

در این مقاله، تأثیر کیوبیت های اضافی را روی سرعت حد کوانتومی یک تک کیوبیتی که به همراه کیوبیت های اضافی داخل یک محیط مشترک گرمایی قرار داده شده اند را مورد مطالعه قرار می دهیم. مشاهده می شود که هر چقدر تعداد کیوبیت های اضافی بیشتر باشد کران سرعت حد کوانتومی کاهش یافته و سرعت تحول سیستم تک کیوبیتی بیشتر می گردد.

Effect of additional qubits on quantum speed limit time of a single-qubit open quantum system

Behzadi, Naghi¹; Ahansaz, Bahram²; Ektesabi, Abbas²; Faizi, Esfandyar²

¹Research Institute for Fundamental Sciences, University of Tabriz, Tabriz,

²Department of Physics, Shahid Madani University of Azarbaijan, Tabriz

Abstract

In this paper, the effect of additional qubits on the quantum speed limit time of a single qubit contained, along with the additional qubits, in a common zero-temperature thermal reservoir is studied. It is found out as the number of additional qubits increase the quantum speed limit time bound for the single qubit decreases which implies that existence of additional qubits speeds up the evolution of the single qubit.

PACS No (03.67.-a, 03.65.Yz)

شده است. اما از آنجایی که سیستمهای کوانتومی واقعی سیستمهای بسته و ایزوله ای نیستند و خواه نا خواه با محیط پیرامون خودشان برهمکنش دارند، بنابراین ضروری است که سرعت حد کوانتومی برای سیستم های کوانتومی باز نیز محاسبه شود. اخیراً توجه بسیاری برای محاسبه سرعت حد کوانتومی برای یک سیستم کوانتومی باز معطوف شده است برای مثال محاسبه سرعت حد کوانتومی با استفاده از اطلاعات فیشر کوانتومی [۱۰]، وفاداری نسبی [۱۱]، متریک زاویه بروس [۱۲] و غیره مورد بحث قرار گرفته است.

مقدمه

سرعت حد کوانتومی که بصورت کمترین زمان تحول یک سیستم کوانتومی از یک حالت اولیه به یک حالت هدف تعریف شده است توجه بسیاری را در حوزه های وسیعی از فیزیک کوانتوم و اطلاعات کوانتومی به سوی خود جلب کرده است [۷-]. برای یک سیستم کوانتومی بسته که که توسط یک عملگر یکانی تحول می یابد، مرز سرعت حد کوانتومی متحدی با استفاده از ترکیب نتایج بدست آمده توسط مندلستم-تام [۸] و مارگولوس لویتین [۹] و بصورت $\tau_{QSL} = \max\{\pi\hbar / (2\Delta E), \pi\hbar / (2E)\}$ ارائه

تمام مدهای میدانی در حالت خلا می باشند به جز مد k -ام. حل معادله شرودینگر در تصویر برهمکنشی منجر به معادلات انتگرال-دیفرانسیلی زیر می شود:

$$\frac{dC_j(t)}{dt} = -\int_0^t f(t-t') \sum_{m=1}^N C_m(t') dt', \quad (6)$$

که در آن به عنوان $f(t-t')$ تابع همبستگی بین اتم و محیط است و رابطه آن با چگالی طیفی محیط بصورت زیر می باشد:

$$f(t-t') = \int_0^\infty d\omega J(\omega) \exp(i(\Omega-\omega)(t-t')), \quad (7)$$

با در نظر گرفتن تابع چگالی طیفی لورنتسی برای محیط داریم:

$$J(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_0 \lambda^2}{(\omega - \Omega + \Delta)^2 + \lambda^2} \quad (8)$$

که در آن Δ اختلاف فرکانس بین ω و فرکانس مرکزی سیستم می باشد. همچنین پارامتر λ پهنای طیفی کوپلاژ و پارامتر γ ثابت کوپلاژ می باشد. برای بدست آوردن ضرایب $C_j(t)$ موجود در رابطه (۶) از تبدیلات لاپلاس که در ادامه معرفی می شوند استفاده می کنیم. تبدیل لاپلاس تابع $F(t)$ به کمک رابطه زیر تعریف می شود:

$$L\{F(t)\} = F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} F(t) dt, \quad (9)$$

