

به نام خدا

همایش ملی گرانش و کیهان‌شناسی

۳ و ۴ بهمن ماه ۱۳۹۷

پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

انجمن فیزیک ایران

مجله فیزیک ایران



چهارشنبه ۱۳۹۷/۱۱/۳

پذیرش و ثبت نام		۷:۳۰ تا ۸:۵۰
افتتاحیه		۸:۵۰ تا ۹:۰۰
Shinji Mukohyama	Minimalism in modified gravity	۹:۰۰ تا ۹:۴۵
کمال حاجیان	بارهای پایسته‌ی هموردا در تئوری‌های هموردای عام گرانشی	۹:۴۵ تا ۱۰:۳۰
بازدید از پوسترهای علمی همایش و پذیرایی		۱۰:۳۰ تا ۱۱:۰۰
حسین خدابخشی فاطمه شجاعی باغینی احمد شیرزاد	شرایط مرزی سازگار در گرانش $f(R)$	۱۱:۰۰ تا ۱۱:۲۰
فائزه مسقطیان زهرا حقانی	امواج گرانشی در نظریه تعمیم یافته پروکا	۱۱:۲۰ تا ۱۱:۴۰
مژگان میر	ترمودینامیک و هولوگرافی سیاهچاله‌ها در گرانش تعمیم یافته شبه توپولوژیکی	۱۱:۴۰ تا ۱۲:۰۰
نماز و ناهار		۱۲:۰۰ تا ۱۳:۳۰
سخنرانی‌های کوتاه		۱۳:۳۰ تا ۱۴:۰۰
محمدحسین نامجو	عارضه‌های نوسانی ناشی از کیهان اولیه: اهمیت، وضعیت فعلی و چشم‌انداز آینده	۱۴:۰۰ تا ۱۴:۴۵
علی اکبر ابوالحسنی	جهان اولیه به عنوان یک شتابدهنده کیهانی	۱۴:۴۵ تا ۱۵:۳۰
بازدید از پوسترهای علمی همایش و پذیرایی		۱۵:۳۰ تا ۱۶:۰۰
وحید کمالی	نظریه بازگرمایش پس از ایده‌ی باتلاق ریسمانی	۱۶:۰۰ تا ۱۶:۲۰
سیدعلی حسینی منصور مسعود رضایی	نقص پارایته در مدل تورم‌برداری همسانگرد	۱۶:۲۰ تا ۱۶:۴۰
جواد تقی زاده فیروزجایی	حدس سانسور کیهانی در سیاهچاله LTB	۱۶:۴۰ تا ۱۷:۰۰
عسی اقدامی عربانی حسین پناهی سیدمحمدصادق موحد رضا منادی	تاثیر پارامترهای ساختاری بر پیچیدگی شکل تب تب‌اخترها	۱۷:۰۰ تا ۱۷:۲۰

پنجشنبه ۱۳۹۷/۱۱/۴

حسین حقی	چالش‌های نظریه‌ی ماده‌ی تاریک در مقیاس‌های کوچک	۸:۳۰ تا ۹:۱۵
معین مصلح	شکل‌گیری کهکشان‌ها به عنوان ابزاری برای مطالعه‌ی پارامترهای کیهانی	۹:۱۵ تا ۱۰:۰۰
سخنرانی‌های کوتاه		۱۰:۳۰ تا ۱۰:۰۰
بازدید از پوسترهای علمی همایش و پذیرایی		۱۰:۳۰ تا ۱۱:۰۰
دیوی زُدریگو والریو مارا آنتنینو دل پوپولو زهرا داوری دولت‌آبادی	بررسی عدم وجود مقیاس شتاب بنیادی در کهکشان‌ها	۱۱:۲۰ تا ۱۱:۰۰
سعید انصاری فرد النا رایسا سیدمحمدصادق موحد استفانو بورگانی	تخمین عامل سویدگی جرم هیدرواستاتیکی در خوشه‌های کهکشانی	۱۱:۲۰ تا ۱۱:۴۰
عبدالعلی بنی‌هاشمی نیما خسروی امیرحسین شیرازی	نظریه گینزبورگ-لاندائو برای انرژی تاریک	۱۱:۴۰ تا ۱۲:۰۰
نماز و ناهار		۱۲:۰۰ تا ۱۳:۳۰
شانت باغرام	از روشنایی به تاریکی با مطالعه ساختارهای بزرگ مقیاس کیهانی	۱۳:۳۰ تا ۱۴:۱۵
فاطمه الهی	شکار ماده‌ی تاریک از طریق مشاهدات نجومی	۱۴:۱۵ تا ۱۵:۰۰
بازدید از پوسترهای علمی همایش و پذیرایی		۱۵:۰۰ تا ۱۶:۰۰
عبدالحسین خدام محمدی بهمن کریمی	کیهان چرخه‌ای همراه با مدل دینامیکی انرژی تاریک وابسته به آهنگ هابل	۱۶:۲۰ تا ۱۶:۰۰
علیرضا وفایی صدر یابیل فنتای بروس بست	حذف اثرات رادیویی مداخله‌ای با یادگیری عمیق	۱۶:۲۰ تا ۱۶:۴۰
اختتامیه		۱۶:۴۰ تا ۱۸:۰۰

پوستره‌های علمی همایش

(به ترتیب نام خانوادگی اولین مولف)

ارائه‌دهندگان پوستره‌های علمی همایش، روز چهارشنبه ۱۳۹۷/۱۱/۳ از ساعت ۱۰:۳۰ تا ۱۱:۰۰ و ساعت ۱۵:۳۰ تا ۱۶:۰۰ و روز پنجشنبه ۱۳۹۷/۱۱/۴ از ساعت ۱۰:۳۰ تا ۱۱:۰۰ و ساعت ۱۵:۰۰ تا ۱۶:۰۰ آماده توضیح به علاقه‌مندان هستند.

شماره نهایی	اسامی مؤلفین	عنوان مقاله
P1	گلشن اجلائی، علیرضا وفائی صدر	شبکه‌ی داده‌کاو عمیق؛ نوفه‌زدایی عمیق به منظور آشکارسازی بهینه
P2	محمودرضا امینی، سید محمدصادق موحد، علی اکبر ابوالحسنی	چولگی نرم‌شده میدان تصادفی کیهانی در رهیافت نظریه میدان موثر
P3	حامد بوذری نژاد، فاطمه شجاعی باغینی	اثرات فرایلانگی در تورم غلتش کند
P4	محسن بیگدلی، مرضیه سادات رضوی	معادله حالت ماده ستاره نوترونی در حضور ماده تاریک فرمیونی
P5	فواد پارسایی، سارا راستگو	بررسی جواب‌های کرمچاله‌ای با معادله حالت متغیر به‌طور مجانبی تخت
P6	فواد پارسایی، سارا راستگو	جواب‌های کرمچاله‌ای در حال تحول زمانی در نظریه جهان لایه‌ای
P7	سعید پوراجاقتی، محمد ملک جانی	تقریب پده، جایگزینی برای تقریب CPL
P8	مطهره ترکی، هاله حاجی‌زاده، علیرضا وفایی صدر، مرضیه فرهنگ	شبکه‌های عصبی در جست‌وجوی ریسمان‌های کیهانی
P9	حمیده تقی‌پور، اسماعیل ابراهیمی	پارامترهای حالت‌یاب برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک Tsallis
P10	زینب تیموری، کیومرث کرمی	تورم بینابینی در حضور میدان اسکالر گالیه‌ای
P11	فائزه جلیلونند، محمد ملک جانی	قیدهای رصدی رشد اختلالات بر مدل انرژی تاریک هولوگرافیک
P12	سمیرا چراغچی، فاطمه شجاعی باغینی	اختلالات اسکالری و تانسوری در گرانش $f(R, \phi)$
P13	سمیه حاج خلیلی گوکی، احمد شیخی	سیاهچاله‌های دایونیک دیلاتون توپولوژیکی در فضای آنتی دوسیت
P14	احمد حسین‌پور، مسلم زارعی	تولید قطبش دایروی تابش زمینه کیهانی در اثر پراکندگی رودرو باذرات اسپین-۱
P15	محسن دهقانی کاظمی، محمد بیگ‌محمدی	ترمودینامیک سیاهچاله‌های انیشتین-بورن-اینفلد دیلاتونی سه بعدی در گرانش رنگین‌کمانی
P16	عباس‌رستمی، جواد تقی‌زاده فیروزجایی، مهدی گلشنی	واهمدوسی کوانتومی ناشی از درهم‌تنیدگی در فضا-زمان دوسیت
P17	رضا رشیدی، نحلا نوید، فاطمه احمدی	درباره هم‌ارزی چارچوب‌های اینشتین و جردن
P18	زینب رضایی	اثرات مشاهداتی قطبش‌پذیری اسپینی ماده تاریک
P19	زینب رضایی	جذب مجدد ماده تاریک توسط ستارگان تاریک اولیه
P20	سید داود ساداتیان سعدآباد، تکتم غلامی	بررسی اثرات ویسکوزیته (گرانروی) محتوی بر مدل کیهان‌شناسی اصلاح‌شده

P21	معصومه سعیدی، اسماعیل ابراهیمی	تحلیل پایداری و وضعیت یاب برای انرژی تاریک هولوگرافیک با برهم‌کنش تغییر علامت دهنده
P22	امین صالحی، محمد یاراحمدی، شهریار فتحی	محاسبه انتقال به سرخ گذار در مدل گاز چپلین تعمیم یافته با استفاده از آزمون‌های رصدی
P23	مهسا عزیزی	دمای متناهی مدل توماس-فرمی در حضور مقیاس کمینه طول
P24	محمد محمدی	سیستم کلاین گوردون گسترش یافته با یک جواب سالیتمونی بدون جرم
P25	رمضانعلی محمدیان ایوری، کاظم یوسفی، رضا پژوهش	نوسانگر هماهنگ ساده در یک اصل عدم قطعیت تعمیم‌یافته جدید
P26	رمضانعلی محمدیان ایوری، کاظم یوسفی، رضا پژوهش	آسامیل کانونی بزرگ در یک اصل عدم قطعیت تعمیم‌یافته جدید
P27	سیدعلیرضا مرتضوی، عاطفه جوادی، یوسفعلی عابدینی	رابطه‌ی آهنگ کاهش جرم و درخشندگی ستاره‌های تحول یافته در دیسک کهکشان M33
P28	فاطمه منعمی، فرهاد زمانی	تولید اسکالرهای شوینگر در فضا زمان پاد-دوسیت (۱+۳) بعدی
P29	معصومه موذن سرخی، زهرا قلعه نوی	جایگزیده کردن میدان اسپینوری الکو با جفتیدگی غیرکمین در مدل جهان‌شامه‌ای دو سیت‌ر تاکیونی
P30	مجید کریم‌آبادی، سیدعلی اصغر علوی، داود مهدویان یکتا	اندازه‌گیری‌های گرانشی در ابعاد بالاتر
P31	هما یزدی کریمی، احمد شیخی، زینب دیانی	رهبافت جدید به رفتار بحرانی سیاهچاله‌های گوس بونه
P32	مهدی یوسف زاده، علیرضا وفاپی صدر، بهناز خاقانی، سید محمد صادق موحد	نماهای هندسی کانتورهای همچگالی دوبعدی در شبیه‌سازی میلیوم

سخنرانی‌های عمومی

Minimalism in modified gravity

Mukohyama, Shinji

Abstract

It is generally believed that modification of general relativity inevitably introduce extra physical degree(s) of freedom. In this talk I argue that this is not the case by constructing modified gravity theories with two local physical degrees of freedom. After classifying such theories into two types, I show explicit examples and discuss their cosmology and phenomenology.

بارهای پایسته‌ی هموردا در تئوریه‌های هموردای عام گرانشی

حاجیان، کمال

پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

چکیده

در این سخنرانی، پس از مروری سریع بر عناوین و اصول روشهای مختلف برای محاسبه‌ی بارهای پایسته در تئوریه‌های گرانشی، به تفصیل به بیان روشی از محاسبه می‌پردازم که تحت عنوان «روش فضای فاز هموردا» شناخته شده است. در این روش از محاسبه، بارهای پایسته مستقیماً از طریق لاگرانژی سیستم خوانده می‌شوند و نیازی به تفکیک زمان از مکان ندارند. در ادامه‌ی سخنرانی به کاربردهای این روش در محاسبه‌ی جرم، اندازه حرکت زاویه‌ای، آنتروپی و دیگر بارهای پایسته‌ی سیاهچاله‌ها می‌پردازم و در انتها با بحثی پیرامون «بارهای نرم» و نحوه‌ی محاسبه‌ی آنها، سخنرانی را به پایان می‌برم.

Covariant conserved charges in generally covariant gravitational theories

Hajian, Kamal

Institute For Research In Fundamental sciences

Abstract

In this talk, after a fast review on the titles and basics of different conserved charge calculation methods in gravity, I will explain in details a method which is called "covariant phase space method". In this method, conserved charges are calculated directly from the Lagrangian, and one does not need to the space+time decomposition. I will continue with some applications of the method in calculation of the mass, angular momentum, entropy and other black hole conserved charges. At the end, I will finish the talk by a discussion about "soft charges" and the way they can be calculated.

Current status and future prospects of primordial features

Mohammad Hossein Namjoo

Institute For Research In Fundamental sciences

Abstract

Features on correlation functions of primordial cosmological fluctuations carry a wealth of information about physics governing early stages of the universe and may shed light on fundamental questions that have not been addressed yet. In this talk, I will introduce the primordial features, discuss their significance and go into the current observational status and future opportunities to detect them

جهان اولیه به عنوان یک شتابدهنده کیهانی

ابوالحسنی، علی اکبر

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

امروزه ایده تورم به عنوان نظریه پیشرو برای توصیف تحول جهان اولیه شناخته می‌شود. در این دوره افت و خیزهای کوانتومی در اثر انبساط شتابدار عالم تا مقیاس های کیهانی کشیده می‌شوند که می‌تواند توضیحی برای ناهمگنی های جهان متاخر باشد. با توجه به قیده‌های رصدی موجود بر روی دامنه امواج گرانشی اولیه می‌دانیم که مقیاس انرژی در دوره تورم، چندین مرتبه بزرگی پایین تر از مقیاس پلانک می‌باشد. در این سخنرانی به این سوال پاسخ می‌دهیم که آیا در دوره تورم می‌توان از طریق برهم‌کنش میدان تورمی با درجات آزادی اضافه نظریه میدان کوانتومی، ذرات را تا انرژی هایی بالاتر از مقیاس هایبل شتاب داد. همچنین به بررسی ردپای این درجات آزادی بر توابع همبستگی اختلالات اولیه می‌پردازیم. به طور خاص احتمال تولید ذرات فوق نسبیتی و تبعات آن را بررسی خواهیم کرد.

چالش‌های نظریه‌ی ماده‌ی تاریک در مقیاس‌های کوچک

حقی، حسین

دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

چکیده

مدل استاندارد کیهان‌شناسی که در حال حاضر مورد اقبال عموم منجمین قرار گرفته است بر دو فرض اساسی استوار است: اول اینکه نظریه‌ی نسبیت عام در همه‌ی مقیاس‌ها معتبر است و دوم اینکه کیهان مملو از ماده و انرژی تاریکی است که بعد از چندین دهه تلاش تا کنون مشاهده نشده است. بر مبنای این مدل، کهکشان‌های امروزی در نتیجه‌ی ادغام پی در پی هاله‌های ماده‌ی تاریک ساخته می‌شوند. مقادیر پیش‌بینی شده‌ی بسیاری از پارامترهایی که در این مدل تعریف می‌شوند سازگاری بسیار خوبی با مشاهدات در مقیاس‌های کیهانی دارند. علی‌رغم این موفقیت‌ها در مقیاس‌های بزرگ، مدل استاندارد کیهان‌شناسی با چالش‌های متعددی در مقیاس‌های کوچک‌تر کهکشانی و زیر کهکشانی مواجه است. در این سخنرانی ابتدا چگونگی شکل‌گیری مفهوم و مدل ماده‌ی تاریک در فیزیک و فراگیر شدن آن در نزد منجمین را مرور می‌کنیم. سپس به چالش‌های متعدد این مدل در اختریف فیزیک کهکشان‌ها اشاره خواهیم کرد. هر چند برخی از این چالش‌ها را به ظاهر میتوان با تغییر خواص ذرات ماده تاریک و یا تنظیمات ظریف در وارد کردن پیچیدگی‌های فیزیکی تا حدی مرتفع کرد، اما به نظر می‌رسد مدل کیهان‌شناسی استاندارد ماده تاریک عملاً در مقیاس‌های کهکشانی فاقد اعتبار لازم است. در این سخنرانی ابتدا به مرور مساله‌ی ماده تاریک و مدل استاندارد کیهان‌شناسی می‌پردازیم. سپس به تعدادی از چالش‌های این نظریه در مقیاس‌های کهکشانی که بر مبنای مشاهدات مستقل نجومی آشکار شده‌اند اشاره می‌کنیم. در انتها نشان می‌دهیم که این مدل در مقیاس‌های کهکشانی فاقد اعتبار لازم است.

Challenges for the LCDM Model in Small Scales

Haghi, Hossin

Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS)

Abstract

The currently widely accepted LCDM cosmological model is based on two substantial assumptions: (i) The Einstein General relativity is valid in all scales (ii) the Universe is made of a mysterious, invisible substances called dark matter and dark energy which after several decades of efforts has not yet been detected. According to the LCDM model, the present-day galaxies and cluster of galaxies were formed mostly through mergers of smaller subhalos. Many parameters of this model have been measured extremely precisely in agreement with theoretical predictions in large scales. Although the LCDM model has been a demonstrably successful framework for predicting and explaining the large-scale structure of Universe and its evolution with time, on smaller galactic scales, the theory faces a number of challenges. Although some of these challenges seem to be resolved by altering the properties of dark matter particles or fine tuning into the introduction of physical complexity, the standard cosmological model of dark matter seems to be practically uncalled on galactic scales. In this talk, we first review the basics of the dark matter problem as well as LCDM model of cosmology. We then point out a few outstanding challenges for this model that are purely based on multiple independent observations. I will show that LCDM does not account for the local Universe observations.

شکل‌گیری کهکشان‌ها به عنوان ابزاری برای مطالعه‌ی پارامترهای کیهانی

مصلح، معین

دانشگاه شیراز

چکیده

کهکشان‌ها به عنوان سلول‌های تشکیل دهنده‌ی عالم، دارای ویژگی‌های فیزیکی فراوانی هستند که عمدتاً به توزیع کلی ماده در عالم ارتباط دارند. بنابراین نحوه‌ی شکل‌گیری و تحول کهکشان‌ها در مقیاس زمان کیهانی ابزار بسیار مهمی برای درک توزیع ماده و تحول کیهان است. در این سخنرانی به ارتباط بین تشکیل کهکشان‌ها و پارامترهای کیهان‌شناسی اشاره خواهد شد. همچنین توضیح مختصری از نحوه‌ی کاربرد ابزارهای توسعه‌ی یافته از مطالعات کهکشانی در کیهان‌شناسی رصدی، ارایه خواهد شد.

Assembly history of galaxies as a tool for measuring cosmological parameters

Moein Mosleh

Shiraz University

Abstract

Galaxies are building blocks of the universe with a wide range of physical properties that can possibly be linked to their dark matter halo or the large-scale structures. Hence, the assembly history of galaxies is a powerful tool for our understanding of the universe. In addition, galaxies are the best probe for learning how the matter is distributed in the universe or measuring the expansion of the universe. In this talk, I will present how the mass assembly of galaxies is critical for learning about the universe and how cosmologist can benefit from these studies.

از روشنایی به تاریکی با مطالعه ساختارهای بزرگ مقیاس کیهانی

باغرام، شانت

دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

در چارچوب مدل استاندارد کیهان‌شناسی برای بررسی عمیق‌تر مسئله انبساط تاندشونده، ماده تاریک و شرایط اولیه کیهان، مطالعه تشکیل، تحول و خوشگلی ساختارها از اهمیت بسزایی برخوردار است. در این سخنرانی به صورت انحصار به بررسی تشکیل ساختارهای بزرگ مقیاس کیهانی در گستره غیر خطی و ساختارهایی چون هاله‌ها، تهی‌جاها و رشته‌های کیهانی (فیلامان‌ها) خواهیم پرداخت. در این راستا آمار ساختارها بر اساس ویژگی‌های اندازه‌پذیر آن‌ها به دست خواهد آمد. در ادامه به مفهوم سویل-گی ماده باریونی و ماده تاریک اشاره خواهد شد. در انتها درباره آزمون‌های رصدی و پیش‌بینی‌های تشکیل ساختار غیر خطی، در ارتباط با اندازه‌گیری تابش ۲۱ سانتی‌متر و مساحی‌های اپتیکی در کیهان اخیر بحث خواهد شد.

شکار ماده ی تاریک از طریق مشاهدات نجومی

الهی، فاطمه

پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

چکیده

ماده ی تاریک یکی از مهم ترین مواد تشکیل دهنده ی هستی است. وجود ماده ی تاریک از طریق مشاهدات نجومی و کیهانی زیادی به اثبات رسیده، ولی ماهیت این ماده همچنان نامعلوم باقی مانده است. با این که پیشرفت های قابل توجه ای در آزمایش های زمینی صورت گرفته، هنوز نشانه ای از برهم کنش های ماده تاریک با مدل استاندارد یافت نشده است. در سال های اخیر، آزمایش های جدیدی که در آن ها از مشاهدات نجومی و کیهانی استفاده می شود، پیشنهاد شده است. در این سخنرانی در باره ی این آزمایش ها و همچنین قدرت آن ها در مقایسه با آزمایش های زمینی بحث خواهد شد.

Astrophysical probes to hunt dark matter

Elahi, Fatemeh

Institute For Research In Fundamental sciences

Abstract:

Dark matter is one of the key ingredients of the Standard Model of Cosmology. The existence of dark matter has been established from numerous astrophysical and cosmological observations, but the nature of its interaction still remains enigmatic. Even with the recent advancement of terrestrial experiments, no unambiguous signature of dark matter has been detected. Lately, the number of experiments to detect dark matter have been growing and some of them use astrophysical and cosmological observations. In this talk, I will review a few of the proposed experiments and discuss their comparative power in constraining dark matter.

مقاله‌های شفاهی

شرایط مرزی سازگار در گرانش- $f(R)$

خدابخشی^۱، حسین^۱؛ شجاعی باغینی، فاطمه^۲؛ شیرزاد، احمد^۳

^{۱,۲}دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

^۳گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

چکیده

در این مقاله قصد داریم مسئله شرایط مرزی در گرانش- $f(R)$ را بررسی و به روشی هموردا و بدون تجزیه فضازمان، به محاسبه جمله $Gibbons-Hawking-York (GHY)$ در این نظریه و نسبت‌عام بپردازیم. لاگرانژی گرانش- $f(R)$ غیر تبهگن است. برای نشان دادن این موضوع رابطه هولوغرافیک را برای گرانش- $f(R)$ با استفاده از نظریه اسکالرتانسوری در D بعد بدست می‌آوریم. سپس به روش استراگراسکی با اضافه کردن میدان اسکالری، لاگرانژی $f(R)$ را تبهگن کرده و سازگاری شرایط مرزی دریشله برای آن را به هر دو روش هموردا و تجزیه ADM نشان داده‌ایم. همچنین نتایج متناظر برای نسبت‌عام بدست آمده است.

On the consistent boundary conditions in $f(R)$ -gravity

Khodabakhshi, Hossein^۱; Shojai Baghini, Fatimah^۲; Shirzad, Ahmad^۳

^{۱,۲} Department of Physics, University of Tehran, Tehran

^۳ Department of Physics, Isfahan University of Technology, Isfahan

Abstract

Here we study the boundary condition problem in $f(R)$ -gravity via a covariant approach. We compute the Gibbons-Hawking-York (GHY) term in $f(R)$ -gravity. The Lagrangian of $f(R)$ -gravity is non-degenerate. In order to show this, we use the scalar-tensor formulation of $f(R)$ -gravity to obtain the holographic relation in D dimension. Then using the Ostrogradski's method, we make the $f(R)$ -gravity degenerate. We study both Dirichlet and Neumann boundary conditions covariantly, and the result is compared with the ADM approach. At the end, the corresponding results for general relativity are also achieved.

مقدمه

مانند نسبت‌عام به صورت مجموع لاگرانژی درجه دوم که تنها شامل مشتق مرتبه اول از متریک است، و یک جمله مشتق کامل بنویسیم به آن لاگرانژی تبهگن می‌گویند. لاگرانژی‌هایی که همانند گرانش- $f(R)$ این خاصیت را ندارند غیر تبهگن هستند. در برخورد با لاگرانژی‌های تبهگن دو راهکار وجود دارد: ۱. روش تجزیه ADM و استفاده از معادله گوس-گودازی ۲. روش هموردا و استفاده از رابطه هولوغرافیک. ما ابتدا با استفاده از فرمول‌بندی اسکالرتانسوری رابطه هولوغرافیک را برای گرانش- $f(R)$ بدست می‌آوریم و ملاحظه می‌کنیم که علاوه بر اینکه لاگرانژی غیر

در پی کوانتومی کردن نسبت‌عام به روش انتگرال مسیر، گیونز و هاوکینگ نشان دادند یک جمله انتگرال سطحی باید به‌کنش اینشتین-هیلبرت (EH) اضافه کنیم تا اصل کمترین کنش تحت شرایط مرزی دریشله $\delta g_{ab}|_{Boundary} = 0$ خوش تعریف باشد. به این جمله انتگرال سطحی که به کنش هیلبرت-اینشتین یا دیگر کنش‌های مدل‌های تعمیم یافته اضافه می‌کنیم جمله GHY می‌گویند [۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷]. در نظریات گرانشی، لاگرانژی‌ها دارای مشتقات مرتبه بالا از متریک هستند. اگر بتوانیم این لاگرانژی‌ها را

می‌گوییم [۹،۱۰]. برای بدست آوردن رابطه هولوگرافیک در گرانش- $f(R)$ ابتدا کنش آن را در فرمول‌بندی اسکالر-تانسوری به صورت زیر می‌نویسیم

$$S = \int d^D x \sqrt{-g} (\phi R - V(\phi)) \quad (3)$$

که در واقع کنش نظریه برنس-دیکی در چارچوب جوردن با پارامتر $\omega = 0$ است [۱۱،۱۲،۱۳،۱۴]. حال می‌توانیم با استفاده از تبدیل همدیس کنش رابطه (۳) را در چارچوب اینشتین نوشته که کمترین میزان جفت شدگی را با میدان اسکالر دارد. سپس در چارچوب اینشتین می‌توانیم برای کنش گرانش- $f(R)$ را همانند نسبت‌عام به صورت مجموع یک جمله درجه دوم و یک جمله مشتق کامل بنویسیم. برای اینکار با جایگذاری $\phi = f'(R)$ و کمی محاسبات جبری خواهیم داشت

$$\sqrt{-g}\mathcal{L} = \sqrt{-g}\mathcal{L}_{\text{bulk}} - \frac{2}{D-2}\partial_c \left(g_{ab} \frac{\partial(\sqrt{-g}\mathcal{L}_{\text{bulk}})}{\partial(\partial_c g_{ab})} - (D-1)\sqrt{-g}\partial^c f'(R) \right) \quad (8)$$

که در آن

$$\mathcal{L}_{\text{bulk}} = f'(R)g^{ab} \left(\Gamma_{ja}^i \Gamma_{ib}^j - \Gamma_{ab}^i \Gamma_{ij}^a \right) + f'(R) \left(\Gamma_{ij}^j \partial^i \ln f'(R) - g^{ab} \Gamma_{ab}^i \partial_i \ln f'(R) \right) - (Rf'(R) - f(R)) \quad (9)$$

همانطور که در رابطه (۸) ملاحظه می‌کنیم جمله مشتق کامل تنها از جمله میانه بدست نمی‌آید. در نتیجه بر خلاف نسبت‌عام و بطور کلی تر برخلاف لاگرانژی‌های لاوлак، رابطه هولوگرافیک برای آن برقرار نیست. همچنین ملاحظه می‌کنیم بنابر رابطه (۹) لاگرانژی میانه شامل مشتق‌های مرتبه دوم و بالاتر از متریک است و بنابراین لاگرانژی گرانش- $f(R)$ غیر تبهگن است.

۲. گرانش- $f(R)$

با وردش گیری مستقیم از لاگرانژی گرانش- $f(R)$ بدون اعمال هیچ شرط مرزی خواهیم داشت

$$\delta \int_{\mathcal{M}} d^D x \sqrt{-g} f(R) = \int_{\mathcal{M}} d^D x \sqrt{-g} L^{ab} \delta g_{ab} + \int_{\partial\mathcal{M}} d^{D-1} y \sqrt{h} \left\{ -\frac{f' \Pi_{ij}}{\sqrt{h}} + \epsilon \nabla_a f' (h_j^a n_i - n^a h_{ij}) \right\} \delta h^{ij} + \int_{\partial\mathcal{M}} d^{D-1} y \epsilon f' \delta(2K\sqrt{h}) \quad (10)$$

که در آن

$$L_{ab} \equiv -\frac{1}{2} f g_{ab} + f' R_{ab} - \nabla_a \nabla_b f' + g_{ab} \square f' = 0 \quad (11)$$

تبهگن است رابطه‌ای شبه هولوگرافیک برای آن برقرار است. در گرانش‌های تعمیم یافته همانند گرانش- $f(R)$ نیاز داریم تا با استفاده از روش استراگراسکی آن را تبهگن کنیم [۸]. در این نظریه در نبود میدان اضافه با وردش‌گیری از کنش برای رسیدن به معادله حرکت نیاز داریم تا وردش انحنای عرضی و متریک القایی را بر روی مرز صفر قرار دهیم. اما به نظر می‌رسد این شرایط مرزی ناسازگار باشد زیرا انحنای عرضی مشتق لی متریک القایی است. همچنین با اضافه کردن جمله GHY معرفی شده در [۲،۳] نیاز داریم تا δR را علاوه بر وردش متریک القایی بر روی مرز صفر کنیم. اما با محاسبه δR می‌بینیم که از آنجا که R یک میدان مستقل نیست، وردش آن شامل متغیرهایی از قبیل مشتق متریک نیز می‌شود.

در این مقاله در بخش ۱ رابطه شبه هولوگرافیک را برای گرانش- $f(R)$ بدست می‌آوریم و می‌بینیم که لاگرانژی آن غیر تبهگن است. سپس در بخش ۲ با اضافه کردن میدان اسکالر ϕ و رفتن به سازو کار برنس-دیکی آن را تبهگن کرده و سپس به بررسی سازگاری شرایط مرزی در آن به روش هموردا می‌پردازیم. در بخش ۳ با قرار دادن $\phi = 1$ و $V(\phi) = 0$ نتایج بدست آمده را برای نسبت‌عام مطالعه و همچنین سازگاری تمامی نتایج بدست آمده را به روش تجزیه ADM نشان می‌دهیم.

۱. رابطه هولوگرافیک در گرانش- $f(R)$

همانطور که می‌دانیم رابطه هولوگرافیک در نسبت‌عام به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\sqrt{-g}R = \sqrt{-g}\mathcal{L}_{\text{quad}}(\partial, \partial g) + \frac{1}{D/2-1} \partial_i \left(-g_{ab} \frac{\partial(\sqrt{-g}\mathcal{L}_{\text{quad}})}{\partial(\partial_i g_{ab})} \right) \quad (1)$$

که در آن

$$\mathcal{L}_{\text{quad}} = \frac{1}{4} \mathcal{M}^{abcdef} \partial_a g_{bc} \partial_d g_{ef}$$

$$\mathcal{M}^{abcdef} \equiv g^{ad} (g^{bc} g^{ef} - g^{be} g^{cf}) + 2g^{af} (g^{be} g^{cd} - g^{bc} g^{ed}) \quad (2)$$

مطابق رابطه فوق ملاحظه می‌کنیم لاگرانژی EH را می‌توان به صورت مجموع یک جمله درجه دوم که تنها شامل مشتق مرتبه اول از متریک است و یک جمله مشتق کامل نوشت. همچنین ملاحظه می‌کنیم که جمله مشتق کامل به صورت کامل از جمله میانه بدست می‌آید بنابراین به رابطه (۱) رابطه هولوگرافیک

می‌توانیم تکانه‌های مزدوج میدان‌های g_{ab} و ϕ را به صورت زیر از روی رابطه (۱۵) بدست آوریم

$$\bar{P}^{ab} \equiv \frac{\delta S}{\delta(\partial_0 g_{ab})} = \phi P^{ab} + \frac{(D-1)\sqrt{-g}}{D-2} (g^{i0} g^{ab} - 2g^{ib} g^{0a}) \partial_i \phi$$

و

$$\bar{P}_\phi \equiv \frac{\delta S}{\delta(\partial_0 \phi)} = \frac{1}{D/2-1} P \quad (18)$$

$$M^{iab} \equiv \frac{\partial(\sqrt{-g}\mathcal{L}_{quad})}{\partial(\partial_i g_{ab})} = \frac{\sqrt{-g}}{2} \mathcal{M}^{iabpqr} \partial_p g_{qr}$$

که در آن

حال می‌توانیم جملات مرزی در رابطه (۱۶) را بر حسب تکانه‌های موجود در رابطه (۱۸) بنویسیم

$$S = \int_{\mathcal{M}} d^D x \sqrt{-g} (\phi \mathcal{L}_{quad} - V(\phi)) + \frac{2}{D-2} \int_{\mathcal{M}} d^D x \partial_i \phi g_{ab} M^{iab} - \frac{2}{D-2} \int_t d^{D-1} y g_{ab} \bar{P}^{ab} + \frac{2(D-1)}{D-2} \int_t d^{D-1} y \sqrt{-g} \partial^0 \phi \quad (21)$$

بنابر رابطه فوق می‌توانیم با اضافه کردن قرینه جملات مرزی که همان جمله GHY است کنش فوق را تحت شرایط مرزی دریشه

$$\delta g_{ab}|_{Boundary} = \delta \phi|_{Boundary} = 0$$

سازگار کنیم برای اینکار داریم

$$S_D = S + S_D^{GHY} = S + \frac{2}{D-2} \int_t d^{D-1} y g_{ab} \bar{P}^{ab} - \frac{2(D-1)}{D-2} \int_t d^{D-1} y \sqrt{-g} \partial^0 \phi \quad (22)$$

که با وردش گیری از کنش فوق می‌توان تحت شرایط مرزی دریشه به معادله حرکت رسید. گفتنی است با توجه به اینکه $\phi = f'(R)$ آنگاه $\delta \phi|_{Boundary} = f''(R) \delta R|_{Boundary} = 0$ و می‌توانیم بطور قطع بگوییم که شرط مرزی $\delta R|_{Boundary} = 0$ در واقع بخشی از شرط مرزی دریشه است و در نتیجه با آن سازگار است. همچنین می‌توانیم جمله GHY سازگار با شرط مرزی دریشه را در فرمول بندی ADM به صورت زیر بنویسیم

$$S_D^{GHY} = -2 \int_t d^{D-1} y \sqrt{h} f'(R) K + \int_t d^{D-1} y \sqrt{h} f'(R) \frac{\partial_\alpha N^\alpha}{N} \quad (24)$$

که همان جمله GHY مورد نیاز تحت شرط مرزی دریشه مطابق آنچه در [۲,۳] آمده است. همانطور که ملاحظه می‌کنیم روش هموردا و همچنین تجزیه ADM هر دو نتایج یکسانی دارند. روش هموردا به ما این قابلیت را می‌دهد تا بنابر رابطه (۲۱) ضمن روشن کردن مسئله و شرایط مرزی بتوانیم امکان وجود دیگر شرایط مرزی از قبیل شرط مرزی نویمن و یا دو نوع شرط مرزی مخلوط دیگر را برای گرانش $f(R)$ در آینده بررسی نماییم.

معادله حرکت است. $\Pi_{ij} = \epsilon \sqrt{h} (K_{ij} - K h_{ij})$. تکانه مزدوج h^{ij} در نسبت‌عام و n_i بردار عمود بر مرز و $\epsilon = \pm 1$ بسته به اینکه ماهیت مرز فضاگونه یا زمانگونه باشد. برای رسیدن به معادله حرکت نیاز داریم تا علاوه بر شرایط مرزی دریشه، وردش انحنای عرضی نیز بر روی مرز صفر باشد. اما به نظر می‌رسد اینکار درست نباشد. برای تغییر شرایط مرزی جمله GHY زیر را به کنش گرانش $f(R)$ به صورت زیر اضافه می‌کنیم

$$S_t = S + S_{GHY} = \int_{\mathcal{M}} d^D x \sqrt{-g} f(R) - 2 \int_{\partial \mathcal{M}} d^{D-1} y \epsilon \sqrt{h} f' K \quad (12)$$

با وردش گیری از آن برای رسیدن به معادله حرکت نیاز داریم علاوه بر شرایط مرزی دریشه، شرط مرزی $\delta R|_{Boundary} = 0$ را اعمال کنیم. اما شرط مرزی $\delta R|_{Boundary} = 0$ به چه معناست؟ برای پاسخگویی به این سوال ابتدا وردش اسکالر انحنای را با استفاده از معادله گوس-گودازی بدست می‌آوریم و ملاحظه می‌کنیم δR شامل ترکیبی از مشتق هموردای فضایی وردش متریک الفایی و $\delta(\nabla_a \nabla_i n^a)$ ، δh^{ij} ، δK_{ij} ، δn^i ، $\nabla_i \delta K$ و موضوع چگونه می‌توان از سازگاری این شرایط مرزی با شرط مرزی دریشه مطمئن بود؟ برای پاسخگویی به این سوال باید ابتدا بتوانیم در گرانش $f(R)$ تکانه و شرایط مرزی نویمن را به درستی مشخص کنیم. برای اینکار مجبوریم به روش استراگراسکی با اضافه کردن میدان اسکالر ϕ در نظریه اسکالر تانسوری کنش گرانش $f(R)$ را به صورت کنش معادل در نظریه برنس-دیکی که مطابق با رابطه (۳) است، می‌نویسیم. حال لاگرانژی موجود در کنش (۳) تبهگن است. با جایگذاری رابطه (۱) در آن داریم

$$S = \int_{\mathcal{M}} d^D x \sqrt{-g} (\phi \mathcal{L}_{quad} - V(\phi)) + \frac{1}{D/2-1} \int_{\mathcal{M}} d^D x \partial_i \phi g_{ab} M^{iab} - \frac{1}{D/2-1} \int_t d^{D-1} y \phi g_{ab} P^{ab} \quad (16)$$

که در آن

$$M^{iab} \equiv \frac{\partial(\sqrt{-g}\mathcal{L}_{quad})}{\partial(\partial_i g_{ab})} = \frac{\sqrt{-g}}{2} \mathcal{M}^{iabpqr} \partial_p g_{qr} \quad (17)$$

که $P^{ab} \equiv \partial(\sqrt{-g}\mathcal{L}_{quad})/\partial(\partial_0 g_{ab})$ در رابطه فوق تکانه مزدوج g_{ab} در نسبت‌عام است. همچنین فرض کردیم که $\partial \mathcal{M}$ شامل دو سطح فضاگونه در $D-1$ بعد در زمان ثابت و یک سطح زمانگونه که انتگرال سطحی آن در بی‌نهایت فضایی صفر است، می‌باشد. حال

۳. نسبت عام

۱.۳ شرط مرزی دریشه

با در نظر گرفتن $\phi = 1$ و $V(\phi) = 0$ در رابطه (۱۵) اضافه کردن جمله GHY زیر به کنش داریم

$$S_D = \int_{\mathcal{M}} d^D y \sqrt{-g} \mathcal{L}_{quad} = \int_{\mathcal{M}} d^D x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{EH} + \frac{2}{D-2} \int_t d^{D-1} y g_{ab} P^{ab} \quad (26)$$

که با وردش گیری از آن با اعمال شرط مرزی دریشه $\delta g_{ab}|_{Boundary} = 0$ می‌توان به معادله حرکت رسید. همچنین نتیجه فوق را در فرمول‌بندی ADM به صورت زیر می‌نویسم

$$S_D = \int d^D x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{EH} - 2 \int_t d^{D-1} y \sqrt{h} K + \int_t d^{D-1} y \sqrt{h} \left[\frac{\partial_\alpha N^\alpha}{N} \right] \quad (29)$$

که در واقع همان جمله GHY شناخته شده است [۹، ۱۶]. این جمله به بعد فضازمان وابسته نیست و تنها به متریک القایی و مشتق لی آن بستگی دارد.

۲.۳ شرط مرزی نویمن

کنش سازگار با شرط مرزی نویمن را به صورت زیر تعریف کنیم

$$S_N = \int_{\mathcal{M}} d^D x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{EH} - \frac{D-4}{D-2} \int_t d^{D-1} y P^{ab} g_{ab} \quad (30)$$

که با وردش گیری از آن و اعمال شرط مرزی $\delta P^{ab}|_{Boundary} = 0$ می‌توانیم به معادله حرکت برسیم. برای نوشتن جمله GHY موجود در رابطه (۳۰) به شکل مشهور در تجزیه ADM با رفتن به دستگاه مختصاتی که در آن $N^\alpha = 0$ باشد، خواهیم داشت [۱۷]

$$S_N = \int d^D x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{EH} + (D-4) \int_t d^{D-1} y \sqrt{h} K \quad (33)$$

بر خلاف شرایط مرزی دریشه جمله GHY فوق به بعد فضا وابسته است. همچنین در $D = 4$ ضریب جمله GHY صفر می‌شود. این مشاهده نشان می‌دهد که کنش EH در بعد استاندارد سازگار با شرط مرزی نویمن است.

نتیجه گیری

در این مقاله نشان دادیم بر خلاف نسبت عام برای گرانش $f(R)$ رابطه هولوگرافیک بر قرار نیست. همچنین لاگرانژی گرانش $f(R)$

غیر تبهگن است. در پی آن به روش استراگراسکی گرانش $f(R)$ را تبهگن کردیم. اینکار به ما کمک می‌کند تا بتوانیم شرایط مرزی سازگار را بطور دقیق برای گرانش $f(R)$ بررسی نماییم. همچنین بدون تجزیه فضازمان و با استفاده از روش هموردا به بررسی جملات مرزی و خوش تعریف کردن اصل کمترین کنش تحت شرایط مرزی دریشه در گرانش $f(R)$ و همچنین شرایط مرزی دریشه و نویمن در نسبت عام پرداختیم و سازگاری این روش با روش تجزیه ADM را در هر مورد نشان دادیم. روش هموردا به ما کمک می‌کند تا بتوانیم امکان شرایط مرزی ممکن دیگر برای گرانش $f(R)$ را بررسی کنیم. همچنین ملاحظه کردیم جمله GHY سازگار با شرط مرزی نویمن در نسبت عام وابسته به بعد فضا است و در بعد استاندارد کنش EH نیاز به جمله GHY ندارد [۱۸].

سیاسگزاری

نویسندگان از صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور (INSF) برای حمایت مالی از طرح پژوهشی با شماره ۹۷۰۱۵۵۷۵ تشکر می‌کنند.

مرجع‌ها

- [۱] I. Papadimitriou, JHEP ۰۷۰۵:۰۷۵ (۲۰۰۷)
 [۲] E. Dyer and K. Hinterbichler, Phys. Rev. D ۷۹:۰۲۴۰۲۸ (۲۰۰۹)
 [۳] A. Guarnizo, C. Leonardo, and J. M. Tejeiro, Gen.Rel.Grav. ۴۲, ۲۷۱۳ (۲۰۱۰)
 [۴] R. C. Myers, Phys. Rev. D ۳۶ (۱۹۸۷)
 [۵] N. Deruelle, J. Madore arXiv:gr-qc/۰۳۰۵۰۰۴
 [۶] N. Deruelle, N. Merino, R. Olea, arXiv:۱۷۰۹.۰۶۴۷۸
 [۷] C. Krishnan, K.V.P. Kumar, A. Raju, JHEP, ۱۰, ۰۴۳ (۲۰۱۶)
 [۸] R. P. Woodard, Scholarpedia ۱۰, No.۸, ۳۲۲۴۳ (۲۰۱۵)
 [۹] T. Padmanabhan, *Gravitation: foundations and frontiers*, Cambridge University Press, (۲۰۱۰)
 [۱۰] A. Mukhopadhyay and T. Padmanabhan, Phys. Rev. D ۷۴, ۱۲۴۰۲۳ (۲۰۰۶)
 [۱۱] T. P. Sotiriou, Class. Quantum Grav. ۲۳, ۱۷ (۲۰۰۶)
 [۱۲] V. Faraoni, *Cosmology in scalar-tensor gravity*, Springer Science and Business Media, (۲۰۰۴)
 [۱۳] E. Poisson, *An advanced course in general relativity*, lecture notes at University of Guelph (۲۰۰۲)
 [۱۴] A. De Felice and S. Tsujikawa, Living Rev. Rel. ۱۳, ۳ (۲۰۱۰)
 [۱۵] T. P. Sotiriou, V Faraoni, Rev. Mod. Phys. ۸۲:۴۵۱-۴۹۷ (۲۰۱۰)
 [۱۶] K. Bhattacharya and B. R. Majhi, Phys. Rev. D ۹۵, ۰۶۴۰۲۶ (۲۰۱۷)
 [۱۷] C. Krishnan, and R. Avinash, Mod. Phys. Lett. A ۳۲, ۱۷۵۰۰۷۷ (۲۰۱۷)
 [۱۸] H. Khodabakhshi, F. Shojai Baghini and A. Shirzad, On the classification of consistent boundary condition for $f(R)$ -Gravity To appear in EPJC (۲۰۱۸)

امواج گرانشی در نظریه تعمیم‌یافته پروکا

مسقطیان، فائزه^۱؛ حقانی، زهرا^۱

^۱دانشکده فیزیک دانشگاه دامغان، بلوار چشمه علی، دامغان

چکیده

نظریه تعمیم یافته پروکا توصیف کننده یک ذره اسپین یک، با سه درجه آزادی است. این نظریه در فضا-زمان خمیده، شامل جفت شدگی غیر کمینه، بین میدان گرانشی و میدان پروکا است. ما در این مقاله به بررسی امواج گرانشی این نظریه در مختصات برینکمن می‌پردازیم. سپس براساس دسته‌بندی پترو نشان خواهیم داد که موج گرانشی بدست آمده دارای دو قطبش است. دامنه قطبش از دو بخش تشکیل شده است. یک بخش آن ناشی از تاثیر میدان پروکا روی میدان گرانشی است و بخش دیگر مستقل از میدان پروکا است و نشان دهنده موج گرانشی آزاد (در غیاب میدان پروکا) است.

Gravitational waves in the generalized Proca theory

Masghatian, Faezeh¹; Haghani, Zahra¹

¹ Department of Physics, Damghan University, Damghan

Abstract

The generalized Proca theory is a vector theory for a spin one particle with 3 degrees of freedom. This theory in curved space-time contains non-minimal coupling between the Proca and gravitational fields. We consider the gravitational wave in this theory in the Brinkmann coordinates. To investigate the properties of the gravitational wave, we use the Petrov classification. We will show that the gravitational wave has only two polarization. The amplitude of the polarization contains two parts. One of them is the back-reaction of the Proca field and the other does not depend on the Proca field and represents a free gravitational wave.