همچنین وارون تبدیلات لاپلاس هم بصورت زیر می باشد:

$$L^{-1}\{F(p)\} = F(t) = \int_0^\infty e^{pt} F(p) dp. \quad (10)$$

با فرض اینکه $C_l(t) = 0$ به ازای $l \neq j$ و با بهره گیری از تبدیلات لاپلاس معرفی شده در بالا، می توانیم به حل تحلیلی معادلات موجود در رابطه (۶) برسیم:

$$C_j(t) = \left[\frac{N-1}{N} + \frac{e^{-\Lambda t/2}}{N} \left(\cosh\left(\frac{Dt}{2}\right) + \frac{A}{D} \sinh\left(\frac{Dt}{2}\right) \right) \right] C_j(0), \quad (11)$$

که در آن $\Lambda = \lambda - i\Delta$ و $D = \sqrt{\Lambda^2 - 2\gamma_0 \lambda N}$ می باشند. حال با ردگیری از درجات آزادی محیط و همچنین سایر اتم های اضافی می توانیم ماتریس چگالی مربوط به اتم j -ام را بصورت زیر نوشت:

$$\rho_j(t) = \begin{pmatrix} |G(t)|^2 |C_j(0)|^2 & C_0^* G(t) C_j(0) \\ C_0 G^*(t) C_j^*(0) & 1 - |G(t)|^2 |C_j(0)|^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

که در آن $G(t) = \frac{N-1}{N} + \frac{e^{-\Lambda t/2}}{N} \left(\cosh\left(\frac{Dt}{2}\right) + \frac{A}{D} \sinh\left(\frac{Dt}{2}\right) \right)$ می باشد.

در این مقاله ما دینامیک یک سیستم اتمی دو ترازه (کیوبیت) را که در مجاورت $N-1$ کیوبیت اضافی و در داخل یک محیط مشترک لورنتسی قرار گرفته است را بصورت تحلیلی بدست می آوریم. سپس با محاسبه سرعت حد کوانتومی مندلستم-تام برای سیستم تک کیوبیتی ذکر شده، تاثیر افزایش تعداد کیوبیت هایی که در مجاورت سیستم اصلی قرار گرفته اند را روی سرعت تحول دینامیکی آن سیستم مورد مطالعه قرار می دهیم. بطور جالب توجهی مشاهده می شود که هرچقدر تعداد کیوبیت های اضافی بیشتر باشد سرعت تحول سیستم اصلی نیز بیشتر خواهد شد.

دینامیک سیستم

در ابتدا ما دینامیک یک سیستم متشکل از N اتم دو ترازه که داخل یک محیط مشترک لورنتسی قرار داده شده اند را بدست می آوریم. هامیلتونین سیستم موردنظر را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I, \quad (1)$$

که در آن هامیلتونین آزاد و برهم کنشی سیستم بصورت زیر می باشند:

$$\hat{H}_0 = \Omega \sum_{j=1}^N \sigma_j^+ \sigma_j + \sum_k \omega_k b_k^\dagger b_k, \quad (2)$$

$$\hat{H}_I = \sum_{j=1}^N \sum_k g_k \sigma_j^+ b_k + g_k^* \sigma_j b_k^\dagger, \quad (3)$$

که در آن σ_j^+ و σ_j^- به ترتیب عملگرهای بالا بر و پایین آورنده اتم j -ام و با فرکانس مشترک Ω می باشند. همچنین b_k^\dagger و b_k به ترتیب عملگرهای فنا و خلق مد k -ام میدان با فرکانس ω_k می باشند. با در نظر گرفتن حالت اولیه سیستم به صورت زیر

$$|\psi(0)\rangle = C_0 |0\rangle_s |0\rangle_e + \sum_{j=1}^N C_j(0) |j\rangle_s |0\rangle_e, \quad (4)$$