PACS No. 04, 04.30.-w, 41, 04.40.Nr

است. مولفه‌های اختلالی h_{xx} و h_{xy} نشان دهنده قطبش‌های + و \times است. می‌توان نشان داد که با استفاده از تغییر مختصات این حل اختلالی بصورت متریک موج pp در می‌آید [2] و [3]. عنصر خط موج PP که یک تعریف مستقل ریاضیاتی روی یک خمینه لورنتسی است، به صورت زیر معرفی می‌شود

$$ds^2 = -H(u, x, y) du^2 - 2dudv + dx^2 + dy^2, \quad (1)$$

که u و v دو مختصه‌ی نورگونه بوده و X و Y نیز مختصات فضایی‌اند. طبق تعریف، این فضا-زمان دارای یک مختصه‌ی نورگونه I_a می‌باشد که به طور هم‌مورد ثابت بوده ($I_{a;b} = \text{const.}$) و جهت انتشارموج را نشان می‌دهد؛ در این صورت موج دارای

مقدمه

یکی از نتایج برخاسته از معادلات نسبیت عام، امکان انتشار امواج گرانشی تخت در فضایی خالی از ماده است. این امواج که از یک منبع دور همچون دو سیاهچاله چرخان به ما می‌رسند، به صورت یک میدان اختلالی روی پس زمینه مینکوفسکی در نظر گرفته می‌شوند که با سرعت نور گسترش می‌یابند. البته باید در نظر گرفت هر منبعی، موج گرانشی تولید نمی‌کند و منبع گرانشی نباید تقارن کروی داشته باشد [1]. حل اختلالی معادله اینشتین در خلا بصورت

$$ds^2 = -dt^2 + (1 - h_{xx})dx^2 + (1 + h_{xx})dy^2 + 2h_{xy}dxdy + dz^2$$

$$L_1 = -F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}/4 + m^2 A_\mu A^\mu /2 + \beta A^\mu A^\nu F_{\mu\rho} F_{\nu\rho}, \quad (3)$$

و

$$L_2 = \gamma A^\nu{}_{;\nu} A_\mu A^\mu /2, \quad (4)$$

که در آن A_μ چهار بردار پتانسیل و $F_{\mu\nu}$ شدت میدان پتانسیل برداری با تعریف زیر است

$$F_{\mu\nu} = A_{\nu ;\mu} - A_{\mu ;\nu}. \quad (5)$$

در روابط نماد (;) نشان دهنده مشتق هموردا نسبت به متریک است. در روابط (3) و (4)، β و γ پارامترهای ثابت هستند و m جرم میدان برداری است. جملات L_1 و L_2 دو جمله نخست لاگرانژی تعمیم‌یافته پروکا است [4]. به علت حضور چهار بردار پتانسیل در لاگرانژی، این نظریه فاقد تقارن $U(1)$ است.

وردش کنش بدست آمده از لاگرانژی داده شده نسبت به میدان برداری و متریک به ترتیب منجر به معادلات حرکت زیر خواهد شد

$$F_{\mu\nu}{}^{;\mu} + m^2 A_\nu + 2\beta A^\rho F_{\rho\mu} F_\nu{}^\mu + \gamma (A_\nu A^\rho{}_{;\rho} - A_\rho A^\rho{}_{;\nu}) = 0, \quad (6)$$

$$G_{\mu\nu} - 8\pi (K_{\mu\nu} + M_{\mu\nu} + C_{\mu\nu} + D_{\mu\nu}) = 0, \quad (7)$$

به طوری که $G_{\mu\nu}$ تانسور اینشتین بوده و داریم

$$K_{\mu\nu} = F_{\mu\rho} F_\nu{}^\rho - g_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} /4, \quad (8)$$

$$M_{\mu\nu} = m^2 (A_\rho A^\rho g_{\mu\nu} /4 - A_\mu A_\nu /2), \quad (9)$$

$$C_{\mu\nu} = \beta (A_\rho A_\sigma F_\mu{}^\rho F_\nu{}^\sigma - 2A_\rho A_{(\mu} F^{\rho\sigma} F_{\nu)\sigma} + A_\rho A_\sigma F^{\rho\lambda} F^\sigma{}_\lambda g_{\mu\nu} /2), \quad (10)$$

$$D_{\mu\nu} = \gamma (A_\rho A_{(\mu} A^\rho{}_{;\nu)} - A_\mu A_\nu A^\rho{}_{;\rho} /2 - A_\rho A^\sigma A^\rho{}_{;\sigma} g_{\mu\nu} /2). \quad (11)$$

در بخش بعد به بررسی امواج گرانشی مدل معرفی شده خواهیم پرداخت.

پرتوهایی موازی و بدون پهن‌شدگی و چرخش خواهد بود [2]. ضریب H نیز تابعی خوش تعریف از x, u و y بوده و به کمک آن می‌توان کمیت اسکالری را تعیین کرد که تفسیری از یک موج گرانشی عرضی رونده را دارد. بنابراین انتخاب چنین دستگاهی به ما امکان می‌دهد تا با تعیین H مستقیماً تابع موج گرانشی را در فواصل دور از منبع پیدا کنیم [2] و [3].

در این مقاله قصد داریم برای یک میدان برداری جرم‌دار یعنی نظریه‌ی تعمیم یافته پروکا حل موج تخت گرانشی بیابیم. نظریه‌ی تعمیم یافته پروکا کلی‌ترین کنش برای یک میدان اسپین یک جرم‌دار روی فضا-زمان خمیده در نظر می‌گیرد. در این نظریه میدان برداری دارای دو مولفه‌ی قطبش عرضی و یک مولفه قطبش طولی می‌باشد. بنابراین همانگونه که انتظار می‌رود این سه درجه آزادی، می‌تواند یک ذره اسپین یک جرم‌دار را توصیف کند. کنش کلی این نظریه دارای پنج جمله‌ی لاگرانژی مستقل می‌باشد که هر یک از آن‌ها خواص مربوط به یک ذره اسپین یک جرم‌دار را دارا می‌باشد [4]. در این مقاله ما تنها دو جمله اول لاگرانژی تعمیم یافته پروکا را در نظر خواهیم گرفت. در اینجا بدون خطی سازی معادله و به کمک دستگاه مختصات معرفی شده توسط معادله (1)، حل دقیق موج تخت گرانشی برای این نظریه بدست خواهیم آورد. در بخش‌های بعدی از این مقاله، ابتدا به معرفی لاگرانژی مورد استفاده خواهیم پرداخت و سپس معادلات حرکت را با استفاده از وردش‌گیری کنش نسبت به متریک و میدان برداری بدست خواهیم آورد. بعد از آن با حل معادلات حرکت، به مطالعه موج گرانشی تخت این نظریه خواهیم پرداخت. در آخر نیز نتایج بدست آمده را بیان می‌کنیم.

معرفی مدل

فرض کنید لاگرانژی بصورت زیر باشد

$$L = 1/8\pi R + L_1 + L_2, \quad (2)$$

که در آن R اسکالر ریچی است و جملات L_1 و L_2 بصورت زیر تعریف شده‌اند

حل موج گرانشی

توجه کنید که تابع H تنها در مولفه‌ی (uu) معادله حرکت متریک که بصورت (16) است ظاهر می‌شود. بنابراین برای بدست آوردن تابع H ابتدا باید با استفاده از دیگر معادلات حرکت مولفه‌های میدان برداری A_{μ} را بدست آوریم.

دیگر مولفه‌های غیرصفر معادله‌ی (7)، با احتساب مقارن بودن مولفه‌های (ij) تنها مولفه‌های مستقل (uv) ، (xy) ، (ux) و (uy) هستند که به ترتیب برابرند با

$$m^2 (A_1^2 + A_2^2) = 0, \quad (17)$$

$$m^2 A_1 A_2 = 0, \quad (18)$$

$$\gamma A_1 (A_1 A_{1,u} + A_2 A_{2,u}) = 0, \quad (19)$$

$$\gamma A_2 (A_1 A_{1,u} + A_2 A_{2,u}) = 0, \quad (20)$$

از معادله حرکت میدان برداری (6) نیز معادلات زیر را بدست خواهیم آورد. مولفه (u) آن به صورت زیر است

$$\gamma (A_1 A_{1,u} + A_2 A_{2,u}) = 0. \quad (21)$$

مولفه‌ی (x) و (y) معادله برداری نیز برابر است با

$$m^2 A_1 = m^2 A_2 = 0, \quad (22)$$

از معادله (22) نتیجه می‌شود که

$$m=0 \quad \text{OR} \quad A_1=A_2=0, \quad (23)$$

حل دوم باعث صفر شدن میدان برداری می‌شود بنابراین جواب قابل قبول $m=0$ است. در این صورت از معادلات (19)، (20) و (21) خواهیم داشت

$$A_2^2 = B - A_1^2, \quad (22)$$

که B ثابت انتگرال گیری است. با استفاده از نتایج بدست آمده معادله (16) بصورت زیر بدست می‌آید

$$H_{,xx} + H_{,yy} = 16\pi (A_{1,u}^2 + A_{2,u}^2). \quad (23)$$

المان طول برای موج تخت (1) در نظر بگیرید. اسکالر ریچی در این دستگاه صفر است و تنها مولفه‌ی غیرصفر تانسور ریچی نیز بصورت زیر بدست می‌آید

$$R_{uu} = [H_{,xx} + H_{,yy}] / 2, \quad (12)$$

که علامت $(,)$ مشتق جزئی را نشان می‌دهد. مولفه‌ی (uu) معادله-ی حرکت (7) به شکل زیر است

$$R_{uu} = 8\pi (K_{uu} + M_{uu} + C_{uu} + D_{uu}). \quad (13)$$

معادله بالا یک معادله خطی ناهمگن نسبت به H است. حل کلی این معادله را به دو بخش تقسیم می‌کنیم، بخش اول حل قسمت همگن معادله (13) که بصورت $R_{uu} = 0$ است، می‌باشد. جواب این معادله به شکل

$$H_{\text{general}} = a(u) (x^2 - y^2) + 2 b(u) x y, \quad (14)$$

بدست می‌آید به طوریکه a و b توابع دلخواهی از مختصات نور-گونه u هستند. در واقع جواب بدست آمده همان موج گرانشی کنش اینشتین-هیلبرت در غیاب ماده است. موج گرانشی در نظریه نسبیت عام اینشتین دارای دو قطبش $+$ و \times است. برای بررسی کامل موج گرانشی مدل معرفی شده ابتدا باید بخش دوم جواب معادله (13) را که در واقع جواب خصوصی این معادله است بدست آوریم.

میدان برداری A_{μ} را بصورت زیر فرض می‌کنیم

$$A_{\mu} = (0, 0, A_1(u), A_2(u)). \quad (15)$$

با جایگذاری (1) و (15) در معادله حرکت (7)، خواهیم داشت

$$H_{,xx} + H_{,yy} = m^2 (A_1^2 + A_2^2)H/2 + 16\pi (A_{1,u}^2 + A_{2,u}^2) + 2\beta(A_1 A_{1,u} + A_2 A_{2,u})^2, \quad (16)$$

حل معادله (23) بصورت زیر می‌شود

$$H_{\text{special}} = 8\pi (A_{1,u}^2 + A_{2,u}^2)x^2, \quad (24)$$

بنابراین جواب کلی تابع H بصورت $H = H_{\text{general}} + H_{\text{special}}$ است که با رابطه زیر مشخص می‌شود

$$H = a(x^2 - y^2) + 2bx + y + 8\pi (A_{1,u}^2 + A_{2,u}^2)x^2$$

تابع H در این معادله کلی‌ترین حالت از موج تخت pp را نشان می‌دهد [2]. براساس دسته‌بندی پتروو برای بررسی نوع موج بدست آمده باید اسکالرها را وایل را برای متریک بدست آمده محاسبه نمود. تنها اسکالر وایل غیر صفر برای این حل، Ψ_4 است که بصورت زیر تعریف می‌شود

$$\Psi_4 = 1/4(H_{,xx} - H_{,yy} + 2iH_{,xy}) = a + 4\pi (A_{1,u}^2 + A_{2,u}^2) + ib, \quad (25)$$

بنابراین حل بالا نشان دهنده یک موج عرضی با دو قطبش خواهد بود که دامنه‌ی قطبش‌های آن به صورت زیر تعریف می‌شود [3]

$$h_{\text{plus}} = \text{Re}\{\Psi_4\} = a + 4\pi (A_{1,u}^2 + A_{2,u}^2), \quad (26)$$

$$h_{\text{cross}} = \text{Im}\{\Psi_4\} = b, \quad (27)$$

در رابطه بالا A_2 با استفاده معادله (22) به وسیله A_1 تعیین می‌شود. در صورت عدم وجود میدان پروکا ($A_1=0$)، قطبش‌های a و b دقیقاً همان قطبش‌های $+$ و \times معادلات اینشتین در خلا هستند. وجود جمله دوم در قطبش $+$ عکس‌العمل میدان پروکا روی میدان گرانشی می‌باشد. همچنین باید ذکر شود که تابع‌های دلخواه a ، A_1 و b فقط به مختصه u وابسته هستند که با استفاده از داده‌های رصدی تعیین می‌شوند. همان‌گونه که از معادله (27) دیده می‌شود میدان پروکا در قطبش \times نقشی ندارد. در واقع این قطبش به کمیت $H_{,xy}$ بستگی دارد، اما برهم‌کنش میدان پروکا و متریک توسط معادله (16) مشخص می‌شود. معادله (24) نشان می‌دهد که $H_{\text{special},xy}$ برای حل خصوصی صفر است و میدان پروکا روی قطبش \times تاثیری ندارد. بنابراین میدان پروکا منبعی برای این قطبش نیست.

نتیجه گیری

در نظر گرفتن عنصر خط موج pp انتخاب مناسب برای بررسی انتشار موج گرانشی در خلا و دور از منبع خود می‌باشد. انتخاب این دستگاه منجر به ساده‌تر شدن تعداد جملات معادلات حرکت شده و براحتی می‌توان بدون خطی سازی معادلات حرکت تا مرتبه‌ی یک اختلالی تابع موج گرانشی را پیدا کرد. انتخاب این دستگاه لزوماً برای بررسی امواج گرانشی تخت نیست، این دستگاه می‌تواند امواج قوی و شوک را نیز توصیف کند [3]. در این مقاله حالتی خاص از نظریه تعمیم‌یافته پروکا را روی فضا-زمان خمیده در نظر گرفتیم و برای آن حل تحلیلی موج گرانشی در مختصات برینکمن بدست آوردیم. برای اینکه جواب غیربدهی برای این نظریه داشته باشیم باید پارامتر جرمی نظریه پروکا، m ، صفر باشد. در ادامه با در نظر گرفتن شرایط مذکور تابع موج گرانشی را بدست آوردیم. این جواب از دو بخش تشکیل شده است. بخش اول جواب قسمت همگن معادله (16) است که نشان دهنده یک موج گرانشی آزاد است. بخش دوم ناشی از تاثیر میدان پروکا روی میدان گرانشی بوده و به A_1 وابسته است که یک تابع اختیاری از مختصات نور-گونه می‌باشد. هم‌چنین با استفاده از دسته‌بندی پتروو نشان دادیم موج گرانشی بدست آمده از این نظریه دارای دو قطبش $+$ و \times است.

مرجع‌ها

- [1] M. P. Hobson, G. P. Efstathiou and A. N. Lasenby; "General Relativity, An Introduction for physicists"; 1th edition, Cambridge University Press. (2006)
- [2] David. McMahon; "Relativity Demystified"; 1th edition, The McGraw-Hill Companies. (2006)
- [3] Jerry. B. Griffiths and Jiri. Podolsky; "Exact Space-Times in Einstein's General Relativity"; 1th edition, Cambridge University Press. (2009)
- [4] L. Heisenberg, R. Kase and S. Tsujikawa; "Beyond generalized Proca theories"; *Phys.Lett.* B760 (2016) 617-626. arXiv:1605.05565v2 [hep-th]
- [5] Eugeny Babichev; "Plane waves in the generalized Galileon theory"; *Phys. Rev. D* 86, 084037 (2012). arXiv:1207.4764v3 [gr-qc]
- [6] P.-M. Zhang, C. Duval, G. W. Gibbons and P. A. Horvathy; "Soft Gravitons & the Memory Effect for Plane Gravitational Waves"; *Phys. Rev. D* 96, 064013 (2017). arXiv:1705.01378v4 [gr-qc]

ترمودینامیک و هولوگرافی سیاهچاله‌ها در گرانش تعمیم یافته شبه توپولوژیکی

میر، مزگان

دانشکده علوم دانشگاه فردوسی مشهد، میدان آزادی، مشهد

چکیده

در این مقاله به بررسی ترمودینامیک سیاهچاله‌های AdS باردار در نظریه گرانشی تعمیم یافته شبه توپولوژیکی در مرتبه سوم انحنا می‌پردازیم. رفتار بحرانی و گذارهای فاز در چهار بعد و بیشتر را در آنسامیل با بار ثابت و نیز پتانسیل ثابت در نظر می‌گیریم. همچنین از جمله جنبه‌های هولوگرافی، به مطالعه اینکه چگونه نسبت ویسکوزیته به آنترپی با وجود جملات انحنا مرتبه سوم تصحیح می‌شوند، می‌پردازیم. [1]

Thermodynamics and holography of black holes in generalized quasi-topological gravity

Mozhgan Mir

Department of Physics, Ferdowsi University of Mashhad

Abstract

We study the thermodynamics of charged AdS black holes in generalized quasi-topological gravity in cubic order in curvature. We observe critical behavior and phase transition in four and higher dimensions in the ensemble with constant charge and potential. Also in the context of holography, we investigate how the ratio of shear viscosity to entropy in cubic order of curvature.

04.70.-s

و تورم مورد توجه قرار می‌گیرند [4]. وجود خواص غیر فیزیکی و دشواری‌های ناشی از در نظر گرفتن مشتقات مرتبه بالاتر در معادلات حرکت موجب شده تا محققان تنها چند نظریه‌ای که چنین مشکلاتی را ندارند یا حداقل قابل اصلاح هستند را مورد استفاده قرار دهند. این نظریه‌ها مختص گرانش لاولاک [5]، گرانش شبه-توپولوژیکی [6] و مدل‌های $f(R)$ می‌شوند. در بررسی ترمودینامیک سیاهچاله‌ها از فرمالیزم شیمی سیاهچاله بهره می‌بریم که ثابت کیهان‌شناسی را به عنوان متغیر ترمودینامیکی در نظر می‌گیرد [7]، و به عنوان فشار در قانون اول مکانیک سیاهچاله تعبیر می‌شود [8]. این رهیافت قیاس بین

مقدمه

نظریه‌های گرانشی مشتق بالاتر نقش مهمی در فیزیک سیاهچاله، کیهان‌شناسی، هولوگرافی، ابرگرانش و نظریه ریسمان ایفا می‌کنند. تلاش برای فهم تصحیحات انرژی بالای نسبیت عام منجر به نظریه‌هایی می‌شود که حاوی جملات مرتبه بالاتر در انحناست که به جمله انیشتین-هیلمبرت اضافه می‌شوند. طبق تناظر AdS/CFT وجود جملات انحنا بالاتر امکان مطالعه نظریه دوگان را در رسته‌های گسترده تر نظریه‌های میدان همدیس (CFT) میسر می‌سازد [3]. در زمینه کیهان‌شناسی، گرانش‌های مرتبه بالاتر به طور گسترده برای توضیح انبساط دیر هنگام جهان، ماده تاریک

در معادلات میدان N را ثابت در نظر می‌گیریم. محاسبات مستقیم نشان می‌دهند که معادله میدان برای f می‌تواند به فرم مشتق کامل نوشته شود که مرتبه مشتق در معادله نهایی را کاهش می‌دهد.

عبارت $f(r)$ را به صورت مجانبی در بی نهایت و نزدیک افق به دست می‌آوریم و محاسبات عددی نشان می‌دهد این دو جواب مجانبی در این بین به هم می‌پیوندند. بسط نزدیک افق تابع میدان f برای تعیین پارامتر جرم و دما بر حسب شعاع افق و جفت شدگی μ و بررسی خواص ترمودینامیکی سیاهچاله کافی است.

ملاحظات ترمودینامیکی

قانون اول ترمودینامیک و رابطه اسمار، هنگامیکه ثابت کیهان‌شناسی و جفت شدگی μ به عنوان متغیرهای ترمودینامیکی در نظر گرفته شوند، برقرارند

$$dM = TdS + VdP + \Phi dQ + \psi_\mu d\mu$$

$$(d-3)M = (d-2)TS - 2PV + (d-3)\Phi Q + 4\mu\psi_\mu \quad (3)$$

در این فرم تعمیم یافته قانون اول، V حجم ترمودینامیکی مزدوج با فشار و پتانسیل مزدوج با μ است.

همچنین قیدهایی روی پارامترها به دست می‌آوریم که رفتار فیزیکی سیاهچاله‌ها را می‌دهند. در این رهیافت، فشار بر حسب ثابت کیهان‌شناسی تعریف می‌شود

$$P = -\frac{\Lambda}{8\pi} = \frac{(d-1)(d-2)}{16\pi L^2} \quad (4)$$

و آنتروپی توسط فرمالیزم والد [1] محاسبه می‌گردد. رفتار بحرانی این سیاهچاله‌ها به کمک معادله حالت تعیین می‌شود [2]

$$P = \frac{T}{v} - \frac{(d-3)k}{\pi(d-2)v^2} + \frac{e^2}{v^{2d-4}} + (d-7)(d-4)\frac{\beta_0}{v^6} - (d-6)(d-4)\beta_1\frac{T}{v^5} + (d-5)\frac{\beta_2}{v^4}T^2 + (d-4)\frac{\beta_3}{v^3}T^3 \quad (5)$$

که در اینجا حجم ویژه و e به بار الکتریکی Q و β_i ها به جفت شدگی μ مربوط می‌شوند. در نقطه بحرانی شرط زیر برقرار است

$$\frac{\partial P}{\partial v} = \frac{\partial^2 P}{\partial v^2} = 0. \quad (6)$$

سیاهچاله‌های آنتی دی سیتر و شاره وان در والس را نشان می‌دهد [9]. رفتار فاز ترمودینامیکی برای سیاهچاله‌ها آشکار می‌شود، از جمله رخداد نقاط سه گانه، گذارهای فاز بازگرددی، رفتار شبه پلیمر، و گذارهای فاز شبه-ابرشاره [10]. در این مقاله به مطالعه خواص ترمودینامیکی سیاهچاله‌های باردار در نظریه گرانش تعمیم یافته شبه توپولوژیکی [11] می‌پردازیم.

گرانش تعمیم یافته شبه توپولوژیکی در مرتبه سوم انحنای

سیاهچاله‌های باردار استاتیک با تقارن کروی و هایپربولیک در فضای آنتی دی سیتر در گرانش تعمیم یافته شبه توپولوژیکی مرتبه سوم با این ویژگی که دارای یک تابع متریک هستند را در نظر می‌گیریم. جملات لاوлак و شبه توپولوژیکی در مرتبه سوم قبلا بررسی شده اند [12]. کنش در ابعاد d فضا زمان عبارت است از [13].

$$I = \frac{1}{16\pi G} \int d^d x \sqrt{-g} \left[\frac{(d-1)(d-2)}{L^2} + R + \frac{12(2d-1)(d-2)\mu S_{3,d}}{(d-3)(4d^4 - 49d^3 + 291d^2 - 514d + 184)} - \frac{1}{4} F_{ab} F^{ab} \right] \quad (1)$$

که در آن

$$S_{3,d} = 14R_{ac}{}^{ef} R^{abcd} R_{bedf} + 2R^{ab} R_a{}^{cde} R_{bcde} - \frac{2(-30 + 9d + 4d^2)}{(d-2)(2d-1)} R^{ab} R^{cd} R_{acbd} - \frac{(38 - 29d + 4d^2)}{4(d-2)(2d-1)} R R_{abcd} R^{abcd} + \frac{34 - 21d + 4d^2}{(d-2)(2d-1)} R_{ab} R^{ab} R - \frac{(30 - 13d + 4d^2)}{12(d-2)(2d-1)} R^3 \quad (2)$$

متریک به شکل زیر تعریف می‌شود

$$ds^2 = -N(r)^2 f(r) dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Sigma_{(d-2),k}^2$$

رفتار بحرانی در چهار بعد

حل معادله حالت در چهار بعد، دما، حجم و فشار بحرانی

عبارتند از [2]

$$T_{c\pm}^2 = \frac{3e^2\pi^2 \pm \pi\sqrt{9e^4\pi^4 - 4k^4\beta_2}}{18\pi^2 k\beta_2}$$

$$P_{c\pm}^2 = \frac{3e^2\pi^2 \pm \sqrt{9e^4\pi^4 - 4k^4\beta_2}}{32k^2\beta_2}$$

$$v_{c\pm} = \frac{2k}{3\pi T_{c\pm}}$$

(۷)

نسبت کمیت های بحرانی مستقل از وجود جملات مرتبه بالاتر

انحنا و همانند سیاهچاله شوارتزشیلد است

$$\frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{3}{8}$$

(۸)

نقاط بحرانی توسط نماهای بحرانی نظریه میدان متوسط مشخص

می شوند که برای مقادیر نوعی پارامترها عبارتند از

$$\alpha = 0, \beta = \frac{1}{2}, \gamma = 1, \delta = 3$$

(۹)

بررسی نحوه تغییرات فشار بر حسب حجم و دما نشان دهنده گذار

فاز مرتبه اول مشابه رفتار وان-در-والس است، همانطور که در

شکل (۱) تصویر شده است [2].

رفتار بحرانی در شش بعد

با انتخاب مناسب پارامترها، ناحیه ای در فضای فاز وجود دارد

که دارای دو نقطه بحرانی فیزیکی است و با تنظیم کردن پارامترها

می توان دو نقطه را به یک نقطه اتصال بین دو فاز موجود تبدیل

کرد تحت عنوان نقطه بحرانی ایزوله که نماهای بحرانی مربوطه

استاندارد نیستند (شکل ۲ را ببینید) [2].

سیاهچاله های باردار در آنسامبل گرند کانونی

در بخش قبل محاسبات در آنسامبل کانونی (بار ثابت) در نظر

گرفته شد. در اینجا به آنسامبل گرند کانونی (پتانسیل ثابت) می

پردازیم. از نقطه نظر هولوغرافی، پتانسیل ثابت در نظریه گرانشی

متناظر با پتانسیل شیمیایی ثابت، در نظریه میدان همزاد است. با

انجام تحلیل در چهار بعد و ابعاد بالاتر مشاهده می کنیم که در

چهار بعد، بر خلاف سیاهچاله شوارتزشیلد که در آن گذار فاز در آنسامبل گرند کانونی وجود ندارد، اضافه کردن جمله مرتبه سوم منجر گذار فاز می شود [2].

هیدرودینامیک هولوغرافیک

برای فهم نظریه تعمیم یافته در محتوای تناظر AdS/CFT،

نسبت ویسکوزیته به آنترپی s/s را در این نظریه محاسبه می کنیم.

برای نظریه های میدان متناظر با گرانش انیشتین، ویسکوزیته برشی

به آنترپی، شکل عمومی $(s=1/4)$ دارد که یک حد پایین

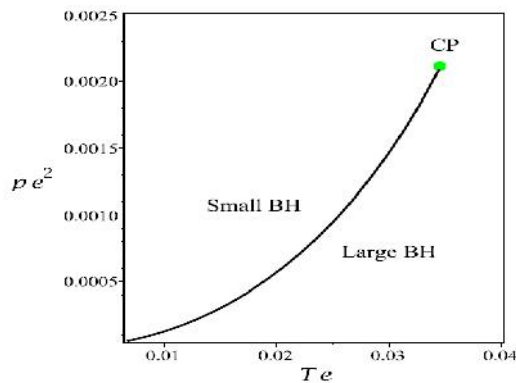
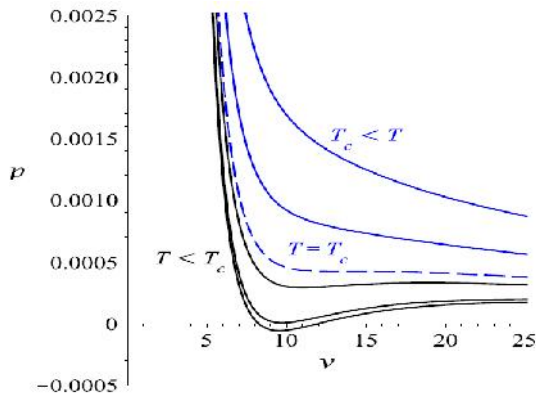
کلی برای تمام مواد پیشنهاد می کند تحت عنوان حد KSS. با این

وجود حضور تصحیحات مشتق بالاتر می تواند منجر به نقض این

حد شود [13]. در اینجا ما این نسبت را برای نظریه تعمیم یافته

محاسبه کردیم و نشان دادیم که حد KSS در تمام ابعاد برقرار

است [2].



دست آوردیم. مشاهده می‌کنیم گذار فاز مرتبه اول برای سیاهچاله با تقارن کروی در همه ابعاد رخ می‌دهد ولی برای سیاهچاله هذلولی امکان ندارد. در شش بعد و ابعاد بالاتر، سیاهچاله‌های کروی بیش از یک نقطه بحرانی و بنابراین گذار فاز دارند. با انجام محاسبات مشابه برای آنسامبل با پتانسیل ثابت امکان رخداد گذار که در سیاهچاله شوارتزشیلد میسر نبود، وجود دارد. از نقطه نظر هولوگرافی محاسبه مستقیم ضریب ویسکوزیته به آنتروپی نشان می‌دهد وجود جمله مرتبه سوم در نظریه مورد بررسی، حد KSS را حفظ می‌کند.

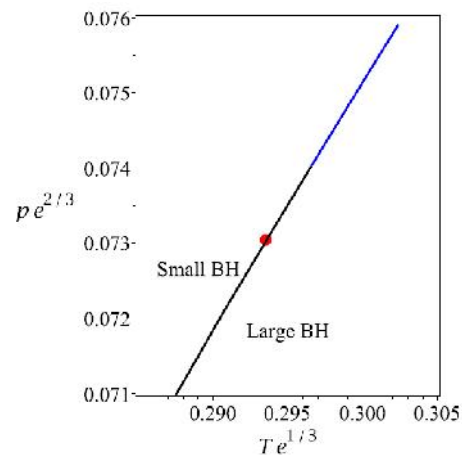
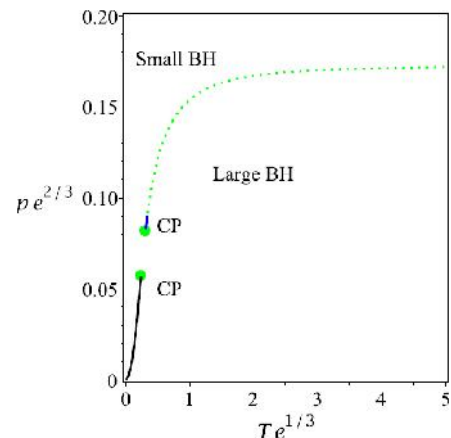
سپاسگزاری

این مقاله بر اساس کار مشترک همکاران رابرت من و روبی هینگار در مدت اقامت و تحقیق در دانشگاه واترلو کانادا به انجام رسیده و قدردانی می‌شود.

مرجع‌ها

- [1] R. M. Wald, Black hole entropy is the Noether charge, Phys. Rev. D **48** (1993) R3427-R3431, [gr-qc/9307038].
- [2] M. Mir, R. A. Hennigar, J. Ahmed and R. B. Mann, *Chemistry and holography in generalized quasi-topological gravity*, in preparation.
- [3] R. C. Myers and B. Robinson, *Black Holes in Quasi-topological Gravity* JHEP **1008** (2010) 067, [1003.5357].
- [4] T. Clifton, P. G. Ferreira, A. Padilla and C. Skordis, *Modified gravity and cosmology*, Physics reports **513** (2012) 1-189.
- [5] D. Lovelock, *The Einstein tensor and its generalizations*, J.Math.Phys. **12** (1971) 498-501.
- [6] R. C. Myers, M. F. Paulos and A. Sinha, *Holographic studies of quasi-topological gravity*, JHEP **08** (2010) 035, [1004.2055].
- [7] M. Henneaux and C. Teitelboim, *Asymptotically anti-De Sitter Spaces*, Commun.Math. Phys. **98** (1985) 391-424.
- [8] D. Kastor, S. Ray and J. Traschen, *Smarr Formula and an Extended First Law for Lovelock Gravity*, Class.Quant.Grav. **27** (2010) 235014, [1005.5053].
- [9] D. Kubiznak and R. B. Mann, *P-V criticality of charged AdS black holes*, JHEP **1207** (2012) 033, [1205.0559].
- [10] D. Kubiznak, R. B. Mann and M. Teo, *Black hole chemistry: thermodynamics with Lambda*, Class. Quant. Grav. **34** (2017) 063001, [1608.06147].
- [11] R. A. Hennigar, D. Kubiznak and R. B. Mann, *Generalized quasitopological gravity*, Phys. Rev. D **95** (2017) 104042, [1703.01631].
- [12] A. M. Frassino, D. Kubiznak, R. B. Mann and F. Simovic, *Multiple Reentrant Phase Transitions and Triple Points in Lovelock Thermodynamics*, JHEP **09** (2014) 080, [1406.7015].
- [13] M. Brigante, H. Liu, R. C. Myers, S. Shenker and S. Yaida, *Viscosity Bound Violation in Higher Derivative Gravity*, Phys. Rev. D **77** (2008) 126006, [0712.0805].

شکل ۱: بالا: رفتار فشار بر حسب حجم در چهار بعد که نشان دهنده گذار فاز مرتبه اول وان در والس برای سیاهچاله کروی است. پایین: دیاگرام فاز بر حسب فشار و دما.



شکل ۲: بالا: دیاگرام‌های فاز نشان دهنده گذارهای فاز مرتبه اول و دوم در شش بعد. نقاط سبز، نقاط بحرانی و خطوط سیاه نمایانگر گذار فاز مرتبه اول است. خطوط آبی، آنتروپی منفی و خطوط چین سبز، جرم منفی را نشان می‌دهند. پایین: نقطه بحرانی ایزوله را مشخص می‌کند.

نتیجه‌گیری

با در نظر گرفتن سیاهچاله‌ها دارای افق با هندسه کروی و هذلولوی، خواص فیزیکی و ترمودینامیکی سیاهچاله‌ها در گرانش تعمیم یافته شبه توپولوژیکی را در مقایسه با گرانش انیشتین بررسی کردیم. ابتدا به کمک روش عددی نشان دادیم چنین جواب‌هایی وجود دارند. با استفاده از بسط نزدیک افق، مقادیر جرم و دمای سیاهچاله را تعیین کرده و کمیت‌های ترمودینامیکی مربوطه که قانون اول ترمودینامیک و رابطه اسمار را برآورده می‌کنند به

نظریه بازگرمایش پس از ایده‌ی باتلاق ریسمانی

کمالی، وحید^۱

^۱دانشکده فیزیک دانشگاه بوعلی سینا، همدان

چکیده:

اخیراً ایده‌ی باتلاق ریسمانی [1]، شرایط لازم و کافی به منظور ایجاد دوره تورم کیهانی به کمک مدل‌های تک-میدانه را دچار مشکل کرده است. بطوری که شرایط کند-تغییر بر مدل‌های تک-میدانه بوضوح با این ایده در تناقض است. در این مقاله به بررسی تناقض‌های ممکن میان نظریه بازگرمایش و موضوع باتلاق ریسمانی می‌پردازیم.

Reheating after swampland conjecture

Kamali, Vahid¹

¹ Department of Physics, Bu-Ali Sina university
, Hamadan

Abstract

Swampland conjecture which was presented recently is in contrast with slow-roll conditions of single field inflation. In this note, we will try to study the reheating theory after slow-roll inflation and discuss the contradictions of this model with swampland conjecture.

مقدمه:

از یک سو و نیاز به فشار منفی جهت برآورده شدن شرط شتاب مثبت در معادله فریدمان از سوی دیگر،

انبساط شتابدار عالم تحت شرط $V(f) \gg \frac{1}{2} \dot{f}^2$

امکانپذیر است. از طرفی بمنظور برطرف شدن مشکلات سه‌گانه نظریه مهبانگ نیاز است که این شرط (یعنی غلبه انرژی پتانسیل بر انرژی جنبشی) برای دوره‌ی مشخصی برقرار باشد. مجموعه این شرایط که به شرایط کند-تغییر مشهور است منجر به قیدهایی روی پتانسیل اینفلاتون می‌شود. شرایط کند-تغییر برای پتانسیل تک میدان بصورت زیر بیان می‌شود:

مدلهای تورم کیهانی در جهت حل مشکلات مشهور نظریه مهبانگ مطرح شده‌اند. در مدل استاندارد تورم [2] معمولاً یک میدان نرده‌ای وظیفه انبساط شتابدار جهان اولیه را به عهده دارد. به کوانتاهای این میدان اینفلاتون گفته می‌شود. با توجه به تعاریف چگالی انرژی و فشار مربوط به یک میدان نرده‌ای کانونیک:

$$\begin{aligned} r_i &= \frac{1}{2} \dot{f}^2 + V(f), \\ P_f &= \frac{1}{2} \dot{f}^2 - V(f) \end{aligned} \quad (1)$$

جنبشی و پتانسیل با هم برابرند. در نتیجه فشار در این مرحله صفر می‌باشد و عالم بصورت تقریباً ماده-غالب رفتار می‌نماید. اینفلاتون در دوره بازگرمایش به کمینه پتانسیل نزدیک می‌شود و در حال نوسان حول نقطه‌ی کمینه، انرژی خود را به سایر ذرات عموماً سبک منتقل می‌نماید. در انتهای این دوره جهان حرارتی شده و دمای مشخص به آن نسبت داده می‌شود. نظریه بازگرمایش عموماً به دو بخش تقسیم می‌شود:

ابتدا مرحله‌ی تشدید که عملاً سیستم در حالت دور از تعادل قرار دارد و انرژی بسیار سریع از اینفلاتون به ذرات استاندارد انتقال می‌یابد. پتانسیل اینفلاتون در این مرحله بصورت زیر بیان می‌شود:

$$V(f, c) = \frac{1}{2} m_f^2 f^2 + \frac{1}{2} m_c^2 c^2 + s f c^2 + h^2 f^2 c^2 + k c^4 \quad (4)$$

پتانسیل بوضوح با بخش دوم ایده باتلاق در تناقض است. از طرفی در مرحله حرارتی شدن یا مرحله دوم بازگرمایش پتانسیل بصورت زیر بیان می‌شود:

$$V(f, T) = V(f) + \frac{1}{24} m_f^2 T^2 - \frac{p}{90} T^4 \quad (5)$$

نقطه کمینه مربوط به این پتانسیل‌ها بوضوح با بخش اول ایده باتلاق در تناقض می‌باشد.

نتیجه‌گیری:

نتیجه این بررسی بیان می‌دارد که پتانسیل اسکالر در نظریه بازگرمایش پس از دوره کند-تغییر احتمالاً در باتلاق ریسمانی قرار می‌گیرد. ایده تورم حرارتی راهی

$$\frac{1}{2} M_p^2 \frac{V \phi}{V} \ll 1$$

$$M_p^2 \frac{V \phi}{V} \ll 1 \quad (2)$$

از طرفی شرایط اعمال شده بر پتانسیل‌های یک نظریه میدان نرده‌ای مؤثر بر اساس مفاهیم نظریه ریسمان کاملاً با شرایط کند-تغییر در تناقض است. عبارت دیگر با فرض اینکه هر نظریه میدان مؤثر بکار گرفته شده در جهان چهاربعده‌ی قابل مشاهده حد انرژی پایین یک نظریه بنیادی از نظریه ریسمان می‌باشد. پتانسیل‌های مطرح شده در نظریه میدان مؤثر برای مثال در نظریه تورم یا ادامه آن در بازگرمایش بعنوان حد انرژی‌های پایین یک نظریه بنیادی برگرفته از نظریه ریسما باید شرایط زیر را برآورده نماید:

$$M_p \frac{V \phi}{V} > c_1$$

$$M_p^2 \frac{V \phi}{V} < -c_2 \quad (3)$$

تناقض بوجود آمده بین نتایج حاصل از بررسی‌های مشاهداتی کیهان‌شناسی بویژه مدل تورم کیهانی و نظریه بنیادی ریسمان، فیزیک‌پیشه‌ها را بر آن داشت تا ایده‌های مختلفی جهت رفع این تناقض مطرح نمایند [3]. در این مقاله به بررسی بازگرمایش و تناقض‌های ممکن آن با ایده‌ی باتلاق ریسمانی می‌پردازیم.

بازگرمایش:

نظریه‌ی بازگرمایش بمنظور اتصال جهان تورمی و جهان تابش غالب بلافاصله بعد از ایده‌ی تورم شتابدار عالم مطرح گردید [4]. اینفلاتون بعد از دوره کند-تغییر با کاهش انرژی پتانسیل و افزایش انرژی جنبشی مواجه می‌شود. بطوری که مقدار میانگین انرژی

برای برطرف کردن این تناقض مطرح می‌نماید. در مدل تورم حرارتی عملاً به مرحله باز گرمایش نیازی نیست.

مراجع:

- [1] G. Obied, H. Ooguri, L. Spodyneiko, and C. Vafa, (2018), arXiv:1806.08362 [hep-th].
- [2] A. Guth, "The inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems," Phys. Rev. D 23, 347, (1981); A. Albrecht and P. J. Steinhardt, "Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking," Phys. Rev. Lett. 48, 1220, (1982); A complete description of inflationary scenarios can be found in the book by A. Linde, "Particle physics and inflationary cosmology," (Gordon and Breach, New York, 1990).
- [3] D. Andriot, Phys. Lett. B785, 570 (2018), 1806.10999. G. Dvali and C. Gomez (2018), arXiv:1806.10877. A. Achucarro and G. A. Palma (2018), arXiv:1807.04390. S. K. Garg and C. Krishnan (2018), arXiv:1807.05193. J.-L. Lehners (2018), arXiv:1807.05240. A. Kehagias and A. Riotto (2018), arXiv:1807.05445. M. Dias, J. Frazer, A. Retolaza, and A. Westphal (2018), arXiv:1807.06579. F. Denef, A. Hebecker, and T. Wrase (2018), arXiv:1807.06581. E. Colgain, M. H. P. M. Van Putten, and H. Yavartanoo (2018), arXiv:1807.07451. C. Roupec and T. Wrase (2018), 1807.09538. D. Andriot (2018), arXiv:1807.09698. H. Matsui and F. Takahashi (2018), arXiv:1807.11938. I. Ben-Dayan (2018), arXiv:1808.01615. O. Loaiza-Brito and O. Loaiza-Brito (2018), arXiv:1808.03397.
- [4] A.D.Linde, Particle Physics and Inflationary Cosmology (Harwood, Chur, Switzerland,1990). A.D. Linde, Phys. Lett. 108B, 389 (1982). A. Albrecht, P.J. Steinhardt, M.S. Turner and F. Wilczek, Phys.Rev.Lett. 48, 1437 (1982). A.D. Dolgov and A.D. Linde, Phys. Lett. 116B, 329 (1982).

نقص پاریته در مدل تورم برداری همسانگرد

حسینی منصور، سید علی^۱؛ رضایی، مسعود^۱^۱ دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود^۲ پژوهشکده نجوم، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

چکیده

در این مقاله مدل تورمی شامل میدان اسکالر و سه گانه‌ای از میدان‌های برداری را ارائه می‌دهیم. علاوه بر تقارن‌های موضعی $U(1)$ ، میدان‌های برداری تحت تاثیر یک تقارن داخلی $O(3)$ قرار می‌گیرند که منجر به حل همسانگرد FRW خواهد شد. علاوه بر این ما جمله ناوردای شبه اسکالر $F_{\mu\nu}^{(a)} \tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu}$ برای نقص پاریته به مدل مان اضافه می‌کنیم. در واقع این جمله آزادی عمل بیشتری را برای تنظیم دامنه میدان‌های برداری تا پایان دوره تورم به ما می‌دهد. با جداسازی اختلالات اسکالر به مدهای بی‌دررو و آنتروپی، طیف توانی مربوط به انحنا اختلال و نیز طیف توانی آنتروپی اختلال و ترکیبی از این دو را محاسبه می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهد که وجود جمله پاریته سبب افزایش ایجاد هم‌بستگی میان مد آنتروپی و مد اسکالر U_c می‌شود.

Parity violation in an isotropic vector inflation model

Hosseini Mansoori, Seyed Ali^{1,2}; Rezaei, Masoud¹¹Department of Physics, Shahrood University of Technology P. O. Box 3619995161, Shahrood, Iran²School of Astronomy, Institute for search in fundamental Sciences (IPM)

P. O. Box 19395-5531, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, we present a model of inflation containing the scalar field and a triplet of gauge fields. In addition to the local $U(1)$ symmetries, the gauge fields are effected by an internal $O(3)$ symmetry which leads to be the isotropic FRW solution. Moreover, we add the pseudoscalar invariant $F_{\mu\nu}^{(a)} \tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu}$ to our model in order to violate the parity symmetry. Indeed, this term gives us more freedom in tuning the amplitude of the vector fields at the end of the inflation. By decomposing the scalar perturbations into the adiabatic and entropy modes, we calculate the curvature perturbations power spectrum, the entropy power spectrum and the mixed of them. The results show that the parity violating term leads to enhance the cross-correlation between entropy perturbation and the U_c scalar mode.

PACS No. 04

وجود میدان پیمانهای سبب ایجاد مشکلات دیگری از جمله پس-زمینه‌ی ناهمسانگرد به علت انتخاب جهت مرجع و نیز رقیق شدن میدان‌های پیمانهای در پس‌زمینه‌ی انبساطی به علت تقارن همدیس، می‌شود.

خوشبختانه مشکل دوم اشاره شده در بالا را می‌توان با در نظر گرفتن جفت‌شدگی مانند تابعی از میدان اسکالر با جمله‌ی جنبشی میدان پیمانهای رفع نمود، زیرا در این حالت تقارن همدیس شکسته خواهد شد. همچنین با انتخاب شکل مناسبی از تابع جفت‌شدگی، می‌توان چگالی انرژی میدان الکتریکی را تقریباً ثابت در نظر گرفت. بنابراین میدان پیمانهای تا پایان دوره‌ی تورم تاثیرگذار است [۳]. علاوه بر این اختلالات میدان پیمانهای تقریباً مقیاس ناوردا هستند، لذا می‌توانند سهمی در ایجاد اختلالات

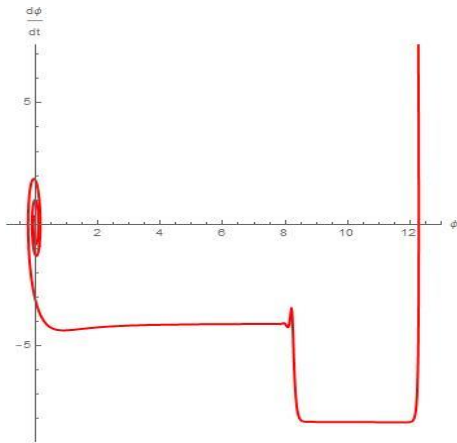
مقدمه

باور عمومی بر این است که در طول تورم ممکن است تعداد زیادی میدان به غیر از میدان اسکالر وجود داشته باشند که در دوره تورم تاثیرگذار هستند. با این وجود در صورتی که میدان‌ها در مقایسه با پارامتر هابل خیلی سنگین باشند، نقششان بسیار ناچیز است. در حالی که میدان‌های سبک یا نیمه سبک تاثیرات غیر بدیهی روی مشاهدات کیهان‌شناسی از جمله آمار دو نقطه‌ای (طیف توانی^۱) و سه نقطه‌ای^۲ می‌گذارند [۲،۱]. بنابراین در طول دوره‌ی تورم علاوه بر تاثیر میدان اسکالر، نقش میدان‌های دیگر از جمله میدان‌های پیمانهای یا برداری را باید در نظر گرفت. اما

¹ Power Spectrum² Bispectrum

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \frac{q_0}{a} f^{-2} \\ \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} &= \frac{3q_0^2}{a^4} \left(\frac{f_{,\phi}}{f^3} \right) \\ 3M_p^2 H^2 &= \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V + \frac{3q_0^2}{2a^4 f^2}, \\ M_p^2 (2\dot{H} + 3H^2) &= -\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V + \frac{q_0^2}{2a^4 f^2} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

همان طور که مشاهده می‌شود جمله شبه اسکالر $F_{\mu\nu}^{(a)} F^{\mu\nu (a)}$ هیچ اثری بر معادلات پس‌زمینه ندارد ولی در قسمت اختلال اثرش قابل مشاهده است. اکنون برای اینکه در دوره تورم پس‌زمینه شبه دوستیه باشد لازم است تا چگالی انرژی میدان برداری نسبت به چگالی انرژی کل کوچک باشد ($R \equiv \frac{\rho_A}{\rho_\phi} \ll 1$). در روشی مشابه با [۸] و با لحاظ $f = J = \exp\left(\frac{2}{1-I} \int \frac{V}{V_{,\phi}} d\phi\right)$ می‌توان دید که معادلات (۲) منجر به حل جاذبه^۴ خواهد شد. همان‌گونه که در شکل (۱) آمده در فاز اول تورم دو میدان اسکالر و برداری همراه با هم تحول می‌یابند اما با شروع فاز دوم ناگهان انرژی از میدان برداری به میدان اسکالر پمپ می‌شود و تورم با میدان اسکالر ادامه می‌یابد که منجر به حل جاذبه خواهد شد.



شکل ۱: نمودار فاز مربوط به میدان اسکالر ϕ با تابع پتانسیل $V = \frac{1}{2} m^2 \phi^2$ و با شرایط اولیه $I = 1/2$ و $m = 10^{-6}$ و $\phi_i = 0$ و $\dot{\phi}_i = 11.2$

اختلال اسکالر

در این بخش اختلالات اسکالر کنش (۱) را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در مختصات همدیس متریک اختلالی به صورت

کیهانی داشته باشند. به ویژه این مدل‌های پیمان‌های مولد آمار چهار قطبی ناهمسانگرد هستند که در طرح تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی (CMB^{r}) قابل جستجو است [۴]. علاوه بر این می‌توان با اضافه کردن جملاتی که منجر به نقص پاریته می‌شوند، درجات آزادی مدل را به منظور تاثیر گذار بودن میدان برداری تا پایان تورم افزایش داد. در واقع این جملات سبب ایجاد دو مد با هلیسیتی چپ‌گرد و راست‌گرد خواهند شد که به طور مستقل تحول پیدا می‌کنند. در نتیجه اثری از همبستگی مدهای پولاریزه E و B در طرح پس‌زمینه کیهانی قابل مشاهده است [۵]. در این مقاله یک مدل تورمی شامل یک میدان اسکالر و سه‌گانه‌ای از میدان‌های پیمان‌های $A_\mu^{(a)}$ با تقارن $U(1)$ که $a = 1, 2, 3$ و $\mu = 0, 1, 2$ می‌باشد را در نظر می‌گیریم [۶]. استفاده از سه‌گانه‌ی میدان‌های پیمان‌های با انتخاب مقادیر مناسب در پس‌زمینه، ایجاد یک پس-زمینه‌ی همسانگرد را برای ما فراهم می‌سازد [۷]. بسیار شگفت‌انگیز است که تقارن موضعی شامل $U(1) \times U(1) \times U(1)$ معادل با تقارن $O(3)$ می‌باشد. همچنین به منظور شکست تقارن همدیس و نقص پاریته و به دست آوردن اختلالات مقیاس ناوردا، تابعی از میدان اسکالر را به عنوان جفت‌شدگی با میدان پیمان‌های و دوگان آن مشابه با مدل ناهمسانگرد، در نظر می‌گیریم.

مدل

در این قسمت به معرفی مدل و نیز خواص آن می‌پردازیم. با در نظر گرفتن کپی سه‌گانه از پیمان $U(1)$ و جمله ناوردا ی شبه اسکالر [۵]، کنش به صورت

$$\begin{aligned} S = \int d^4x \sqrt{-g} & \left[\frac{1}{2} R - V(\phi) - \frac{1}{2} \nabla_\mu \phi \nabla^\mu \phi \right. \\ & \left. - \frac{f^2(\phi)}{4} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{\mu\nu (a)} + \frac{\gamma}{4} J^2(\phi) F_{\mu\nu}^{(a)} \tilde{F}^{\mu\nu (a)} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

نوشته می‌شود که ضرایب جفت‌شدگی J و f به علت شکست تقارن همدیس اضافه شده‌اند. اکنون در پس‌زمینه FRW همسانگرد و نیز فرض نمودن $A_\mu^{(a)}(t) = A(t) \delta_\mu^a$ و $\tilde{F}^{(a\ \mu\nu)} = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}^{(a)}$ و $F_{\mu\nu}^{(a)} = \partial_\mu A_\nu^{(a)} - \partial_\nu A_\mu^{(a)}$ که $a = 1, 2, 3$ معادلات پس‌زمینه با روابط زیر داده می‌شوند.

⁴ attractor

³ Cosmic Microwave Background

که در آن $\cos \theta \equiv \sqrt{1-I}$ و $\sin \theta \equiv -\sqrt{I}$ هستند. همچنین کمیت‌های ناوردای پیمانه‌ای انحنای اختلال^۵ (R) و آنتروپی اختلال^۶ (S) به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$S \equiv -\frac{H}{\dot{\phi}} \cos \theta \delta s \quad \text{و} \quad R \equiv -\frac{H}{\dot{\phi}} \cos \theta \delta \sigma \quad (۸)$$

هدف ما یافتن طیف دونقطه‌ای برای مقادیر قابل مشاهده R و S است. برای این کار کنش را برحسب مدهای بی‌دررو و آنتروپی بازنویسی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \frac{1}{2} \int d\tau d^3k [U_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 6\epsilon - 2\eta) \right] U_c^2 \\ & + \delta\sigma_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 - 8I + 9\epsilon - 3\eta) \right] \delta\sigma_c^2 \\ & + \delta s_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 12I + 6\epsilon - 2\eta) \right] \delta s_c^2 \\ & + 8\sqrt{I} \left[\frac{1}{\tau^2} \delta\sigma_c \delta s_c - \frac{1}{\tau} \delta\sigma_c \delta s_c' \right] \\ & - \frac{2k\gamma}{3\tau} (6 + 3I + 4\epsilon) \delta s_c U_c] \end{aligned} \quad (۹)$$

همان‌طور که پیداست به علت اینکه $I \ll 1$ هستند می‌توان جمله‌های جفت شده را به عنوان لاگرانژی اختلالی در نظر گرفت. بنابراین می‌توان از فرمالیسم $In - In$ برای یافتن همبستگی بین مدها بهره ببریم [۱۰]. در این چارچوب مقدار هم‌بستگی در مراتب مختلف اختلال با رابطه زیر داده می‌شود.

$$\begin{aligned} \langle \delta\sigma^2(\tau_e) \rangle & = \langle 0 | \delta\sigma^2 | 0 \rangle + i \langle 0 | \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 [H_I(\tau_1), \delta\sigma^2(\tau_e)] | 0 \rangle \\ & - \langle 0 | \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 [H_I(\tau_2), [H_I(\tau_1), \delta\sigma^2(\tau_e)]] | 0 \rangle + \dots \end{aligned} \quad (۱۰)$$

که H_I هامیلتونی برهم‌کنش هستند که در مدل ما با روابط زیر داده می‌شوند.

$$\begin{aligned} H_1^s & = -\frac{8\sqrt{I}}{\tau^2} \delta\sigma_c \delta s_c, H_2^s = \frac{4\sqrt{I}}{\tau} \delta\sigma_c \delta s_c', \\ H_3^s & = -\frac{6I}{\tau} \delta s_c^2, H_4^s = \frac{12I}{\tau^2} \delta\sigma_c^2; H_5^s = \frac{2kI\gamma}{\tau} \delta s_c U_c \end{aligned} \quad (۱۱)$$

همچنین جواب‌های هامیلتونی آزاد برای $M_{ik} = \{ \delta\sigma_c(k), \delta s_c(k), U_c(k) \}$ با شرایط اولیه مجانباً تخت به شکل زیر است.

$$\delta g_{00} = 2a^2 \alpha, \delta g_{0i} = a^2 (\partial_i \beta + B_i), \quad (۳)$$

$$\delta g_{ij} = a^2 (2\psi \delta_{ij} + 2\partial_i \partial_j E + \partial_i F_j + \partial_j F_i + h_{ij})$$

که شرایط بدون رد و مماسی برای مدهای برداری و تانسوری برقرار است. همچنین اختلالات مربوط به میدان برداری با

$$\delta A_0^{(a)} = Y_a + \partial_a Y, \quad (۴)$$

$$\delta A_i^{(a)} = \delta Q \delta_{ia} + \partial_i (\partial_a M + M_a) + \epsilon_{iab} (\partial_b U + U_b) + t_{ia}$$

داده می‌شوند [۷]. اکنون با انتخاب پیمانه تخت ($\psi = 0, E = 0$) مدهای $(\alpha, \beta, \delta\phi, \delta Q, Y, U, M)$ اسکالر هستند. علاوه براین با توجه به تقارن $U(1)$ برای میدان برداری و بدون از دست دادن کلیات مسئله می‌توان $M = 0$ در نظر گرفت. سپس با حذف مدل‌های اسکالر غیردینامیکی از کنش اختلالی مرتبه دوم و استفاده از روابط غلتش آهسته،

$$\epsilon_V = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2 = \frac{\epsilon}{1-I}; \eta_V = \frac{V_{,\phi\phi}}{V} = \frac{2I\epsilon}{1-I} + \eta. \quad (۵)$$

$$V(\phi) \approx 3H^2 \left(1 - \frac{\epsilon}{6} (I+2) \right)$$

سرانجام به کنش اختلالی مرتبه دوم زیر خواهیم رسید.

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \frac{1}{2} \int d\tau d^3k [U_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 6\epsilon - 2\eta) \right] U_c^2 \\ & + \delta Q_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 6\epsilon - 2\eta) \right] \delta Q_c^2 \\ & + \delta\phi_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 4I + 9\epsilon - 3\eta) \right] \delta\phi_c^2 \\ & + 8\sqrt{I} \left[\frac{1}{\tau^2} \delta\phi_c \delta Q_c + \frac{1}{\tau} \delta\phi_c' \delta Q_c \right] \end{aligned} \quad (۶)$$

در رابطه بالا مدهای اسکالر مدهای کانونیک هستند که با روابط زیر داده می‌شوند.

$$\delta Q_c = \sqrt{2} f \delta Q \quad \text{و} \quad U_c = \sqrt{2} k f U \quad \text{و} \quad \delta\phi_c = a \delta\phi$$

لازم به ذکر است که در روابط بالا پارامتر I را کوچک در نظر گرفته‌ایم که در پایان انتظار چنین فرضی را توضیح خواهیم داد. همان‌طور که پیداست با یک مدل تورمی با سه میدان روبرو هستیم. لذا در روشی مشابه با [۹] می‌توان مدهای بی‌دررو و آنتروپی را با روابط زیر در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} \delta\sigma_c & = \cos \theta \delta\phi_c + \sin \theta \delta Q_c, \\ \delta s_c & = -\sin \theta \delta\phi_c + \cos \theta \delta Q_c, \end{aligned} \quad (۷)$$

⁵ Curvature perturbation

⁶ Entropy perturbation

آنتروپی و نیز ترکیبی از مد آنتروپی و بی‌دررو به ترتیب با روابط زیر داده می‌شوند.

$$P_S = P_R^{(0)} \left(1 - \frac{56}{3} IN_e \right) \quad (17)$$

$$P_{RS} = 4P_R^{(0)} \sqrt{IN_e}$$

همانگونه که مشاهده می‌شود جملات تصحیح از مرتبه IN_e هستند. همچنین طیف توانی برای ترکیب دو مد U_c و δs_c با رابطه زیر داده می‌شود.

$$P_{SU} = P_R^{(0)} (4\pi I^2 \gamma N_e + I\pi\gamma) \quad (18)$$

همان طور که پیداست اثر جمله نقص پاریته بر روی طرح پس-زمینه کیهانی قابل ملاحظه می‌باشد. همچنین وجود جمله‌ی نقص پاریته در لاگرانژی اثر قابل توجهی را در اختلالات نانسوری دارد که در آینده نزدیک در جای دیگر نتایج مربوط به آن را منتشر خواهیم کرد.

نتیجه‌گیری

با جداسازی اختلالات اسکالر به مدهای بی‌دررو و آنتروپی، طیف توانی مربوط به انحنای اختلال تا مرتبه‌ی دوم N_e^2 و نیز طیف توانی آنتروپی اختلال و ترکیبی از این دو تا مرتبه‌ی اول N_e تصحیح می‌شوند. علاوه بر این وجود جمله پاریته سبب افزایش ایجاد همبستگی میان مد آنتروپی و مد U_c که نشان‌دهنده‌ی میدان مغناطیسی است، می‌شود.

مراجع

- [1] X. Chen and Y. Wang, JCAP **1004**, 027 (2010).
- [2] T. Noumi, M. Yamaguchi and D. Yokoyama, JHEP **1306**, 051 (2013).
- [3] M. a. Watanabe, S. Kanno and J. Soda, Phys. Rev. Lett. **102**, 191302 (2009).
- [4] S. Kanno, J. Soda, M. a. Watanabe, JCAP **1012**, 024 (2010).
- [5] C. Caprini and L. Sorbo, JCAP **1410** (2014), no. 10 056, [arXiv:1407.2809].
- [6] K. Yamamoto, Phys. Rev. D **85**, 123504 (2012), [arXiv:1203.1071 [astro-ph.CO]].
- [7] R. Emami, S. Mukohyama, R. Namba and Y. I. Zhang, JCAP **1703**, 03, 058 (2017).
- [8] M. a. Watanabe, S. Kanno and J. Soda, Phys. Rev. Lett. **102**, 191302 (2009), [arXiv:0902.2833 [hep-th]].
- [9] C. Gordon, D. Wands, B. A. Bassett and R. Maartens, Phys. Rev. D **63**, 023506 (2001).
- [10] S. Weinberg, Phys. Rev. D **72**, 043514 (2005), [hep-th/0506236].
- [11] R. Emami and H. Firouzjahi, JCAP **1310**, 041 (2013) [arXiv:1301.1219 [hep-th]].

$$M_{ik} = v(k)a_{ik} + v(k)^* a_{i-k}^\dagger \quad (12)$$

$$v(k) = \frac{ie^{-ik\tau}}{\sqrt{2k^3\tau}} (1 + ik\tau)$$

اکنون با استفاده از رابطه (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) می‌توان همبستگی دو نقطه‌ای را تا مرتبه دوم اختلال محاسبه نمود. به علت ازدیاد تعداد جملات محاسبه شده، در اینجا برای نمونه همبستگی $\langle \delta\sigma_c \delta s_c \rangle$ برای مرتبه اول اختلال آورده شده است.

$$\Delta^{(1)} \langle \delta\sigma_c \delta s_c \rangle = i \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 [H_1^s(\tau_1) + H_2^s(\tau_1), \delta\sigma^2(\tau_e)] \quad (13)$$

$$= 16\sqrt{I} \text{Re} [i \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \left(\frac{1}{\eta_1} \right)^2 v(\tau_1) v_2^*(\tau_e) v(\tau_1) v^*(\tau_e)]$$

$$- 8\sqrt{I} \text{Re} [i \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \left(\frac{1}{\tau_1} \right) v'(\tau_1) v^*(\tau_e) v(\tau_1) v^*(\tau_e)] = - \frac{2\sqrt{IN_e}}{k^3 \tau_e^2}$$

همچنین جمله اول در بسط (۱۰)، طیف توانی مد بی‌دررو در غیاب جملات برهم‌کنشی با $P_R^{(0)} = \frac{H^2}{8\pi^2 \mathcal{E}}$ داده می‌شود. با استفاده از رابطه زیر برای طیف توانی مد بی‌دررو

$$\langle R^\dagger(\tau, k) R^\dagger(\tau_e, k') \rangle = \left(\frac{H}{\phi} \right)^2 \cos^2 \theta \langle \delta\sigma^\dagger \delta\sigma \rangle \quad (14)$$

$$\equiv \frac{2\pi^2}{k^3} P_R (2\pi)^3 \delta^{(3)}(k - k')$$

جملات تصحیح شده طیف توانی P_R با رابطه زیر داده می‌شود.

$$P_R = P_R^{(0)} (1 + 16IN_e^2) \quad (15)$$

جمله تصحیح در معادله بالا از مرتبه IN_e^2 هست که ساختاری مشابه با مدهای ناهمسانگرد دارد. در مدل ناهمسانگرد طیف توانی با تصحیحی به صورت $n = \Delta P / P^{(0)} = g_* \cos^2(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{n}})$ که جهت انتخاب شده در آسمان است، داده می‌شود. مشاهدات رصدی نشان می‌دهد $|g_*| \lesssim 10^{-2}$ است یعنی $I \lesssim 10^{-7}$ پیش-بینی می‌شود [۱۱]. اما در مدل ما این قید روی I قدری کمتر خواهد شد. برای درک بهتر این موضوع نیاز به محاسبه شاخص طیفی است.

$$\Delta n_s = \Delta \left. \frac{d \ln P}{d \ln k} \right|_* = 32IN_e \frac{dN_e}{d \ln k} = 32IN_e \quad (16)$$

برای مقیاس ناوردا بودن طیف توانی بایستی Δn_s از مرتبه \mathcal{E} و η باشد. بنابراین نتیجه می‌شود که $I \lesssim \epsilon / 10N_e$ یعنی چیزی از مرتبه $10^{-4} \sim \epsilon \sim 10^{-2} I$. لذا فرض اولیه ما برای کوچک گرفتن I درست است. از سوی دیگر طیف توانی برای مد

حدس سانسور کیهانی در سیاهچاله LTB

تقی زاده فیروزجایی، جواد^{۱,۲}

^۱ دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، خیابان شریعتی، خیابان مجتبیایی خیابان کاویان، تهران

^۲ پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

چکیده

حدس سانسور کیهانی پنروز که بیان می‌کند که تکینگی سیاهچاله توسط افق رویداد پوشیده می‌شود هنوز مورد بحث برای پیدا کردن مدل نقض برای آن است. اولین مثالهای نقض این حدس، از مدل‌های رمبش کروی تشکیل سیاهچاله به حالت غبار مطرح شده است. در این مقاله دسته مهمی از مدل‌های رمبش کروی غبار LTB که در آن مدل‌ها تکینگی عریان وجود دارد را بررسی می‌نماییم. همچنین نشان خواهیم داد اگر شرط انرژی برقرار باشد، دسته معروفی از این مدل‌ها تکینگی عریان نخواهند داشت.

Cosmic censorship conjecture at the LTB black hole

Javad. T. Firouzjaee^{1,2}

¹ Department of Physics, K.N. Toosi University of Technology, P.O. Box 15875-4416, Tehran,

² School of physics, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), Tehran

Abstract

Penrose Cosmic censorship conjecture which says the black hole singularity is covered by the event horizon steel is discussed to find counterexamples for this conjecture. First counterexamples are presented in the dust black holes collapse. In the paper, we study a class of the LTB dust black holes models which the naked singularity forms in these models. We show that if energy condition holds, the naked singularity will not form in these models.

PACS No: 95.30.Sf, 98.80.-k, 98.62.Js, 98.65.-r

مقدمه

بعد از تعریف سیاهچاله توسط هاوکینگ و پنروز [1]، تحقیقات در مورد ماهیت تکینگی سیاهچاله شدت گرفت. هر چند دسته مهمی از تحقیقات در مورد ماهیت کوانتومی بودن تکینگی سیاهچاله‌ها بحث می‌کردند، اما بسیاری از سوالات در مورد ساختار علی کلاسیکی تکینگی سیاهچاله بی‌پاسخ ماند. پنروز دسته مهمی از این سوالات را به صورت حدس سانسور کیهانی ارائه کرد. هر چند بیان‌های مختلفی از این حدس وجود دارد ولی این حدس به طور ساده بیان می‌کند که تکینگی سیاهچاله توسط افق رویداد آن پوشیده می‌شود [2].

رمبش گرانشی با تقارن کروی غبار با متریک LTB [3] توصیف می‌شود. از قابلیت‌های این متریک این است که می‌توان حدس سانسور کیهانی را در این متریک بررسی کرد. تلاش‌های زیادی صورت گرفته است که نشان بدهند در این متریک تکینگی عریان پایدار وجود دارد [4]. اخیراً تلاش‌هایی برای بررسی تشکیل ساختارهای کیهانی از اختلال دما در زمان باز ترکیب با به کارگیری با متریک LTB صورت گرفته است [5].

از طرف دیگر بررسی دقیقتر تکینگی متریک‌ها ارتباط مستقیم با فیزیک سیاهچاله رمبشی دارد [6]. متریک LTB دو نوع تکینگی از نوع تقاطع لایه‌ها و کانونی شدن لایه‌ها دارد، پس جا دارد

اضای $F' \neq 0$) بینهایت می‌شود. ما با بازمقیاس کردن می‌توانیم تعداد توابع اختیاری را به دو تا کاهش دهیم. مثلاً می‌توانیم $R(0,r)=r$ قرار دهیم. پس فقط توابع f و F باقی می‌ماند. بازه‌ای که در آن رمبش بررسی می‌شود $0 \leq r \leq \infty$ است. با قرار دادن $t_0 = t'_0 = 0$ و می‌توانیم مدل فریدمن را بدست آوریم و $f < 0$ حالت بسته، $f = 0$ حالت تخت و $f > 0$ حالت باز است. ما در این مقاله $t_n(r) = 0$ قرار می‌دهیم یعنی زمان تکینگی بیگ بنگ برای همه لایه‌ها در این متریک یکی است. می‌توان نشان داد که $m(r)$ جرم در مخصات همراه است.

اگر انبساط ژئودزیک‌های نورگونه برونسو را برابر صفر قرار دهیم $\theta_l = 0 \Rightarrow R = F = 2m$ می‌آوریم که این سطح را می‌توانیم افق ظاهری بنامیم. این سطح مرز ناحیه دام افتاده (trapped) و ناحیه ازاد (untrapped) را مشخص می‌کند.

رفتار $f(r)$ در این متریک

ساختار ما در اطراف مرکز رمبش دارد یعنی $\dot{R} < 0$ و این در حالتی است که در اطراف مرکز $f < 0$ باشد و در نقاط دور فضا زمان انبساط پیدا می‌کند یعنی $\dot{R} > 0$. ما می‌دانیم قبل از تشکیل تکینگی جرم در مرکز صفر است $m(r=0) = 0$. پس از معادله (3) باید $\frac{f^{1.5}}{F}$ در مرکز مقدار محدود داشته باشد چون نمی‌خواهیم در مرکز تکینگی داشته باشیم. این ما را ملزم می‌کند که $f(r=0) = 0$ باشد. اگر بخواهیم توپولوژی جهان ما باز باشد باید بعد از شعاع خاصی $f > 0$. پس با این بحث‌ها $f(r)$ در این مدل‌ها باید به شکل زیر باشد. در بخش بعد مثال‌های از این مدل‌هایی که برای تکینگی عریان مطرح شده است را معرفی می‌نماییم.

مثال‌های تکینگی عریان

دسته مهمی از مدل‌هایی که در آن ادعا شده تکینگی عریان وجود دارد در مدل‌های LTB تخت است [7]. در این مدل‌های $t_n = q r^p$ که در آن p و q مقادیر ثابتی هستند. همچنین جرم میزرن-شارپ در این مدل‌ها $m(r) = r^3$ داده می‌شود. اگر از

تکینگی‌های این متریک دقیقتر بررسی شود و نوع آن مشخص شود.

در این مقاله ابتدا متریک LTB را شرح می‌دهیم و سپس مدل‌هایی از این متریک که تکینگی عریان دارند را بررسی می‌نماییم.

متریک LTB

مدل LTB ماده‌ای با تقارن کروی و غیر همگن را مورد بررسی قرار می‌دهد. متریک این مدل شار کاملی که فشار آن صفر است را بررسی می‌کند. متریک LTB در دستگاه همراه به صورت زیر است

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{R'^2}{1+f} dr^2 + R^2 d\Omega^2 \quad (1)$$

حل معادله اینشتین برای این متریک به صورت زیر است،

$$\dot{R}^2 = \frac{F}{R} + f \quad \varepsilon = \varepsilon(t,r) = \frac{F'}{R^2 R'} \quad (2)$$

این متریک مشابه حالت FRW سه حالت تخت و باز و بسته دارد، برای $f < 0$

$$R = -\frac{F}{2f}(1 - \cos \nu), t - t_n = \frac{F}{2(-f)^{3/2}}(\nu - \sin \nu) \quad (3)$$

برای $f = 0$

$$R = \left(\frac{9F}{4}\right)^{1/3}(t - t_n)^{2/3} \quad (4)$$

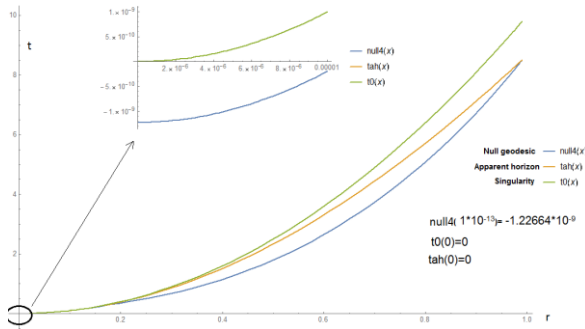
و برای $f > 0$

$$R = -\frac{F}{2f}(1 - \cosh \nu), t - t_n = -\frac{F}{2(f)^{3/2}}(\nu - \sinh \nu) \quad (5)$$

که در این متریک توابع به صورت $F(r) = 2m(r)$ ، $f(r)$ و $t_n(r)$ است.

از معادله (2) می‌توانیم بفهمیم که در این متریک دو نوع تکینگی ظاهر می‌شود، اولی تکینگی کانونی شدن لایه‌ها یعنی $R=0$ و دومی تکینگی تقاطع لایه‌ها یعنی $R'=0$ در ادامه بیشتر به بررسی این تکینگی‌ها می‌پردازیم. بعد از انتگرال‌گیری از معادلات بالا، کمیت t_0 ظاهر می‌شود که زمان تکینگی $R=0$ را بیان می‌کند چون در $R=0$ اسکالر کرتچمن و چگالی (البته به

به تکینگی می‌رسد. بنابراین هیچ نوری از اطراف مرکز تکینگی به ناظر بی‌نهایت نمی‌رسد.



شکل 2: مسیر نور ساطع شده از نزدیکی مرکز تکینگی رسم شده است

نتیجه‌گیری

بیان‌های مختلفی از حدس سانسور کیهانی پنروز وجود دارد، در بیان قوی آن: تکینگی سیاهچاله توسط افق رویداد پوشیده می‌شود و هیچ نوری حتی به صورت موضعی از آن خارج نمی‌شود. در نیم قرن اخیر بحث‌های برای پیدا کردن مدل‌های نقض برای آن مطرح شده است. اولین مثال‌های نقض این حدس، از مدل‌های رمبش کروی تشکیل سیاهچاله به حالت غبار مطرح شده است. در این مقاله دسته مهمی از مدل‌های رمبش کروی غبار LTB که در آن مدل‌ها تکینگی عریان وجود دارد را بررسی کرده‌ایم. همچنین نشان داده‌ایم اگر شرط انرژی برقرار باشد دسته معروفی از این مدل‌ها، تکینگی عریان نخواهند داشت.

مرجع‌ها

- [1] S Hawking and R Penrose *Proc Roy Soc A* **314** 529-548 (1970).
- [2] R. Penrose, *Riv. Nuovo Cimento* **1**, 252 (1969).
- [3] R. C. Tolman, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **20**, 410 1934; H. Bondi, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **107**, 343 1947; G. Lemaitre, *Ann. Soc. Sci. A53*, 51 1933.
- [4] P. S. Joshi and I. H. Dwivedi, *Phys. Rev. D* **47**, 5357

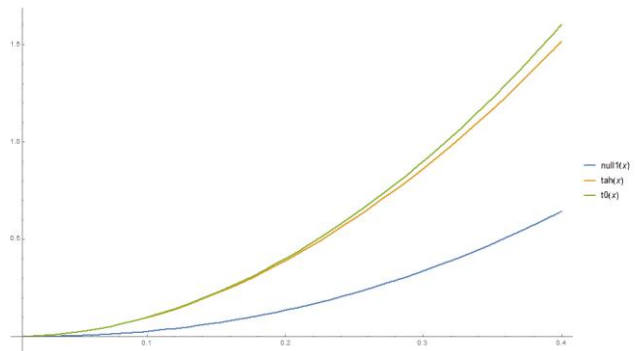
شرط انرژی را به کار ببریم که بیان می‌کند چگالی انرژی در آن مثبت است، معادله (2) به معادله زیر می‌رسد،

$$\varepsilon = \varepsilon(t, r) = \frac{F'}{R^2 R'} > 0 \quad (6)$$

اگر قید شرط انرژی را برای نسبت بردار مماس افق به بردار مماس ژئودزیک نورگونه به کار ببریم به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$\frac{dt}{dr} \Big|_{Horizo} = 1 - \frac{m'(r)}{R'} \quad (7)$$

حال با استفاده از این شرط انرژی و معادله (2) و (4) و (7) ساختار علی این مدل را مطابق شکل 1 رسم می‌نماییم. همانطور که در شکل زیر نشان داده شده است تکینگی $R=0$ در داخل افق رویداد و افق ظاهری قرار دارد. بنابراین هر نوری که از تکینگی ساطع شود توسط افق رویداد پوشانده می‌شود. در نتیجه حدس افق سانسور کیهانی پنروز در این مدل نگه داشته می‌شود.



شکل 1: تحوّل افق رویداد، ظاهری، تکینگی و ساختار علی متریک LTB در حالت تخت نشان می‌دهد.

برای این مطمئن شویم هیچ نوری از تکینگی ساطع نخواهد شد، نورهایی که در نزدیکی مرکز تکینگی ساطع می‌شوند را بررسی می‌نماییم. این نورهای از این جهت حائز اهمیت هستند که اگر قرار باشد نوری از تکینگی خارج شود و به ناظر بی‌نهایت دور برسد، نوری است که از مرکز تکینگی ساطع می‌شود. همانطور که در شکل 2 می‌بینیم، نوری که از اطراف تکینگی و حتی قبل از تشکیل آن از مرکز آن ساطع می‌شود وارد افق شده و در نهایت

1993!; R. P. A. C. Newman, *Class. Quantum Grav.* 3, 527 1986; D. Christodoulou, *Commun. Math. Phys.* 93, 171 1984!.

[5] A. Krasinski and C. Hellaby, *Phys. Rev. D* 65, 023501 (2002); C. Hellaby and A. Krasinski, *Phys. Rev. D* 73, 023518 (2004); J. T. Firouzjaee and R. Mansouri, *Gen. Rel. Grav.* 42, 2431 (2010).

[6] C. J. S. Clarke, *Class. Quant. Grav.* 10, 1375 (1993); F. J. Tipler, *Phys. Lett. A* 64A, 8 (1977); C. J. S. Clarke and A. Krolak, *J. Geom. Phys.* 2, 127 (1985).

[7] D. M. Eardley and L. Smarr, *Phys. Rev. D* 19, 2239 (1979).

تأثیر پارامترهای ساختاری بر پیچیدگی شکل تپ‌اخترها

اقدامی، عیسی^۱؛ پناهی، حسین^۱؛ موحد، سید محمدصادق^۲؛ منادی، رضا^۳

^۱گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

^۲دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، ولنجک، تهران، ایران

^۳پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران، ایران

چکیده

بررسی سازوکار تابش و نحوه‌ی ساخته شدن شکل تپ‌اخترها به دلیل ناشناخته بودن رفتار ماده‌ی هسته‌ای در فشار و چگالی بالای درون ستاره نوترونی و همچنین عدم دانش کافی از فرآیند تابش، کاری دشوار است و به اطلاعات آماری و رصدی کافی برای تحلیل این سازوکار نیاز است. در اینجا ما با استفاده از تحلیل فراکتالی به بررسی هم‌بستگی بین پیچیدگی شکل تپ که یکی از مهم‌ترین پارامترهای آماری تپ است با سایر پارامترهای ساختاری تپ‌اختر می‌پردازیم. نتایج ما نشان می‌دهد که هم‌بستگی معنی‌داری بین بعد فراکتالی و پارامترهای ساختاری تپ‌اختر وجود ندارد اما خط دید ناظر و شکل توزیع نواحی تابش در مخروط نوری با پیچیدگی شکل تپ هم‌بسته هستند.

The effect of structural parameters on the complexity of pulsars' pulse profile

Eghdami, Issa¹; Panahi, Hossein¹; Movahed, Seyed Mohammad Sadegh^{2,3}; Monadi, Reza¹;

¹Department of Physics, University of Guilan, Rasht 41635-1914, Iran

²Department of Physics, Shahid Beheshti University, Velenjak, Tehran 19839, Iran

³School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences, (IPM), P. O. Box 19395-5531, Tehran, Iran

Abstract

Investigation of the radiation mechanism and how the shape of the pulsar is constructed are due to the unknown nature of the behavior of the nuclear mater in the high pressure and density inside the neutron star, and also the lack of adequate knowledge of the radiation process, is difficult and it requires enough statistical information and observational data to analyze this mechanism. Here, using fractal analysis, we investigate the correlation between the complexity of the pulsar pulse profiles, which is one of the most important statistical parameters of the pulse profile, with other structural parameters of pulsar. Our results show that there is no significant correlation between fractal dimension and structural parameters of the pulsars, but the observer's line of sight and the distribution of radiation regions in the optical cone are correlated with the complexity of the pulse profiles.

مقدمه

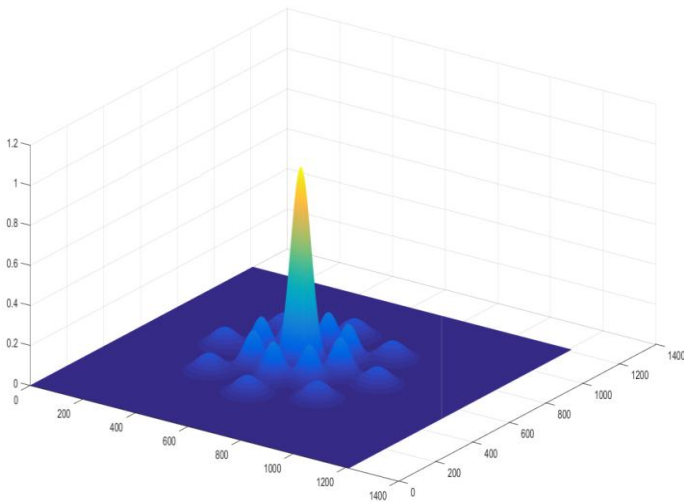
شد که منبع آن‌ها ستاره‌های نوترونی چرخان یا تپ‌اخترها^۱ هستند. شکل تپ می‌تواند در اثر عوامل مختلفی در زمان‌های مختلف تفاوت زیادی داشته باشد اما تپ میانگین^۲ هر تپ‌اختر بسیار پایدار است و مانند اثر انگشت آن تپ‌اختر رفتار می‌کند [۳]. این شکل تپ به عواملی مانند زاویه بین میدان مغناطیسی و محور

ستاره‌های نوترونی چرخان در اثر میدان مغناطیسی بسیار قوی‌ای که دارند از خود موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند که به صورت تپ دیده می‌شود [۲ و ۱]. در ابتدا تصور می‌شد منبع این تپ‌های رادیویی موجودات فرازمینی هستند اما عدم رویت انتقال به سرخ و آبی متناوب در آن‌ها این نظریه را منتفی کرد و مشخص

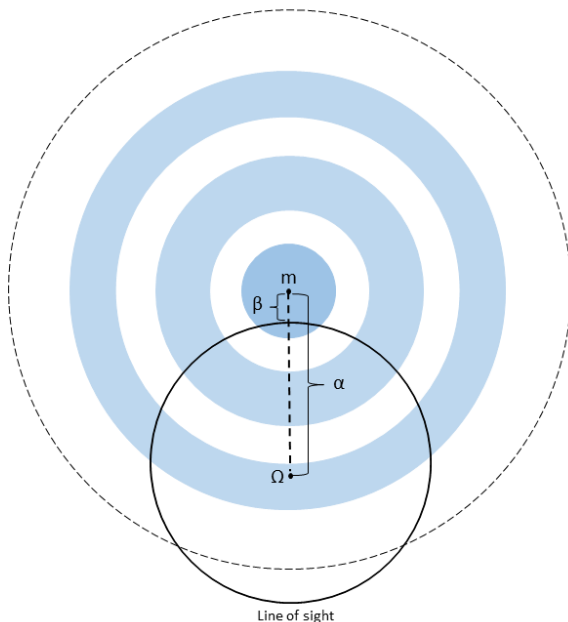
¹ Pulsars

² Mean pulse profile

منتشر می‌شود [۴]. در این رابطه P دوره تناوب تپ‌اختر و $r_6 = r / (10^6 \text{ cm})$ ارتفاع نسبی ناحیه تابش است و به صورت تجربی مشاهده شده است که به بسامد رصد و دوره تناوب تپ‌اختر وابسته است. بنابراین انتظار داریم با تغییر این پارامترها، شکل تپ متفاوتی بدست آید.



شکل ۱ نواحی تابش تپ‌اختر J0437-4715



شکل ۲: تصویری نمادین از مخروط تابش و خط دید تپ‌اختر J0437-4715

دوران تپ‌اختر و خط دید ناظر بستگی دارد اما در بسامدهای مختلف، تقریباً شکل تپ میانگین ثابتی رصد می‌شود. شکل تپ میانگین می‌تواند شامل یک تپ اصلی به همراه چندین ریزتپ باشد. پیچیدگی شکل تپ را معمولاً با شمردن تعداد قله‌های موجود در شکل تپ مشخص می‌کنند اما این کمیت ضعیف‌هایی دارد. به عنوان مثال اندازه‌ی نسبی هر قله و میزان چین و چروک موجود در آن در این کمیت اهمیتی ندارد. ما در این مقاله از بُعد فراکتالی^۳ به عنوان معیار دقیق‌تری برای سنجش پیچیدگی شکل تپ استفاده می‌کنیم. هر چه بُعد فراکتالی یک طرح عدد بزرگتری باشد نشان دهنده‌ی پیچیدگی بیشتر آن طرح است و برعکس.

شبیه‌سازی شکل تپ

روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی شکل تپ معرفی شده‌اند. در اینجا ما با استفاده از مدل مخروطی یا مدل کلاهی^۴، شکل تپ تپ‌اختر J0437-4715 که یک تپ‌اختر میلی‌ثانیه‌ای است را شبیه‌سازی می‌کنیم. در این روش ابتدا مخروط تابش تپ‌اختر را بوسیله‌ی توابع گوسی مطابق شکل ۱ طراحی می‌کنیم. سپس با محاسبه‌ی شعاع مخروط تابش و خط دید، شکل تپ را شبیه‌سازی می‌کنیم [4]. هرچند که شکل ۱ یک چیدمان خاص برای نواحی تابش است اما بسته به اینکه خط دید ناظر از چه منطقه‌ای عبور می‌کند، شکل‌های تپ مختلفی می‌توانند تشکیل شوند. مکان عبور خط دید ناظر به زاویه‌ی میل^۵ α و زاویه‌ی برخورد^۶ β بستگی دارد. زاویه‌ی میل برابر با فاصله‌ی زاویه‌ای بین محور دوران Ω و محور میدان مغناطیسی تپ‌اختر m است. زاویه برخورد نیز کوتاهترین فاصله‌ی زاویه‌ای بین خط دید و محور مغناطیسی است. در شکل ۲ تصویری نمادین از مخروط تابش و خط دید تپ‌اختر را نشان داده‌ایم. برای یک خط تابش در تپ‌اختر J0437-4715، موج الکترومغناطیسی تحت زاویه‌ی:

$$\rho = 1.24s \times r_6^{1/2} P^{-1/2} \quad (1)$$

³ Fractal dimension

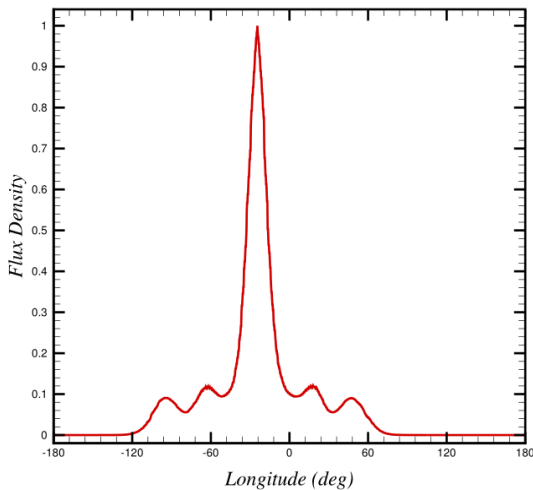
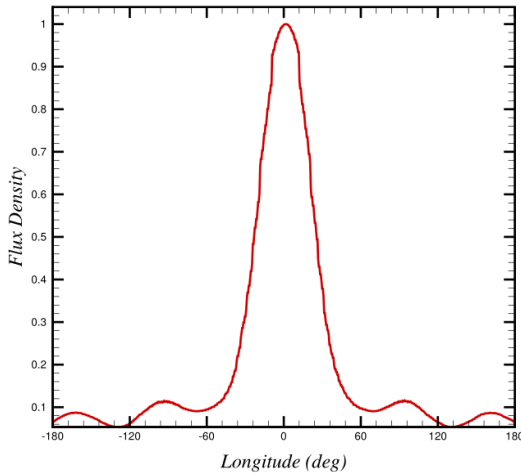
⁴ Polar cap

⁵ Inclination angle

⁶ Impact angle

بُعد فراکتالی

فرمی که در [۸] منتشر شده‌اند برای تحلیل شکل تپ تپ‌اخترها در بسامد گاما استفاده می‌کنیم. برای این کار شکل تپ میانگین ۷۸ تپ‌اختر که در بسامد گاما رصد شده‌اند را بررسی خواهیم کرد.



شکل ۳: تصویر بالا: $D = 1.15 \pm 0.07$ و $\rho = 17^\circ$. تصویر پایین:

$$D = 1.08 \pm 0.06 \text{ و } \rho = 34^\circ$$

هم‌بستگی پیچیدگی تپ و مشخصه‌های تپ‌اختر

برای بررسی وجود رابطه بین پارامترهای فیزیکی تپ‌اختر و معیار پیچیدگی تپ D ، از ضریب هم‌بستگی پیرسون^۸ استفاده کرده‌ایم. ضمناً برای اطمینان از هم‌بستگی محاسبه شده، p -value های مربوطه نیز محاسبه شده‌اند. این کمیت بیانگر احتمال تصادفی بودن هم‌بستگی بدست آمده است و هرچه عدد کوچکتری باشد

فراکتال یک مجموعه است که بُعد آن از بُعد هندسی اجزای سازنده‌ی خود بیشتر و از فضایی که در آن قرار دارد کمتر است. هر چه پیچیدگی یک فراکتال بیشتر باشد، بُعد فراکتالی آن عددی بزرگتر است. بنابراین بُعد فراکتالی یک طرح معیاری برای مشخص کردن میزان پیچیدگی آن است. در اینجا ما روش شمارش جعبه^۷ که معروف‌ترین و رایج‌ترین روش تعیین بُعد فراکتالی است را به کار می‌گیریم. در این روش تمام یک شکل را به کمک N_b جعبه با اندازه‌ی ϵ پوشش می‌دهیم. در این صورت تعداد جعبه‌هایی که کل طرح را پوشش داده‌اند تابعی از اندازه‌ی جعبه‌ها است [۵]:

$$N_b(\epsilon) = \epsilon^{-D} \quad (2)$$

که در آن D بُعد فراکتالی طرح است. هرچه اندازه‌ی جعبه‌ها کوچک‌تر باشد، به تعداد جعبه‌های بیشتری برای پوشش کل طرح نیاز داریم و برعکس. پس با استفاده از رابطه‌ی (۲)، نمودار لگاریتمی N_b را بر حسب ϵ رسم می‌کنیم. این رابطه یک رفتار مقیاسی را پیش‌بینی می‌کند و در نتیجه نمودار لگاریتمی مذکور خطی راست با شیبی برابر با بُعد فراکتالی طرح است.

اعمال بر روی داده‌های شبیه‌سازی شده و رصدی

در ابتدا با استفاده از شبیه‌سازی شکل تپ با یک مخروط تابش خاص اما پارامترهای مختلف، بُعد فراکتالی شکل بدست آمده را محاسبه کردیم. در شکل ۳ می‌توان دید که با وجود اعمال تغییر بسیار زیاد در سن و دوره‌ی تناوب تپ‌اختر و در نتیجه تغییر شعاع مخروط تابش، تغییر چشمگیری در پیچیدگی شکل آن دیده نشده است زیرا توزیع نواحی تابش و خط دید در هر دو حالت ثابت هستند. در نتیجه پیچیدگی شکل تپ با تغییر پارامترهای ساختاری مانند دوره تناوب، تغییر چشم‌گیری نمی‌کند و این کمیت بیش از همه به نحوه توزیع نواحی تابش در مخروط نوری و همچنین زاویه دید رصد بستگی دارد. سپس تحلیل فراکتالی خود را بر روی شکل تپ تپ‌اخترهای معمولی و ۲۴ تپ‌اختر میلی‌ثانیه‌ای که در بسامد رادیویی رصد شده‌اند به ترتیب در [۶] و [۷] قابل دسترسی هستند اعمال می‌کنیم. در ادامه از داده‌های تلسکوپ

⁸ Pearson correlation coefficient

⁷ Box counting

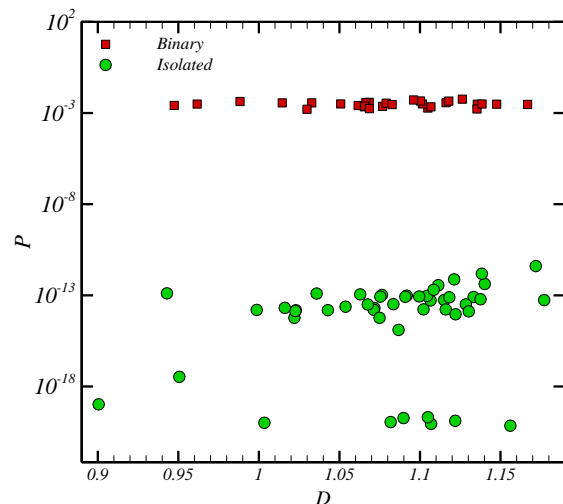
نتیجه‌گیری

از نتایج ذکر شده در بخش‌های قبل می‌توان نتیجه گرفت ارتباط معنی‌داری بین بُعد فراکتالی و پارامترهای ساختاری تپ‌اخترها در بسامدهای رادیویی و گاما وجود ندارد. همچنین تفاوت محسوسی بین تپ‌اخترهای میلی‌ثانیه‌ای منزوی و آن‌هایی که در سامانه‌های دوتایی هستند دیده نشد. یعنی سازوکار تابش این دو دسته تقریباً مشابه است. بعلاوه این نتیجه را با استفاده از شبیه‌سازی شکل تپ با پارامترهای ساختاری مختلف محک زدیم که منجر به تایید آن شد. در واقع شکل تپ به نحوه توزیع نواحی تابش، ارتفاع نواحی تابش در مخروط نوری و زاویه دید ناظر بستگی دارد و نه شرایط ساختاری تپ‌اختر. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت مدل‌هایی برای توضیح تابش تپ‌اخترها مناسب‌تر هستند که تاکید و تمرکز بیشتری روی وضعیت دید ناظر و خواص محیط میان ستاره‌ای در مسیر تپ دارند.