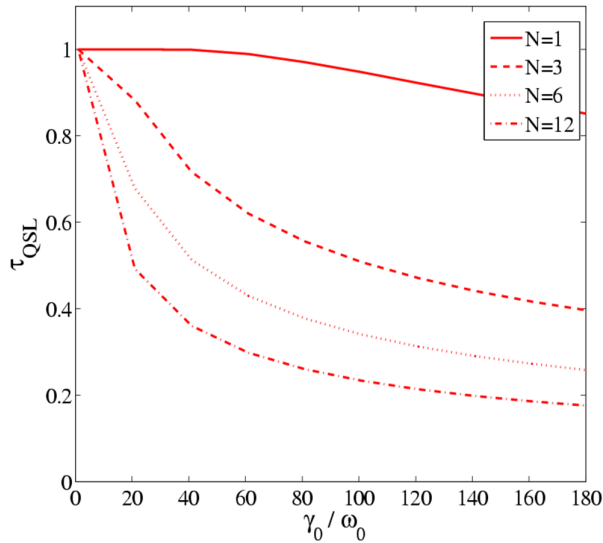
و با بهره گیری از معادله شرودینگر در تصویر برهم کنشی، حالت تحول یافته سیستم در زمان t را می توان به صورت زیر بدست آورد:

$$|\psi(t)\rangle = C_0 |0\rangle_s |0\rangle_e + \sum_{j=1}^N C_j(t) |j\rangle_s |0\rangle_e + \sum_k C_k(t) |0\rangle_s |1_k\rangle_e, \quad (5)$$

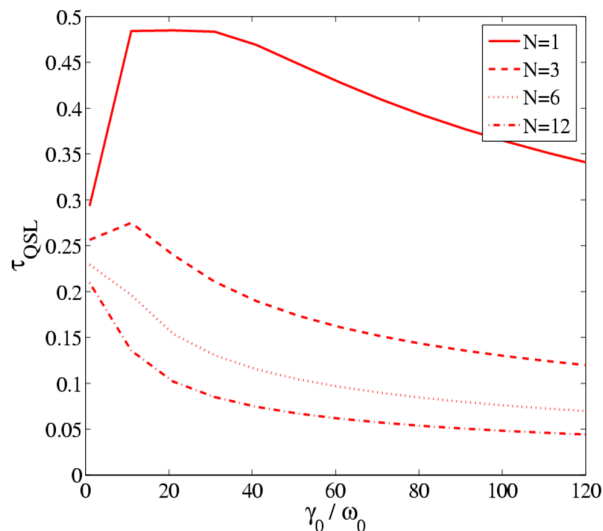
که در آن $|j\rangle_s$ نشانگر این است که کل اتم ها در حالت پایه هستند به جز اتم j -ام که در حالت برانگیخته می باشد. همچنین $|0\rangle_e$ نشانگر حالت خلا برای محیط و $|1_k\rangle_e$ به معنی آن است که

سرعت حد کوانتومی

انتخاب $|\psi_1\rangle$ بعنوان حالت اولیه، سرعت تحول سیستم نسبت به زمانی که $|\psi_0\rangle$ بعنوان حالت اولیه سیستم در نظر گرفته می شود بیشتر است.



شکل ۱: رفتار سرعت حد کوانتومی بر حسب γ_0/ω_0 و به ازای $\tau = 1$ ، $\lambda = 50$ و $\alpha = 1$.



شکل ۲: رفتار سرعت حد کوانتومی بر حسب γ_0/ω_0 و به ازای $\tau = 1$ ، $\lambda = 50$ و $\alpha = 1/\sqrt{2}$.

نویسندگان مقاله [۱۲] رابطه ای برای سرعت حد کوانتومی برپایه نامساوی رد وان نیومن و نرم عملگری در سیستم های کوانتومی با از طریق یک رهیافت هندسی بدست آورده اند. فاصله هندسی بین یک حالت اولیه $|\psi_0\rangle$ و حالت هدف $|\psi_t\rangle$ بوسیله زاویه بورس تعیین می شود:

$$L(\rho_0, \rho_t) = \arccos(\sqrt{\langle \psi_0 | \rho_t | \psi_0 \rangle}), \quad (11)$$

معادله غیریکانی وابسته به زمان تعمیم یافته می تواند بصورت $\rho^* = L_t(\rho_t)$ مشتق زمانی زاویه بورس هم به رابطه زیر منتج می شود:

$$2 \cos(L) \sin(L) L^* \leq |\langle \psi_0 | \rho_t | \psi_t \rangle| = |\text{tr}\{L_t(\rho_t) \rho_0\}|, \quad (12)$$

برپایه نامساوی رد وان نیومن و با انتگرال گیری از رابطه (۱۲) برحسب زمان به رابطه ای برای سرعت حد کوانتومی بصورت زیر می رسم:

$$\tau_{QSL} = \frac{\sin^2[L(\rho_0, \rho_t)]}{\Lambda_t^{op}}, \quad (13)$$

که در آن

$$\Lambda_t^{op} = \frac{1}{t} \int_0^t d\tau \|L_t(\rho_\tau)\|_{op}. \quad (14)$$

و $\|*\|_{op}$ نرم عملگری ماتریس می باشد.

با در نظر گرفتن حالت اولیه سیستم بصورت زیر

$$|\psi\rangle = \alpha|1\rangle + \sqrt{1-|\alpha|^2}|0\rangle. \quad (15)$$

و بعد از کمی محاسبات و با در نظر گرفتن رابطه (۱۰)، رابطه ای که برای سرعت حد کوانتومی ML بدست می آید به فرم زیر می باشد:

$$\tau_{QSL} = \frac{t|\alpha|(1-G(t))[1-(1-2\alpha^2)G(t)]}{\int_0^t \sqrt{1-(1-4G(t)^2)\alpha^2} \dot{G}(t) dt}. \quad (16)$$

در شکل های (۱) و (۲) سرعت حد کوانتومی اتم J-ای که در بخش قبلی بحث کردیم را به ازای دو حالت اولیه متفاوت $|\psi_0\rangle = |1\rangle$ و $|\psi_1\rangle = (|1\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$ بر حسب γ_0/ω_0 رسم کرده ایم. همانطوریکه مشاهده می شود بعنوان یک نتیجه جالب توجه در هر دو مورد با افزایش اتم های کمکی موجود در سیستم سرعت تحول دینامیکی سیستم نیز بیشتر می شود. همچنین با

نتیجه گیری

بطور خلاصه در این مقاله سرعت حد کوانتومی یک سیستم تک کیوبیتی که در مجاورت $N-1$ کیوبیت غیربرهم کنشی و در داخل یک محیط مشترک قرار داده شده اند را بصورت تحلیلی و به ازای یک حالت اولیه خالص کلی محاسبه کردیم. نشان داده شده است که با افزایش کیوبیت های اضافی داخل محیط، سرعت تحول دینامیکی سیستم افزایش می یابد.

مرجع ها

- [1] S. Deffner and E. Lutz, Phys. Rev. Lett. 105, 170402 (2010).
- [2] V. Giovannetti, S. Lloyd, and L. Maccone, Nat. Photonics 5, 222 (2011).
- [3] T. Caneva, M. Murphy, T. Calarco, R. Fazio, S. Montangero, V. Giovannetti, and G. E. Santoro, Phys. Rev. Lett. 103, 240501 (2009).
- [4] J. D. Bekenstein, Phys. Rev. Lett. 46, 623 (1981).
- [5] S. Lloyd, Phys. Rev. Lett. 88, 237901 (2002).
- [6] L. B. Levitin, Int. J. Theor. Phys. 21, 299 (1982).
- [7] M.-H. Yung, Phys. Rev. A 74, 030303 (2006).
- [8] L. Mandelstam and I. Tamm, J. Phys. (USSR) 9, 249 (1945).
- [9] N. Margolus and L. B. Levitin, Physica D 120, 188 (1998).
- [10] M. M. Taddei, B. M. Escher, L. Davidovich, and R. L. de Matos Filho, Phys. Rev. Lett. 110, 050402 (2013).
- [11] del Campo A, Egusquiza I L, Plenio M B and Huelga S F, Phys. Rev. Lett. 110 050403 (2013).
- [12] S. Deffner and E. Lutz, Phys. Rev. Lett. 111, 010402 (2013).