مرجع‌ها

- [1] رضا منادی، پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد، پرش دورانی در تپ‌اخترها، ایران، تهران، دانشگاه شهید بهشتی، بهمن ۱۳۹۱.
- [2] Glendenning, N. K. (2012). Compact stars: Nuclear physics, particle physics and general relativity. Springer Science & Business Media.
- [3] Kramer, M., Xilouris, K. M., Lorimer, D. R., Doroshenko, O., Jessner, A., Ieleanu, R., ... & Camilo, F. (1998). The characteristics of millisecond pulsar emission. I. Spectra, pulse shapes, and the beaming fraction. *The Astrophysical Journal*, 501(1), 270.
- [4] Qiao, G. J., & Lin, W. P. An inverse Compton scattering (ICS) model of pulsar emission. arXiv preprint astro-ph/9708245. 1997.
- [5] Feder, J. *Fractals (physics of solids and liquids)*. Plenum, New York, 1988.
- [6] <http://www.epta.eu.org/epndb/>
- [7] Dai, S., Hobbs, G., Manchester, R. N., Kerr, M., Shannon, R. M., van Straten, W., ... & Coles, W. A. A study of multifrequency polarization pulse profiles of millisecond pulsars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 449(3), 3223-3262. 2015.
- [8] <https://fermi.gsfc.nasa.gov/>

می‌توان به هم‌بستگی مشاهده شده اطمینان بیشتری داشت. نتایج نشان می‌دهند که هم‌بستگی معناداری بین پارامترهای فیزیکی و D وجود ندارد و این موضوع در طول موج‌های رادیویی و گاما صادق است. برای طول موج رادیویی، هم‌بستگی مشخصه‌های استوکس^۹ در سه طول موج ۱۰، ۲۰ و ۵۰ سانتیمتر با تمامی متغیرهای فیزیکی موجود در مورد تپ‌اخترها بررسی شده‌اند. اما برای طول موج گاما هم‌بستگی‌ها فقط در یک طول موج محاسبه شده‌اند. بهترین هم‌بستگی در طول موج گاما بین D و شدت میدان مغناطیسی بدست آمده است که مقدار ضریب هم‌بستگی ضعیف 0.28 با احتمال 16% تصادفی بودن را نشان می‌دهد. در طول موج رادیویی بالاترین ضریب هم‌بستگی بین D و سن کندشوندگی در مشخصه‌ی استوکس V با طول موج 10 سانتیمتر مقدار -0.40 با احتمال تصادفی بودن 5% بدست آمده است که همچنان هم‌بستگی چشم‌گیری را نشان نمی‌دهد. در شکل ۴ نمودار لگاریتمی دوره‌ی تناوب تپ‌اخترهایی که در بسامد گاما رصد شده‌اند را بر حسب بُعد فراکتالی آن‌ها رسم کرده‌ایم که نشان دهنده‌ی عدم وجود هم‌بستگی بین آن‌ها است. بنابراین نتایج عددی ما هیچ هم‌بستگی با معنی‌ای بین بُعد فراکتالی و پارامترهای ساختاری تپ‌اختر را آشکار نکردند.



شکل ۴: نمودار دوره‌ی تناوب بر حسب بُعد فراکتالی تپ‌اخترهای رصد شده در بسامد گاما.

⁹ Stokes parameters

بررسی عدم وجود مقیاس شتاب بنیادی در کهکشان‌ها

زُدریگو، دیوی^۱؛ مارا، والرئو^۱؛ دل پوپولو، آنتینو^۲؛ داوری، زهرا^۳

^۱دانشکده فیزیک، دانشگاه فدرال اسپیریتوسانتو، ویترا، برزیل

^۲دانشکده فیزیک و اختر فیزیک، دانشگاه کاتانیا، ایتالیا

^۳گروه فیزیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

چکیده

ماده تاریک یکی از چالش‌های کیهان‌شناسی امروزی می‌باشد. علیرغم اینکه شواهدی قوی وجود آن را تایید می‌کند ولی تاکنون به طور مستقیم مشاهده نشده است. در مقیاس کهکشانی تنش بین توزیع ماده تاریک نظری و رصدی وجود دارد، بنابراین انتظار هست با شناخت ماهیت این مولفه کیهانی پنجره‌هایی جدید در فیزیک گشوده شود. از طرفی رابطه شتاب شعاعی، وجود یک مقیاس شتاب a_0 را از بررسی دینامیک داخلی تعدادی کهکشان تایید می‌کند که به بیانی مدل دینامیک تصحیح‌یافته نیوتنی موند را بازایی می‌کند. در این تحقیق ما با بررسی ۱۹۳ کهکشان و با کمک آنالیز بایزین نشان خواهیم داد که احتمال وجود مقیاس شتاب اساساً صفر می‌باشد و در بازه‌ای بیشتر از 10σ فرض وجود این مقیاس رد می‌شود.

Investigating the absence of fundamental acceleration scale in galaxies

C. Rodrigues, Davi¹; Marra, Valerio¹; del Popolo, Antonino²; Davari, Zahra³

¹ Department of Physics, Federal University of Espirito Santo, Vitória, Brazil,

² Dipartimento di Fisica e Astronomia, Università di Catania, Catania, Italy

³ Department of Physic, Bu Ali Sina University, Hamedan, Iran.

Abstract

Dark matter is one of the challenges of modern cosmology. Although, there is much strong indirect evidence that supports its existence, but there is yet no sign of a direct detection. Moreover, at the scale of galaxies, there is tension between the theoretically expected dark matter distribution and its indirectly observed distribution. Therefore, phenomena associated with dark matter have a chance of serving as a window towards new physics. The radial acceleration relation confirms that a non-trivial acceleration scale a_0 can be found from the internal dynamics of several galaxies, this retrieves the modified Newtonian dynamics theory. Here, we consider 193 galaxies and, using Bayesian inference, show that the probability of existence of a fundamental accelerations essentially 0: the null hypothesis is rejected at more than 10σ .

PACS No. 98

ستاره‌ها و گازهای میان ستاره‌ای، ماده‌ای نامرئی یا اصطلاحاً تاریک که دارای توزیع جرمی متناسب با فاصله از مرکز کهکشان است، در نظر گرفته می‌شود. بنابراین ماده تاریک در ساختارهایی بصورت هاله باید وجود داشته باشد. راهکار دوم، اختلاف بین نظریه و مشاهدات را به این صورت توجیه می‌کند که گرانش در مقیاس‌های کهکشانی با دینامیک نیوتنی توصیف نمی‌شود و به عبارت دیگر قانون دوم نیوتن و یا قانون گرانش تغییر می‌کند. بر این اساس، نظریه‌های گرانش جایگزین ارائه شدند تا با فرمولبندی

مقدمه

مطالعات بر روی منحنی چرخش کهکشان‌های مارپیچی نشان می‌داد که نمی‌توان حرکت چرخشی ستاره‌ها حول مرکز کهکشان را تنها با گرانش ناشی از ماده مرئی توصیف کرد. سرعت ستاره‌ها و گاز هیدروژن، در لبه‌ی قرص کهکشان به یک مقدار ثابت میل می‌کند و با افزایش فاصله از مرکز کهکشان مطابق رابطه کپلری $V_C^2 = \frac{GM}{r^2}$ کاهش نمی‌یابد. برای توجیه این اختلاف بین نظریه و مشاهدات دو راهکار زیر وجود دارد: در راهکار اول، علاوه بر

۲- با در نظر گرفتن چهار معیار کیفی زیر کهکشانهایی که منجر به خطا در آنالیز نهایی می‌شوند را حذف کردیم: معیار اول: کهکشان‌هایی که χ^2_{min} خیلی بزرگ دارند را از آنالیز خارج کردیم. برای این منظور با قرار دادن شرط $pvalue = 5/7 \times 10^{-7}$ ، ۴۱ کهکشان حذف می‌شود. معیار دوم: ۲۳ کهکشان‌های که در آنها برای حالتی که $\log a_0$ به $-\infty$ میل می‌کند ولی مقدار a_0 به صفر نمی‌رود را حذف می‌کند. معیار سوم و چهارم: ۱۲ کهکشان با محور چرخشی نامتقارن و ۱۰ کهکشان که زاویه میل آنها کمتر از 30 درجه است را در نظر نمی‌گیرد [3]. بعد از اعمال این چهار معیار کیفی ۱۰۰ کهکشان باقی می‌ماند.

۳- در این بررسی علاوه بر آنالیز χ^2 کمینه از استنباط بایزین یک روش قوی‌تر و برپایه قضیه بایز در آمار طبق رابطه زیر می‌باشد، استفاده می‌کنیم:

$$f(a_0, Y_{*d}, Y_{*b}, \delta | SPARC) = \frac{f(a_0, Y_{*d}, Y_{*b}, \delta) \mathcal{L}(a_0, Y_{*d}, Y_{*b}, \delta)}{\mathcal{E}} \quad (3)$$

که پارامترهای $(a_0, Y_{*d}, Y_{*b}, \delta)$ به ترتیب مقیاس شتاب، نسبت جرم به درخشندگی دیسک و برآمدگی ستاره و عدم قطعیت فاصله کهکشان می‌باشند. سمت چپ رابطه (۳) تابع پسین یا احتمال ثانویه پارامترها است و $f(a_0, Y_{*d}, Y_{*b}, \delta)$ تابع پیشین یا احتمال اولیه پارامترها می‌باشد که ما در بررسی خود به صورت توابع تخت زیر آنها را در نظر می‌گیریم:

$$f(a_0) = \text{ثابت} \quad a_0 > 0$$

$$f(Y_{*d}) = \frac{1}{\Delta Y_{*d}} \quad 0/25 \leq Y_{*d} \leq 1/0$$

$$f(Y_{*b}) = \frac{1}{\Delta Y_{*b}} \quad 0/25 \leq Y_{*b} \leq 1/4$$

$$f(\delta) = \frac{1}{\Delta \delta} \quad 0/8 \leq \delta \leq 1/2$$

۴- با تنظیم دو بسته کد نویسی در *Wolfram Language* به نام *MAGMA* و *mBayes* آنالیز دقیقی بر روی نتایج بدست آمده انجام می‌دهیم. بسته *MAGMA* سه تابع اصلی دارد که به طور اتوماتیک با دخالت یک کاربر انجام می‌گیرد. تابع *MAGMAFits* که با کمک دو روش کمینه کردن χ^2 و تقریب

جدیدی از نظریه‌ی نسبیت اینشتین و دینامیک کلاسیک نیوتنی و بدون احتیاج به وجود ماده تاریک قادر به توصیف پدیده‌های مشاهده شده در مقیاس‌های بزرگ باشد. یکی از نخستین نظریه‌های جایگزین گرانش نیوتنی، نظریه‌ای معروف دینامیک تصحیح یافته‌ی نیوتنی یا موند است. معادله موند عبارت است از:

$$\mathbf{a}_N = \mu \left(\frac{a}{a_0} \right) \mathbf{a} \quad (1)$$

که \mathbf{a}_N شتاب نیوتنی، \mathbf{a} شتاب فیزیکی انتظاری، $a_0 = 1/2 \times 10^{-10} \text{ms}^{-2}$ و $\mu(x)$ تابع گذار می‌باشد [1]. این تابع به صورتی هست که به ازای شتاب‌های بزرگ $(a \gg a_0)$ گرانش نیوتنی $(a = a_N)$ عمل می‌کند و برای مقادیر کوچک شتاب $a^2 \propto a_N$ است. ما در بررسی خود از دو تابع گذار استاندارد و ساده استفاده کرده‌ایم. اما مک‌گوف و همکارانش در سال ۲۰۱۶ با بررسی ۱۵۳ کهکشان از ۱۷۵ کهکشان پایگاه اطلاعاتی *SPARC* رابطه برجسته‌ای بین شتاب شعاعی مشاهده شده از منحنی چرخش و شتاب پیش بینی از توزیع باریون‌ها به نام رابطه شتاب شعاعی (*RAR*) را گزارش دادند [2]. رابطه برازشی آنها به شکل زیر می‌باشد:

$$g_{obs} = \frac{g_{bar}}{1 - e^{\sqrt{\frac{g_{bar}}{g_0}}}} \quad (2)$$

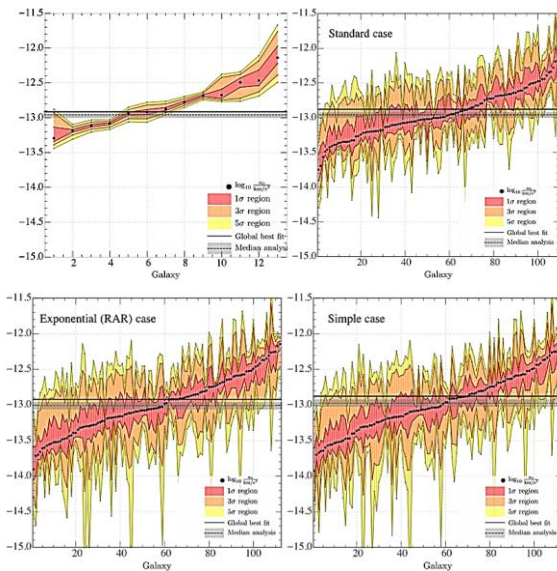
این گروه از رابطه *RAR* دو نتیجه گرفتند: (۱) با توجه به رابطه (۲)، می‌توان پروفایل ماده تاریک را طبق رابطه $g_{DM} = g_{obs} - g_{bar}$ تعیین کرد. به عبارتی جفت شدگی بین باریون و ماده تاریک وجود دارد که هنوز بصورت رصدی مشاهده نشده است. (۲) با تناظر یک به یک بین شتاب‌های g_{obs} و g_{bar} پیشنهاد دادند که ماده تاریک وجود ندارد و قوانین دینامیک در فواصل کهکشانی تغییر کند. در واقع این نتیجه مدل موند را بازیابی می‌کند. ما در بررسی خود با توجه به نتیجه این گروه بررسی خواهیم کرد که آیا اندازه‌گیری بروی کهکشان‌های متفاوت به نتایج سازگار برای پارامتر مقیاس شتاب بنیادی منجر می‌شود؟ برای کاهش خطاهای سیستماتیک که در مقیاس کهکشانی کمتر قابل کنترل هستند راهکارهای زیر را اعمال کردیم:

۱- از دو پایگاه اطلاعاتی متفاوت *THINGS* و *SPARC* استفاده کرده‌ایم.

ککشنا	$\log_{10} a_0$	$1\sigma_-$	$1\sigma_+$	$3\sigma_-$	$3\sigma_+$	$5\sigma_-$	$5\sigma_+$
ن							
CamB	-14 /50	-0 /4	0 /24	-2 /3	0 /47	-2 /4	0 /66
D512-2	-13 /36	-0 /3	0 /27	-0 /7	0 /7	-1 /3	0 /95
D564-8	-13 /49	-0 /2	0 /18	-0 /5	0 /42	-0 /8	0 /57

مقدار $pvalue = 5/7 \times 10^{-7}$ ملاحظه می‌کنیم. به عنوان مثال برای تابع گذار ساده، ۱۱ ککشنا مقیاس شتاب در ناحیه تراز اطمینان 5σ آنها قرار نمی‌گیرند. این نتایج شاهده‌ی بر این هستند که ککشناهای زیادی کاملاً با شتاب بنیادی ثابت کلی سازگار نیستند. بنابراین مقیاس شتاب را نمی‌توان بصورت مقیاسی بنیادی در نظر گرفت. از این رو تفسیر موند که یک نظریه مقرون به صرفه جدول ۲: مقادیر بهینه برازش a_0 و ناسازگاری با مقیاس شتاب بنیادی.

تابع گذار	$\log_{10} a_0$	$1\sigma(32\%)$	$3\sigma(27\%)$	$5\sigma(5/7 \times 10^{-7})$
استاندارد	-12 /899	70%	33%	20%
ساده	-12 /954	66%	34%	16%
RAR	-12 /970	71%	31%	15%



شکل ۲: توزیع احتمال پسین a_0 برای ککشناهای پایگاه داده SPARC و THINGS به ازای توابع گذار مختلف.

می‌باشد و بدون نیاز به ماده تاریک منحنی چرخش ککشناها را توصیف می‌کند، به عنوان نظریه گرانشی رد می‌کنیم. اما آن را به

بایزین مقادیر بهینه پارامترها را تعیین می‌کند. *MAGMAPlots* به ازای مقادیر بهینه مرحله اول نمودارهایی برای هر ککشنا رسم می‌کند. *MAGMATables* در این مرحله جداولی از برازش‌های انجام گرفته تولید می‌شود. در تقریب بایزین تابع احتمال اولیه یا پسین را بصورت زیر در نظر گرفتیم:

$$f(a_0, Y_{*d}, Y_{*b}, \delta) = f(a_0)f(Y_{*d})f(Y_{*b})f(\delta) \quad (4)$$

تابع پسین مرتبه اول بی اثر شده روی a_0 برابر است با:

$$f(a_0|SPARC) = \int dY_{*d} dY_{*b} d\delta f(a_0, Y_{*d}, Y_{*b}, \delta|SPARC) \quad (5)$$

و میانه و انحراف معیار تابع پسین برای هر ککشنا طبق روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{a}_{0,j} = \int da_0 a_0 p_j(a_0) \quad (6)$$

$$\sigma_{a_0,j}^2 = \int da_0 (a_0 - \bar{a}_{0,j})^2 p_j(a_0) \quad (7)$$

که $p_j(a_0)$ تابع پسین بی اثر شده روی a_0 برای ککشنا j می‌باشد. در جدول (۱) خلاصه‌ای از نتایج آنالیز بایزین برای سه ککشنا از پایگاه اطلاعاتی SPARC با تابع گذار RAR به عنوان نمونه ارائه شده است.

در شکل (۲) توزیع‌های پسین روی a_0 که شامل بیشینه‌هایشان و بازه‌های اطمینان را به ازای توابع مختلف گذار برای ۱۰۰ ککشنا انتخابی پایگاه داده SPARC و ۱۸ ککشنا پایگاه داده THINGS بعد از اعمال معیارهای کیفی را نمایش داده‌ایم [4].

در تعیین این نتایج از هیچ تقریب گوسی و خطی استفاده نکرده‌ایم. هر پسین بعد از بی اثر شدن روی محدوده مجاز نسبت به روشنایی به جرم و فاصله ککشنا بدست می‌آید و در اینجا برای واضح‌تر شدن نمودار به ترتیب مقدار بیشینه همراه با نواحی اطمینان 1σ ، 3σ و 5σ مرتب شده‌اند و سپس آنها را با نقطه برای هر ککشنا نمایش داده‌ایم. همانطور که مشاهده می‌کنیم که ۱۳ ککشنا از ۱۰۰ ککشنا انتخابی با مقدار بهینه a_0 برای بیشتر از محدوده‌ی 5σ ناسازگارند. در جدول (۲) به طور واضح این نتایج برای تابع گذارهای استاندارد، ساده و RAR با در نظر گرفتن جدول ۱: خلاصه‌ای از نتایج تقریب بایزین برای تابع گذار RAR

است. لازم به ذکر است تخمینی که ما در نظر گرفتیم نسبت به مقدار میانگین 14% بزرگتر است. البته با تکرار محاسبات و در نظر گرفتن خطای بزرگتر از 20% و جریان هابلی برای فواصل به نتایج مشابه و عدم حضور مقیاس شتاب بنیادی می‌رسیم. در مقاله [10] نویسندگان مدعی شده‌اند که با کاربرد تقریب بایزین و استفاده از تابع گوسی مشابه [2] بعد از بی‌اثرسازی، تابع توزیع پسین بزرگتری برای مقیاس شتاب نسبت به پژوهش حاضر با تابع توزیع تخت بدست آوردند و اظهار کردند شواهدی برای رد مدل موند به عنوان نظریه بنیادی وجود دارد.

نتیجه گیری

در این پژوهش با بررسی داده‌های رصدی منحنی چرخش ۱۹۳ کهکشان دیسکی از پایگاه اطلاعاتی SPARC و THINGS و با کمک استنتاج آماری بایزین نشان داده شد که احتمال وجود یک شتاب بنیادی در گرانش اصلاح شده نیوتنی (موند) اساساً صفر است. به بیان دیگر این نظریه نمی‌تواند یک نظریه اساسی در سطح کهکشان‌ها باشد. با توجه به نقدهایی که بر روی این پژوهش انجام شد، خواننده با تکیه بر پیش فرض‌ها و تکنیک‌های متفاوت به کار گرفته توسط این گروه‌ها در پایان باید وجود یا عدم وجود مقیاس شتاب بنیادی را خود انتخاب کند.

مرجع‌ها

- [1] M. Milgrom, A modification of the Newtonian dynamics - Implications for galaxies, **ApJ** ۲۷۰, (۱۹۸۳).
- [۲] F. Lelli, S. McGaugh and J. Schombert, Fitting the Radial Acceleration Relation to Individual SPARC Galaxies. **ArXiv**1803.00022(2018).
- [3] Hees, A., Famaey, B., Angus, G. W. & Gentile, G. Combined Solar System and rotation curve constraints on MOND. **Mon. Not. R. Astron. Soc.** 455 (۲۰۱۶).
- [۴] De Blok, W. J. G. & McGaugh, S. S. Testing modified Newtonian dynamics with low surface brightness galaxies: rotation curve FITS. **Astrophys. J.** 508, 132-140 (1998).
- [5] Rodrigues, Davi C. et al. Absence of a fundamental acceleration scale in galaxies **Nat. Astron.** no.8, 668-672 arXiv:1806.06803,(2018).
- [6] McGaugh, S. S., Li, P., Lelli, F. & Schombert, J. M. **Nat. Astron.** <https://doi.org/10.1038/s41550-018-0615-9> (2018).
- [7] Gregory, P. C. Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences, Cambridge Univ. Press, Cambridge, (2010).
- [8] Rodrigues, Davi C. et al. **Nat. Astron** 2, pages 927-929 (2018)
- [9] Kroupa, P. et al. **Nat. Astron.** <https://doi.org/10.1038/s41550-018-0622-x> (2018).
- [10] Chang Z., Yong Z., Is there a fundamental acceleration scale in galaxies?, **arXiv**:1812.05002,(2018).

ظنون یک رابطه همبستگی پدیده شناختی در سطح کهکشان‌ها مفید می‌دانیم [5].

پس از انتشار پژوهش مذکور در مجله نیچر آسترونومی دو گروه تحقیقاتی مجزا به سرپرستی مک گوف و کروپا نقدهایی را بر روی نتایج آن داشتند.

مک گوف و همکارانش با آنالیزی که روی داده‌های پایگاه اطلاعاتی SPARC داشتند به نتیجه‌ای متناقض با ما و سازگار با وجود مقیاس شتاب بنیادی رسیدند. آنها این تناقض را نتیجه‌ای

از نادیده گرفتن زاویه میل کهکشان‌ها و همچنین در نظر گرفتن توابع پیشین تخت برای پارامترها و گذاشتن حدهای سختی بر

روی کمیت نسبت جرم بر درخشندگی (γ_*) و فاصله کهکشان‌ها (δ) می‌دانند. آنها اظهار کردند با توجه به مدل‌های جمعیتی

ستاره‌ای انتخاب معقول برای توابع پیشین کمیت‌ها تابع گوسی (نرمال) با انحراف معیار متناسب با خطای آنها است [6]. در

پاسخ به این نقد باید توجه داشت که تکنیک به کار گرفته توسط این گروه آنالیز متفاوتی و بر روی توابع توزیع تجمعی χ^2 می‌باشد

و همچنین هنگامی که شک و تردیدی در مورد توابع احتمال پارامترها وجود دارد انتخاب تابع تخت نسبت به نرمال انتخابی

محافظه‌کارانه‌تر می‌باشد [7]. در پژوهش ما γ_* و δ به عنوان پارامترهای مزاحم در نظر گرفته شدند که اگر آنها را ثابت بگیریم

باعث بزرگ شدن فواصل اطمینان a_0 می‌شود (شکل ۲) مقاله [8] و معیارهایی که برای حذف تعدادی از کهکشان‌ها در نظر

گرفتیم متفاوت با کار این گروه هست.

کروپا و همکارانش در مقاله [9] در نظر گرفتن عدم قطعیت زاویه میل کهکشان‌ها را دلیل بدست آوردن این عدم وجود مقیاس شتاب

دانسته‌اند با توجه به اینکه اگر زاویه i به δi تغییر کند سرعت منحنی مشاهده شده V_{obs} با عامل $\frac{\sin(i)}{\sin(i+\delta i)}$ به ازای همه

شعاع‌ها تغییر می‌کند، بنابراین تغییر در مقدار a_0 تغییری ناهمگن است که در شعاع‌های بزرگ یا جاهایی که شتاب کم است اتفاق

می‌افتد. بنابراین تغییر مقیاس شتاب نسبت به زاویه میل تابعیت کلی ندارد. این گروه اظهار داشتند اینکه فواصل در بازه $\pm 20\%$

تغیر می‌کنند در حالیکه تخمین فواصل تنها براساس جریان هابلی است و خطایی که برای آن تخمین زده می‌شود به 32% نزدیک‌تر

تخمین عامل سویدگی جرم هیدرواستاتیکی در خوشه‌های کهکشانی

انصاری فرد^۱، سعید^۱ و^۲؛ رایسا، النا^۳؛ موحد، سیدمحمدصادق^۴؛ بورگانی، استفانو^۵

^۱ دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، ولنجک، تهران، ایران

^۲ رصدخانه اخترفیزیکی تریست، ویا تیپولو ۱۱، تریست، ایتالیا

^۳ گروه اخترفیزیک، دانشکده فیزیک دانشگاه تریست، ویا تیپولو ۱۱، تریست، ایتالیا

^۴ موسسه فیزیک نظری دانشگاه هایدلبرگ، قدمگاه فلاسفه ۱۲، هایدلبرگ، آلمان

^۵ پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (IPM)، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله با تکیه بر شبیه‌سازی عددی هیدرودینامیکی، ارزیابی مناسبی از میزان همبستگی پراکندگی سمتی به عنوان یک تخمین‌گر با کمیت‌های دیگر مانند تودگی و پارامتر سویدگی جرم ارائه می‌کنیم. نتایج ما نشان می‌دهد که برخلاف مطالعات گذشته، در استفاده از تخمین‌گر پراکندگی سمتی باید دقت بیشتری را به کار برد. اثر آلودگی‌های موجود در مطالعه نقشه‌های پرتوایکس خوشه‌های کهکشانی را باید لحاظ کرد. همچنین با بررسی ارتباط بین انحراف از تعادل هیدرودینامیکی و وضعیت هندسی خوشه مشخص شد که نامتعادل بودن خوشه لزوماً در وضعیت هندسی آن منعکس نمی‌شود.

Hydrostatic Mass Bias factor Estimation in Galaxy Clusters

Saeed, Ansarifard^{1,2,3,4}; Risa, Elena^{2,3}; Movahed, Seyed Mohammad Sadegh^{1,5}; Borgani, Stefano^{2,3};

¹ Department of Physics, Shahid Behashti University, Velenjak, Tehran, Iran

² INAF-Astronomical Observatory of Trieste, Via Tiepolo 11, Trieste, Italy

³ Astronomy Unit, Department of Physics, University of Trieste, Via Tiepolo 11, Trieste, Italy

⁴ Instituted for Theoretical Physic University of Heidelberg, Philosophenweg 12, Heidelberg, Germany

⁵ School of Physics, Institute for research in Fundamental Sciences, IPM, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, by relying on the hydrodynamical numerical simulation, we present a proper evaluation for amount of correlation of azimuthal scatter as an estimator with other quantities such as clumpiness and hydro mass bias. Our results demonstrate that on the contrary of previous works, we should take care more on using the azimuthal scatter. The effect of contamination on the study of Galaxy Cluster X-ray maps should be considered. Furthermore, according to investigation of the relation between deviation from hydrodynamic equilibrium and geometrical shape of galaxy clusters, it was clarified that the irregularity of clusters won't essentially be reflected on their geometry.

Key Words: Cosmology, Large Scale Structure, Cluster, Bias.

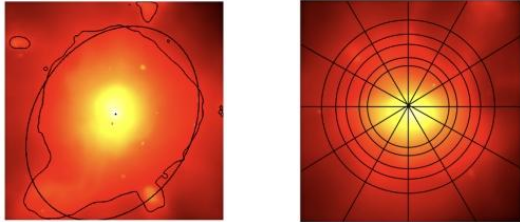
PACS: No 98

مشاهدات و اندازه‌گیری‌های اخترفیزیکی در خصوص تابع همبستگی ساختارها نشان داد که تابع همبستگی کهکشانی در یک طول مشخص، بیشتر از تابع همبستگی خوشه‌های کهکشانی است [۳ و ۴]. برای توصیف این پدیده در مقالاتی همچون [۶ و ۵] این کمیت به حوزه اخترفیزیک و کیهان‌شناسی وارد شد. ما در این مقاله بر روی مسئله تعیین جرم خوشه‌های کهکشانی با استفاده از مشاهده تابش پرتو ایکس، تمرکز خواهیم کرد. خوشه‌های کهکشانی علاوه بر اینکه خود اکوسیستمی

مقدمه

یکی از مهم‌ترین مسائلی که در کیهان‌شناسی مطرح است، برقراری ارتباط بین کمیت‌های مشاهده‌پذیر و نظریه است. در این میان با افزایش دقت رصدها، روابطی که نتایج مشاهدات را به کمیت‌های اساسی مانند جرم مرتبط می‌کنند، مدام بازنگری می‌شوند [۱]. کمیت سویدگی (Bias factor) برای اولین بار توسط Rice در مطالعات مربوط به خواص آماری سریهای زمانی معرفی شد [۲]. در دهه هشتاد میلادی

σ_A انحراف از معیار شار پرتوایکس دریافتی از بخش‌های مختلف تصویر پرتو ایکس را نشان می‌دهد. در رابطه (۱) جمع بر روی تمام بخش‌ها که در یک شعاع دایروی مشخص از مرکز تصویر قرار گرفته‌اند، انجام می‌شود. f_i مقدار شار میانگین دریافتی از هر بخش و \bar{f} مقدار میانگین شار دریافتی از کل بخش‌های یک لایه دایروی مشخص است (شکل ۱ راست).



شکل ۱: راست: در این تصویر نحوه تقسیم بندی تصویر به ۱۲ بخش و لایه‌های دایروی مختلف قابل مشاهده است. چپ: نقطه آبی پیکسل با بیشترین شار را نشان می‌دهد. نقطه قرمز مرکز بیضی‌گونی است که به کانتور هم‌شار رسم شده در فاصله $0.8R_{500}$ از نقطه کمینه پتانسیل برآزش داده شده است در ادامه تلاش خواهیم کرد تا با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی، میزان همبستگی سه کمیت C_p ، σ_A و b_H را با هم مورد سنجش قرار دهیم. به این ترتیب قادر خواهیم بود تا تحلیل مستقل از مدلی از b_H داشته باشیم. در طول این پروژه از داده‌های شبیه‌سازی عددی هیدرودینامیکی **Gadget-X** برای تحلیل‌ها استفاده شده است [۱۰]. گدجت ایکس ۳۲۴ ناحیه مختلف را در اختیار ما قرار داده است. همچنین تصاویر پرتو ایکس این خوشه‌ها از سه جهت مختلف و با قرار دادن مرکز تصویر بر روی کمینه پتانسیل خوشه، در فاصله $10Mpc$ از خوشه تولید شده‌اند. محاسبه پراکندگی سمتی به نوع انتخاب مرکز تصویر وابسته است. در اینجا دو روش برای انتخاب مراکز تصویر را در نظر می‌گیریم. یک روش ساده انتخاب پیکسل با بیشترین شار به عنوان مرکز تصویر است. محدودیت‌ها در دقت اندازه‌گیری و همچنین اثرات ناشی از شرایط داغ لایه‌های درونی ممکن است این روش را تحت تاثیر قرار دهد. روش دیگر استفاده از کانتورهای هم‌شار است. در واقع با ترسیم کانتورهای هم‌شار در فاصله معینی از مرکز فرضی خوشه و در ادامه با برآزش بیضی‌گون به این کانتورها می‌توان مرکز بیضی‌گون را به عنوان مرکز تصویر در نظر گرفت. شکل ۱ چپ یک نمونه از انتخاب مرکز تصویر بر اساس این دو روش را نشان می‌دهد. در محاسبه تودگی ذرات گازی با دمای بزرگتر از $10^6 K$ و چگالی کمتر از

پیچیده در مطالعات گرانشی و آزمایشگاهی ویژه هستند در کیهان‌شناسی نیز نقشی مهم ایفا می‌کنند. از خوشه‌های کهکشانی می‌توان در اندازه‌گیری تابع جرم و به دنبال آن تخمین طیف توان ماده استفاده کرد. اخیراً تشهایی در تخمین خوشه‌های کهکشانی و روابط مقیاسی آنها در رصدهایی همچون رصد ماهواره پلانک از اثر سانایف-زلدویچ گرمایی (tSZ) با نتایج رصد تابش زمینه کیهانی (CMB) به وجود آمده‌است [۷]. تحلیل دوباره نتایج نشان داده است که یکی از دلایل اصلی این اختلاف می‌تواند ناشی از سویدگی موجود در تخمین جرم خوشه‌های کهکشانی باشد [۸]. جرم خوشه‌های کهکشانی در رصدهای تابش پرتو ایکس و tSZ به طور معمول به شرایط دینامیکی باریون‌های درون خوشه وابسته است. لذا استفاده از فرض‌هایی مانند تعادل هیدرواستاتیکی و معادله حالت گاز کامل خطایی در تخمین جرم خوشه ایجاد می‌کند که این خطا را با پارامتر سویدگی جرم هیدرودینامیکی (b_H) تصحیح می‌کنیم. به طور سنتی b_H از طریق شبیه‌سازی‌های عددی هیدرودینامیکی تعیین می‌شود. البته از روش‌های متناظر تخمین جرم مانند همگرایی گرانشی برای کالیبره کردن روش‌های هیدرودینامیکی برای این منظور استفاده می‌شود. اختلافات موجود در تعیین مقدار سویدگی جرم از یک طرف و همچنین تنش موجود در نتایج پلانک اولیه با نتایج مرتبط با تعیین جرم خوشه‌های کهکشانی، پارامتر سویدگی جرم را به یکی از چالشهای مهم تبدیل کرده‌است.

ایده، مفاهیم و روش اجرا

کمیت تودگی معیاری از واریانس چگالی در لایه‌های کروی مختلف درون خوشه است. طبیعی است که میزان انحراف خوشه از تعادل کروی با این کمیت ارتباط مستقیم داشته باشد یعنی $C_p = \frac{\langle \rho^2 \rangle}{\langle \rho \rangle^2}$. در این رابطه، مقدار میانگین، در هر لایه کروی گرفته می‌شود. با توجه به همبستگی بین تقارن کروی و تعادل دینامیکی خوشه، میزان انحراف از تعادل هیدرواستاتیکی در خوشه‌ها به صورت هندسی با پارامتر تودگی قابل سنجش است. اما از آنجا که ما در رصدها، تصاویر خوشه‌ها را در اختیار داریم باید معادل تصویر شده کمیت تودگی را مورد استفاده قرار دهیم. لذا از کمیت پراکندگی سمتی تصاویر دو بعدی خوشه‌های کهکشانی استفاده می‌کنیم [۹]:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i \left(\frac{f_i - \bar{f}}{\bar{f}} \right)^2} \quad (1)$$

$$\rho_g(r) = \frac{\rho_0 \times 0.3 \times 10^5 \left[\frac{M_{sun}}{kpc^3} \right]}{\left(1 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)^{3\beta_0/2} \left(1 + \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right)^{\beta_1/6}} \quad (3)$$

معرفی می‌کنیم. در رابطه بالا، r_0 ، ρ_0 و r_1 در واحدهای g/cm^3 و R_{500} خواهند بود. جمله اضافه شده در مخرج باعث خواهد شد تا میزان تخمین اضافه چگالی در حوالی بیرون خوشه که در مدل‌های معمولی β وجود دارد، تصحیح شود. در آخر برای پروفایل دمایی خوشه نیز از رابطه $T(r) = \frac{t_0 [keV]}{(1 + (r/r_2) p_0) p_1}$ استفاده می‌کنیم.

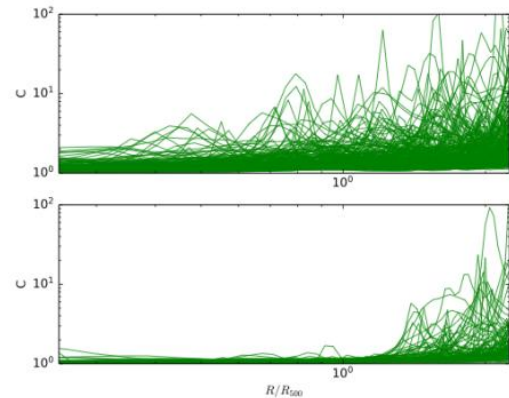
جدول ۱: تقسیم‌بندی انواع خوشه‌ها بر اساس فاصله مراکز تعیین شده در نقشه‌های دوبعدی آنها از کمینه پتانسیل. در ردیف دوم و سوم خوشه‌هایی که در ردیف اول و دوم قرار می‌گیرند حذف خواهند شد.

نوع خوشه	فاصله مرکز بیشینه شار از کمینه پتانسیل	فاصله مرکز کانتور هم شار از کمینه پتانسیل
متعادل regular	$< 20kpc$	$< 0.03R_{500}$
کمی متعادل less-regular	$< 40kpc$	$< 0.05R_{500}$
نامتعادل irregular	$< 100kpc$	$< 0.2R_{500}$

نتیجه‌گیری

همانطور که در بخش قبل ذکر شد، خوشه‌ها بر اساس مرکز آنها تقسیم‌بندی شده‌اند. بدین ترتیب برای انواع مختلف خوشه‌ها همبستگی بین کمیت‌های پراکندگی سمتی، تودگی و سوییدگی جرم هیدرواستاتیکی محاسبه شد تا بتوان معیاری از ارتباط این کمیت‌ها با یکدیگر و همینطور وضعیت دینامیکی خوشه بدست آورد. در ابتدا همانطور که در شکل ۳ سمت راست بالا مشاهده می‌شود، پراکندگی پارامتر b_H برحسب جرم واقعی خوشه‌ها برای سه دسته مختلف خوشه‌ها ترسیم شده است. از شکل مشخص است که برای نقشه‌هایی که دارای انحراف بیشتری از کمینه پتانسیل خود هستند، به طور میانگین پارامتر b_H کمتری دارند. این نشان‌دهنده قابل اتکا بودن نوع دسته‌بندی است که صورت گرفته است. در ادامه با بررسی همبستگی بین تودگی و پارامتر b_H می‌توانیم ارتباط بین عدم تعادل خوشه‌ها با وضعیت هندسی آنها مورد ارزیابی قرار دهیم. نتیجه این بررسی این است که میزان همبستگی پیرسون بین تودگی و b_H برای خوشه‌های متعادل بیشتر از دو نوع دیگر است. در واقع خوشه‌های خارج از تعادل، سایر عوامل دینامیکی که در وضعیت هندسی آنها منعکس نشده است را در خود همراه دارند (شکل ۳ بالا سمت چپ). میزان همبستگی تودگی و b_H برای خوشه‌های در حال تعادل بالای $0/3$ و برای دو دسته

$6.3 \times 10^{-4} g/cm^3$ را در نظر گرفته‌ایم. همچنین در طول این پروژه، محاسبات خود را به ناحیه $0.4R_{500} < r < 1.2R_{500}$ محدود خواهیم کرد. در واقع از آنجا که ما به مسئله تخمین جرم در خوشه‌های کهنکشانان علاقه‌مند هستیم اثر ناحیه درونی و بیرونی خوشه در این موضوع قابل چشم پوشی است. از طرفی لایه‌های بیرونی خوشه در معرض آلودگی ناشی از ساختارهای همسایه است که ما از آن پرهیز کرده‌ایم. همچنین در طول پروژه فواصل بخش‌بندی‌ها را $0.05R_{500}$ در نظر می‌گیریم.



شکل ۲: تودگی ۳۰ درصد بالای میانگین (بالا) و ۳۰ درصد زیر میانگین (پایین). رفتار منظم تودگی در حوالی شعاع R_{500} می‌تواند معیاری از میزان تعادل خوشه باشد. به منظور محاسبه تودگی، عمل میانگین‌گیری بر روی ذرات شبیه‌سازی در هر لایه کرووی انجام می‌شود. شکل (۲) تودگی برای دو دسته ۳۰ درصد بالا و پایین میانگین را نشان می‌دهد. ما در این مقاله بر اساس نقشه‌های بدست آمده از خوشه‌های کهنکشانان، آنها را به انواع در حال تعادل، کمی در حال تعادل و کاملاً غیر متعادل دسته‌بندی می‌کنیم. این تقسیم‌بندی بر اساس مقدار اختلاف فاصله مراکز تصاویر از نقطه کمینه پتانسیل انجام شده است (جدول ۱). در انتها به پروفایل چگالی و دمایی خوشه‌ها نیاز داریم تا بتوانیم جرم هیدرواستاتیکی خوشه را طبق رابطه:

$$M_{he} = A \times T(r) \times r \left[\frac{d \ln T(r)}{d \ln r} + \frac{d \ln \rho_g(r)}{d \ln r} \right] \quad (2)$$

بدست آوریم. پروفایل چگالی و دمایی، $\rho_g(r)$ و $T(r)$ به ترتیب دارای واحد $\frac{M_{sun}}{kpc^3}$ و keV خواهند بود. ثابت در رابطه (۲) نیز به گونه‌ای تعیین می‌شود که جرم نهایی در واحد جرم خورشید ارائه شود. برای محاسبه پروفایل چگالی از ایده مدل‌های اصلاح شده β که در مقاله [۱۱] پیشنهاد شده است کمک گرفته و از آنجا که محدود به نواحی نزدیک R_{500} هستیم، رابطه‌ای را به صورت

بحث و جمع‌بندی

ما در این کار به دنبال یافتن آزمون تجربی از تخمین پارامتر b_H بودیم. ارزیابی‌های ما نشان می‌دهند که پراکندگی سمتی و تودگی نمی‌توانند به شکل مستقیم معیار و محک دقیقی از میزان انحراف خوشه از وضعیت تعادل ارائه کنند. ارتباط محکمی بین دینامیک خوشه و وضعیت هندسی آن نیز برقرار نشد. این موضوع از چند جهت قابل بررسی است. یکی از مهم‌ترین آنها وجود آلودگی‌ها در تحلیل نقشه‌های دوبعدی است. بخش بعدی این پروژه بر روی تصحیح اثرات آلودگی‌ها در مطالعه تغییرات فضایی شار تصاویر دو بعدی خوشه تمرکز دارد. نکته دیگر روابط تحلیلی موجود برای پروفایل چگالی و دمایی خوشه است. در واقع وجود نظریه‌های کامل‌تر توضیح دهنده پروفایل خوشه منجر به افزایش دقت در محاسبه پارامتر b_H خواهد شد. بدین ترتیب می‌توان انتظار داشت همبستگی بین تخمین‌گرهای معرفی شده و پارامتر b_H قابل

شناسایی باشند.

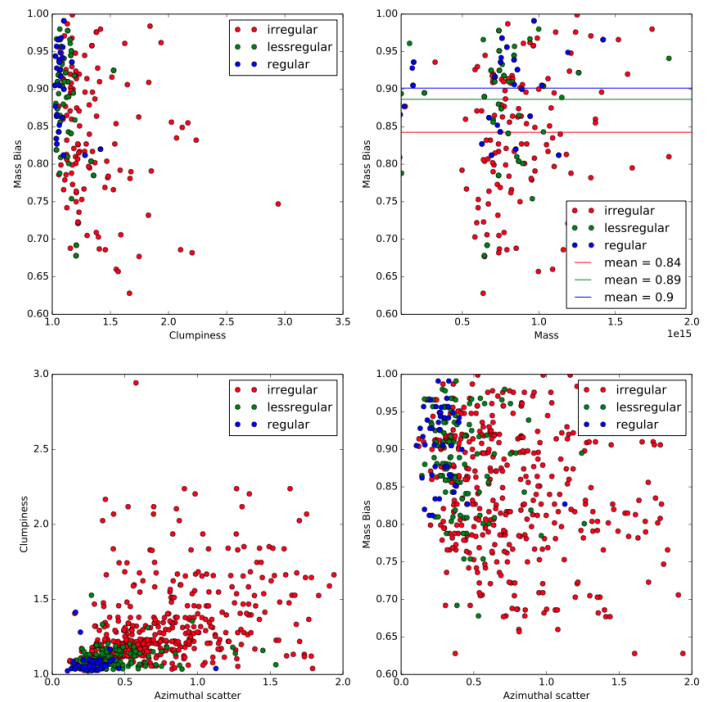
سپاسگزاری

این پروژه با همکاری رصدخانه تریست انجام شده است. همچنین سعید انصاری‌فرد در زمان اجرای این پروژه تحت حمایت گزنت پژوهشی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری کشور ایران و گزنت پژوهشی دانشگاه تریست ایتالیا بوده است.

مراجع

- [1] DES Collaboration, "Dark Energy Survey Year 1 results: Weak Lensing Mass Calibration of redMaPPer Galaxy Clusters", Mon.Not.Roy.Astron.Soc. 482, (2019), 1352
- [2] Rice, Stephen O. "Mathematical analysis of random noise" Bell System Technical Journal 23.3 (1944): 282-332 and 24.1 (1945): 46-156.
- [3] Bahcall, Neta A., and Raymond M. Soneira. "The spatial correlation function of rich clusters of galaxies" The Astrophysical Journal 270 (1983): 20-38.
- [4] Klypin, A. A., and Ali Kopylov. "The spatial covariance function for rich clusters of galaxies" Soviet Astronomy Letters 9 (1983): 41-44.
- [5] Kaiser, Nick. "On the spatial correlations of Abell clusters" The Astrophysical Journal 284 (1984): L9-L12.
- [6] Szalay, Alexander S. "Constraints on the biasing of density fluctuations." Symposium-International Astronomical Union. Vol. 130. Cambridge University Press, 1988.
- [7] Planck Collaboration, "Planck 2013 results. XXI. Power spectrum and high-order statistics of the Planck all-sky Compton parameter map", Astron.Astrophys. 571 (2014) A21
- [8] Planck Collaboration, "Planck 2015 results. XXII. A map of the thermal Sunyaev-Zeldovich effect", Astron.Astrophys. 594 (2016) A22
- [9] M. Roncarelli, et. al., "Large-scale inhomogeneities of the intracluster medium: improving mass estimates using the observed azimuthal scatter", Mon.Not.Roy.Astron.Soc. 432 (2013) 3030
- [10] W. Cui, et. al., "The Three Hundred project: a large catalogue of theoretically modelled galaxy clusters for cosmological and astrophysical applications", Mon.Not.Roy.Astron.Soc. 480 (2018) 2898
- [11] A. Vikhlinin, et. al., "Chandra sample of nearby relaxed galaxy clusters: Mass, gas fraction, and mass-temperature relation", Astrophys.J. 640 (2006) 691.

دیگر در حدود ۰/۲ است. اما در مورد کمیت پراکندگی سمتی نیز می‌توان ارزیابی از میزان همبستگی آن با سایر کمیت‌ها داشت. در واقع پراکندگی سمتی به عنوان تخمین‌گری که می‌تواند در رصدهای آینده مورد استفاده قرار گیرد در این زمینه از اهمیت بالای برخوردار است. نتایج تحلیل ما نشان داد که در هیچ یک از دسته‌بندی‌های خوشه‌ها، پراکندگی سمتی همبستگی قابل توجهی با b_H ندارد. گرچه در این مورد خوشه‌های نامتعادل همبستگی بیشتری را نسبت به دو نوع دیگر نشان می‌دهند (شکل ۳ پایین سمت راست). در آخر، همبستگی پراکندگی سمتی با تودگی نیز مورد مطالعه قرار گرفت. خوشه‌های نامتعادل بالاترین همبستگی را با مقدار بالای ۰/۳ داشتند. دو نوع دیگر خوشه‌ها همبستگی قابل توجهی نشان ندادند (شکل ۳ پایین سمت چپ). در واقع این دو نتیجه آخر کمی عجیب و قابل تامل هستند و علت کاهش همبستگی پراکندگی سمتی و b_H نیز به همین شکل می‌تواند تعبیر شود.



شکل (۴): بالا سمت راست: پراکندگی پارامتر b_H بر حسب جرم واقعی خوشه. با نزدیکی خوشه‌ها به تعادل، از میزان پراکندگی کم شده است. بالا سمت چپ: پراکندگی پارامتر b_H بر حسب تودگی برای انواع مختلف خوشه. نوع دسته‌بندی ما در میزان پراکندگی خوشه‌ها نسبت به مقدار تودگی کاملاً منعکس شده است. گرچه اثر آن بر روی b_H کمتر است. پایین سمت راست: پراکندگی پارامتر b_H خوشه‌ها نسبت به پراکندگی سمتی آنها. هر سه نوع خوشه‌ها همبستگی ضعیفی را نشان می‌دهند. پایین سمت چپ: پراکندگی تودگی نسبت به پراکندگی سمتی. بیشترین مقدار همبستگی مربوط به خوشه‌های نامتعادل است.

نظریه‌ی گینزبورگ-لاندائو برای انرژی تاریک

بنی‌هاشمی، عبدالعلی؛ خسروی، نیما^۱؛ شیرازی، امیرحسین^۱

^۱دانشکده فیزیک دانشگاه شهید بهشتی، اوین، تهران

چکیده

در این مقاله ابتدا به تنش‌هایی که مدل استاندارد کیهان‌شناسی از آن رنج می‌برد اشاراتی می‌کنیم و سپس سعی می‌کنیم از طریق قائل شدن ساختار برای انرژی تاریک و امکان‌گذار فاز برای آن، مدل جدیدی برای تحول عالم ارائه کرده و به این تنش‌ها حمله کنیم. برای بررسی چگونگی گذار فاز انرژی تاریک، به نظریه گینزبورگ-لاندائو متوسل شده‌ایم و نهایتاً برخی پیش‌بینی‌های مدل را با داده‌های کیهانی سنجیده و پارامترهای آزاد آن را مقید ساخته‌ایم.

Ginzburg-Landau Theory of Dark Energy

Banihashemi, Abdolali¹; Khosravi, Nima¹; Shirazi, Amir Hossein¹

¹Department of Physics, Shahid Beheshti University, Evin, Tehran

Abstract

In this paper, first we take a brief look at tensions and tribulations of standard model of cosmology and then we try to lessen these tensions by giving a new model for evolution of universe, based on supposing a phase transition in the Dark Energy. We study this phase transition in the frame work of Landau-Ginzburg theory and finally we have constrained free parameters of our model by several cosmological datasets.

PACS No. 11

مقدمه

کرد. مشاهدات حاکی از این هستند که محتوای مادی عالم کمتر از میزانی است که مدل Λ CDM پیش‌بینی می‌کند [۸]. همچنین ناهنجاری‌های دیگری هم در مشاهدات مربوط به تابش زمینه کیهانی وجود دارد؛ از جمله وجود دوقطبی، چهارقطبی و هشت‌قطبی و هم‌راستایی چهارقطبی و هشت‌قطبی و تعامد آن‌دو بر راستای دوقطبی [۱ و ۲]. این ناهنجاری‌ها ذیل دسته ناهنجاری‌های فضایی قرار می‌گیرند.

تنش H_0 به ناهم‌خوانی پیش‌بینی مدل Λ CDM در مورد ثابت هابل امروزی و اندازه‌گیری مستقیم این کمیت از طریق شمع‌های استاندارد موجود در فواصل نسبتاً نزدیک به زمین [۳ و ۴] اشاره می‌کند. پیش‌بینی مدل Λ CDM بر اساس داده‌هایی است که طی پروژه پلانک [۵] از ناهمسانگردی‌های تابش زمینه کیهانی جمع‌آوری شده‌اند. تابشی که حاوی اطلاعات مربوط به کیهان اولیه

مدل استاندارد کیهان‌شناسی، Λ CDM، موفق‌ترین و در عین حال ساده‌ترین مدل برای توصیف کیهان است. این مدل به همراه تورم، به خوبی از پس توصیف ناهمسانگردی‌های تابش زمینه کیهانی برآمده و با شش پارامتر آزاد با تقریباً همه مشاهدات کیهانی هم‌خوانی دارند. اما اخیراً با دقیق‌تر شدن ابزارهای رصدی، در چند مورد بین پیش‌بینی این مدل و داده‌ها ناهماهنگی‌هایی بروز کرده است؛ آن هم به گونه‌ای که اکنون بسیاری بر این عقیده‌اند که این ناهماهنگی‌ها ناشی از خطاهای سیستماتیک نبوده و مبین فیزیک جدیدی هستند که باید کشف شود. از مهمترین این تنش‌ها می‌توان به تنش H_0 ، تنش $Ly - \alpha$ که ناظر به اندازه‌گیری‌های فاصله از طریق $Ly - \alpha$ BAO است [۶ و ۷] و تنش $f\sigma_8$ که تنش نسبتاً ملایم‌تری است و مربوط به میزان ماده موجود در عالم است اشاره

انرژی آزاد لاندائو به راحتی می‌توان وابستگی میدان به دما را پیدا کرد.

نظریه‌ی گینزبورگ-لاندائو برای انرژی تاریک

در این بخش فرض می‌کنیم انرژی تاریک دارای نوعی ساختار ریز مقیاس بوده و در نتیجه قابلیت گذار فاز دارد و لاگرانژی موثر آن از رابطه (۱) پیروی می‌کند. در نتیجه در این مرحله نگران ساختار آن نیستیم. برای بررسی دینامیک انرژی تاریک، باید به سراغ نظریه گینزبورگ-لاندائوی وابسته به زمان رفت که ما در اینجا به آن نمی‌پردازیم؛ اما در [۹] می‌توان این مبحث را دنبال کرد. در ضمن ما خود را محدود به تقریب لاندائو می‌کنیم. تقریبی که در مورد کیهان، در ابعاد بالاتر از $Mpc 100$ معتبر به نظر می‌رسد. در این چارچوب پتانسیل انرژی تاریک این‌گونه خواهد بود:

$$V_{GLTofDE} = \Lambda + m^2 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right) \phi^2 + \xi \phi^3 + \lambda \phi^4. \quad (2)$$

ما در این مدل فرض می‌کنیم که دما، همان دمای متوسط فوتونها است و با میزان انتقال به سرخ، z ، متناسب است. در نتیجه خواهیم داشت: $(z - z_c) \propto (T - T_c)$.

با توجه به وابستگی میدان به دما، که از کمینه کردن رابطه (۲) بر حسب میدان بدست می‌آید، می‌توان به راحتی استنباط کرد که با سرد شدن عالم و گذر از دمای بحرانی، اندازه پتانسیل موثر به طور پیوسته از مقداری بیشتر به مقداری کمتر تغییر می‌کند. ما وابستگی به انتقال به سرخ این تغییرات را به صورت $\Lambda_{eff} = \Lambda X(z)$ مدل کرده‌ایم، به طوری که

$$X(z) = 1 + A(\tanh(\alpha(z - z_c)) + \tanh(\alpha z_c)). \quad (3)$$

در اینجا z_c انتقال به سرخ بحرانی و α و A اندازه و شکل گذار را مشخص می‌کنند. در نتیجه پارامتر هابل برای کیهان همگن و همسانگرد به صورت زیر در می‌آید:

$$H^2(z) = H_0^2 [\Omega_r^4 (1+z)^4 + \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_k (1+z)^2 + \Omega_\Lambda X(z)]. \quad (4)$$

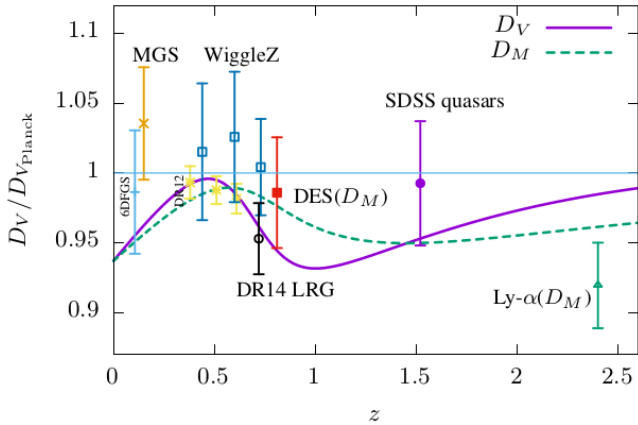
است. بنابراین تنش H_0 ، در واقع تنش بین داده‌های بدست آمده از کیهان اولیه و کیهان اخیر است و یک تنش زمانی محسوب می‌شود. برای حل این تنش‌ها، ایده‌های بسیاری مطرح شده‌اند که مطرح کردن آن‌ها در این مقاله نمی‌گنجد. اما ایده‌ای که ما در این کار دنبال می‌کنیم، مدلی برای انرژی تاریک است که آبخور نظری آن فیزیک پدیده‌های بحرانی است. به این معنی که ما فرض می‌کنیم انرژی تاریک در طی دوران، دچار یک گذار فاز شده است و برای بررسی این گذار فاز از نظریه گینزبورگ-لاندائو (GLT) بهره می‌جویم. این نظریه را به اختصار در بخش بعدی معرفی می‌کنیم و سپس آن را به عنوان نظریه حاکم بر تحول چگالی انرژی تاریک به کار می‌بندیم و نشان می‌دهیم که نتیجه این کار در کاهش تنش‌ها موثر است.

نظریه‌ی گینزبورگ-لاندائو

این نظریه قادر است فیزیک گذار فاز را بدون توجه به جزئیات ساختار ریز ماده‌ای که دچار گذار می‌شود توصیف کند. بدین گونه که ابتدا با توجه به تقارن‌های مسئله بایستی یک کنش موثر برای میدان نوشت:

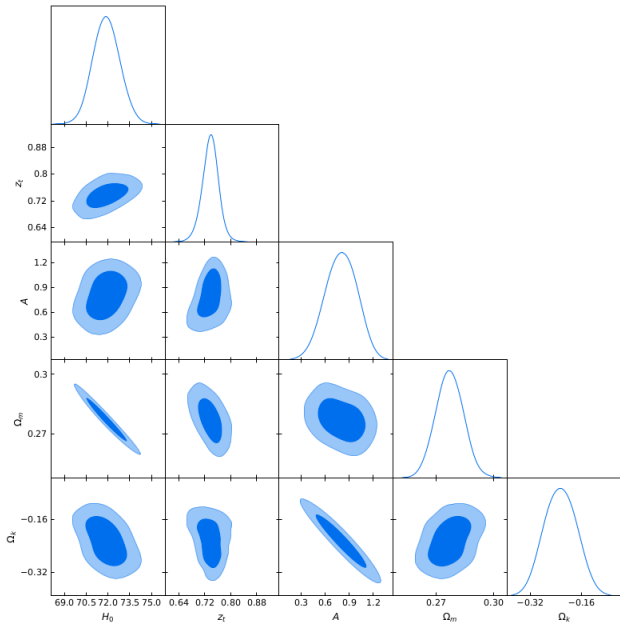
$$L = C + m^2 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right) \phi^2 + \xi \phi^3 + \lambda \phi^4 + \gamma (\nabla \phi)^2 + \zeta H \cdot \phi + \dots, \quad (1)$$

که در اینجا L انرژی آزاد لاندائو، ϕ نماینده میدان، H میدان خارجی، T دما، T_c دمای بحرانی و C یک ثابت است. میدان به گونه‌ای تحول زمانی و مکانی می‌یابد که این انرژی آزاد کمینه باشد. نکته‌ای که شایان توجه است، وجود ضریب $\frac{T - T_c}{T_c}$ پشت ϕ^2 است: این ضریب باعث می‌شود با تغییرات دما و گذر از دمای بحرانی، علامت جمله ϕ^2 عوض شود و هم تعداد خلاها و هم میدان متناظر با آن‌ها تغییر کند. جمله دیگری که باید به آن پردازیم، $(\nabla \phi)^2$ است که تغییرات تند فضایی میدان را هزینه‌بر می‌کند و نشان دهنده برهمکنش بین همسایه‌هاست. در تقریبی که به تقریب لاندائو موسوم است، از این جمله صرف نظر می‌کنند و فرض می‌کنند میدان تغییرات فضایی ندارد. در این تقریب، با کمینه کردن



تصویر ۲: فاصله حجمی و متریکی بر حسب انتقال به سرخ

در این مدل پارامتر α را آزاد نگذاشته‌ایم؛ بلکه مقدار ثابت $\alpha = 5$ را برای آن انتخاب نموده‌ایم. دلیل این کار این است که برای α های بزرگ، تابع \tanh به صورت تابع پله در می‌آید و α های بزرگ عملاً تفاوتی در مدل ایجاد نمی‌کنند. برای پنج پارامتر آزاد این مدل که در روابط (۳) و (۴) معرفی شده‌اند، با آنالیز χ^2 و محاسبه Likelihood به نمودار زیر خواهیم رسید:



تصویر ۳: Likelihood پارامترهای آزاد برای هنگامی که تنها از داده‌های زمینه استفاده شود.

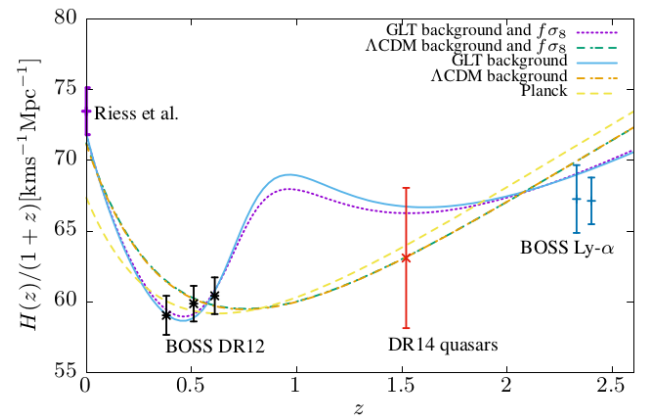
ممکن است وجود چگالی انحنای نگرانی برخی شود. اما باید توجه کرد که این مقدار بدست آمده برای چگالی انحنای، با مقالاتی که در حوزه باز سازی $H(z)$ نوشته می‌شوند سازگار است [۱۰]. سر ماجرا در آن است که پارامتریزاسیون آن مقالات به گونه‌ایست

ما مدل $GLTofDE$ را با داده‌های زمینه موجود در $H(z)$ و نیز Volume Distance و Metric Distance برای برخی اشیاء سماوی و نیز داده‌های $f\sigma_8$ محک زده‌ایم و پارامترهای آزاد آن را مقید ساخته‌ایم. در جدول زیر بهترین مقادیر برای پارامترهای آزاد مدل $GLTofDE$ و نیز مدل ΛCDM آورده شده است:

جدول ۱: بهترین مقادیر پارامترهای آزاد

Data sets	ΛCDM	GLT of DE
Background	$\chi^2 = 24.80 \quad \gamma = 1.77$	$\chi^2 = 12.71 \quad \gamma = 1.06$
	$H_0 = 71.13 \pm 0.80$	$H_0 = 71.89 \pm 0.93$
	$\Omega_m h^2 = 0.1433 \pm 0.0064$	$\Omega_m h^2 = 0.1432 \pm 0.0074$
	$\Omega_k = -0.046 \pm 0.012$	$\Omega_k = -0.225 \pm 0.049$
		$A = 0.80 \pm 0.19$
		$z_t = 0.738 \pm 0.028$
Background+ $f\sigma_8(z)$	$\chi^2 = 31.73 \quad \gamma = 1.38$	$\chi^2 = 20.33 \quad \gamma = 0.97$
	$H_0 = 71.22 \pm 0.36$	$H_0 = 71.82 \pm 0.91$
	$\Omega_m h^2 = 0.1431^{+0.0064}_{-0.0069}$	$\Omega_m h^2 = 0.1431 \pm 0.0073$
	$\Omega_k = -0.045^{+0.011}_{-0.013}$	$\Omega_k = -0.204^{+0.045}_{-0.038}$
		$A = 0.72 \pm 0.17$
		$z_t = 0.733 \pm 0.029$

برای مقایسه تابعیت $H(z)$ مدل ΛCDM و $GLTofDE$ هنگامی که با مجموعه‌های مختلفی از داده‌ها مقید شده باشند، نمودارهای زیر رسم شده‌اند:



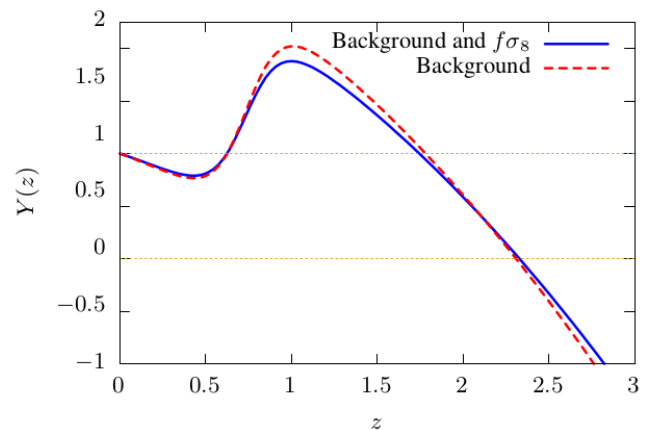
تصویر ۴: پارامترهای هابل بر حسب انتقال به سرخ.

- [arXiv:1506.07135 [astro-ph.CO]].
 [۲] C. L. Bennett et al. [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* 148, 1 (2003) doi:10.1086/377253 [astro-ph/0302207].
 [۳] A. G. Riess et al., "New Parallaxes of Galactic Cepheids from Spatially Scanning the Hubble Space Telescope: Implications for the Hubble Constant," *Astrophys. J.* 855, no. 2, 136 18 (2018) [arXiv:1801.01120 [astro-ph.SR]].
 [۴] A. G. Riess et al., "A 2.4% Determination of the Local Value of the Hubble Constant," *Astrophys. J.* 826, no. 1, 56 (2016) [arXiv:1604.01424 [astro-ph.CO]].
 [۵] N. Aghanim et al. [Planck Collaboration], arXiv:1807.06209 [astro-ph.CO].
 [۶] J. E. Bautista et al., *Astron. Astrophys.* 603, A12 (2017) doi:10.1051/0004-6361/201730533 [arXiv:1702.00176 [astro-ph.CO]].
 [۷] H. du Mas des Bourboux et al., *Astron. Astrophys.* 608, A130 (2017) doi:10.1051/0004-6361/201731731 [arXiv:1708.02225 [astro-ph.CO]].
 [۸] T. M. C. Abbott et al. [DES Collaboration], *Phys. Rev. D* 98 (2018) no.4, 043526 doi:10.1103/PhysRevD.98.043526 [arXiv:1708.01530 [astro-ph.CO]].
 [۹] P. L. Krapivsky, S. Redner and E. Ben-Naim, "A kinetic view of statistical physics", Cambridge University Press, 2010.
 [۱۰] Y. Wang, L. Pogosian, G. B. Zhao and A. Zucca, arXiv:1807.03772 [astro-ph.CO].

که تختی عالم را پیش‌فرض گرفته‌اند و معادله فریدمن را به این صورت نوشته‌اند:

$$H^2(z) = H_0^2 [\Omega_r^4 (1+z)^4 + \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\Lambda Y(z)] \quad (5)$$

و سپس تابعیت $Y(z)$ را بازسازی کرده‌اند. این مسئله باعث می‌شود به ازای برخی مقادیر انتقال به سرخ، چگالی انرژی تاریک منفی شود که چندان دلچسب نیست و معادله حالت انرژی تاریک را غیر فیزیکی می‌کند. در حالی که پارامتریزاسیون مدل ما به گونه‌ایست که همواره چگالی انرژی تاریک مثبت خواهد بود. اما اگر بخواهیم سهم چگالی انحنای تاریک را در چگالی انرژی تاریک بگنجانیم، نتیجه با مقالاتی که $Y(z)$ را بازسازی کرده‌اند سازگار خواهد بود. در زیر نمودار مربوط به $Y(z)$ آورده شده است:



تصویر ۴: $Y(z)$ بر حسب انتقال به سرخ برای مدل GLTofDE.

نتیجه گیری

فرض گذار فاز برای انرژی تاریک و بررسی رفتار آن تحت نظریه گینزبورگ-لانداو بستر مناسبی برای سراغ گرفتن و کاهش تنش‌ها و ناهنجاری‌های کیهان‌شناسی می‌باشد.

سپاسگزاری

ما از شانت باغرام، مرضیه فرهنگ و شانت شهبازیان برای نقطه نظرات سودمندشان تشکر می‌کنیم.

مرجع‌ها

- [۱] P. A. R. Ade et al. [Planck Collaboration], *Astron. Astrophys.* 594, A16 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201526681

کیهان چرخه‌ای همراه با مدل دینامیکی انرژی تاریک وابسته به آهنگ هابل

خدام محمدی، عبدالحسین؛ کریمی، بهمن

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

چکیده

در ادامه مطالعه کیهان‌شناسی جهشی در حضور ماده و انرژی تاریک وابسته به آهنگ هابل تا توان H^4 ، در این تحقیق قصد داریم به منظور تکمیل یک چرخه، چرخه بازگشت را با همان مدل موفق بررسی نماییم. البته اثرات G متغیر در حضور گرانش‌شماره کیهانی را نیز مد نظر قرار دادیم. با محاسبه پارامتر معادله حالت و پارامتر شتاب کاهنده نشان می‌دهیم که مدل پیشنهادی شرایط لازم را برای داشتن یک جهان چرخه‌ای فراهم می‌کند.

Cyclic universe under a Hubble rate dependent dynamical dark energy model

Khodam-Mohammadi, Abdolhosein; Karimi, Bahman;

Department of Physics, college of sciences, Bu-Ali Sina University, Hamedan

Abstract

Following to the modified matter bounce scenario, with a Hubble rate dependent dark energy model up to H^4 , in this essay, we want to study on the turnaround regime with the same successive model to complete the cycle. We Also consider the effects of varying G in a viscous cosmic fluid. We show that our model has a capability to arise a cyclic universe after studying on the equation of state parameter and deceleration parameter.

PACS No

های مدل تورمی را داشته باشند و در عین حال مشکلات مدل استاندارد را نداشته و حتی جایگزین مدل تورمی باشد [۴]. اخیراً یکی از مولفین و همکار به کمک یک شاره مخلوط ماده و انرژی تاریک دینامیکی مبتنی بر آهنگ هابلی تا توان H^4 ، سناریوی جهشی را به طور کامل بررسی نموده و توانسته است علاوه بر توجیه بر اساس مشاهدات در مورد تمایل به سرخ شاخص طیف توان و رانش آن، حلی شبه تحلیلی برای کیهان‌شناسی جهشی با یک شاره شبه مادی ارائه دهد [۴]. بررسی کامل چرخه بدون بررسی ناحیه بازگشت و شروع انقباض پس از یک جهش و انبساط ناقص و ناکارآمد است. لذا به کمک همان شاره می‌خواهیم شرط بازگشت را بررسی نماییم. در مدل‌های چرخه‌ای انرژی فانتوم نقش مهمی ایفا می‌کند. در کیهان‌شناسی فانتوم، می‌توان

مقدمه

امروزه کیهان‌شناسی چرخه‌ای به دلیل پیشنهاد جهانی ابدی و ازلی بدون هیچ گونه تکینگی‌های اولیه یا نهایی مورد توجه کیهان‌شناسان قرار گرفته است. همچنین این سناریو پس از کشف انرژی تاریک قوت بیشتری یافت. از کاربردهای مدل‌های انرژی تاریک علاوه بر حل مساله شتاب تند شونده کیهان در کیهان‌شناسی استاندارد، در توجیه سناریوی ایجاد کیهان‌های چرخه‌ای موثر می‌باشد [۳، ۱، ۲]. در این سناریو جهان با انجام یک سری انبساط و انقباض متوالی در حال نوسان است. ایده اولیه جهان‌های چرخه‌ای برای نخستین بار توسط تولمن^۱ در ۱۹۳۰ پیشنهاد گردید. سناریوی مبتنی بر یک چرخش و یک جهش^۲، می‌تواند موفقیت

¹Tolman

²Bounce

تاریک، ρ_m چگالی انرژی ماده تاریک، $H = \frac{\dot{a}}{a}$ پارامتر هابل و ρ_c چگالی انرژی بحرانی است که به صورت $\rho_c = \frac{\sqrt{3}}{16\pi^2 Y^3 G^2 \hbar}$ تعریف می‌شود. Y پارامتر بدون بعد *Barbero-Immirzi* می‌باشد و تاکید می‌شود که ρ_c به هر حال تابعی از G است. در نواحی با انرژی بالا، انرژی تاریک فانتوم سهم غالب شده و سایر مولفه‌های انرژی کیهان را می‌توان نادیده گرفت. در این ناحیه معادله فریدمن تعمیم یافته را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_D \left(1 - \frac{\rho_D}{\rho_c}\right) \quad (3)$$

با تعریف پارامتر چگالی انرژی تاریک و استفاده از معادله بالا داریم:

$$\Omega_D = \frac{8\pi G \rho_D}{3H^2} = 1 + \frac{\rho_D}{\rho_c - \rho_D} \quad (4)$$

با توجه به رابطه بالا می‌توان دریافت که وقتی $\rho_D \ll \rho_c$ مقدار $\Omega_D \rightarrow 1^+$ (حد انرژی پایین) و برای $\rho_D \rightarrow \rho_c$ در این صورت $\Omega_D \rightarrow \infty$ (حد انرژی های بالا) خواهد بود. این نشان می‌دهد در یک کیهان چرخه‌ای، Ω_D در نقطه بازگشت می‌تواند بسیار بزرگتر از یک باشد.

در یک شاره کیهانی البته گرانشی می‌تواند به عنوان یک عامل طبیعی ظاهر شود. معادله حالت شاره دارای گرانشی در یک جهان تخت FRW در حالت کلی بصورت زیر تعریف می‌شود [۱۰]

$$p = w(\rho)\rho + B(a(t) + H + \dot{H} \dots) \quad (5)$$

در اینجا $w(\rho)$ پارامتر معادله حالت است که می‌تواند تابعی از چگالی انرژی بوده و گرانشی توده، $B(a(t) + H + \dot{H} \dots)$ بصورت تابعی از فاکتور مقیاس، پارامتر هابل و مشتقات زمانی پارامتر هابل تعریف می‌شود. یک زیر مجموعه از تابع بالا را می‌توان به صورت $B(a(t) + H + \dot{H} \dots) = 3H\xi(H)$ می‌توان آن را به صورت $\xi(H) = \xi = const. > 0$ نیز تعریف کرد [۱۱]. انرژی تاریک با گرانشی دارای ویژگی خاصی است که

مشکلات ناشی از سیاه چاله و آنتروپی را با در نظر گرفتن ویژگی‌های خاص انرژی فانتوم حل کرد [۵].

در این تحقیق همچنین قصد داریم با نظر گرفتن اثرات گرانشی و G متغیر در یک کیهان برهمکنشی شرایطی را فراهم آوریم که کیهان تا قبل از چرخش از انبساط به انقباض در ناحیه فانتوم ($w < -1$) به سر برد. البته در فاز فانتوم شرط انرژی قوی ($p + 3\rho > 0$) نقض شده و این امر باعث می‌شود که ماده در حالت فانتوم به عنوان یک شاره ناقص در نظر گرفته شود و خود این موضوع به این معناست که شاره فانتوم می‌تواند حاوی گرانشی توده^۳ و برشی^۴ باشد [۶]. در ادامه ما گرانشی توده که ناشی از همسانگردی فضا است را مورد بررسی قرار می‌دهیم [۷]. اگرچه انرژی تاریک با G متغیر در مقالات متعدد مورد مطالعه قرار گرفته است، اما بررسی سناریوی چرخه‌ای با گرانشی و G متغیر تاکنون مطالعه نشده است. نقش G متغیر را می‌توان از طریق، $\Delta_G = \frac{G'}{G}$ که از طریق مشاهدات استخراج می‌شود بیان کرد [۸].

اثرات گرانشی و G متغیر در یک کیهان چرخه‌ای در فاز برگشت

چگالی انرژی تاریک دینامیکی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\rho_D = n_0 + n_2 H^2 + n_4 H^4 \quad (1)$$

که مقادیر n_0 ، n_2 و n_4 ثابت‌های دارای بعد لازم هستند [۴]. قصد داریم به بررسی نواحی انرژی بالا (حول نقطه بازگشت^۵) بپردازیم. در این نواحی گرانش کوانتومی حلقه LQC حکم فرما بوده و به ناچار باید از معادله فریدمن تعمیم یافته برای بررسی تحول کیهان در این ناحیه استفاده کنیم [۹]

$$H^2 = \frac{8\pi G \rho}{3} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_c}\right) \quad (2)$$

در این رابطه $\rho = \rho_D + \rho_m$ ، چگالی انرژی کل، ρ_D چگالی انرژی

³Bulk viscous

⁴Shear viscous

⁵Turnaround point

$$w_D = -1 - \frac{4\left(\frac{3}{2} - \Omega\right)\left(\Omega \frac{n_0}{\rho_D} - \Omega + \frac{1}{2}\zeta\right)\Delta_G + \left(\gamma - \frac{b^2}{3}\right)\Omega}{6\Omega(\Omega - 2)\frac{n_0}{\rho_D} + 3(\Omega - 2)\zeta - 3\Omega(2\Omega - 3)}, \quad (13)$$

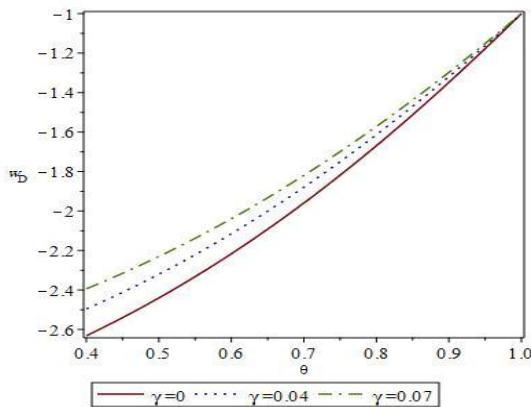
در این رابطه γ پارامتر گرانشی است. در حد انرژی‌های بالا با تعریف $\theta = \frac{\rho_D}{\rho_c}$ می‌توان رابطه (۴) را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\Omega_D = \frac{1}{1 - \theta} \quad (14)$$

بسیار جمله $\frac{n_0}{\rho_D}$ حول $\theta = 1$ ، $n_0 = \left(\frac{1}{\theta} + (\theta - 1)\right)\rho_D$ و با جایگذاری این رابطه و معادله (۱۴) در رابطه (۱۳) خواهیم داشت

$$w_D = -1 - \frac{\left(2(1 - 3\theta)\left(\frac{1}{\theta} + (\theta - 1)\right)\frac{\zeta}{2}(1 - \theta) - 1\right)\Delta_G + 9(1 - \theta)\left(\gamma - \frac{b^2}{3}\right)}{3(2\theta - 1)(2\left(\frac{1}{\theta} + (\theta - 1)\right)\frac{\zeta}{2}(1 - \theta) + 9(1 - \theta)) - 6} \quad (16)$$

لازم به ذکر است شرط رسیدن به فانتوم ($w_D < -1$) برای یک جهان چرخه‌ای الزامی است. در شکل ۱، نمودار w_D برحسب θ



شکل ۱: نمودار w_D بر حسب θ را به ازای $\Delta_G = -1 \times 10^{-7}$ ، $b = 1.2$ ، $n_0 = 0.8$ و $\rho_1 = 0.01$ مقادیر مختلف گرانشی.

برای مقادیر مختلف گرانشی رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌کنیم، w_D در ناحیه فانتوم قرار دارد و با افزایش گرانشی مقدار w_D در حال افزایش است. گرچه برای حالت بدون گرانشی ($\gamma = 0$) و حتی بدون برهمکنش با انتخاب مناسب پارامترها، همچنان شرط فانتوم می‌تواند برقرار بماند.

موجب گسترش سریع نوع فانتوم در تکامل انتهایی جهان می‌شود [۷]. تانسور انرژی-تکانه و معادلات پیوستگی مربوط به شاره برهمکنشی دارای گرانشی به صورت زیر نوشته می‌شود

$$T_{\mu\nu} = \rho_D u_\mu u_\nu + \bar{P}_D (g_{\mu\nu} + u_\mu u_\nu) \quad (6)$$

$$\dot{\rho}_D + 3H \rho_D (1 + w_D) = 9H^2 \xi - Q \quad (7)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H \rho_m = Q \quad (8)$$

که در اینجا u_μ چهار بردار سرعت شاره و فشار

$$\bar{P}_D = P_D - 3H \xi \quad (9)$$

نشان دهنده فشار موثر انرژی تاریک، $w_D = \frac{P_D}{\rho_D}$ ، بیانگر پارامتر معادله حالت و Q نشان دهنده جمله برهمکنشی است که به صورت مرسوم زیر تعریف می‌شود

$$Q = 3b^2 H \rho = 3b^2 H \rho_D (1 + u). \quad (10)$$

در رابطه بالا نیز b پارامتر برهمکنش و $u = \frac{\rho_m}{\rho_D}$ نسبت چگالی‌های انرژی ماده تاریک به انرژی تاریک می‌باشد.

با مشتق‌گیری از معادله (۲) نسبت به زمان و با استفاده معادلات (۷) و (۸) به نتیجه زیر می‌رسیم

$$\dot{H} = \frac{\Delta_G}{2} (3 - 2\Omega(1 + u)) H^2 - \frac{3H^2}{2} (1 + w_D + u) \frac{(2 - \Omega(1 + u))}{1 + u} \quad (11)$$

با مشتق‌گیری زمانی از رابطه (۱) و با اندکی محاسبات خواهیم داشت

$$\dot{\rho}_D = 2\rho_D H \left(2 - \frac{2n_0}{\rho_D} - \frac{\zeta}{\Omega} \right) \frac{\dot{H}}{H^2} \quad (12)$$

به طوری‌که $\zeta = \frac{8\pi G n_2}{3}$ می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۱۲) در معادله (۷) و استفاده از معادله (۱۱) و همچنین از آنجا که در ناحیه انرژی‌های بالا می‌توان از Ω_m در مقابل Ω_D صرف‌نظر کرد، ($u \approx 0$)، به کمک تعریف $\xi = \gamma \frac{\rho_D}{H}$ [۱۲]، برای w_D خواهیم داشت

نتیجه گیری

با بررسی مدل دینامیکی انرژی تاریک تا توان H^4 و با توجه به موفقیت این مدل در سناریو جهش کیهانی، مشاهده شد که این مدل می‌تواند در یک کیهان چرخه ای موفق باشد. نمودارهای معادله حالت نشانگر آنست که حالت فانتوم شماره کیهانی قبل از وقوع برگشت قابل تحقق است و تنها افزایش گرانشی شماره کیهانی گذار از انبساط تند شونده به کند شونده را به تاخیر می‌اندازد و نمیتواند تاثیر مخرب بر آن داشته باشد. همچنین مدلی با G متغیر نیز میتواند تامین کننده این حالت باشد حتی بدون برهمکنش انرژی تاریک با ماده تاریک. نمودارهای کاهندگی نیز این نظر را تایید می‌نماید و ایجاد برگشت توسط انرژی تاریک فانتوم را نشان میدهد.

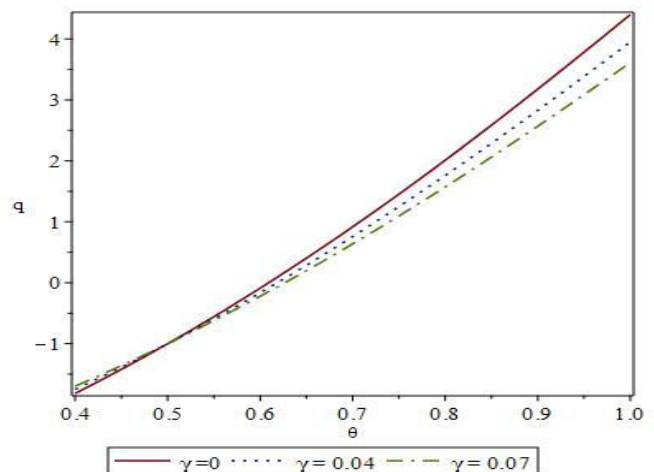
مرجع‌ها

- [1] V. Sahni and A. Starobinsky, Int. J. Mod. Phys. D **9**, 373 (2000); P. J. Peebles and B. Ratra, Rev. Mod. Phys. **75**, 559(2003)
 [2] A. Sheykhi, M. Tavayef, M. Iran. J. Sci. Technol. Trans.Sci. doi:10.1007/s40995-016-0083-y (2016)
 [3] S. Ghaffari, M. H. Dehghani, and A. Sheykhi, Phys. Rev.D**89**, 123009 (2015)
 [4] M. Arab, A. Khodam-Mohammadi, Eur. Phys. J. C, 78:243 (2018)
 [5] Brown MG, Freese K, Kinney WH (2008) *The phantom bounce: a new oscillating cosmology*. JCAP 0803:002. arXiv:astro-ph/ 0405353v3
 [6] P. Coles and F. Lucchin, *Cosmology: The origin and evolution of cosmic structure* (John Wiley, 2003).
 [7] I. Brevik and O. Gorbunova, Gen. Relativ. Gravit. **37**, 2039 (2005).
 [8] S. Ray and U. Mukhopadhyay, Int. J. Mod. Phys. D **16**, 1791 (2007).
 [9] Ashtekar A, Pawlowski T, Singh P (2006b) *Quantum nature of the big bang: improved dynamics*. Phys Rev D 74:084003. arXiv:gr-qc/0607039v2
 [10] S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Lett. B 639 (2006) 144 [hep-th/0606025].
 [11] I. H. Brevik, O. Gorbunova and Y. A. Shaido, Int. J. Mod. Phys. D **14** 1899 (2005) [arXiv:gr-qc/0508038].
 [12] A. Sheykhi, M. R. Setare, M.R.: *Interacting new agegraphic viscous dark energy with varying G*. Int. J. Theor. Phys. **49**, 2777 (2010)

کمیت دیگری که برای بررسی تحول یک جهان چرخه‌ای حائز اهمیت است، پارامتر کاهندگی می‌باشد. با تعریف $q = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2}$ و با استفاده از روابط (۱۱)، (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) در حد انرژی‌های بالا ($u \approx 0$) داریم

$$q = -1 - \frac{(-6b^2 - 3\Delta_G + 18\gamma)\theta + 3b^2 + \Delta_G - 9\gamma}{4\zeta\theta^2 - (8(\theta_0 + (\theta-1)\rho_1) + 6\zeta - 6)\theta + 4(\theta_0 + (\theta-1)\rho_1)\rho_2 - 2} \quad (17)$$

لازم به ذکر است که برای انتقال جهان از فاز انبساط شتابدار به فاز انقباض و ایجاد چرخش، باید در نزدیکی نقطه بازگشت، $q > 0$ شود و زمانی این اتفاق می‌افتد که $\rho_c \rightarrow p$. تحول پارامتر کاهندگی را در نمودار شکل ۲ می‌بینیم. همانطور که از نمودار مشخص است به ازای θ های کوچک مقدار پارامتر کاهندگی منفی است که نشان می‌دهد جهان در فاز انبساط شتابدار بوده و با گذر زمان مقدار q در حال افزایش است بطوریکه حول نقطه بازگشت ($\theta \rightarrow 1$) پارامتر کاهندگی مثبت شده و این دقیقاً چیزی است که برای تحقق یک جهان چرخه‌ای نیاز داریم.



شکل ۲: نمودار q بر حسب θ را به ازای $\Delta_G = -1 \times 10^{-7}$, $b = 1.2$ ، $\theta_0 = 0.8$ و مقادیر مختلف گرانشی.

البته محاسبات ما در حالت بدون برهمکنش می‌تواند در شرایطی با انتخاب مناسب سایر پارامترها از قبیل $\Delta_G = \frac{G'}{G}$ چنین رفتاری را نیز نشان دهد.

حذف اثرات رادیویی مداخله‌ای با یادگیری عمیق

وفایی صدر،^{۱،۲} علیرضا؛^{۱،۲} یابیل فنتای^۳، بست، بروس^{۲،۳}

^۱ پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

^۲ موسسه SARAO، تلسکوپ SKA، آفریقای جنوبی

^۳ موسسه علوم ریاضیات آفریقا، میوزنبرگ، آفریقای جنوبی

چکیده

در داده‌گیری تلسکوپ‌های جدید نیاز به مدیریت داده بسیار جدیتر و فرایند ماشینی کردن در آن غیرقابل اجتناب شده است. به همین منظور اتوماسیون مدیریت داده‌ها و حتی داده‌گیری تلسکوپ‌ها از پرچالشترین و مهمترین کاربردهای یادگیری ماشینی رصدهای اخیر است. یکی از مسأله‌های مهم این حوزه تشخیص اثرات رادیویی مداخله‌ای است. منابع مزاحمی که در حین رصد رادیویی می‌توانند قسمت‌هایی از داده را آلوده و غیر قابل استفاده کنند.^۱ AOFlagger از ابزار تشخیص و جداسازی این اثرات است که بر پایه‌ی روشهای تحلیل آماری و یا پردازش تصویر است و اخیراً مطالعاتی در زمینه‌ی استفاده از شبکه‌های عصبی نیز انجام شده است. در این تحقیق ما روشی را مبتنی بر شبکه‌های عصبی معرفی کرده‌ایم و نتایج آن را با روش مرسوم AOFlagger و شبکه Unet مقایسه کرده‌ایم. نتایج ما نشان می‌دهد که روش پیشنهاد شده روی داده‌های شبیه‌سازی HIDE و رصدهای واقعی KAT7 تشخیص موفق‌تری را تا ۰/۹۹ با متریک مساحت زیر نمودار ROC برای اثرات تداخلی کسب کرده است.

RFI mitigation using deep learning

Vafaei Sadr, Alireza^{1,2}; Fantaye, Yabebal³; Basset, Bruce^{2,3};

¹ School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), Tehran, Iran

² South Africa Radio Astronomical Observatory, The Park, Park Road, Pinelands, Cape Town, South Africa

³ African Institute for Mathematical Sciences, 6 Melrose Road, Muizenberg, South Africa

Abstract

Data management is needed in new observations more serious and unavoidable than before. For this purpose automation in data management and even data accusation is one of the most challenging applications of machine learning. One of the most important issues in this field is radio frequency interference (RFI) mitigation. RFI can pollute a portion of data and make it unusable. AOFlagger is the approach which is based on statistical methods and there are some studies about potential deep learning based methods. In this study, we presented a convolutional neural network based method (Rnet, inspired by ResNet) and compared it with AOFlagger and another deep learning based proposal named Unet. We show our suggested approach on HIDE and KAT7 data obtains 0.99 in the best of its results and outperformed other approaches using AUC metric .

¹ André Offringa Flagger

مقدمه

با رصدهای اخیر حجم داده‌های آزمایشها و رصدها به شدت رو به افزایش است به طوری که مدیریت، آماده‌سازی و دسته‌بندی داده‌ها توسط انسان عملاً غیر ممکن است. در ستاره‌شناسی و کیهان‌شناسی طول موج رادیویی در حال تبدیل شدن به درگاهی پر استفاده و امیدوار کننده در کیهان‌شناسی رصدی است چرا که نگاه کردن به کیهان از این پنجره می‌تواند اطلاعات دست اولی را در اختیار ما قرار دهد. بطور خاص مشاهدات تابش ۲۱ سانتیمتر هیدروژن خنثی به ما اجازه‌ی مطالعه‌ی انتقال به سرخ‌های بالا را می‌دهد که البته در طول موج‌های دیگر این امکان به سادگی مهیا نمی‌شود.

به علاوه مطالعه‌ی این طول موجها اطلاعات ارزشمندی از اثرات سرراهی برای تابش زمینه‌ی کیهان و نجوم کهکشانی است. رصدگرهای کنونی و آینده که در این باره داده‌گیری خواهند کرد LOFAR, GMRT, PAPER, CHIME, BINGO, HERA, Tianlai و SKA هستند که مساحت بزرگی از آسمان را پوشش خواهند داد [1,2,3,4,5]. یکی از مهمترین چالش‌های پیش رو در این قسم از رصدها مزاحمت، مداخله یا آلودگی‌های رادیویی است که منابع تولید مختلفی دارد. از منابع تولید کننده‌ی این آلودگی‌ها می‌توان به ماهواره‌های مسیریابی، تلوزیونی و مخابراتی، تلفن‌های همراه، اجاق‌های مایکروویو، فنس‌های محافظتی اماکن، خطوط انتقال نیرو، طوفانها و بسیاری منابع رادیویی دیگر اشاره کرد. به دلیل متفاوت و گاهی ناشناخته بودن منابع این دست آلودگی‌ها، مدیریت و حذف آنها می‌تواند بسیار مشکل‌ساز و پیچیده باشد. این مسئله در چند مرحله مورد تحلیل قرار می‌گیرد و هر مرحله تا حد ممکن این مشکل را بهبود می‌بخشد. به طور مثال رصدگرها در نواحی دور از شهرها ساخته می‌شوند و گرداگرد آنها را از امواج رادیویی محافظت می‌کنند. از جمله تلاش‌هایی که برای حل این مسئله کاربرد دارد، استفاده از پردازش داده‌ها در آشکارسازی و حذف قسمت‌هایی از داده است که آلوده شده‌اند، است. در این روش‌ها هدف بر آن است که ضمن بازیابی و نگه داشتن بیشترین میزان اطلاعات، بتوانند داده‌های

آلوده را حذف کنند. این نوع حل مسئله عموماً بر این فرض استوار است که خواص مورفولوژیک آلودگی‌ها در صفحه‌ی بسامد-زمان با داده‌های نجومی متفاوت است. داده‌های نجومی عموماً دارای تغییرات نرم در محور زمان و پهن شده در محور بسامد هستند درحالیکه آلودگی‌ها عموماً شدید و در مدت محدود ظاهر می‌شوند. روشهای تشخیص آلودگی‌ها در مرحله‌ی پردازش داده را می‌توان به سه دسته تقسیم‌بندی کرد. دسته‌ی اول تلاش می‌کند تا با روشهای خطی مثل PCA یا SVD آلودگی‌ها را تشخیص داده و حذف کند. این روشها در تشخیص آلودگی‌های تکرار شونده خوب عمل می‌کنند اما اگر پیچیدگی آلودگی‌ها بیشتر شود، بازدهی این روشها بسیار پایین می‌آید. دسته‌ی دوم بر پایه‌ی حد گذاری روی داده‌ها استوار است، از این روش‌ها می‌توان به Cumsum و Sunthresold اشاره کرد که عموماً با قوانین ساده‌ای پیکسل‌های بالاتر از حد خاصی را در صفحه‌ی بسامد-زمان حذف می‌کنند [6,7]. این دسته علیرغم سادگی بسیار قابل اعتماد به نظر می‌رسد و درحال حاضر پر استفاده‌ترین روش برای این منظور است. دسته‌ی سوم روشهای برپایه‌ی یادگیری ماشینی هستند که در گذشته از الگوریتمهای خوشگی برای این منظور استفاده می‌کردند و هم اکنون نیز از شبکه عصبی در این راستا استفاده می‌شود.

اخیراً روشهای بر پایه‌ی شبکه عصبی در حوزه‌های مختلف علوم موفقیت‌های چشم‌گیری بدست آورده‌اند و همچنین در تشخیص آلودگی‌های رادیویی تلکسوکوپ‌ها نیز مطالعاتی در این زمینه انجام شده است. برای مثال استفاده از معماری‌های U-net و RNN برای این منظور پیشنهاد شده است [8,9]. در این مقاله ما بنا داریم تا با معرفی یک معماری دیگر با نام Rnet، نتایج آن را با روش معمول این مسئله و U-net مقایسه کنیم. در ادامه در مورد شبکه عصبی و معماری مورد استفاده به اختصار توضیحاتی داده خواهد شد. سپس در مورد داده‌های استفاده شده و روش ارزیابی مطالبی به ترتیب ارائه خواهد شد و در آخر پس از مقایسه و تفسیر نتایج خلاصه‌ی این تحقیق را بیان خواهیم کرد.

شبکه عصبی تماما پیشی Rnet

بدتر است. خطای این کمیت روی داده‌های ارزیابی نیز در شکل (۲) گزارش شده است.

پس از آموزش شبکه عصبی U-net^۲ و Rnet^۲ روی داده‌های آموزش، مدت زمان و خطای ارزیابی هر شبکه نسبت به زمان آموزش اندازی‌گیری کردیم. هر شبکه‌ها به تعداد دقیقا مساوی داده‌های آموزش را دیدند و به میزان برابر فرصت آموزش به آنها داده شد. عملیات آموزش با کارت گرافیک پاسکال ۱۰۰ روی خوشه‌ی محاسباتی دانشگاه ژنو انجام شد. تعداد پارامترهای قابل یادگیری مدل‌های استفاده شده در جدول (۱) قابل مشاهده است.

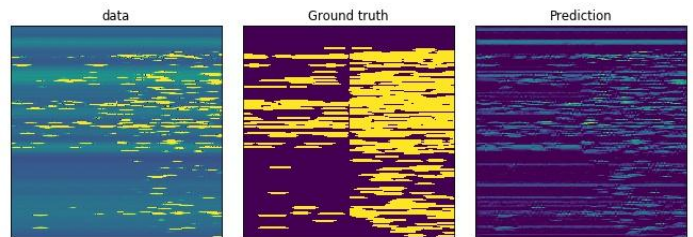
Model	# of variables
Rnet-5	11473
Rnet-6	15181
Unet-3-16	116770
Unet-3-32	465986

جدول (۱) تعداد متغیرهای قابل یادگیری مدل‌های استفاده شده

نتایج

همانطور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود نتایج برحسب ترازهای مختلف با استفاده از منحنی ROC و PR تحلیل و مقایسه شده‌اند. میزان عملکرد در هر دو شبکه برای داده‌های واقعی رصد KAT7 که مقدمه‌ی رصد آرایه‌های MeerKAT نشان داده شده است.

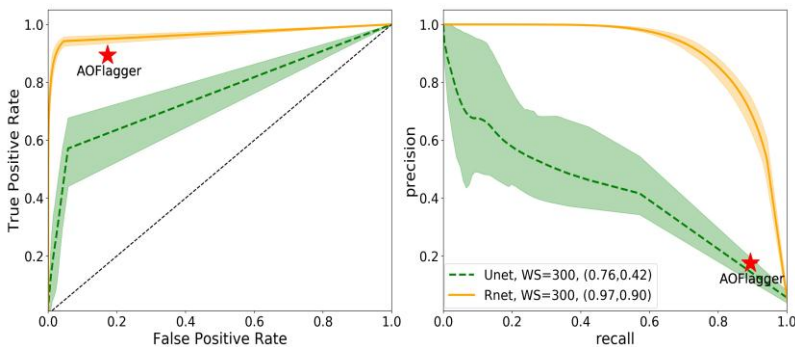
در این تحقیق، به عنوان روشی بهینه از لایه‌های کانولوشن خالص و بدون تغییر اندازه خروجی در هر لایه استفاده شده است. این روش در حقیقت بهترین مجموعه از کانولوشنهایی را پیدا می‌کند که با الهام از معماری ResNet دارای اتصال کوتاه در بین لایه‌هاست. این معماری پیشنهادی بر پایه‌ی شبکه عصبی برای استخراج منابع رادیویی مداخله‌ای است. پس از اتمام فرایند یادگیری روی داده‌های آموزش، این مجموعه کانولوشن که شامل کانولوشنهایی با اندازه‌های کوچکند، روی یک تصویر بزرگ با اندازه‌ی دلخواه اثر می‌کنند و محل‌های آلوده شده توسط منابع رادیویی مداخله‌ای را پیش‌بینی می‌کنند. در این شبکه تابع هزینه به سادگی می‌تواند اختلاف مجزور نقشه‌ی پیش‌بینی شده و ماسک حقیقی باشد. در شکل (۱) نمونه‌ای از داده‌های رادیویی شبیه‌سازی شده و ماسک مرتبط و پیش‌بینی شده را نشان داده شده است.



شکل (۱) نمونه‌ای از داده‌های رادیویی شبیه‌سازی شده و ماسک مرتبط و پیش‌بینی شده. محور افقی در تصاویر بالا، زمان و محور عمودی فرکانس رصد است. شدت گزارش شده در تصاویر نیز، شدت امواج رادیویی است.

داده‌ها، مقایسه و بهینه‌سازی

برای آموزش و ارزیابی کارکرد شبکه عصبی، نیازمند داده‌هایی هستیم که تحلیل شده باشند. داده‌های تحلیل شده داده‌هایی هستند که از شبیه‌سازی یا رصد بدست آمده‌اند و اطلاعات آلودگی آنها از مدل شبیه‌سازی یا توسط متخصصین تعیین شده و وجود دارد. در این تحقیق ما از شبیه‌سازی‌های تک بشقاب HIDE که یک بسته‌ی نرم‌افزاری متن‌باز برای شبیه‌سازی داده‌های رادیویی و آلودگی‌های آنهاست و رصدهای تلسکوپ KAT7 استفاده کرده‌ایم. در استفاده از داده‌های شبیه‌سازی، یکسال رصد را برای آموزش شبکه و یک ماه رصد را برای ارزیابی شبکه تولید کردیم. در داده‌های رصدی از یکی از مجموعه داده‌های تلسکوپ KAT7 استفاده شده، از ۷۰ درصد آن بمنظور آموزش و از بقیه برای ارزیابی استفاده کرده‌ایم. برای گزارش عملکرد ارزیابی از مساحت زیر نمودار ROC و PR استفاده کردیم. به بیانی می‌توان گفت این کمیت هر چه کمتر باشد، عملکرد شبکه



شکل (۲) نمونه‌ای مقایسه‌ی منحنی ROC و PR برای مدل‌های استفاده شده روی داده‌های واقعی، ستاره نشان‌دهنده‌ی موقعیت روش AOFlagger است. خط چین سبز نتیجه‌ی Unet با ۰/۷۶ مساحت زیر نمودار و خط زرد نشان‌دهنده‌ی نتیجه‌ی Rnet با ۰/۹۷ مساحت زیر نمودار AUC است.

² ResNet

روی شبیه‌سازی و داده‌های واقعی بهتر از روشهای موجود اعم از روشهای مبتنی بر پردازش تصویر و شبکه‌های عصبی داده‌ها را کاهش دهد. زمان اجرا شدن روشهای مختلف نیز مقایسه شده‌اند و روشهای بر پایه‌ی شبکه عصبی به دلیل استفاده از GPU می‌توانند در زمان قابل قبولی داده‌ها را تحلیل کنند.

به عنوان ایده‌های آینده قصد داریم تا ضمن بهینه کردن روش پیشنهادی، تلاش کنیم تا شبیه‌سازها را برای تلسکوپ‌های چند بشقابی ارتقا دهیم و در ایده‌های دیگر تلاش داریم تا داده‌ها را براساس میزان اثرات مداخله‌ای رادیویی طبقه‌بندی کنیم زیرا هر استفاده‌ای از تصاویر نجومی نیازمند سطح مشخصی از داده گاهی است. این روش می‌تواند به محققان اجازه دهد که بر اساس مطالعه داده‌ها را تمیز کنند.

این روش از کتابخانه‌ای بر پایه‌ی کتابخانه‌ی TensorFlow استفاده می‌کند و بصورت یک برنامه پایتون برای استفاده در داده‌های تلسکوپها در اختیار عموم قرار خواهد گرفت.

مراجع

- [1] Haarlem, M. Van, Wise, M., Gunst, A., Heald, G., McKean, J., Hessels, J., Bruyn, A. De, Nijboer, R., Swinbank, J., Fallows, R., et al., 2013. *Astron. Astrophys.* 556, A2.
- [2] Paciga, G., Albert, J.G., Bandura, K., Chang, T.-C., Gupta, Y., Hirata, C., Odegova, J., Pen, U.-L., Peterson, J.B., Roy, J., et al., 2013. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* stt753.
- [3] Ali, Z.S., Parsons, A.R., Zheng, H., Pober, J.C., Liu, A., Aguirre, J.E., Bradley, R.F., Bernardi, G., Carilli, C.L., Cheng, C., et al., 2015. *Paper-64. Astrophys. J.* 809 (1), 61.
- [4] Bandura, K., Addison, G.E., Amiri, M., Bond, J.R., Campbell-Wilson, D., Connor, L., Cliche, J.-F., Davis, G., Deng, M., Denman, N., et al., 2014. *Instrumentation, International Society for Optics and Photonics*, pp. 914522-914522
- [5] Battye, R., Browne, I., Dickinson, C., Heron, G., Maffei, B., Pourtsidou, A., 2013. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* stt1082.
- [6] Offringa, A., de Bruyn, A., Biehl, M., Zaroubi, S., Bernardi, G., Pandey, V., 2010a. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 405 (1), 155-167.
- [7] Offringa, A., de Bruyn, A., Zaroubi, S. and Biehl, M., 2010b, arXiv preprint arXiv:1007.2089.
- [8] Akeret, Joel, et al. *Astronomy and computing* 18 (2017): 35-39.
- [9] Burd, Paul Ray, et al. *Astronomische Nachrichten* 339.5 (2018): 358-362.

در ادامه نتایج تمام معماری‌های مختلف با استفاده از اندازه پنجره‌های مختلف (WS) در جداول (۱) و (۲) نشان داده شده‌اند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که معماری Rnet با انتخاب پنجره‌ای بزرگ می‌تواند کارایی حذف اثرات مداخله‌ای را در مقایسه با روش‌های دیگر به طرز معناداری افزایش دهد.

Model	WS	AUC	APR
Unet-3-16	400	0.93	0.94
	500	0.93	0.94
	600	0.92	0.93
Unet-3-32	400	0.93	0.93
	500	0.94	0.94
	600	0.94	0.94
Rnet-5	400	0.98	0.98
	500	0.98	0.98
	600	0.98	0.98
Rnet-6	400	0.98	0.98
	500	0.98	0.98
	600	0.98	0.99

جدول (۲) نتایج معماری‌های مختلف برای شبیه‌سازی‌های HIDE

Model	WS	AUC	APR
Unet-3-16	100	0.73	0.41
	200	0.74	0.42
	300	0.76	0.42
Unet-3-32	100	0.72	0.41
	200	0.76	0.42
	300	0.75	0.40
Rnet-5	100	0.88	0.81
	200	0.92	0.83
	300	0.90	0.82
Rnet-6	100	0.91	0.83
	200	0.92	0.82
	300	0.97	0.90

جدول (۳) نتایج معماری‌های مختلف برای داده‌های KAT7

خلاصه و نتیجه‌گیری

در این تحقیق ما نشان دادیم که یادگیری عمیق توانایی تشخیص اثرات مداخله‌ای رادیویی را بیش از روشهای پیش داراست. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که معماری Rnet و با پنجره‌ای بزرگ علی‌رغم دارا بودن از تعداد کمتری متغیر قابل یادگیری، می‌تواند

پوسترها

شبکه‌ی داده‌کاو عمیق؛ نوفه‌زدایی عمیق به منظور آشکارسازی بهینه

گلشن اجلالی^۱، علیرضا وفائی صدر^{۱،۲}

^۱ پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران، ایران

^۲ موسسه SARAO تلسکوپ SKA کیپ تاون، آفریقای جنوبی

چکیده

مسئله‌ی بازیابی سیگنال از تصاویر در حوزه‌های مختلف نجوم اهمیت کلیدی دارد. ابزارهای محاسباتی مبتنی بر یادگیری ماشین می‌توانند نقش موثری در در بازیابی سیگنال از تصاویر خام ایفا کنند؛ به شرطی که نمونه‌ای از سیگنال بازیابی شده برای فرآیند آموزش ماشین در دسترس باشد. شبکه‌های عصبی پیچشی به خاطر ساختار چندلایه‌ی سه بعدی و هم‌چنین بهره‌گیری از لایه‌های پیچشی، برای انواع فرآیندهای پردازش تصویر کاربرد وسیع دارند. در این پژوهش الگوریتمی مبتنی بر شبکه‌ی عصبی پیچشی معرفی شده است که ضمن بازیابی سیگنال از تصویر خام، کمینه شدت سیگنال قابل بازیابی توسط شبکه‌ی آموزش دیده را نیز پیدا می‌کند. کاربرد این روش به عنوان نمونه در مسئله‌ی بازیابی نقشه‌ی ریسمان‌های کیهانی از داده‌ی شبیه‌سازی‌شده‌ی تابش ریزموج زمینه‌ی کیهان بررسی شده است. سیگنال ریسمان‌های کیهانی مورد استفاده این پژوهش در دو سطح شبیه‌سازی شد، شبیه‌سازی آزمون و شبیه‌سازی واقع‌گرایانه مبتنی بر کنش نامبو-گوتو. کمینه‌ی شدت سیگنال ریسمان قابل بازیابی از شبیه‌سازی‌های واقع‌گرایانه در شبکه عصبی پیچشی^۷ لایه با استفاده از فیلتر لبه‌یاب $G\mu = 1.72 \times 10^{-9}$ و بدون استفاده از فیلتر لبه‌یاب $G\mu = 4.6 \times 10^{-6}$ گزارش می‌شود.

کلیدواژه‌ها: شبکه عصبی پیچشی، یادگیری عمیق، ریسمان‌های کیهانی، بازیابی سیگنال

Deep Data Digger network; deep noise reduction for better detection

Ejlali, Golshan¹; Vafaei Sadr, Alireza^{1,2}

¹ School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), Tehran, Iran

² South Africa Radio Astronomical Observatory (SARAO), The Park, Park Road, Pinelands, Cape Town, South Africa

Abstract

Problem of signal retrieving has crucial importance in several astronomy fields. Computational tools based on machine learning can play influential role in extracting signal from raw images, provided a sample of extracted signal is accessible for the machine training process. Due to multi-layered architecture and employ of convolutional layers, convolutional neural networks have wide applications in variant image processing tasks. In this work, we propose a method based on convolutional neural network which not only retrieves signal from raw images, but also finds the minimum amplitude of the forsought signal that can be extracted using the trained network. Application of this method was examined in the case of retrieving cosmic string maps from simulated data of cosmic microwave background. Cosmic string signal used in this work was simulated in two levels, test simulations and realistic simulations based on Nambu-Goto action. Minimum retrievable amplitude of strings in realistic simulations using 7 layered convolutional neural network is reported $G\mu = 1.72 \times 10^{-9}$ in case of using edge-finding filters and $G\mu = 4.6 \times 10^{-6}$, without using them.

Keywords: convolutional neural network, deep learning, cosmic strings.

مقدمه

امروزه یادگیری ماشین^۱ کامپیوترها را توانمند کرده است که آب و هوا، الگوهای بازار سهام و عادات خرید کاربران یک سایت را پیش‌بینی کنند.[۱] در الگوریتم‌های یادگیری ماشین، به کامپیوتر اجازه داده می‌شود که از تجربیات خود درس بگیرد و با استفاده از سعی و خطا عملکرد خود را در انجام یک عمل خاص پله‌پله بهبود ببخشد. در یادگیری ماشین تحت نظارت، ماشین با یک مجموعه داده‌ی برچسب‌دار به نام داده‌ی آموزش تغذیه می‌شود تا طی فرآیند یادگیری، یک تابع بین داده‌ها (به عنوان ورودی) و برچسب‌ها (به عنوان خروجی) بسازد.

شبکه‌های عصبی مصنوعی^۲ نوعی از روش‌های یادگیری ماشین تحت نظارت هستند که در طراحی آن‌ها از عملکرد سلول‌های عصبی مغز الهام گرفته شده است. هر سلول عصبی مصنوعی از چندین سلول عصبی دیگر ورودی دریافت می‌کند و سپس طبق معادله‌ی زیر بر اساس شدت ورودی‌ها و وزن هر یک از آن‌ها W و تابع فعال‌سازی مشخصه‌ی خودش f ، یک خروجی مشخص تولید می‌کند.

$$\text{output}(i) = f_j \left(\sum w_j \cdot \text{input}(i) + b_j \right) \quad (1)$$

شبکه‌ی عصبی مصنوعی از چند لایه سلول عصبی مصنوعی ساخته شده است که به سه بخش لایه ورودی، لایه پنهان، و لایه خروجی تقسیم می‌شود. در لایه ورودی، به تعداد داده‌های ورودی، سلول عصبی مصنوعی وجود دارد و در لایه خروجی، به اندازه‌ی تعداد برچسب‌هایی که می‌خواهیم به این تصاویر اختصاص بدهیم. در لایه پنهان، فرآیند اصلی پردازش انجام می‌شود. هدف فرآیند آموزش این است که ماشین بهترین مقادیر وزن‌ها را پیدا کند تا شبکه عصبی بتواند بر اساس وزن‌های معین شده، ورودی را به خروجی مطلوب ما تبدیل بکند.

فرآیند آموزش توسط تابع مهمی به نام تابع هزینه^۳ مدیریت می‌شود. تابع هزینه به عنوان شاخصی از اختلاف خروجی ماشین و خروجی مطلوب تعریف می‌شود. انتخاب فرم جبری تابع هزینه

می‌تواند بسته به کاربرد ماشین متنوع باشد. در فرآیند آموزش، طی هر بار تکرار اجرای ماشین، تابع هزینه محاسبه می‌شود و مقادیر وزن‌ها طوری تغییر می‌کنند که تابع هزینه کمینه شود.

در این میان شبکه‌های عصبی پیچشی^۴ اهمیت خاص دارند، زیرا به طور ویژه برای عملیات پردازش تصاویر، یعنی پیدا کردن ویژگی‌های مشخصه‌ی تصاویر و همین‌طور دسته‌بندی آن‌ها طراحی شده‌اند. تصاویر در قالب ماتریس‌های چندلایه حاوی مقادیر مربوط به شدت نور و رنگ در هر پیکسل برای ماشین معنا می‌شوند. در معماری شبکه‌های پیچشی نیز سلول‌های عصبی به صورت سه بعدی طراحی شده‌اند تا پردازش این حجم بالا از مقادیر ورودی را کاربردی‌تر کنند. فرآیند پیچش در این شبکه‌های عصبی از طریق اعمال فیلترهای مختلف در هر لایه از شبکه روی تصویر انجام می‌شود. هر یک از فیلترها سطح تصویر را به دنبال ویژگی‌های به خصوص (مثل لبه‌ها، خطوط، نقاط روشن و تیره و مانند این‌ها) جاروب می‌کنند و در نتیجه‌ی این فرآیند، مهم‌ترین اطلاعات موجود در هر تصویر استخراج می‌شود. سپس این اطلاعات بسته به هدف شبکه عصبی پیچشی برای دسته بندی تصاویر یا تشخیص ویژگی‌های خاص استفاده می‌شود.[۲]

ما در این پژوهش از شبکه‌های عصبی پیچشی برای بازیابی سیگنال مفید از تصاویر به منظور بهینه‌سازی آشکارسازی استفاده کرده‌ایم. در قسمت اول شرح مسئله‌ی بازیابی ریسمان‌های کیهانی، در قسمت دوم الگوریتم مورد استفاده برای این امر و داده‌های استفاده شده شرح داده شده است. نتایج و جمع‌بندی هم در بخش انتهایی عنوان شده‌اند.

شرح مسئله

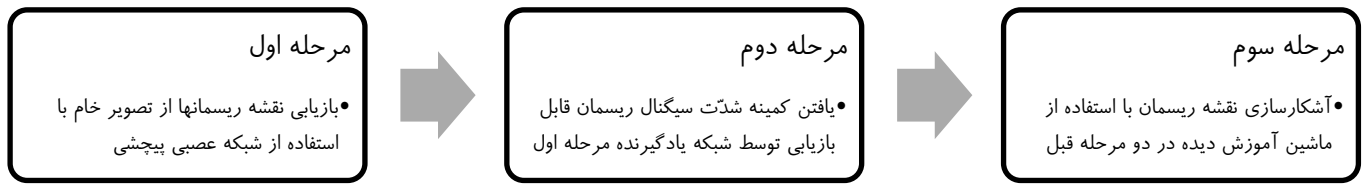
تابش ریزموج زمینه‌ی کیهانی به عنوان اصلی‌ترین منبع اطلاعاتی از کیهان اولیه به شمار می‌رود که می‌توان آن را به صورت یک میدان تصادفی گاوسی به همراه انواع افت‌وخیزهای آماری توصیف کرد. این افت‌وخیزها، هر یک اطلاعاتی فیزیکی منحصر به فردی درباره‌ی شرایط کیهان اولیه در اختیار ما قرار می‌دهند. یکی از این افت‌وخیزها، ریسمان‌های کیهانی هستند که به صورت لبه‌هایی

¹ machine learning

² artificial neural networks

³ loss function

⁴ convolutional neural networks



نمودار ۱: طرح‌واره کلی آشکارسازی ریسمان‌های کیهانی در تابش زمینه کیهانی از طریق یادگیری ماشین که در این پژوهش به‌مرحله اول و دوم پرداخته شده‌است.

Scharr برای شبکه عصبی تعریف می‌شود. تفاوت این دو رویکرد در تصویر ۱ نشان داده شده‌اند.

روش محاسباتی و داده‌ها

ساختار کلی الگوریتم استفاده شده در این پژوهش به صورت نمادین در نمودار شماره ۲ نشان داده شده است. برای مقایسه‌ی نقشه‌ی بازیابی شده‌ی ریسمان‌های کیهانی و تصویر خام، می‌توان از عملگرهای آماری متفاوتی استفاده کرد که طبق نتایج منبع [۵] از واریانس استفاده شد. در ادامه برای مقایسه‌ی تأثیر معماری شبکه

روی تصویر خام مشاهده می‌شوند. [۳ و ۸] شدت سیگنال ریسمان با کمیت بدون بعد $G\mu/c^2$ مشخص می‌شود که G ثابت جهانی گرانش، μ جرم در واحد طول ریسمان و c سرعت نور است. بزرگی پارامتر μ می‌تواند فیدهای مهمی روی نظریه‌های تشکیل ریسمان‌های کیهانی طی گذار فازهای خلأ در کیهان اولیه و تولید این نواقص توپولوژیک اعمال کند. [۴] هم‌چنین در این مسئله برای سادگی فرض می‌کنیم تصویر I از تابش زمینه کیهانی از دو مولفه‌ی گاوسی زمینه G_B و سیگنال ریسمان کیهانی S_{CS} تشکیل شده است که توسط پارامتر شدت $G\mu$ طبق معادله‌ی ۲ به هم مربوط می‌شوند.

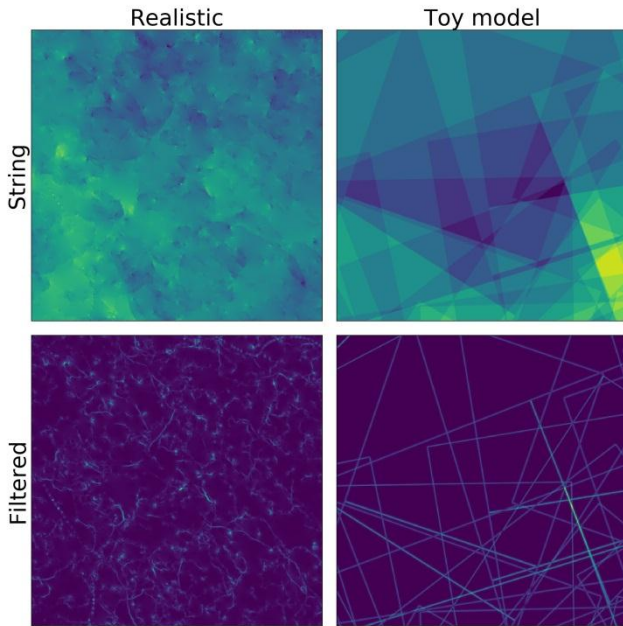
$$I = G_B + (5.75 \times 10^{-6} G\mu) S_{CS} \quad (2)$$

در این پژوهش تلاش شده است فرآیند بهینه‌ای برای بازیابی نقشه‌ی ریسمان‌های کیهانی از تصویر خام تابش زمینه کیهانی ارائه شود. شبکه‌ی عصبی یادگیرنده در این پژوهش می‌تواند در ادامه برای آشکارسازی نهایی ریسمان‌های کیهانی به کار گرفته شود. بعلاوه الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش می‌تواند در کنار بازیابی نقشه ریسمان‌های کیهانی از تصاویر خام تابش زمینه کیهانی، کمترین شدت ریسمان‌های کیهانی که می‌توان از تصاویر استخراج کرد را هم شناسایی کرده و گزارش کند. برای این کار باید سه مرحله‌ی کلی شرح داده شده در نمودار شماره ۱ انجام شود که در این پژوهش، ابزار مورد نیاز برای مرحله‌ی اول و دوم آماده شده است.

برای بازیابی نقشه‌ی ریسمان‌ها در این پژوهش دو رویکرد متفاوت اتخاذ شده و نتایج آن‌ها با هم مقایسه شده‌اند. در رویکرد اول، شبکه‌ی عصبی پیچشی برای بازیابی کل نقشه‌ی ریسمان آموزش داده می‌شود. در رویکرد دوم، به دنبال کل اطلاعات موجود در نقشه‌ی ریسمان‌ها نیستیم و فقط لبه‌های موجود در تصویر را بازیابی می‌کنیم. تفکیک بین لبه‌ها در نقشه‌ی ریسمان توسط فیلتر لبه‌یاب

۱. مقداردهی اولیه شدت سیگنال ریسمان، $G\mu$.
 ۲. تولید مجموعه تصاویر آموزش و آزمون با شدت سیگنال ریسمان معین شده.
 ۳. آموزش ماشین با داده‌ی آموزش.
 ۴. مرحله‌ی آزمون:
 ۱. تولید نقشه‌ی ریسمان‌ها از روی تصویر خام بر اساس آموزش مرحله
 ۲. محاسبه‌ی واریانس هر تصویر در مجموعه‌ی تصاویر شامل ریسمان و بدون ریسمان.
 ۳. محاسبه‌ی تابع توزیع واریانس‌ها در تصویر شامل ریسمان و بدون ریسمان.
 ۴. محاسبه‌ی مقدار p -بین دو تابع توزیع محاسبه‌شده در مرحله قبل.
 ۵. آیا با استفاده از مقدار p -محاسبه شده در مرحله قبل، تفکیک بین تصویر شامل ریسمان و بدون ریسمان امکان پذیر است؟
- خیر: آموزش را متوقف کن و $G\mu$ نهایی را اعلام کن.
- بله: شدت سیگنال را به اندازه $\Delta G\mu$ تغییر بده و به مرحله ۲ برو.

نمودار ۲: طرح‌واره‌ی برنامه‌ی استفاده شده در این پژوهش برای به دست آوردن کمینه شدت سیگنال ریسمان طی فرآیند یادگیری ماشین.



تصویر ۱: نمونه‌ای از نقشه‌ی شبیه‌سازی شده‌ی ریسمان‌های کیهانی. تصاویر ستون راست، شبیه‌سازی بر اساس مدل آزمایشی و تصاویر ستون چپ، شبیه‌سازی بر اساس کنش نامبو-گاتو را نشان می‌دهند. هم‌چنین تصاویر ردیف دوم، نتیجه‌ی اعمال فیلتر لبه‌یاب بر تصاویر ردیف اول هستند.

می‌تواند در مسئله‌های مشابه بازیابی سیگنال از تصویر مورد استفاده قرار بگیرد. این روش به طور ویژه می‌تواند در کاهش تصاویر نجومی، بازیابی اثر همگرایی گرانشی و بازیابی اثرات سرراهی در تابش زمینه کیهانی و مسئله‌های مشابه به کار گرفته شود.

سپاسگزاری

در پایان لازم است از رهنمودهای موثر دکتر مرضیه فرهنگ و دکتر محمدرضاقد موحد در این پژوهش تشکر و قدردانی کنیم. ضمناً محاسبات این پژوهش توسط خوشه‌ی محاسباتی دانشگاه ژنو انجام شده است.

مرجع‌ها

- [1] Ciuca *et. al.* (2017) arXiv:1803.02129
- [2] Shimabukuro *et. al.* *MNRAS* (2017)
- [3] M. S. Movahed and S. Khosravi, *JCAP* (2011)
- [4] N. Bevis *et. at.*, *Phys. Rev. D* (2010)
- [5] A. Vafaei, *et. al.*, *MNRAS* (2018)
- [6] M. Sadegh Movahed, B. Javanmardi, Ravi K. Sheth, *MNRAS* (2013)
- [7] A. A. Fraisse, C. Ringeval *et al.* *PRD* **78** (2008)
- [8] N. Kaiser and A. Stebbins, *Nature* **310** (1984) 391
- [9] C. P. Novaes *et al.* (2013), arXiv:1312.3293
- [10] A. Vafaei, *et. al.*, *MNRAS* (2017)

عصبی پیچشی بر نتایج، کلیه محاسبات یک بار با شبکه‌ی ۵ لایه و بار دیگر با شبکه‌ی ۷ لایه انجام شد.

لازم به ذکر است که داده‌های موجود در این پژوهش شامل موارد زیر هستند. نقشه‌های گاوسی تابش زمینه کیهانی بر اساس آخرین نتایج ماهواره Planck با رزولوشن 0.86° دقیقه فوسی شبیه‌سازی شدند. نقشه‌ی ریسمان‌های کیهانی در دو سطح شبیه‌سازی شدند. جزئیات این شبیه‌سازی‌ها در مراجع [۶] و [۷] در دسترس است. در سطح اول از یک مدل ساده‌سازی شده به عنوان مدل آزمون و در سطح دقیق‌تر از یک شبیه‌سازی واقع‌گرایانه مبتنی بر کنش نامبو-گاتو برای تولید نقشه‌های ریسمان کیهانی استفاده شد. هم‌چنین تأثیر وجود نوفه‌ی دستگاهی در این پژوهش مورد بررسی قرار نگرفت و در پژوهش‌های بعدی به آن پرداخته خواهد شد.

نتایج و نتیجه‌گیری

کمینه‌ی شدت سیگنال ریسمان قابل بازیابی توسط شبکه عصبی آموزش داده شده در دو حالت بدون فیلتر لبه‌یاب و با فیلتر لبه‌یاب و همین‌طور با دو معماری مختلف شبکه عصبی در جدول ۱ گنجانده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، استفاده از فیلتر لبه‌یاب تأثیر قابل توجهی در عملکرد شبکه عصبی پیچشی در بازیابی نقشه‌ی ریسمان‌ها داشته است. شبکه‌ی عصبی آموزش دیده در این روش می‌تواند در ادامه برای آشکارسازی ریسمان‌های کیهانی مورد استفاده قرار بگیرد. در ادامه باید عنوان کرد که روش معرفی شده در این پژوهش

شبیه‌سازی ساده‌سازی شده		
$G\mu$	با فیلتر لبه‌یاب	بدون فیلتر لبه‌یاب
معماری ۵ لایه	8.05×10^{-7}	7.19×10^{-6}
معماری ۷ لایه	1.67×10^{-6}	6.78×10^{-6}

شبیه‌سازی واقع‌گرایانه		
$G\mu$	با فیلتر لبه‌یاب	بدون فیلتر لبه‌یاب
معماری ۵ لایه	2.88×10^{-8}	2.53×10^{-6}
معماری ۷ لایه	1.72×10^{-9}	5.06×10^{-6}

جدول ۱: نتایج کمینه شدت ریسمان قابل بازیابی توسط سیستم عصبی پیچشی آموزش داده شده در دو معماری ۵ لایه و ۷ لایه و در حالت با استفاده و بدون استفاده از فیلتر لبه‌یاب در دو نوع شبیه‌سازی ساده‌سازی شده و شبیه‌سازی واقع‌گرایانه.

چولگی نرم‌شده میدان تصادفی کیهانی در رهیافت نظریه میدان موثر

امینی، محمودرضا^۱؛ موحد، سیدمحمدصادق^{۱،۳}؛ ابوالحسنی، علی اکبر^۲

^۱ دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، ولنجک، تهران

^۲ دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، خیابان آزادی، تهران

^۳ پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، IPM، تهران

چکیده

شرایط اولیه و معادلات غیرخطی تحول کمیت‌های مشاهده‌پذیر میدانهای کیهانی توسط چارچوب ریاضیاتی مبتنی بر میدانهای تصادفی توصیف می‌شوند. استخوان‌بندی ساختار ریاضیاتی مذکور را مفاهیم احتمالاتی تشکیل می‌دهد. ناگوسیت اولیه یکی از ویژگی‌هایی است که در برخی از مدل‌های شرایط اولیه، ایجاد می‌شود. تعیین مقدار و شکل این ناگوسیت در رصدها، نقش مهمی در تفکیک بین مدل‌های نظری بازی می‌کند. در این مقاله با استفاده از رهیافت نظریه میدان موثر و مطالعه تصحیحات مدهای کوچک بر مدهای بزرگ یک میدان تصادفی کیهانی مانند CMB، رفتار ناگوسیت میدان را با تعریف کمیت‌های جدیدی مشخصه‌یابی می‌کنیم. نتایج ما نشان می‌دهد که با افزایش میزان ناگوسیت میدان CMB، بیشینه تاثیرات موثر قابل مشاهده به سمت ابعاد کوچکتر میل می‌کند. این رفتار می‌تواند به عنوان شاخصی برای تعیین ناگوسیت موضعی بکار رود.

کلمات کلیدی: تابش زمینه کیهانی، نظریه میدان موثر، ناگوسیت

Smoothed Skewness of cosmological random field in the Effective Field Theory

Amini, Mahmoodreza¹; Movahed, S. Mohammad Sadegh^{1,3}; Abolhasani, Ali akbar^{2,3}

¹ Department of Physics, Shahid Beheshti University, Velenjak, Tehran,

² Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran,

³ School of Physics, Institute for research in fundamental sciences, IPM, Tehran, Iran

Abstract

Initial conditions and non-linear equations for the cosmological field observables quantities are expressed according to the mathematical framework based on the stochastic fields. The backbone of such mathematical framework includes probabilistic concepts. Initial non-Gaussianity is one of the features produced in some models of initial conditions. Determining the shape & weight of this Non-Gaussianity plays an important role in distinguishing between the models in observations. In this article we study the behavior of non-Gaussianity in the approach of effective field theory for some cosmic random field, e.g. CMB. Our results demonstrate that by increasing the non-Gaussianity in CMB field, the maximum value of effective features contributions tends to the lower scales. This behavior can be used as a criterion to determine the local non-Gaussianity.

Key Words: CMB, Effective Field Theory, Non-Gaussianity

PACS No:98

تصادفی شرایط اولیه میدانهای کیهانی و همچنین ظهور عوامل غیرخطی که در حین تحول آنها رخ می‌دهد، انحراف توزیع آماری سیستم از حالت گوسی اجتناب‌ناپذیر خواهد بود. در این شرایط بطور معمول از رهیافت نظریه اختلال برای توصیف و بررسی رفتار این نوع سیستم‌ها استفاده می‌شود. با بزرگ شدن تباین چگالی در حین تشکیل ساختار، نظریه اختلال بطور اصولی توانایی

مقدمه

با توجه به پیچیدگی‌های معمول سیستم‌های فیزیکی، تلاش برای دستیابی به یک چارچوب مناسب برای استخراج بیشترین اطلاعات قابل اعتماد از سیستم و تعریف پارامترهای معنادار با هدف توصیف ویژگی‌های فیزیکی و پیش‌بینی رفتارهای سیستم، از اهمیت بسزایی برخوردار است. در کیهان‌شناسی، به دلیل ماهیت

معرفی نظریه میدان موثر

نظریه میدان موثر قبلاً در حوزه‌های دیگر فیزیک مانند بررسی‌های ترمودینامیکی مورد استفاده قرار گرفته است [۳]. همچنین این روش در فیزیک انرژی‌های بالا، فیزیک ذرات بنیادی و کیهان‌شناسی نیز مطرح شده‌است. این نظریه در واقع، ساختن یک نظریه موثر است که بدون سروکار داشتن با پیچیدگی‌های مقیاس‌های کوچک‌تر، پیش‌بینی و توصیف قابل قبولی از مقیاس‌های بزرگ، به دست دهد. این نظریه پیش‌تر در فیزیک انرژی‌های بالا، ذرات و کیهان‌شناسی نیز بکار برده شده است. در ادامه سعی می‌کنیم تا با نرم کردن میدان CMB به‌وسیله پیچش با یک تابع پنجره با طول موثر Λ به صورت زیر

$$W_{\Lambda}(\vec{x}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\Lambda}}\right)^3 \exp\left(-\frac{x^2}{2\Lambda^2}\right) \quad (5)$$

تاثیر مدهای ریز را به صورت یک جمله موثر به رفتار مرتبه‌های اول بسط اختلالی تابع توزیع چگالی میدان CMB اضافه کنیم و در نتیجه از تاثیرات مستقیم مدهای کوچک بر رفتار ابعاد کلان چشم‌پوشی کنیم. اگر f و g توابع دلخواه باشند، در نتیجه می‌توان توابع ضربی را به صورت زیر نرم کرد:

$$[fg]_{\Lambda}(x) = \int f(x')g(x')W_{\Lambda}(\vec{x} - \vec{x}') dx' \quad (6)$$

با فرض کندتغییر بودن میدان‌ها و با در نظر گرفتن خواص تابع پنجره، خواهیم داشت:

$$[fg]_{\Lambda} = f_i g_i + \frac{1}{\Lambda^2} \left(\nabla f_i \cdot \nabla g_i + \frac{1}{2} f_i \nabla^2 g_i + \frac{1}{2} g_i \nabla^2 f_i \right) + \dots \quad (7)$$

که در آن g_i و f_i مدهای بلند میدان‌های f و g در بسط فوریه میدان‌هاست و با توجه به تعریف Λ مشخص می‌شود. به همین ترتیب می‌توان میدان سه‌تایی را به صورت زیر نوشت [۴]:

$$[fgh]_{\Lambda} = \quad (8)$$

$$f_i g_i h_i + \frac{1}{\Lambda^2} (h_i \nabla f_i \cdot \nabla g_i + g_i \nabla f_i \cdot \nabla h_i + f_i \nabla g_i \cdot \nabla h_i) + \text{short scales}$$

با توجه به معادلات (۷) و (۸) جملات موثر از نرم کردن توابع ضربی بدست می‌آیند،

خود را در تحلیل مساله از دست می‌دهد. لذا یافتن رهیافتی جایگزین برای توصیف رفتار میدان‌های مورد بحث، امری مهم محسوب می‌شود. نظریه میدان موثر یکی از این رهیافت‌های ممکن بشمار می‌آید. این رهیافت تلاش می‌کند تا با اجتناب از پیچیدگی‌های نظریه فرابنفش، تاثیرات موثر این سطح را بر روی فیزیک مقیاس بزرگ یا حد فرسرخ، مورد بررسی قرار دهد. هرچند که ایده اصلی ما در انتخاب این موضوع، مطالعه برخی از مهمترین کمیت‌های هندسی و توپولوژی برای مشخصه‌یابی میدانهای تصادفی کیهانی معرفی شده‌اند در بستر جایگزین در مقایسه با رهیافت اختلالی بود [۱] اما برای رسیدن به این مهم قدمهای دیگری باید انجام می‌گرفت. لذا در این مقاله تلاش می‌کنیم با استفاده از رهیافت میدان موثر، کمیت‌های جدیدی معرفی نماییم که بتواند مقدار و شکل ناگوسیت یک میدان تصادفی کیهانی مانند تابش زمینه کیهانی (CMB^۱) را به نحو بهینه‌ای تعیین کند.

میدان تصادفی ناگوسی

برای یک میدان تصادفی به فرم

$$A_{\mu} = (\alpha, \partial_1 \alpha, \partial_2 \alpha, \partial_3 \alpha, \dots) \quad (1)$$

می‌توان تابع توزیع احتمال را به صورت زیر نوشت

$$P(\vec{A}) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\infty}^{+\infty} Z_A(\vec{\Lambda}) e^{-i\vec{\Lambda} \cdot \vec{A}} d^N \Lambda \quad (2)$$

که در آن $Z_A(\vec{\Lambda})$ تابع مشخصه سیستم است. با بسط تابع مشخصه، فرم تابع توزیع احتمال به شکل زیر در می‌آید:

$$P(\vec{A}) = \exp\left(\sum_{i=3}^{\infty} \frac{i^{2n}}{n!} K_{\mu_1 \dots \mu_n}^{(n)} \frac{\partial^n}{\partial A_{\mu_1} \dots \partial A_{\mu_n}}\right) P_G(\vec{A}) \quad (3)$$

که در آن $K_{\mu_1 \dots \mu_n}^{(n)}$ ها پیچش‌های میدان هستند. با بسط تابع

نمایی برای یک میدان تصادفی مانند $\alpha(x)$ می‌توانیم تابع توزیع

احتمال تک نقطه‌ای را به صورت زیر بنویسیم [۲]:

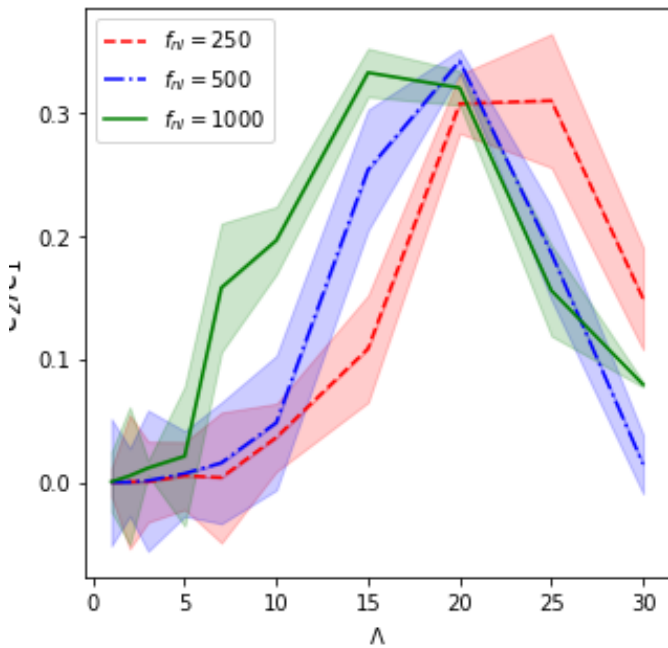
$$P(\alpha) = \frac{e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma_0^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \left[1 + \frac{\langle \alpha^3 \rangle}{3!} H_1(\alpha) + \dots \right] \quad (4)$$

که در آن $H_1(\alpha)$ چندجمله‌ای هرمیت است.

روی جملات بزرگتر اثر می‌گذارند؟ برای پاسخ به این سوال، بسط مربوط به عبارت (۹) را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\langle [\alpha^3]_{\Lambda} \rangle = C_1 \langle [\alpha]^3_{\Lambda} \rangle + C_2 \langle [\alpha]^2_{\Lambda} \nabla^2 [\alpha]_{\Lambda} \rangle \quad (10)$$

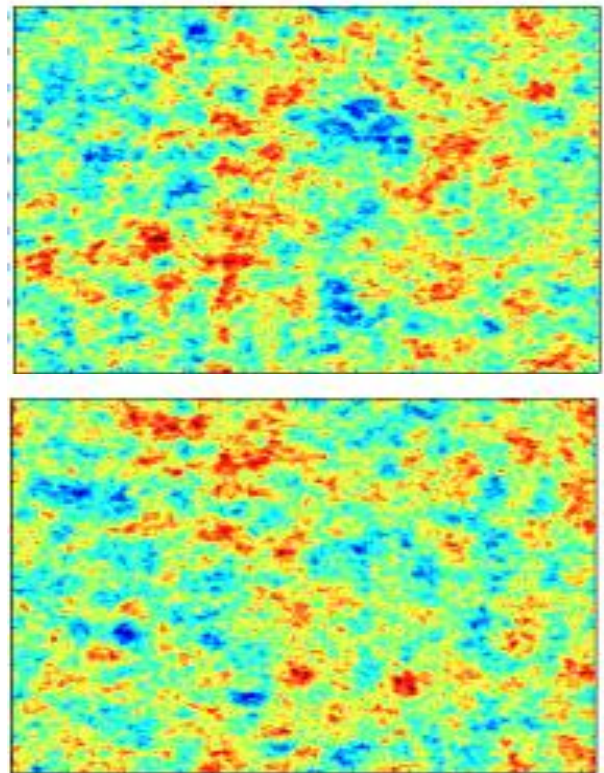
به این ترتیب، با حذف جملات مربوط به مدهای کوچک در معادله (۱۰) سهم آنها را در ضرایب C_1 و C_2 لحاظ کرده‌ایم. دلیل اکنون مساله ما تعیین ضرایب C_1 و C_2 خواهد بود به نحوی که معادله بالا برقرار باشد. برای تعیین این ضرایب از رویکرد محاسباتی استفاده می‌کنیم. به این ترتیب که با ساختن آنسامبل‌های مختلف از میدان و محاسبه عبارت‌های $\langle [\alpha]^3_{\Lambda} \rangle$ ، $\langle [\alpha]^2_{\Lambda} \nabla^2 [\alpha]_{\Lambda} \rangle$ و بدست آوریم. شکل ۲ نتایج محاسبات را برای وزن‌های مختلف ناگوسیت f_{nl} نشان می‌دهند.



شکل ۲: نسبت $\frac{C_2}{C_1}$ بر حسب Λ

بحث در نتایج

همانطور که از شکل (۲) مشخص است، برای Λ های بسیار بزرگ، با توجه به تحلیل نظری توقع داریم آن سهم اصلی رفتار میدان نرم شده به مقیاس‌های بزرگ رسیده و مقیاس‌های کوچک عملاً سهمی در رفتار میدان نداشته باشند. به این ترتیب انتظار داریم در این مقیاس‌ها، اثری از رفتار موثر مقیاس‌های کوچک مشاهده نکنیم. از آنجایی که سهم مقیاس‌های موثر در نرم کردن



شکل ۱: بالا میدان CMB گوسی و پایین میدان CMB ناگوسی

چولگی و نظریه میدان مؤثر

از آنجا که می‌خواهیم ناگوسیت را بررسی نماییم. لذا میدان CMB را برای حالت گوسی و ناگوسی با ضریب کنترل کننده f_{nl} با شکل موضعی به صورت $\alpha_{NG}(r) = \alpha_G(r) + f_{NL}\alpha_G^2(r)$ شبیه‌سازی می‌کنیم [۶۵]. شکل ۱ نقشه آسمان تخت از CMB گوسی و ناگوسی را نشان می‌دهد. با توجه به معادله (۹) ایده ما این است که به جمله $\langle \alpha^3 \rangle$ توجه کنیم اما اینبار در بستر نظریه میدان مؤثر آنرا بازنویسی نماییم. انگیزه ما برای انجام اینکار آن است که نمودار تابع توزیع احتمال نسبت به مقادیر کوچک وزن‌های ناگوسیت از حساسیت بسیار پائین برخوردار است و با در دسترس داشتن نمودار تابع توزیع احتمال برای مقادیر کوچک ناگوسیت قادر به تشخیص انحراف آن نسبت به توزیع گوسی نخواهیم بود. بنابراین طبق معادله (۸) خواهیم داشت:

$$\langle [\alpha^3]_{\Lambda} \rangle = \langle [\alpha]^3_{\Lambda} \rangle + \frac{1}{\Lambda^2} \langle [\alpha]^2_{\Lambda} \nabla^2 [\alpha]_{\Lambda} \rangle \quad (9)$$

+short scales

اکنون پرسش این است که اگر از جملات حاصل از ریزمقیاس صرفنظر کنیم، اثرات موثر حاصل از این جملات به چه ترتیب بر

آمده، مشخص شد که با توجه به میزان ناگوسیت موضعی، رفتارهای متفاوتی به دست می‌آوریم. به نظر می‌رسد، با توجه به این‌که این روش اثر تجمعی مدهای کوتاه را بر روی مدهای بلند را فراهم می‌کند می‌تواند سنجه معناداری برای ارزیابی ناگوسیت موضعی در رصدها فراهم آورد. مطالعات تکمیلی در این خصوص برای بررسی داده‌های رصدی در حال انجام است.

قدردانی

نویسندگان از آقای دکتر علیرضا وفایی‌صدر به سبب فراهم آوردن برخی از شبیه‌سازی‌ها قدردانی می‌کنند.

منابع

- [1] Peebles, Phillip James Edwin, *The large-scale structure of the universe*. Princeton university press, 1980.
 [2] Matsubara, Takahiko, *The Astrophysical Journal* 584.1(2003):1.
 [3] Goldenfeld, Nigel. *Lectures on phase transitions and the renormalization group*. CRC Press, 2018.
 [4] نیما چرتاب سلطانی، رساله کارشناسی ارشد، نظریه میدان موثر در ساختارهای بزرگ مقیاس کیهانی، ایران، تهران، دانشگاه صنعتی شریف (۱۳۹۵)
 [5] Movahed, M. Sadegh, and Shahram Khosravi., *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2011.03 (2011): 012.
 [6] Rocha, G., Hobson, M. P., Smith, S., Ferreira, P., & Challinor, A., *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 357(1), 1-11(2005).

عبارت $\langle [\alpha]^3 \Lambda \rangle$ به وسیله G_2 محاسبه شده‌است، لازم است تا این ضریب در مقیاس‌های بزرگ سهم کمتری را به خود اختصاص دهد. این انتظار نیز در شکل ۲ پایین مشخص است. از سوی دیگر، برای مقیاس‌های بسیار کوچک Λ ، تابع پنجره در فضای حقیقی به تابع دلتای دیراک میل می‌کند که این مساله عملاً بدان معناست که فرآیند نرم کردن صورت نگرفته و به این ترتیب هیچ اثری از رفتار موثر در محاسبات مشاهده نمی‌شود. بنابراین همانطور که انتظار داریم نسبت $\frac{G_2}{G_1}$ در مقیاس‌های کوچک Λ نیز باید عددی کوچک باشد که مجدداً در نمودار بدست آمده قابل مشاهده‌است. اما آنچه بیش از همه در این نتایج جالب توجه است، رفتار نمودارها در مقیاس‌های میانی طول موثر تابع پنجره است. همانطور که مشاهده می‌شود، به ازای تمامی وزنهای ناگوسیت یعنی f_{nl} در نظر گرفته شده در محاسبات، نسبت $\frac{G_2}{G_1}$ برحسب Λ دارای یک مقدار بیشینه است که محل این بیشینه با افزایش سهم ناگوسیت به سمت Λ های کوچک جابجا می‌شود. چرایی این مساله را می‌توان بدین صورت توجیه نمود که با افزایش وزن ناگوسیت، سهم ابعاد کوچکتر در رفتار مقیاس‌های بزرگ میدان بیشتر می‌شود، به این ترتیب بیشینه نمودار که نشان دهنده طولی است که در آن بیشینه تأثیرات ابعاد کوچک مشاهده می‌شوند، به سمت طول‌های کوچکتر حرکت می‌کند.

جمع‌بندی

در این مقاله با استفاده از رویکرد میدان موثر کمیت جدیدی معرفی کردیم که می‌تواند ردپای ناگوسیت موضعی را نشان دهد. برای این منظور به چولگی که یکی از کمیت‌های مرسوم برای نمایش ناگوسیت است توجه کردیم. اما اینبار با الهام از نظریه میدان مؤثر جملات جدیدی که ناشی از سهم مقیاسهای فرابنقش بر مقیاسهای فروسرخ است، مشخصه‌ای معرفی کردیم که به نظر می‌رسد حساسیت مناسبی برای نشان دادن ناگوسیت موضعی دارد. برای این منظور یک میدان CMB را با درجات مختلف ناگوسیت موضعی که توسط f_{nl} داده شده، شبیه‌سازی کردیم و سهم جملات مختلف را به صورت عددی محاسبه نمودیم. قدم بعدی شامل تلاش برای بدست آمدن عبارت تحلیلی برای بدست آوردن ابعاد دقیق بیشینه تأثیرات موثر است. با توجه به نمودارهای بدست

اثرات فرایپلانکی در تورم غلتش کند

بوذری نژاد، حامد^۱؛ شجاعی باغینی، فاطمه^۱

^۱دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

چکیده

مقیاس‌های کیهانی که طول‌موج مدهای اختلالی نظیر آن‌ها در آغاز تورم از مرتبه طول پلانک است، به جزئیات فیزیک انرژی بالا (فرایپلانکی) بستگی دارند. این بدان معنی است که انتخاب شرایط اولیه برای اختلالات اینفلاتون حائز اهمیت است. انتخاب خلأ می‌تواند اثرات مشاهده‌پذیری را در طیف توان اختلال انحنای همراه بر جای بگذارد و اطلاعاتی از مقیاس‌های کوچک‌تر و یا هم‌مرتبه با طول پلانک دربر داشته باشد. در این نوشتار، به بررسی اثر انتخاب خلأ بر طیف توان اختلال انحنای همراه می‌پردازیم. در پایان، نتایج خود را با دیگر مدل‌های ارائه شده برای طیف توان اولیه و داده‌های پلانک مقایسه می‌کنیم.

Trans-Planckian Effects in Slow-Roll Inflation

Bouzari Nezhad, Hamed¹; Shojai Baghini, Fatimah¹

¹Department of Physics, University of Tehran, Tehran

Abstract

The cosmological scales, which have been of the order of Planck's length at the beginning of inflation, depend on the details of physics at extremely high (trans-Planckian) energies. This means that the selection of the initial conditions for inflaton fluctuations is important. The choice of vacuum state may leave observable effects on the power spectrum of the comoving curvature perturbation and include some information about the trans-Planckian or Planckian scales. In this paper we consider the effect of the vacuum choice on the power spectrum of the comoving curvature perturbation. At the end, we compare our results with other primordial power spectra and Planck data.

PACS No. 04.20.Cv

در بسیاری از مدل‌های تورمی که در آن‌ها طول دوره تورم از مدت زمان لازم برای حل مشکلات مدل کیهان‌شناسی استاندارد بیش‌تر است، اندازه اولیه این نوسانات کوانتومی در آغاز دوره تورم از مرتبه و یا حتی کوچک‌تر از طول پلانک خواهند بود [۱]. توصیف دقیق فیزیک در این مقیاس‌های طولی نیازمند یک نظریه گرانش کوانتومی است. به دلیل فقدان این نظریه مناسب گرانش کوانتومی، معمولاً فرض بر آن است که نظریه میدان‌های کوانتومی استاندارد در این مقیاس‌های طولی هم قابل اعتماد می‌باشد.

با بررسی و مطالعه دقیق مشاهده‌پذیرهای تورم شاید بتوان اطلاعات مفیدی از این دوره که دوره فرایپلانکی نامیده می‌شود به دست آورد. یکی از روش‌های بررسی مسئله فرایپلانکی، انتخاب غیربدیهی خلأ می‌باشد. عموماً و به صورت مرسوم، شرایط اولیه برای نوسانات

مقدمه

سناریوی تورم در اوایل دهه ۱۹۸۰ میلادی به منظور پاسخ‌گویی به مشکلات (افق، تختی و ...) مدل کیهان‌شناسی استاندارد ارائه شد. علاوه بر مرتفع کردن این معضلات، تورم پیش‌گویی‌هایی نیز به دنبال دارد. یکی از مهم‌ترین این پیش‌گویی‌ها، وجود ناهمسانگردی در تابش زمینه کیهانی است که امروزه با دقت بسیار بالایی قابل اندازه‌گیری است.

شاید بزرگ‌ترین موفقیت تورم، توجیه فرایند تشکیل ساختار در عالم باشد. براساس این ایده، عامل ایجاد تشکیل ساختار (کهکشان‌ها و خوشه‌های کهکشانی) در کیهان امروزی، نوسانات کوانتومی میدان اسکالر اینفلاتون می‌باشد. این نوسانات میکروسکوپی از طریق تورم رشد می‌یابند و به ابعاد مشاهده‌پذیر امروزی می‌رسند.

گرانشی است که در پیمانه‌ی متفاوتی نوشته شده است. پس از فرایند کوانتیده کردن در تصویر هایزنبرگ، می‌توان توابع مد، یعنی جواب‌های معادله (۱)، را بر حسب عملگرهای معمول خلق و فنا بیان کرد. در واقع منظور از انتساب خلأ بدین معناست که شرط زیر را داشته باشیم:

$$\hat{a}_{\vec{q}}(\tau_i)|0, \tau_i\rangle = 0 \quad (2)$$

که τ_i زمان اولیه‌ای است که شرایط اولیه در آن اعمال می‌شود. در شرایطی که $\tau_i \rightarrow -\infty$ ، خلأ حاصل خلأ بانچ-دیویس نامیده شده است و این انتخاب مستلزم آن است که گذشته نامتناهی در دسترس و فضا-زمان به صورت مجانبی همان فضا-زمان مینکووسکی باشد. برای مورد خلأ بانچ-دیویس و در رژیم غلتش کند، پس از بیان کردن معادله (۱) بر حسب پارامترهای غلتش کند، توابع مد این چنین محاسبه می‌شوند:

$$f_q(\tau) = \frac{\sqrt{-\pi\tau}}{2} e^{i\nu\pi/2 + i\pi/4} H_\nu^{(1)}(-q\tau) \quad (3)$$

که در آن $\nu \approx 3/2 + 3\epsilon - \eta$ که ϵ و η پارامترهای غلتش کند و $H_\nu^{(1)}(-q\tau)$ تابع هنکل نوع اول می‌باشند. اعمال شرط مرزی در گذشته نامتناهی باعث کنار گذاشتن تابع هنکل نوع دوم از جواب عمومی توابع مد می‌شود.

در صورتی که شرط اولیه در زمان متناهی τ_i اعمال شود، جواب توابع مد در معادله (۱) شامل توابع هنکل نوع دوم نیز خواهد بود. در مراجع [۲] و [۴] این محاسبات برای تورم د سیترا انجام شده است. ما این محاسبات را برای حالت تورم غلتش کند تکرار کرده‌ایم. در این شرایط، جواب کلی توابع مد این چنین خواهد بود:

$$f_q(\tau) = \sqrt{-\tau} [A_q H_\nu^{(1)}(-q\tau) + B_q H_\nu^{(2)}(-q\tau)] \quad (4)$$

که رابطه بین ثوابت به این شکل محاسبه می‌گردد:

$$B_q = \frac{A_q e^{-2iq\tau_i} [2\epsilon(\tau_i) - \eta(\tau_i)]}{2iq\tau_i} \quad (5)$$

که در آن $\epsilon(\tau_i)$ و $\eta(\tau_i)$ پارامترهای غلتش کند هستند که در زمان اولیه τ_i محاسبه می‌شوند. هم چنین نشان داده‌ایم که:

$$|A_q|^2 = \frac{\pi}{4} \quad (6)$$

مشاهده‌پذیر بااهمیت، طیف توان اختلال انحنای همراه است. نشان داده شده است [۳] که این کمیت، اختلال انحنای همراه، در

اینفلاتون خلأ بانچ-دیویس در نظر گرفته می‌شود. انتخاب خلأ بانچ-دیویس بدین معناست که گذشته نامتناهی در دسترس می‌باشد و تحت این شرایط فضا-زمان به صورت مجانبی همان فضا-زمان مینکووسکی می‌باشد. در این جا ما یک انتخاب غیراستاندارد را برای خلأ تورمی مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این نوع خلأ، که با عنوان خلأهای آلفا شناخته می‌شود [۲]، فرض بر آن است که گذشته نامتناهی در دسترس نمی‌باشد و شرایط اولیه در یک زمان متناهی اعمال می‌شود. در این جا به دلیل پیچیدگی محاسبات ریاضی، صرفاً به ارائه مهم‌ترین نتایج می‌پردازیم و نشان می‌دهیم که انتخاب خلأ آلفا، به طیف توان وابسته به مقیاس (عدد موج) منتهی می‌شود. می‌توان با مقایسه این نتایج با داده‌هایی که از رصدهای دقیق‌تر در آینده به دست می‌آیند، اطلاعات مفیدی از فیزیک فرایلانگی و شرایط اولیه تورم به دست آورد.

خلأ بانچ-دیویس و خلأهای آلفا

در چارچوب نظریه نسبیت عام اینشتین، تورم با افزودن یک میدان اسکالر ϕ به کنش معمول اینشتین-هیلبرت ایجاد می‌شود. پس از مختل کردن متریک و میدان اسکالر، معادله حاکم بر تحول زمانی نوسانات اسکالر به صورت زیر خواهد بود که به معادله موخائف-ساساکی معروف است [۳]:

$$f_{\vec{q}}'' + \left(q^2 - \frac{z''}{z}\right) f_{\vec{q}} = 0 \quad (1)$$

در معادله دیفرانسیل بالا پریم به معنای مشتق‌گیری نسبت به زمان همدیس $\tau \equiv \alpha\bar{\phi}'/H$ ، z متغیر موخائف-ساساکی، a عامل مقیاس، H پارامتر هابل، $\bar{\phi}$ میدان اسکالر زمینه و \vec{q} عدد موج می‌باشند.

به منظور بررسی موضوع، باید مشخص کنیم که انتساب خلأ در فرمالیزم کانونیک دقیقاً به چه معناست.

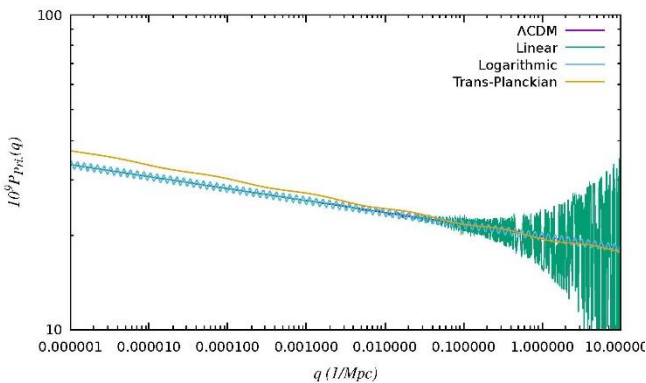
در این جا یادآور می‌شویم که فرایند کوانتیده کردن یک میدان اسکالر در زمینه گرانشی، به یک معادله دیفرانسیل می‌انجامد که مشابه معادله موخائف ساساکی است به جز این که متغیر موخائف-ساساکی Z با عامل مقیاس a جایگزین می‌شود [۳]. در واقع معادله موخائف-ساساکی همان معادله دیفرانسیل یک میدان اسکالری در زمینه

در این رابطه، q_l آخرین مقیاسی است که از افق خارج می‌شود و ϵ_l مقدار پارامتر غلتش کند اول در این زمان می‌باشد. دو جمله اول سمت راست رابطه بالا، همان جملات استاندارد خلا بانچ-دیویس می‌باشند. جمله بعد تصحیح ناشی از خلاهای آلفا می‌باشد. مشاهده می‌کنیم که با انتخاب خلا آلفا، اندیس طیفی اختلال انحنای همراه با تصحیحاتی همراه می‌شود. نکته این جاست که دامنه و فرکانس این تصحیحات وابسته به مقیاس می‌باشد. در مراجع [۲] و [۴] همین محاسبات برای تورم د سیترا انجام گرفته است. این مراجع تصحیحاتی با دامنه و فرکانس ثابت به دست آورده‌اند. تفاوت بسیار مهم دیگر این است که بر خلاف این دو مرجع، محاسبات ما کاملاً در رژیم غلتش کند انجام گرفته است.

مقایسه با رصد

در این بخش، طیف توان به دست آمده را با دیگر مدل‌های ارائه شده برای طیف توان اختلال انحنای همراه و داده‌های پلانک مقایسه می‌کنیم و مقادیر بهینه برای برازش طیف توان مقایسه شده با داده‌های پلانک را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور از کدهای کیهان‌شناسی CLASS و MONTE-PYTHON استفاده کرده‌ایم.

در شکل ۱، طیف توان اختلال انحنای همراه را برای مدل‌های Λ CDM، خطی [۶]، لگاریتمی [۷] و فرایلانکی را رسم کرده‌ایم.



شکل ۱. طیف توان اولیه (بدون بعد) برای مدل‌های مختلف. این نمودارها با استفاده از مقادیر بهینه پارامترهای مدل که از مقایسه با داده‌های پلانک استخراج شده‌اند، رسم شده‌اند. [۵،۸]

در شکل ۲، ناهمسانگردی دمایی CMB را برای مدل‌های مختلف نشان داده‌ایم. با توجه به این شکل می‌توان دریافت که نتایج مدل

مقیاس‌های وری افق ثابت می‌ماند و از این رو مناسب‌تر است که طیف توان مربوط به این کمیت را محاسبه کنیم. در حالتی که شرایط اولیه در گذشته نامتناهی اعمال شود (خلا بانچ-دیویس)، طیف توان اختلال انحنای همراه با تقریب خوبی مستقل از مقیاس محاسبه می‌شود. کمیتی که میزان وابستگی طیف توان به مقیاس را مشخص می‌کند، مشتق لگاریتمی طیف توان نسبت به عدد موج است که اندیس طیفی نامیده می‌شود. برای تورم غلتش کند و در شرایطی که خلا انتخابی خلا بانچ-دیویس باشد، اندیس طیفی این‌گونه محاسبه می‌شود:

$$n_s(q) = 1 - 4\epsilon(t_q) - 2\eta(t_q) \quad (7)$$

که در آن t_q زمان قطع افق است که با رابطه $q = a(t_q)H(t_q)$ مشخص می‌شود. این زمان، زمانی است که مدهای اختلالی از افق خارج می‌شوند. تا مرتبه صفرم بر حسب پارامترهای غلتش کند خواهیم داشت $n_s(q) \approx 1$ و طیف توان مستقل از مقیاس خواهد بود.

در مورد خلاهای آلفا، عدم دسترسی به گذشته مینکوسکی در گذشته نامتناهی با معرفی قطع فیزیکی Λ توجیه می‌شود و فرض بر آن است که تحول زمانی مد اختلالی زمانی آغاز می‌شود که داشته باشیم $q = a(t_i)\Lambda$. در این رابطه t_i زمان اولیه‌ای است که شرط اولیه اعمال می‌شود. نشان داده‌ایم که زمان همدیسی که شرط اولیه اعمال می‌شود با رابطه زیر داده می‌شود:

$$\tau_i = \frac{-\Lambda q_f^{-\epsilon}}{H_f} q^{\epsilon-1} \quad (8)$$

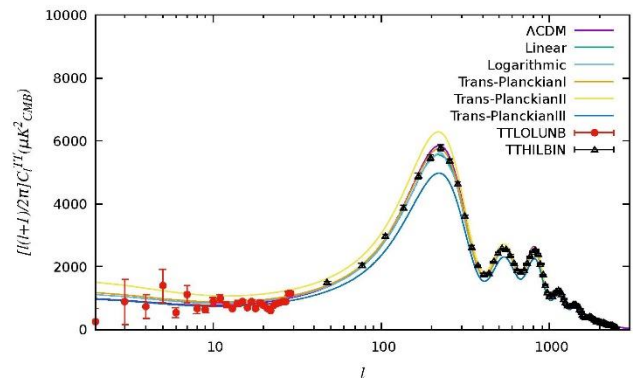
که در این رابطه q_f اولین مقیاسی است که برای آن شرط اولیه $q = a(t_i)\Lambda$ صدق می‌کند و H_f مقدار پارامتر هابل در این زمان می‌باشد.

برای خلا آلفا، طیف توان اختلال انحنای همراه را محاسبه کرده‌ایم [۵]. پس از آن اندیس طیفی را به شکل زیر به دست آورده‌ایم:

$$n_s(q) - 1 = -4\epsilon_l \left(\frac{q}{q_l}\right)^{2\epsilon+2\eta} - 2\eta_l \left(\frac{q}{q_l}\right)^{\epsilon-2\eta+\xi} + 2\epsilon_f \left[2\epsilon_f \left(\frac{q}{q_f}\right)^{4\epsilon+4\eta} - \eta_f \left(\frac{q}{q_f}\right)^{3\epsilon+\xi} \right] \cos\left(\frac{2\Lambda(q/q_f)^\epsilon}{H_f}\right) \quad (9)$$

- [5] H. Bouzari Nezhad and F. Shojai, Effect of α -vacua on the scalar and tensor spectral indices: Slow-roll approximation, Phys. Rev. D **98**, 063512 (2018).
- [6] M. G. Jackson and G. Shiu, Study of the consistency relation for single-field inflation with power spectrum oscillations, Phys. Rev. D **88**, 123511 (2013).
- [7] J. Martin and R. H. Brandenberger, Trans-Planckian problem of inflationary cosmology, Phys. Rev. D **63**, 123501, (2001).
- [8] P. A. R. Ade et al. (Planck Collaboration), Planck 2015 results - XX. Constraints on inflation, Astron. Astrophys. **594**, A20 (2016).

فراپلانکی، که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفت، سازگاری بسیار خوبی با داده‌های پلانک دارد.



شکل ۲. ناهمسانگردی دمایی CMB برای مدل‌های مختلف و مقادیر متفاوت پارامترها برای مدل فراپلانکی [۵،۸]. داده‌های پلانک با سطح اطمینان 1σ ترسیم شده‌اند. با استفاده از این شکل، تطابق بسیار خوب مدل فراپلانکی با داده‌های پلانک را می‌توان درک کرد.

نتیجه‌گیری

همان‌طور که در این مقاله نشان دادیم، انتخاب غیربديهی خلأ می‌تواند اثرات مشاهده‌پذیری را در کیهان‌شناسی امروزی از خود بر جا بگذارد. در این جا ما به جای خلأ مرسوم بانچ-دیویس، خلأهای آلفا را به عنوان شرایط اولیه تورم انتخاب کردیم. دلیل این انتخاب عدم دسترسی به گذشته مینکوسکی در بی‌نهایت نامتناهی است. این عدم دسترسی با معرفی قطع فیزیکی Λ توجیه می‌شود. طیف توان اختلال انحنای همراه برای خلأهای آلفا وابستگی به مقیاس خواهد داشت. می‌توان امیدوار بود که با پیشرفت مشاهدات رصدی و مشاهده این وابستگی به مقیاس، درک عمیق‌تری از شرایط اولیه تورم و فیزیک فراپلانکی به دست آورد. مقایسه این مدل فراپلانکی با داده‌های حاصل از ماهواره پلانک، نشان می‌دهد که این مدل تطابق بسیار خوبی با رصد دارد.

مرجع‌ها

- [1] R. H. Brandenberger and J. Martin, Trans-Planckian Issues for Inflationary Cosmology, Class. Quant. Grav. **30**, 113001 (2013).
- [2] U. H. Danielsson, A Note on inflation and transPlanckian physics, Phys. Rev. D **66**, 023511 (2002).
- [3] S. Weinberg, Cosmology, Oxford University Press, Oxford, England (2008).
- [4] B. J. Broy, Corrections to n_s and n_t from high scale physics, Phys. Rev. D **94**, no. 10, 103508 (2016).

معادله حالت ماده ستاره نوترونی در حضور ماده تاریک فرمیونی

بیگدلی، محسن^۱؛ رضوی، مرضیه السادات^۲

^۱دانشکده علوم، گروه فیزیک، دانشگاه زنجان، زنجان

^۲دانشکده علوم، گروه فیزیک، موسسه آموزش عالی عبدالرحمن صوفی رازی، زنجان

چکیده

یکی از روش‌های غیر مستقیم کشف ماده تاریک، مطالعه‌ی اثرات آن در ستارگان فشرده است. در این کار، با در نظر گرفتن جرم ماده تاریک در بازه $0.01-1.0 \text{ GeV}$ و با حل روابط فشار و انرژی ماده تاریک و ماده ستاره نوترونی، تأثیر ماده تاریک بر ستاره نوترونی مرکب با ماده تاریک بررسی شده است.

Equation of state for neutron star matter in the presence fermionic dark matter

Bigdeli, Mohsen¹; Razavi, Marzieh Sadat²

¹Faculty of science, Department of Physics, Zanjan university, Zanjan

²Faculty of science, Department of Physics, Abdolrahman Sufi Razi Higher Educational Institute

Abstract

One indirect method for observation of DM, is studying the DM effects on compact stars. In this work, mass of dark matter is considered in the range $0.01-1 \text{ GeV}$ and by solving the pressure and energy relationships of the dark matter and the matter of the neutron star, the effect of dark matter on the Dark matter Admixed Neutron Star (DANS) has been studied.

مقدمه

ستارگان فشرده، احتمال تسخیر ماده تاریک در ستاره را افزایش می‌دهد و نهایتاً تله گرانشی را منجر می‌شود [۲ و ۳]. تجمع ماده تاریک در ستاره‌ها، بر ساختار ستاره‌ای تأثیر خواهد داشت و حتی به رمبش ستاره‌ی نوترونی کمک می‌کند.

ماده تاریک، عضو ممکن دیگری در ستاره نوترونی محسوب می‌شود و نوع جدیدی از ستاره فشرده به نام "ماده تاریک در ترکیب با ستاره نوترونی" را ایجاد می‌کند. ماده تاریک، تقریباً $26/8\%$ از عالم را شامل می‌شود [۱] و وجود آن از طریق اثرات گرانشی که تولید می‌کند، شناسایی می‌شود. چگالی باریونی بزرگ در

^۱Dark matter Admixed Neutron Stars (DANSs)

شکل‌گیری ماده تاریک در ترکیب با ستاره نوترونی

گرانش شدیدی که در ستاره‌ها ایجاد شده، ماده تاریک را در خود جذب می‌کند؛ خودبرهمکنشی ذرات ماده تاریک، موجب می‌شود تا آنها انرژی‌شان را از دست بدهند و درون ستاره باقی بمانند. وقتی چگالی ماده تاریک بیشتر از مقدار بحرانی می‌شود، گذار فاز به حالت چگالش می‌رود. ماده تاریک چگال، یک کره‌ی فشرده را ایجاد می‌کند و ساختار و پایداری اشیای ستاره‌ای را تغییر می‌دهد؛ به استثنای هسته‌ی ماده تاریک به شدت سبک، ستاره‌های معمولی ناپایدار می‌شوند. ماده تاریک چگال در ترکیب با ستاره‌های نوترونی، از طریق معادلات تولمن-اوپنهایمر-ولکوف دو سیال، مطالعه شده‌اند. وجود ماده تاریک چگال، فشردگی قابل توجهی در رابطه‌ی جرم-شعاع و پایین تر شدن جرم حداکثر در مقایسه با ستاره‌های نوترونی دارد.

معادله حالت و جرم حداکثر ماده ستاره نوترونی در ترکیب با ماده تاریک

معادلات ساختار ستارگان فشرده، یعنی معادلات میدان اینشتین، برای تعادل هیدروستاتیکی (معادلات تولمن-اوپنهایمر-ولکوف) چنین نوشته می‌شود

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM(r)E(r)}{r^2} \left[1 + \frac{P(r)}{E(r)} \right] \left[1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{M(r)} \right] \frac{1}{1 - \frac{2GM(r)}{r}} \quad (1)$$

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^3 E(r) \quad (2)$$

G ثابت گرانش، P و E چگالی فشار و چگالی انرژی را مشخص می‌کند. معادله حالت ستاره -ارتباط چگالی انرژی و چگالی فشار-

نیاز به حل معادلات بالا دارد. در مدل ترکیب ماده تاریک با ستاره نوترونی

$$P = P_N + P_X \quad (3)$$

$$E = E_N + E_X \quad (4)$$

که زیر نویس $N(X)$ ، ماده ستاره نوترونی (ماده تاریک) را نشان می‌دهد [۴]. معادله حالت ستاره نوترونی در ترکیب با ماده تاریک را به این صورت استفاده می‌کنیم که

-بخش ستاره نوترونی معمولی: داخل ستاره‌ها را به عنوان ماده هسته‌ای تعادل β تلقی می‌کنیم (متناظر با ستاره نوترونی) یا ماده هایپر هسته‌ای^۲ (متناظر با هایپرون^۳) با مقدار مشخصی از لیپتون‌ها تا بار، خنثی نگه داشته شود.

-بخش ماده تاریک: ماده تاریک را به عنوان گاز فرمی در نظر خواهیم گرفت.

- بخش ماده تاریک

اگر ساده‌ترین مدل برهم‌کنش‌های دو بعدی بین فرمیون‌ها را در نظر بگیریم، در پایین‌ترین مرتبه تقریب، چگالی انرژی برهم‌کنش متناسب با n^2 است که n چگالی تعداد فرمیون‌هاست و با رابطه‌ی

$$n = \frac{k_f^3}{3\pi^2} \quad (5)$$

(k_f تکانه فرمی) متناظر است. برای درست بودن ابعاد، این جمله را

^۲Hyper nuclear
^۳Hyperion

می‌توان نوشت

$$\rho_{int} = \frac{n^2}{m_I^2} \quad (6)$$

که m_I مقیاس انرژی برهمکنش را نشان می‌دهد. برای برهمکنش

های ضعیف، $m_I \sim 300 \text{ GeV}$ و برای برهمکنش قوی $m_I \sim 100$ است؛ سهم متناظر فشار

$$P_{int} = -\frac{\partial E}{\partial V} \Big|_{N,T=0} = n^2 \left(\frac{\partial \rho_{int}/n}{\partial n} \right) = \frac{n^2}{m_I^2} \quad (7)$$

بنابراین، در این تقریب، چگالی انرژی و فشار، جمله اضافی

$\frac{n^2}{m_I^2}$ را حاصل می‌کنند. زیرا مواد فرمیونی ستاره را دارای برهمکنش

در نظر گرفتیم؛ برهمکنش، باید دافعه باشد بطوریکه افزایش در چگالی تعداد، فشار و چگالی انرژی را افزایش می‌دهد.

در این صورت معادله فشار و انرژی ماده تاریک، خواهد بود

$$E_x = \frac{m_x^4}{\pi^2} \int_0^{k_f/m_x} x^2 \sqrt{1+x^2} dx + \left(\frac{1}{3\pi^2}\right)^2 \frac{k_f^6}{m_I^2} \quad (8)$$

$$P_x = \frac{m_x^4}{\pi^2} \int_0^{k_f/m_x} \frac{x^4}{\sqrt{1+x^2}} dx + \left(\frac{1}{3\pi^2}\right)^2 \frac{k_f^6}{m_I^2} \quad (9)$$

که m_x جرم ذرات ماده تاریک است. توجه داشته باشیم که

اگر ماده ستاره را از فرمیون غیربرهمکنش در نظر بگیریم، جمله دوم

حذف می‌شود اما ملاحظات دقیق‌تر نشان می‌دهد که برهمکنش

ذرات را باید در نظر بگیریم [۵].

برای به دست آوردن معادله حالت سیستم، باید رابطه فشار-انرژی

را بدست آورد.

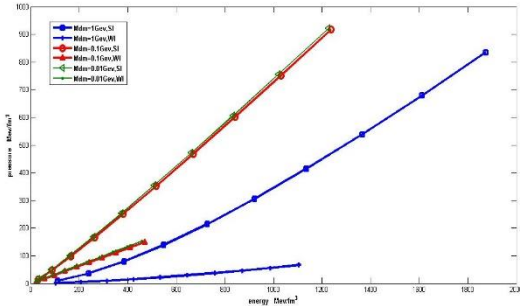
$$E_{DANS} = E_N + E_X \quad (10)$$

$$P_{DANS} = P_N + P_X \quad (11)$$

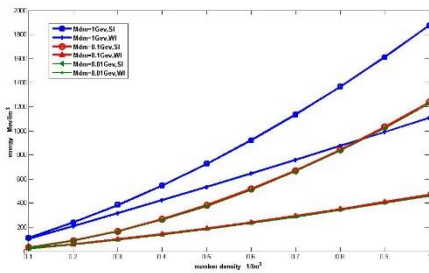
با استفاده از روابط فشار و انرژی ۸ و ۹، نمودار فشار و انرژی

برحسب چگالی تعداد ماده تاریک و نیز نمودار معادله حالت ماده

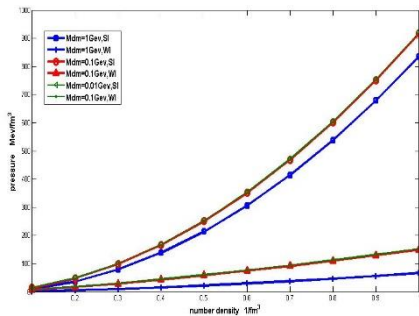
تاریک را با استفاده از نرم افزار متلب، رسم می‌کنیم.



شکل ۱ نمودار فشار برحسب انرژی (معادله حالت) ماده تاریک، با جرم ماده تاریک از 0.1 GeV تا 1 GeV برای برهمکنش قوی و ضعیف ماده تاریک



شکل ۲ نمودار فشار برحسب چگالی تعداد ماده تاریک از 0.1 GeV تا 1 GeV برای برهمکنش قوی و ضعیف ماده تاریک



شکل ۳ نمودار انرژی برحسب چگالی تعداد ماده تاریک از 0.1 GeV تا 1 GeV برای برهمکنش قوی و ضعیف ماده تاریک

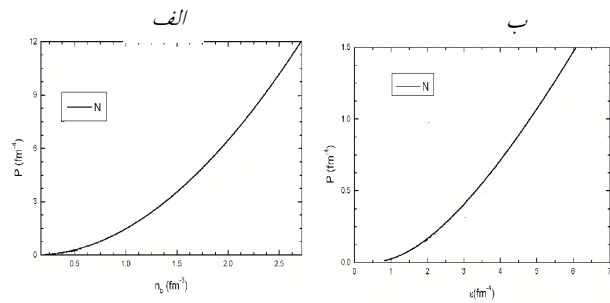
‘Weak Interaction (WI)

تعداد ترکیب ماده ستاره نوترونی در ترکیب با ماده تاریک رسم شد. اهمیت این پژوهش در آن است که رابطه‌ی بین جرم ماده تاریک ترکیب شده با ستاره نوترونی و معادله حالت ستاره نوترونی مطالعه شود.

مرجع‌ها

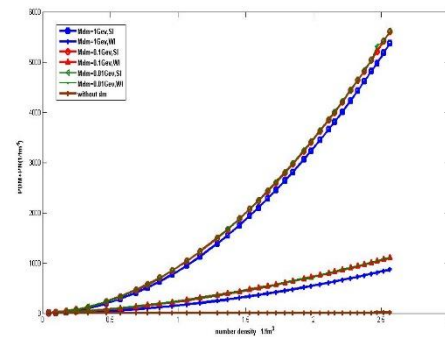
- [۱] Xiang, Qian-Fei, et al. "Effects of fermionic dark on properties of neutron stars." *Physical Review C* 89.2 (2014): 025803.
 [۲] C. Kouvaris. *Phys. Rev. D* 77, 023006 (2008).
 [۳] A. D. Lavallaz, M. Fairbairn, *Phys. Rev. D* 81, 123521 (2010).
 [۴] Li, Ang, Feng Huang, and Ren-Xin Xu. "Too massive neutron stars: The role of dark matter?." *Astroparticle Physics* 37 (2012): 70-74.
 [۵] Narain, Gaurav, Jürgen Schaffner-Bielich, and Igor N. Mishustin. "Compact stars made of fermionic dark matter." *Physical Review D* 74.6 (2006): 063003.

در شکل ۴ الف و ب، به ترتیب نمودار فشار برحسب چگالی تعداد و نمودار فشار بر حسب انرژی در ماده ستاره نوترونی، ملاحظه می‌شوند. با استفاده از داده‌های نمودارهای ۲ و ۴ ب، می‌توانیم نمودار فشار-چگالی تعداد ماده ستاره نوترونی در ترکیب با ماده تاریک را با استفاده از نرم افزار متلب، رسم می‌کنیم.



شکل ۴ الف. نمودار فشار برحسب چگالی تعداد ب.

نمودار فشار بر حسب انرژی ماده ستاره نوترونی [۴۹]



شکل ۵ نمودار فشار برحسب چگالی در ماده

ستاره نوترونی در ترکیب با ماده تاریک

نتیجه گیری

در این کار، نمودارهای فشار-چگالی تعداد، انرژی-چگالی تعداد و فشار-انرژی برای ماده تاریک با استفاده از معادله‌های فشار و انرژی ماده تاریک را رسم کردیم و نهایتاً نمودار فشار-چگالی

بررسی جواب‌های کرمچاله ای با معادله حالت متغیر به طور مجانبی تخت

پارسایی، فواد؛ راستگو، سارا

دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان ابتدای جاده بافت

چکیده

در این مقاله جواب‌های کرمچاله ای در چارچوب معادلات میدان انیشتین در نسبیت عام، مورد بررسی قرار گرفته است. یک معادله حالت کلی که به طور مجانبی به یک معادله حالت خطی تبدیل می‌شود، در نظر گرفته‌ایم. تابع انتقال به سرخ، ثابت در نظر گرفته شده است و جواب‌ها به صورت مجانبی تخت می‌باشند. ما شرایط نقض انرژی خنثی را به‌عنوان اصلی‌ترین ناسازگاری در فیزیک کرمچاله‌ها، مورد مطالعه قرار داده‌ایم. نتایج ما نشان می‌دهد که محدودیت‌هایی بر روی پارامتر حالت در فواصل دور و همچنین تابع شکل، وجود دارد.

Investigating Asymptotically Flat Wormhole Solutions with Varying Equation of State

Parsaei, Foad; Rastgoo, Sara

Mathematics and Computer Science Department, Sirjan University of Technology, Sirjan 78137

Abstract

In this paper we study exact wormhole solutions in the frame work of General Relativity with a general equation of state that reduced to linear equation of state asymptotically. These classes of solutions, are asymptotically flat with a constant redshift function. We study the violation of NEC as the main ingredient in the wormhole physics. Our results show that there are some restrictions on state parameter at infinity and shape function.

PACS No 04.

از نقاط فضا، شرایط انرژی را نقض نمی‌کنند؛ اما در برخی نقاط دیگر نقض می‌کنند. با اثبات انبساط شتاب‌دار جهان [۳]، عدم نقض شرایط انرژی به‌طور جدی زیر سؤال رفته است. به نظر می‌رسد با توجه به این موضوع، یافتن جواب‌های کرمچاله ای از اهمیت بیشتری برخوردار شود. با این وجود، هنوز می‌توان گفت به طور منطقه‌ای و در ابعاد کوچک، شرایط انرژی اهمیت زیادی دارد تا زمانی که شواهدی برخلاف آنچه تاکنون به‌دست آمده است، مشاهده شود. از این رو جواب‌های کرمچاله ای که در برخی از نقاط فضا شرایط انرژی را نقض کنند و در نقاطی دیگر نقض نکنند، از اهمیت بیشتری نسبت به جواب‌هایی که به‌طور کلی این شرایط را نقض می‌کنند، برخوردارند. در ادامه این مقاله، به بررسی جواب‌های کرمچاله ای ممکن، با معادله حالت متغیر، خواهیم

مقدمه

کرمچاله‌ها جواب‌هایی از معادلات میدان انیشتین می‌باشند که می‌توانند ارتباط بین دو جهان متفاوت یا دو قسمت مجزا از یک جهان را برقرار کنند [۱]. تانسور انرژی و تکانه‌ای که چنین ساختارهایی را به وجود می‌آورد، شرایط انرژی را نقض می‌کند. این شرایط در فیزیک کلاسیک از اهمیت زیادی برخوردار هستند. تاکنون راه‌کارهای زیادی برای حل مشکل نقض شرایط انرژی، ارائه شده است. مثلاً معادلات تعمیم‌یافته انیشتین که از نظریه‌های تعمیم‌یافته به دست می‌آید، یکی از این راه‌کارها است [۲]. با وجود ارائه این راه‌کارها، در نظریه نسبیت عام عمومی انیشتین، امکان یافتن جواب‌هایی که این شرط را به‌طور کلی نقض نکنند، وجود ندارد. برخی از جواب‌هایی که تاکنون به‌دست آمده است، در برخی

ای وجود دارد. معمولاً یک معادله حالت می‌توان به این مجموعه از معادلات اضافه کرد. معادله حالت فانتوم [۱]، معادله حالت چاپلین [۴] و ... برخی از این فضاها فیزیکی می‌باشند. در بعضی موارد به‌جای معادله حالت قیدی بر روی هندسه فضا ارائه می‌شود مثلاً جواب‌های با اسکالر ریچی صفر [۵]. در ادامه ما به دنبال یافتن جواب‌های با تابع $U(r)=1$ هستیم. پس یکی از معلومات به‌طور کلی کم می‌شود. معادله حالت متغیر قبلاً در یافتن این جواب‌ها مورد استفاده قرار گرفته است [۶]. ما نیز معادله حالتی به شکل زیر در نظر می‌گیریم

$$p_r(r) = \omega_{eff}(r) \rho(r) = (\omega_\infty + g(r)) \rho(r) \quad (10)$$

در اینجا $\omega_{eff}(r)$ به‌عنوان پارامتر حالت مؤثر و ω_∞ به‌عنوان پارامتر حالت در فواصل بسیار دور از گلوگاه در نظر گرفته می‌شود. برای اینکه معادله حالت به طور مجانبی، خطی باشد باید داشته باشیم

$$\lim_{r \rightarrow \infty} g(r) = 0 \quad (11)$$

در نظر گرفتن معادله حالت به شکل رابطه (۱۰)، کمک می‌کند تا دسته بسیار زیادی از جواب‌ها را بتوان مورد بررسی قرار داد مثلاً جواب‌هایی با $\omega \leq -1$ ، $p_r(r) = \omega \rho(r)$ ، به جواب‌هایی با معادله حالت فانتوم معروف می‌باشند [۱] که در ذیل این مجموعه از جواب‌ها قرار می‌گیرند. برای اینکه جواب‌های ما بیشترین شباهت را با داده‌های کیهان‌شناسی داشته باشند، لازم است که

$$\omega_\infty = cte \quad (12)$$

در جواب‌های به طور مجانبی تخت، باید داشته باشیم:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \rho(r) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} p(r) = 0 \quad (13)$$

ما در این مقاله به دنبال یافتن جواب‌هایی هستیم که به طور ذاتی در فواصل بسیار دور تخت باشند و نیازی به روش بریدن و چسباندن نباشد. در ادامه به بررسی جواب‌های کرمچاله‌ای با تابع معلوم $U(r)=1$ ، خواهیم پرداخت. در این حالت با کمک معادله‌های (۱۰-۸) خواهیم داشت

$$p_r(r) = -\frac{b(r)}{8\pi r^3} \quad (14)$$

$$p_t(r) = \frac{p_r + \rho}{2} \quad (15)$$

پرداخت. در بخش بعد، معرفی اجمالی از معادلات انیشتین و جواب‌های کرمچاله ارائه می‌کنیم و سپس برخی از جواب‌های ممکن را مورد بررسی و نتیجه‌گیری قرار خواهیم داد.

کرمچاله‌ها

متریک کلی برای یک کرمچاله ساکن به فرم زیر است [۱]:

$$ds^2 = -U(r)dt^2 + (1-b(r)/r)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2) \quad (1)$$

در این رابطه $b(r)$ ، به تابع شکل معروف است و $U(r)$ ، تابع انتقال به سرخ نامیده می‌شود. گلوگاه کرمچاله را r_0 نام‌گذاری می‌کنند، جایی که دو جهان به یکدیگر متصل می‌شوند. شرایط زیر بر تابع شکل کرمچاله‌ها حاکم است.

$$b(r_0) = r_0 \quad (2)$$

$$b'(r_0) < 1 \quad (3)$$

$$b(r) < r \text{ for } r > r_0 \quad (4)$$

هر یک از این شرایط استدلال‌های فیزیکی مربوط به خود را دارد. اگر شرط مجانبی تخت بودن را بخواهیم لحاظ کنیم، باید داشته باشیم

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{b(r)}{r} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} U(r) = 1 \quad (5)$$

تانسوری انرژی تکانه قطری را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$T_\nu^\mu = \text{diag}(-\rho, p_r, p_\theta, p_\phi) \quad (6)$$

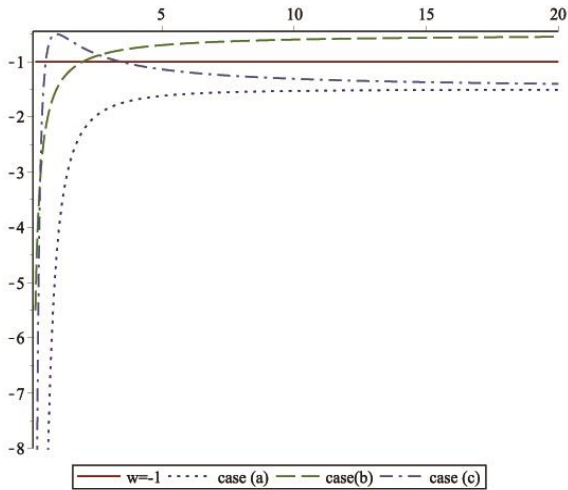
شکل به‌خصوص متریک کرمچاله ($G_\theta^\theta = G_\phi^\phi$) ایجاب می‌کند که $P_\theta = P_\phi = P_t$. پس با کمک معادلات انیشتین خواهیم داشت

$$\frac{b'(r)}{8\pi r^2} = \rho \quad (7)$$

$$\frac{U'}{U} = \frac{8\pi p_r r^3 + b}{r(r-b)} \quad (8)$$

$$\frac{U''}{U} + \frac{U'}{rU} + \frac{U'}{U} \frac{b'r-b}{2r(b-r)} + \frac{b'r-b}{r^2(b-r)} = \frac{16\pi r p_t}{(r-b)} \quad (9)$$

توجه کنید که پریم مشتق نسبت به r است. با توجه به معادلات انیشتین، اکنون برای حل این معادلات تعداد ۵ تابع مجهول وجود دارد: $\rho(r), p_r(r), p_t(r), U(r), b(r)$. همچنین تعداد معادلات، ۳ می‌باشد. الگوریتم‌های متفاوتی برای یافتن جواب‌های کرمچاله



شکل ۱: $\omega_{eff}(r)$ به طور نمادین برای حالت‌های ممکن، برحسب r رسم شده است، خط قرمز رنگ $\omega = -1$ است بعد دیگر شرط انرژی نقض نخواهد شد (حالت c). این سه وضعیت به طور نمادین در شکل ۱ رسم شده‌اند.

کرمچاله‌هایی با چگالی منفی

اگر تابع $b(r)$ اکیداً نزولی باشد، $\rho(r)$ همواره منفی خواهد بود. در این وضعیت از آنجایی که در گلوگاه کرمچاله، شرط انرژی نقض می‌شود، پس $\omega_0 > -1$ که با در نظر گرفتن (۲) و (۱۶)، چون $b'(r) < 0$ ، نتیجه می‌دهد: $\omega_0 > 0$. برای چگالی منفی، به طور همزمان رابطه‌های (۱۷-۱۸)، نمی‌توانند برقرار باشند. پس شرط انرژی، در همه نقاط فضا نقض خواهد شد. در فواصل بسیار دور با توجه به اینکه $b(r)$ یک تابع کاملاً نزولی است، دو امکان برای ω_∞ وجود دارد یکی $\omega_\infty > 0$ که لازم است تابع $b(r)$ در همه نقاط فضا، مثبت باشد و برای $\omega_\infty < 0$ ، تابع $b(r)$ ، چون در گلوگاه مثبت است، باید در یک شعاع $r = r_m$ ، تغییر علامت دهد. رفتار کلی این دو حالت در شکل ۲ رسم شده است.

کرمچاله‌هایی با چگالی ترکیبی

وضعیت آخری که می‌تواند مورد بررسی قرار گیرد، وضعیتی است که $\rho(r)$ ، در برخی بازه‌ها منفی و گاهی مثبت باشد. در این حالت تابع $b(r)$ حداقل باید دارای یک نقطه اکسترمم باشد تا شیب منحنی در آن نقطه تغییر علامت دهد؛ یعنی داشته باشیم $b'(r) = 0$. در چنین نقطه‌ای با در نظر گرفتن رابطه (۱۶)، تنها در صورتی ω_{eff} ، بی‌نهایت نمی‌شود که $b(r) = 0$ باشد. اگر $b(r) = 0$ باشد، با کمک قاعده هوییتال، می‌توان نشان داد که در این نقطه $\omega_{eff} = 0$ خواهد بود. تابع $b(r)$ فقط یک کمینه،

$$\omega_{eff}(r) = -\frac{b(r)}{rb'(r)} \quad (16)$$

با در نظر گرفتن معادله (۱۴) و (۱۵) برای اینکه شرط انرژی ختنی نقض نشود، باید داشته باشیم:

$$(1 + \omega_{eff}(r)) \rho(r) \geq 0 \quad (17)$$

$$(1 - \omega_{eff}(r)) \rho(r) \geq 0 \quad (18)$$

معادله (۱۲) نتیجه می‌دهد:

$$\omega_\infty = \lim_{r \rightarrow \infty} \omega_{eff}(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} -\frac{b(r)}{rb'(r)} = cte \quad (19)$$

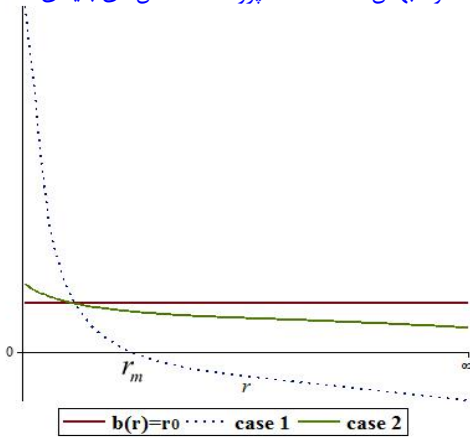
اکنون می‌توانیم با تقسیم‌بندی تابع شکل به چهار نوع کلی به بررسی جواب‌های کرمچاله‌ای بپردازیم: دسته اول تابع شکل ثابت، $b(r) = r_0$ است که توسط نویسندگان دیگری، بررسی شده است و مورد بحث بیشتر قرار نمی‌گیرد. سه دسته دیگر در بخش‌های بعدی مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

کرمچاله‌هایی با چگالی مثبت

وقتی تابع $b(r)$ اکیداً صعودی باشد با در نظر گرفتن معادله (۷) می‌توان نتیجه گرفت که چگالی، همواره مثبت خواهد بود. روابط (۱۷-۱۸) نشان می‌دهند که اگر ω_{eff} در بازه

$$-1 \leq \omega_{eff} \leq 1 \quad (20)$$

باشد، شرط انرژی ختنی نقض نمی‌شود. از آنجایی که در گلوگاه کرمچاله، $b(r_0) = r_0$ است و در نظر گرفتن اینکه تابع $b(r)$ یک تابع اکیداً صعودی می‌باشد، از رابطه (۱۶) می‌توان نتیجه گرفت که همواره $\omega_{eff} \leq 0$ ، پس خواهیم داشت $\omega_\infty \leq 0$. اکنون می‌توانیم شرط نقض انرژی را در نقاط مختلف فضا، مورد بررسی قرار دهیم. در حالت کلی در گلوگاه کرمچاله شرط انرژی نقض می‌شود و داریم $\omega_0 \leq -1$. برای اینکه در نقاطی از فضا شرط انرژی نقض نشود، تابع ω_{eff} باید از خط $\omega_{eff} = -1$ عبور کند و چون $\omega_0 \leq -1$ پس می‌توان گفت با در نظر گرفتن رابطه (۱۶)، در حالت کلی سه وضعیت ممکن وجود دارد. وضعیتی که شرط انرژی در همه نقاط فضا نقض شود (حالت a) وضعیتی که در برخی از نقاط فضا شرط انرژی نقض نشود اما در فواصل بسیار دور از گلوگاه نقض شود (حالت b) و در وضعیت سوم که در برخی از نقاط فضا شرط انرژی نقض می‌شود اما از یک شعاع به



شکل ۲: $b(r)$ به طور نمادین برای حالت‌های ممکن، برحسب r رسم شده است، خط قرمز رنگ $b(r) = r_0$ است برای حالت ۱، همواره $\omega_{eff} \geq 0$ و برای حالت ۲، در شعاع‌های بزرگ‌تر از r_m ، $\omega_{eff} \leq 0$ تغییر علامت می‌دهد.

که برای هر حالت چگالی چه مقدارهای برای ω_∞ امکان‌پذیر است. با توجه به آنچه گفته شده هر تابعی شکلی که شرایط (۲-۵) را ارضا کنند نمی‌توانند به عنوان یک جواب کرمچاله ای تعریف شوند و محدودیت‌های دیگری بر روی $b(r)$ وجود دارد مثلاً نباید تغییر شیئی در نقطه ای غیر از $b(r_m) = b'(r_m) = 0$ داشته باشد. نشان دادیم که یافتن جواب‌هایی با تابع شکلی که بزرگ‌ترین جمله‌اش از مرتبه Ar^α باشد و در فواصل دور شرط انرژی خنثی را نقض نکند، امکان‌پذیر نیست. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت $b(r)$ هایی که اکیدا صعودی باشند یا فقط کمینه ای در $b(r_m) = b'(r_m) = 0$ داشته باشند برای رعایت نقض انرژی از شرایط بهتری برخوردارند. روشی که در این مقاله با در نظر گرفتن یک معادله کلی به جای یک معادله خطی با پارامتر ثابت، ارائه گردیده است را می‌توان برای یافتن بخش گسترده‌ای از جواب‌های کرمچاله ای به کار برد که در پژوهشی دیگر توسط همین نویسندگان به آن پرداخته می‌شود.

مرجع‌ها

- [۱] F. S. N. Lobo, F. Parsaei, and N. Riaz; "New asymptotically flat phantom wormhole solutions" *Phys. Rev. D* **87**,084030 (2013)
- [۲] P.H.R.S. Moraes et al.: "Analytical general solutions for static wormholes in f(R,T) gravity" *JCAP* **07**,029(2017)
- [۳] A. Riess et al.: "Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant", *Astron. J.* **116**, 1009 (1998).
- [۴] F. S. N. Lobo "Chaplygin traversable wormholes" *Phys.Rev. D* **73** (2006)
- [۵] N. Dadhich, S. Kar, S. Mukherjee, and M. Visser" R=0 spacetimes and self-dual Lorentzian wormholes", *Phys. Rev.D.* **65**, 064004 (2002).
- [۶] F.Rahaman, et al. "Wormhole with varying equation of state parameter" *Acta Phys.Polon.* **B40**:25-40(2009).

می‌تواند داشته باشد که در آن $b(r_m) = b'(r_m) = 0$ است. (شعاعی است که کمینه در آن رخ می‌دهد). برای فضای $r_0 \leq r \leq r_m$ تابع شکل از $b(r_0) = r_0$ شروع به کاهش می‌کند تا به $b(r_m) = 0$ برسد. چگالی در این ناحیه، منفی خواهد بود و خواهیم داشت: $\omega_{eff} \geq 0$ for $r \leq r_m$. در ناحیه بعدی، یعنی $r_m \leq r \leq \infty$ ، چگالی تغییر علامت خواهد داد و همیشه مثبت خواهد بود و خواهیم داشت $\omega_{eff} \leq 0$ for $r \geq r_m$. با کمک رابطه (۱۷-۱۸) می‌توان مشاهده نمود که در بازه $r \leq r_m$ ، شرط انرژی همواره نقض می‌شود. در بازه $r \geq r_m$ ، در شرایطی که $-1 \leq \omega_{eff} \leq 0$ باشد شرط انرژی خنثی، نقض نخواهد شد.

تابع شکل $b(r) = Ar^\alpha + h(r)$ که $h(r)$ یک تابع کلی است که مرتبه بزرگ‌ترین جمله آن از r^α کمتر باشد، در برخی از جواب‌های کرمچاله ای، ارائه گردیده است. اکنون این تابع به عنوان یک مثال مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به رابطه (۱۹)

$$\alpha = -\frac{1}{\omega_\infty} \quad (20)$$

و با در نظر گرفتن (۵) چون $\alpha < 1$ باید داشته باشیم $\omega_\infty \leq -1$ or $\omega_\infty \geq 0$. جمله Ar^α در فواصل بسیار دور نشان‌دهنده رفتار چگالی خواهد بود. پس برای چگال مثبت و حالت ترکیبی، فقط $A > 0$, $\alpha > 0$ قابل قبول است. همچنین برای چگال منفی $A > 0$, $\alpha < 0$ قابل قبول است. این، نشان می‌دهد که یافتن جواب‌هایی با تابع شکلی که بزرگ‌ترین جمله‌اش از مرتبه Ar^α باشد و در فواصل دور شرط انرژی خنثی را نقض نکند، امکان‌پذیر نیست..

نتیجه‌گیری

جواب‌های کرمچاله ای با U ثابت، برای سه حالت ممکن چگالی، مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد که در حالت چگالی منفی، شرط انرژی در همه جای فضا نقض خواهد شد و در حالت‌های مثبت و ترکیبی، این امکان وجود دارد که در برخی از بازه‌های فضا شرط انرژی خنثی نقض نشود. بنا بر این می‌توان گفت کرمچاله‌های با چگالی انرژی مثبت از لحاظ نقض انرژی و مشاهدات طبیعی با شرایط کیهان تطابق بهتری دارند. نشان دادیم

جواب‌های کرمچاله ای در حال تحول زمانی در نظریه جهان لایه‌ای

پارسایی، فواد؛ راستگو، سارا

دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان ابتدای جاده بافت

چکیده

در این مقاله جواب‌های کرمچاله ای در چارچوب معادلات میدان اینشتین در نظریه جهان لایه‌ای، مورد بررسی قرار گرفته شده است. اسکالر ریچی، صفر در نظر گرفته شده است. جواب‌ها به صورت مجانبی تخت می‌باشند. شرایط نقض انرژی خنثی را به عنوان اصلی‌ترین ناسازگاری در فیزیک کرمچاله‌ها، مورد مطالعه قرار داده‌ایم. برخی از مزایای نظریه جهان لایه‌ای در یافتن جواب‌های کرمچاله ای زمانی مورد مطالعه قرار گرفته است.

Evolving Wormhole Solutions in the Brane-World Scenario

Parsaei, Foad; Rastgoo, Sara

Physics Department, Sirjan University of Technology, Sirjan 78137

Abstract

In this paper exact evolving wormhole solutions in the brane world scenario, are investigated. Ricci scalar is considered zero. These classes of solutions, are asymptotically flat. We have studied the violation of NEC as the main ingredient in the wormhole physics. Some advantages of this theory in finding evolving wormhole are studied.

PACS No 04.

از آنها می‌توان به عنوان ماشین زمان استفاده کرد [۲]. در نسبت عام، تانسور انرژی و تکانه‌ای که بتواند چنین ساختاری را تولید کند، شرایط انرژی را نقض خواهد کرد [۲]. از این رو فیزیکدانان روش‌های متعددی را برای یافتن جواب‌هایی که شرایط انرژی را نقض نکنند، به کار گرفته‌اند. یکی از این روش‌ها، استفاده از نظریه‌های تعمیم‌یافته است. نظریه جهان لایه‌ای یکی از این نظریه‌ها می‌باشد [۳]. در مرجع [۳] کرمچاله‌های ایستا در نظریه جهان لایه‌ای مورد بررسی قرار گرفته‌اند در این مقاله، به بررسی جواب‌های کرمچاله ای با تحول زمانی در نظریه جهان لایه‌ای خواهیم پرداخت. اسکالر ریچی را برابر صفر اختیار خواهیم کرد. تحول زمانی کرمچاله در چارچوب نسبت عام اینشتین مورد بررسی قرار گرفته است [۴]. در این چارچوب شرایط انرژی نقض خواهد شد. در بخش بعد، معرفی اجمالی از معادلات اینشتین در

مقدمه

در سال‌های اخیر معادله‌های میدان اینشتین در نسبت عام، به دلیل ناسازگاری‌هایی که با مشاهدات طبیعی در برخی موارد داشته است، به شکل‌های تعمیم‌یافته دیگری ارائه شده است. از جمله، می‌توان به نظریه اینشتین-گوس-بونه یا $f(R)$ اشاره کرد. یکی دیگر از نظریه‌هایی که در این زمینه ارائه گردیده است، نظریه جهان لایه‌ای می‌باشد [۱]. در این نظریه، جهان چهاربعدی معمولی به عنوان یک لایه در جهان پنج بعدی معروف به توده در نظر گرفته می‌شود. فرم کلی معادلات اینشتین در سمت راست، تغییر خواهد کرد و جملاتی دیگر به آن اضافه می‌شود. با کمک تغییرات به وجود آمده، می‌توان ساختارهایی فیزیکی همچون کرمچاله‌ها را با کمک این معادلات جدید مورد بررسی قرار داد. کرمچاله‌ها از خصوصیات منحصر به فردی برخوردار می‌باشند. مثلاً

در نظر می‌گیریم [۴]:

$$ds^2 = -U(r)dt^2 + a(t)^2((1-b(r)/r)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2)) \quad (6)$$

که $U(r)$ و $b(r)$ ، به ترتیب تابع انتقال به سرخ و تابع شکل نامیده می‌شوند و باید در شرایط زیر صدق کنند:

$$b(r_0) = r_0 \quad (7)$$

$$b'(r_0) < 1 \quad (8)$$

$$b'(r) < r \text{ for } r > r_0 \quad (9)$$

r_0 ، شعاع گلوله کرمچاله نامیده می‌شود. شرط تخت بودن کرمچاله به‌طور مجانبی این است که

$$\lim_{r \rightarrow \infty} b(r) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} U(r) = 1 \quad (10)$$

تانسور انرژی تکانه‌ای که در سمت راست معادله معمول اینشتین صدق می‌کند، شرایط انرژی را نقض می‌کند. نقض شرایط انرژی، یکی از مشکلات اساسی پیش روی کرمچاله‌ها است. یکی از این شرایط، به شرط انرژی تهی معروف است و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$T^{\mu\nu} k^\mu k_\nu \geq 0 \quad (11)$$

تحقق این شرط در نسبیت عام معمول، با توجه به آنچه از سمت چپ معادله اینشتین به دست می‌آید و در نظر گرفتن قیدهای (۷) تا (۹)، از لحاظ ریاضی اجتناب‌ناپذیر است. بدیهی است این قیدها جزء ذاتی کرمچاله‌ها می‌باشند و از هندسه فضا حاصل می‌شوند. در معادله تعمیم‌یافته (۲)، اگرچه سمت چپ معادله اینشتین تغییری نمی‌کند ولی جملات ظاهر شده در سمت راست معادله اینشتین، تغییر می‌کنند. در این وضعیت می‌توان شرایطی را فراهم کرد که تانسور انرژی تکانه $(T_{\mu\nu})$ ، سهمی در جملاتی که باعث نقض معادله (۱۳) می‌شوند، نداشته باشد. اکنون می‌توان با در نظر گرفتن متریک (۶) و معادلات میدان اینشتین (۲) و معادلات (۴) - (۵) و قیدهای (۷) تا (۱۰)، این معادلات را برای یافتن جواب‌های کرمچاله‌ای حل کرد. در متریک (۶)، با توجه به اینکه $G_\theta^\theta = G_\phi^\phi$ ، است با در نظر گرفتن تانسور انرژی تکانه به شکل یک سیال کامل $T_\nu^\mu = \text{diag}(-\rho, p, p, p)$ سهم ناهمسانگردی متریک کرمچاله، به عهده عناصر ماتریس $\epsilon_{\mu\nu}$ خواهد بود. $S_{\mu\nu}$ در این حالت برابر است با

نظریه جهان لایه‌ای ارائه خواهد شد. سپس جواب‌های کرمچاله‌ای را به دست خواهیم آورد.

معادلات میدان اینشتین در نظریه جهان لایه‌ای

در نظریه جهان لایه‌ای، یک جهان چهاربعدی به نام لایه، در یک جهان پنج بعدی به نام توده، قرار می‌گیرد. معادلات اینشتین در توده پنج بعدی به شکل زیر است:

$$G_{AB} = -\Lambda_5 g_{AB} + k_5^2 T_{AB} \quad (1)$$

دقت کنید اندیس‌های لاتین برای توده به کار می‌رود و اندیس‌های یونانی برای لایه به کار گرفته شده است. برای یک توده خالی، معادله تعمیم‌یافته اینشتین بر روی لایه به شکل

$$G_{\mu\nu} = -\Lambda g_{\mu\nu} + k^2 T_{\mu\nu} + \frac{6k^2}{\lambda} S_{\mu\nu} - \epsilon_{\mu\nu} \quad (2)$$

خواهد بود [۵]. $S_{\mu\nu}$ ، ناشی از خمش خارجی است و $\epsilon_{\mu\nu}$ تصویر تانسور ویل، ناشی از اثرات غیرجایگزیده توده است. در اینجا ثابت گرانش و ثابت کیهان‌شناسی پنج بعدی توسط روابط زیر به ثابت‌های جهان چهاربعدی، مرتبط می‌شوند:

$$k^2 = \frac{\lambda k_5^2}{6}, \quad \Lambda = \frac{1}{2}(\Lambda_5 + k^2 \lambda) \quad (3)$$

همچنین با استفاده از اتحاد بایانکی، در وضعیتی که هیچ‌گونه انتقالی بین توده و لایه وجود ندارد، می‌توان معادله پایستگی را نتیجه گرفت:

$$T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0 \quad (4)$$

$\epsilon_{\mu\nu}$ ، بدون رد است. با استفاده از خاصیت بدون رد بودن تانسور $\epsilon_{\mu\nu}$ ، می‌توان نوشت:

$$R = 4\Lambda - k^2 T - 3 \frac{k^2}{2\lambda} (T_{\alpha\beta} T^{\alpha\beta} - \frac{1}{3} T^2) \quad (5)$$

که R ، اسکالر ریچی است. معادلاتی که تاکنون معرفی شدند، معادلات اساسی در نظریه جهان لایه‌ای می‌باشند که بعد از معرفی جواب‌های کرمچاله‌ای، مورد مطالعه و بررسی قرار خواهند گرفت.

کرمچاله‌ها

متریک کلی برای یک کرمچاله در حال تحول زمانی را به فرم زیر

از جواب‌ها در کیهان‌شناسی از اهمیت بالایی برخوردار هستند. با این شرط یک معادله دیگر به معادلات قبلی اضافه شده است. معادله

(۱۶) در این حالت بعد از جداسازی نتیجه می‌دهد

$$(\ddot{a}a + \dot{a}^2) = C \quad (18)$$

$$[\mathfrak{R}(r, U, b) - \frac{6C}{U}] = 0 \quad (19)$$

جواب معادله (۱۸) به صورت زیر است:

$$a(t) = \sqrt{Ct^2 + c_1t + c_2} \quad (20)$$

در این حالت برای یافتن ρ از رابطه (۱۵)، خواهیم داشت:

$$\rho(r, t) = -\lambda \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{c_3(r)}{a(t)^2}} \right) \quad (21)$$

که c_3 ثابت انتگرال‌گیری است و در حالت کلی تابعی از مکان خواهد بود. در ادامه به یافتن برخی از جواب‌های کرمچاله‌ای خواهیم پرداخت.

کرمچاله‌هایی با تابع انتقال به سرخ ثابت

اگر $U(r) = 1$ باشد معادله (۱۹) نتیجه می‌دهد: $-4b' = 12r^2C$. در این حالت خواهیم داشت: $b(r) = Cr^3 + c_0$ که فقط برای $C = 0$ تخت خواهد بود و خواهیم داشت $b(r) = r_0$. معادله (۱۴) نشان می‌دهد که فقط چگالی و فشار مستقل از مکان قابل قبول می‌باشند پس متریک شوارتزشیلد فضایی، یک جواب کرمچاله‌ای خواهد که چگالی آن از رابطه (۲۱) و فشار آن از رابطه (۱۳) به دست می‌آید. عناصر تانسور $\varepsilon_{\mu\nu}$ ، با کمک رابطه (۲) به دست خواهند آمد.

کرمچاله‌هایی با تابع انتقال به سرخ متغیر

اکنون به بررسی کرمچاله‌هایی با انتقال به سرخ غیرثابت خواهیم پرداخت. به عنوان یک مثال اگر $C = 0$ اختیار شود آنگاه $\mathfrak{R}(r, U, b) = 0$ خواهد بود. پس جواب‌هایی که در حالت ایستا در مرجع [۳] به آنها اشاره شده است را می‌توان به عنوان جواب‌هایی کرمچاله‌ای، در نظر گرفت؛ اما باید بررسی کرد که آیا جواب‌ها با معادله (۱۵) سازگاری دارند. چگالی برای جواب‌های ساکن، در مرجع [۳] به دست آمده است

$$S_{tt} = \frac{1}{12}\rho^2, \quad S_{rr} = S_{\theta\theta} = S_{\phi\phi} = \frac{1}{12}\rho(\rho + 2p) \quad (12)$$

در نسبت عام معمول به کارگیری متریک (۶) با $U(r)$ غیرثابت منجر به ظهور $G_r^t = G_t^r$ خواهد شد که معمولاً برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. پس جواب‌های با انتقال به سرخ غیرثابت کنار گذاشته می‌شود؛ اما در نظریه جهان لایه‌ای می‌توان این عنصر غیر قطری را به تانسور $\varepsilon_{\mu\nu}^H$ نسبت داد. آنگاه خواهیم داشت

$$\varepsilon_t^t = -\varepsilon(r), \quad \varepsilon_r^r = \sigma_r(r), \quad \varepsilon_\theta^\theta = \varepsilon_\phi^\phi = \sigma_t(r), \quad \varepsilon_r^t = G_r^t \quad (13)$$

با انتخاب تانسور $T_{\mu\nu}$ بدون رد بودن تانسور $\varepsilon_{\mu\nu}$ ، نتیجه می‌دهد:

$$p = \rho \left(\frac{1 - \frac{\rho}{\lambda}}{1 + \frac{\rho}{\lambda}} - \frac{R}{k^2(1 + \frac{\rho}{\lambda})} \right) \quad (13)$$

با کمک متریک (۶)، معادله پایستگی (۴)، به دو معادله زیر منجر می‌شود:

$$U'(\rho + p) = -2p'U \quad (14)$$

$$\dot{\rho}a + 3(\rho + p)\dot{a} = 0 \quad (15)$$

توجه کنید که پریم، مشتق نسبت به r و نقطه نسبت به زمان است. اسکالر ریچی بر حسب توابع متریک برابر است با

$$R = -\frac{1}{a^2} [\mathfrak{R}(r, U, b) - \frac{6}{U}(\ddot{a}a + \dot{a}^2)]. \quad (16)$$

که

$$\mathfrak{R}(r, U, b) = \frac{1}{12r^2U^2} [4U'rU - U'^2r^2 + 2U''r^2U - U'rUb' - 2U''rUb + U'^2rb - 3U'Ub - 4U^2b'] \quad (17)$$

اسکالر ریچی متریک (۶) در حالت ساکن است. اکنون تعداد شش معادله مستقل داریم. سه معادله که از معادلات میدان (۲) به دست آمده، یکی از رابطه (۵)، دو تا از معادله پیوستگی (۱۴-۱۵) و هشت تابع که عبارت‌اند از: پنج تابع تانسورهای $\varepsilon_{\mu\nu}$ ، $T_{\mu\nu}$ و سه تابع $b(r)$ ، $U(r)$ ، $a(t)$ که باید تعیین گردند. تعداد معادلات دو تا کمتر از تعداد مجهولات است. روش معمول این است که یا به تعداد معادلات، بر اساس واقعیت‌های فیزیکی، افزوده شود یا برخی از مجهولات، به صورت معلوم در نظر گرفته شود. بدیهی است وقتی به دنبال یافتن جواب‌های کرمچاله‌ای هستیم، منظورمان یافتن متریک کرمچاله‌ای (۶) می‌باشد. ما به دنبال یافتن جواب‌هایی با اسکالر ریچی صفر هستیم، یعنی $R = 0$. این دسته

شرط انرژی خنثی برای اسکالر ریچی صفر به صورت زیر خواهد بود

$$p + \rho \geq 0 \rightarrow \rho \left(\frac{1 - \frac{\rho}{\lambda}}{3(1 + \frac{\rho}{\lambda})} + 1 \right) \geq 0 \quad (27)$$

که اگر $-2\lambda \leq \rho \leq -\lambda$ یا $0 \leq \rho$ باشد، همیشه برقرار است. پس جواب‌هایی که به آنها اشاره شد، شرط انرژی خنثی را نقض نمی‌کنند.

نتیجه‌گیری

جواب‌هایی کرمچاله‌ای با تحول زمانی مورد بررسی قرار گرفت. تحول زمانی $a(t)$ مشخص گردید. حالت‌های با U غیرثابت به دلیل ظاهر شدن عناصر غیر قطری در تانسور $G_{\mu\nu}$ معمولاً در نسبیت عام، کنار گذاشته می‌شوند؛ اما در این نظریه می‌تواند مورد بررسی قرار گیرند. جواب‌های کرمچاله‌ای با U ثابت فقط به جواب شوارتزشیلد فضایی، منجر می‌شود. جواب‌هایی برای U غیرثابت، برای چگالی و فشار وابسته به مکان و زمان، امکان‌پذیر نمی‌باشند اما برای دو مقدار $p = -\rho = 2\lambda$ و $p = \rho = 0$ امکان‌پذیر هستند؛ و می‌توانند برای تابع شکل و انتقال به سرخ‌های متفاوتی به کار گرفته شوند جواب‌های کرمچاله‌ای به دست آمده، شرایط انرژی را نقض نخواهند کرد.

مرجع‌ها

- [۱] R. Maartens, "Brane-World Gravity" *Living Rev. Relativity* 7, 7 (2004).
- [۲] M. Visser, *Lorentzian wormholes: From Einstein to Hawking*, (AIP Press, New York, 1995).
- [۳] F. Parsaei, and N. Riazi; "New wormhole solutions on the brane" *Phys. Rev. D* 91, 024015 (2015)
- [۴] Mauricio Cataldo et al. " (N+1)-dimensional Lorentzian evolving wormholes supported by polytropic matter" *Eur. Phys. J. C* 73:2517 (2013)
- [۵] T. Shiromizu, K. Maeda, and M. Sasaki "The Einstein equations on the 3-brane world", *Phys. Rev. D* 62, 024012 (2000).
- [۶] K. A. Bronnikov and S. W. Kim "Possible wormholes in a brane world", *Phys. Rev. D* 67, 064027 (2003).

$$\rho(r) = -\lambda \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{\gamma(r)}{\lambda^2}} \right) \quad (22)$$

پس برای اینکه این جواب‌ها با یکدیگر منطبق باشند باید داشته باشیم

$$\frac{\gamma(r)}{\lambda^2} = \frac{c_3(r)}{a(t)^2} \quad (23)$$

که با توجه به فرم $\gamma(r, t)$,

$$\gamma(r, t) = \frac{U(r) \pm \sqrt{U(r)^2 - 4c(t)^2}}{2c(t)} \quad (24)$$

امکان‌پذیر نیست. با توجه به آنچه تاکنون گفته شده است می‌توان نتیجه گرفت که جواب‌هایی کرمچاله‌ای با وابستگی به مکان، در حالت $\mathcal{R}(r, U, b) = 0$ وجود ندارد. با توجه به رابطه (۱۴) جواب‌هایی که وابستگی مکانی نداشته باشند، تنها در صورتی که $U(r) = 1$ یا $p = -\rho$ باشد، برقرار است. حالت $U(r) = 1$ که مورد مطالعه قرار گرفت؛ اما شرط $p = -\rho$ با توجه به رابطه (۱۳) نتیجه می‌دهد: $p = -\rho = 2\lambda$. بدیهی است چنین فشار و چگالی در رابطه (۱۵) نیز صدق می‌کند پس می‌تواند به عنوان جواب‌هایی کرمچاله‌ای در نظر گرفته شود. در کنار این جواب‌ها، $p = \rho = 0$ ، دسته‌ای از جواب‌های ساکن می‌باشند که اولین بار برای کرمچاله‌ها در نظریه جهان لایه‌ای ارائه شدند [۶]. $p = \rho = 0$ در حالت زمانی با توجه به اینکه معادله (۱۴) و (۱۵) را با توجه به هر تابع انتقال به سرخ و تابع شکل دلخواهی، ارضا می‌کنند. از این رو می‌توانند به عنوان جواب‌هایی زمانی نیز انتخاب شوند پس کافی است در این وضعیت و حالت قبلی ($p = -\rho = 2\lambda$) یکی از دو تابع $b(r)$ یا $U(r)$ به صورت دلخواه انتخاب شود و دیگری با کمک رابطه (۱۷) به دست آید به عنوان نمونه با انتخاب $U(r)$ به شکل

$$U(r) = (1 + r_0 / r) \quad (25)$$

خواهیم داشت

$$b(r) = \frac{(r + r_0)3r_0^2 + r_0^2}{4r + 3r_0} \quad (26)$$

و به همین ترتیب می‌توان دسته بزرگی از جواب‌های کرمچاله‌ای با توجه شرط‌های (۷-۱۰) را به دست آورد.

تقریب پده، جایگزینی برای تقریب CPL

پوراجاقی، سعید^۱؛ ملک جانی، محمد^۱

^۱گروه فیزیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

چکیده

در این پژوهش، به معرفی روش پارامتری پده برای معادله حالت انرژی تاریک می‌پردازیم. روش CPL به عنوان یک روش برای پارامتری کردن در زمان‌های اولیه و زمان حال مطرح می‌باشد، اما واگرایی آن در حالتی که فاکتور مقیاس به بی‌نهایت میل می‌کند موجب شد که تقریب پده به عنوان یک تقریب جایگزین و با پشتوانه محکم ریاضی به منظور مطالعه معادله حالت انرژی تاریک مورد استفاده قرار گیرد. در این مقاله تحول کیهان بر حسب پارامتری کردن پده مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در ادامه رشد اختلالات ماده و انرژی تاریک تحت این پارامتری کردن‌ها در دو رژیم کوینتسنس و فانتوم مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج حاصل از آن با روش CPL و مدل Λ CDM مقایسه می‌گردد.

PADE approximation, an alternative to CPL approximation

Pourojaghi, S¹; Malekjani, M¹.

¹Department of Physics, Bu Ali Sina University, Hamedan.

Abstract

In this paper, we introduced the Pade parameterization for the dark energy equation of state. The CPL method is proposed as a method for parameterization at the early time and present, but its divergence when the scale factor goes to infinity made the Pade approximation as an alternative approximation and with a strong mathematical support to be used in studying the dark energy equation of state. In this paper, the evolution of the universe is studied at Pade parameterization. Subsequently, the growth of matter and dark energy perturbations under these parameterizations is studied in two coincidence and phantom regimes and the results are compared with the CPL and Λ CDM model.

به جای توسعه یک نظریه که شماره انرژی تاریک را پیش‌بینی کند، تاریخچه انبساط کیهان را با پارامتری کردن معادله حالت انرژی تاریک بازسازی نمود [۲].

پارامتری کردن معادله حالت انرژی تاریک

۱- پارامتری کردن کاوالیر-پولارسکی-لیندر (CPL)

پارامتری کردن CPL می‌تواند به عنوان بسط تیلور حول (1-a) در نظر گرفته شود و به صورت زیر نوشته شود [۲]:

$$w_{de}(z) = w_0 + w_1(1-a) = w_0 + w_1 \frac{z}{1+z} \quad (1)$$

اگرچه روش CPL یک پارامتری کردن خوب در زمان‌های اولیه ($a \ll 1$) و زمان حال ($a \approx 1$) می‌باشد، اما این معادلات زمانی که ضریب مقیاس به سمت بی‌نهایت میل کند واگرا می‌شوند؛ از این رو باید به دنبال پارامتری کردن‌های دیگری بود تا بتوان از آن طریق مشکل واگرایی موجود در روش CPL را حل کرد.

مقدمه

مسئله انبساط کیهان مدت‌ها پیش توسط هابل و لومیتز به اثبات رسیده بود؛ اما گمان می‌رفت به دلیل جاذبه گرانشی، آهنگ انبساط ناشی از انفجار بزرگ کند شونده باشد. این در حالی است که در سال‌های اخیر بسیاری از داده‌های رصدی نشان دادند که کیهان با شتابی تند شونده در حال انبساط است. کیهان‌شناسان انبساط شتابدار کیهان را به وجود ماده‌ای با چگالی انرژی مثبت و فشار منفی نسبت می‌دهند که به آن انرژی تاریک گفته می‌شود. یکی از ساده‌ترین جواب‌ها برای انبساط تند شونده کیهان، ثابت کیهان‌شناسی Λ می‌باشد. بیشتر مشاهدات رصدی در کیهان‌شناسی با فرض وجود این ثابت کیهانی قابل توجیه است و تطابق بسیار خوبی بین داده‌های رصدی و مدل استاندارد کیهان‌شناسی با Λ وجود دارد [۱]. این ثابت دارای دو مشکل اساسی تنظیم ظریف و تطابق کیهانی می‌باشد که موجب شده کیهان‌شناسان به دنبال جایگزین دیگری برای انرژی تاریک باشند. بر این اساس می‌توان

۲- پارامتری کردن پده

که در آن w_0 ، w_1 و w_2 ثابت هستند. در پارامتری کردن پده نوع دو می‌توان به آسانی نشان داد که [۳ و ۴]:

$$w_{de} = \begin{cases} \frac{w_1}{w_2}, & \text{for } a \rightarrow 0 \text{ (} z \rightarrow \infty, \text{ the early time)} \\ w_0, & \text{for } a=1 \text{ (} z=0, \text{ now)} \\ \frac{w_1}{w_2}, & \text{for } a \rightarrow \infty \text{ (} z \rightarrow -1, \text{ the far future)} \end{cases} \quad (7)$$

تحول کیهان تحت پارامتری کردن معادله حالت

با استفاده از معادلات (۱)، (۳)، (۵) و (۶) و ترکیب آن با معادله پیوستگی می‌توان تحول چگالی انرژی تاریک را با استفاده از پارامتری کردن‌های پده به دست آورد:

$$\rho_{de}^{(PADEI)} = \rho_{de}^{(0)} a^{-3 \left(\frac{1+w_0+w_1+w_2}{1+w_2} \right)} [1+w_2(1-a)]^{-3 \left(\frac{w_1-w_0w_2}{w_2(1+w_2)} \right)} \quad (8)$$

$$\rho_{de}^{(simp.PADEI)} = \rho_{de}^{(0)} a^{-3 \left(\frac{1+w_0+w_2}{1+w_2} \right)} [1+w_2(1-a)]^{-3 \left(\frac{-w_0w_2}{w_2(1+w_2)} \right)} \quad (9)$$

$$\rho_{de}^{(PADEII)} = \rho_{de}^{(0)} a^{-3 \left(\frac{w_1+w_2}{w_2} \right)} [1+w_2 \ln a]^{3 \left(\frac{w_1-w_0w_2}{w_2} \right)} \quad (10)$$

$$\rho_{de}^{(CPL)} = \rho_{de}^{(0)} a^{-3(1+w_0+w_1)} \exp\{-3w_1(1-a)\} \quad (11)$$

همچنین با ترکیب معادلات (۸)، (۹)، (۱۰) و (۱۱) با معادله اول فریدمان می‌توان پارامتر بی‌بعد هابل $E = \frac{H}{H_0}$ را به صورت زیر به دست آورد:

$$E_{PADEI}^2 = \Omega_{r_0} a^{-4} + \Omega_{m_0} a^{-3} + (1 - [\Omega_{r_0} + \Omega_{m_0}]) a^{-3 \left(\frac{1+w_0+w_1+w_2}{1+w_2} \right)} [1+w_2(1-a)]^{-3 \left(\frac{w_1-w_0w_2}{w_2(1+w_2)} \right)} \quad (12)$$

$$E_{sim.PADEI}^2 = \Omega_{r_0} a^{-4} + \Omega_{m_0} a^{-3} + (1 - [\Omega_{r_0} + \Omega_{m_0}]) a^{-3 \left(\frac{1+w_0+w_2}{1+w_2} \right)} [1+w_2(1-a)]^{-3 \left(\frac{-w_0w_2}{w_2(1+w_2)} \right)} \quad (13)$$

$$E_{PADEII}^2 = \Omega_{r_0} a^{-4} + \Omega_{m_0} a^{-3} + (1 - [\Omega_{r_0} + \Omega_{m_0}]) a^{-3 \left(\frac{w_1+w_2}{w_2} \right)} [1+w_2 \ln a]^{3 \left(\frac{w_1-w_0w_2}{w_2} \right)} \quad (14)$$

$$E_{CPL}^2 = \Omega_{r_0} a^{-4} + \Omega_{m_0} a^{-3} + (1 - [\Omega_{r_0} + \Omega_{m_0}]) a^{-3(1+w_0+w_1)} \exp\{-3w_1(1-a)\} \quad (15)$$

که در آن Ω_{m_0} ، Ω_{r_0} و $\Omega_{de0} = \Omega_{r_0} + \Omega_{m_0}$ به ترتیب چگالی بی‌بعد ماده، تابش و انرژی تاریک می‌باشند.

تقریب پده بهترین تقریب یک تابع با یک تابع گویا از مرتبه معین است. با این تکنیک، سری توانی تقریب، با سری توانی تابعی که آن را تقریب می‌زنیم، مطابقت دارد. این تکنیک در سال ۱۸۹۰ میلادی توسط هنری پده توسعه داده شد.

برای یک تابع دلخواه $f(x)$ ، تقریب پده برای مرتبه‌های $(n; m)$ توسط تابع زیر تعریف می‌شود [۳ و ۴]:

$$f(x) = \frac{a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n}{1 + b_1 x^1 + b_2 x^2 + \dots + b_m x^m} \quad (2)$$

در این مطالعه ما بر روی سه نوع از پارامتری کردن‌های پده که به صورت زیر معرفی می‌شوند تمرکز می‌کنیم [۳].

۱-۲ پده نوع یک: با استفاده از معادله (۲) و بسط معادله حالت انرژی تاریک تا مرتبه (۱،۱) حول $(1-a)$ داریم:

$$w_{de}(a) = \frac{w_0 + w_1(1-a)}{1 + w_2(1-a)} \quad (3)$$

بر خلاف پارامتری کردن CPL، در اینجا معادله حالت با $w_2 \neq 0$ ، در حالت $a \rightarrow \infty$ واگرا نمی‌شود. با استفاده از معادله (۳) موارد خاص زیر را در مورد پارامتر معادله حالت پیدا می‌کنیم:

$$w_{de} = \begin{cases} \frac{w_0 + w_1}{1 + w_2}, & \text{for } a \rightarrow 0 \text{ (} z \rightarrow \infty, \text{ the early time)} \\ w_0, & \text{for } a=1 \text{ (} z=0, \text{ now)} \\ \frac{w_1}{w_2}, & \text{for } a \rightarrow \infty \text{ (} z \rightarrow -1, \text{ the far future)} \end{cases} \quad (4)$$

بنابراین، می‌توان استدلال کرد که پارامتری کردن پده نوع یک، یک عملکرد خوب در محدوده $0 \leq a \leq \infty$ است [۳ و ۴].

۲-۲ پده ساده شده: قرار دادن $w_1 = 0$ در پده نوع یک، به ما یک نسخه ساده از تقریب پده ارائه می‌دهد که به پده ساده شده معروف است.

$$w_{de}(a) = \frac{w_0}{1 + w_2(1-a)} \quad (5)$$

توجه کنید که برای اجتناب از تکینگی در انبساط کیهانی، w_2 باید در بازه $-1 < w_2 < 0$ باشد [۳ و ۴].

۳-۲ پده نوع دو: برخلاف موارد قبلی، پارامتری کردن جاری در اینجا به عنوان تابع $N = \ln a$ نوشته می‌شود:

$$w_{de}(a) = \frac{w_0 + w_1 \ln a}{1 + w_2 \ln a} \quad (6)$$

رشد اختلالات در پارامتری کردن‌های معادله حالت

معادلات تحول اختلالات همراه ماده و انرژی تاریک با در نظر گرفتن انرژی تاریک به عنوان سیال کامل و سرعت صوت ناچیز به صورت زیر می‌باشند [۵]:

$$\delta_m'' + A_m \delta_m' + B_m \delta_m = \frac{3}{2a^2} (\Omega_m \delta_m + \Omega_{de} \delta_{de}) \quad (16)$$

$$\delta_{de}'' + A_{de} \delta_{de}' + B_{de} \delta_{de} = \frac{3}{2a^2} (1+w_{de}) (\Omega_m \delta_m + \Omega_{de} \delta_{de}) \quad (17)$$

که در آن ضرایب مربوطه به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$A_m = \frac{3}{2a} (1 - w_{de} \Omega_{de}) \quad (18)$$

$$B_m = 0 \quad (19)$$

$$A_{de} = \frac{1}{a} [-3w_{de} - \frac{aw'_{de}}{1+w_{de}} + \frac{3}{2} (1 - w_{de} \Omega_{de})] \quad (20)$$

$$B_{de} = \frac{1}{a^2} [-aw'_{de} + \frac{aw'_{de} w_{de}}{1+w_{de}} - \frac{1}{2} w_{de} (1 - 3w_{de} \Omega_{de})] \quad (21)$$

همان‌طور که می‌بینیم با توجه به معادلات (۱۶) و (۱۷) رشد اختلالات ماده به طور مستقیم تحت تأثیر اختلالات انرژی تاریک قرار دارد.

در این بخش، رشد خطی اختلالات ماده را در کیهان‌شناسی پده و CPL در دو رژیم کویتسنس ($-1 < w_{de} < -\frac{1}{3}$) و فانتوم ($w_{de} < -1$) بررسی کرده و به مقایسه آن با مدل Λ CDM می‌پردازیم. در این رهیافت سؤال اصلی این است که چگونه انرژی تاریک بر روی رشد خطی اختلالات ماده تأثیر می‌گذارد؟ برای پاسخ دادن به این سؤال، باید دو موقعیت متمایز زیر را معرفی کنیم.

۱- سناریویی که در آن مؤلفه انرژی تاریک همگن است ($\delta_{de} = 0$) و تنها ماده غیر نسبیتی مجاز به خوشه‌ای شدن است ($\delta_m \neq 0$).

۲- در این حالت هر دو مؤلفه (ماده و انرژی تاریک) مجاز به خوشه‌ای شدن هستند [۴].

شرایط اولیه مورد استفاده در این پژوهش عبارت‌اند از: $a_i = 10^{-3}$ و $\delta_{mi}(a_i) = 10^{-3}$. همچنین، در این راستا از شرایط اولیه به دست آمده در پژوهش‌های مشابه [۶] استفاده شده است:

$$\delta'_{mi} = \frac{\delta_{mi}}{a_i} \quad (22)$$

$$\delta_{dei} = \frac{1+w_{dei}}{1-3w_{dei}} \delta_{mi} \quad (23)$$

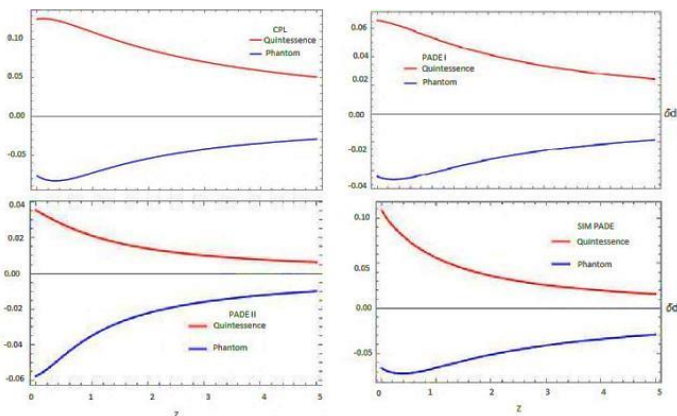
$$\delta'_{dei} = \frac{4w_{dei}}{(1-3w_{dei})^2} \delta_{mi} + \frac{1+w_{dei}}{1-3w_{dei}} \delta'_{mi} \quad (24)$$

پیش از آنکه به حل معادلات فوق‌الذکر بپردازیم؛ باید مقادیر w_0 ، w_1 و w_2 را در پارامتری کردن‌های مختلف پده و CPL به گونه‌ای انتخاب کنیم که معادله حالت انرژی تاریک بر اساس این مقادیر در رژیم‌های کویتسنس و فانتوم قرار گیرد.

جدول ۱: مقادیر پارامترهای w_0 ، w_1 و w_2 در پارامتری کردن‌های مختلف در

رژیم کویتسنس و فانتوم				
رژیم	w_2	w_1	w_0	
پده نوع یک	کویتسنس	-۰/۵	۰/۵	-۰/۸
	فانتوم	-۰/۵	۰/۳	-۱/۱
پده ساده شده	کویتسنس	-۰/۵	-	-۰/۴
	فانتوم	-۰/۵	-	-۱/۱
پده نوع دو	کویتسنس	-۰/۳	۰/۳	-۰/۸
	فانتوم	-۰/۳	۰/۳	-۱/۴
CPL	کویتسنس	-	۰/۴	-۰/۷۵
	فانتوم	-	-۱	-۱/۱

اکنون و با استفاده از مقادیر جدول ۱ و حل عددی معادلات فوق‌الذکر می‌توان به بررسی رشد اختلالات ماده و انرژی تاریک پرداخت.



شکل ۱: رشد اختلالات انرژی تاریک بر حسب انتقال به سرخ

همان‌طور که شکل (۱) نشان می‌دهد، با نزدیک شدن به زمان حال اختلالات انرژی تاریک روند رو به رشدی داشته‌اند. رشد اختلالات در رژیم کویتسنس مثبت بوده که این امر نشان دهنده تمایل انرژی تاریک به تشکیل ساختارهای فراچگال می‌باشد. از سوی دیگر رشد اختلالات در رژیم فانتوم منفی می‌باشد که این امر نشان دهنده تشکیل ساختارهای فروچگال مانند تهی‌جاها در این رژیم می‌باشد. باید توجه داشت علیرغم این که میزان رشد اختلالات انرژی تاریک بسیار کوچک می‌باشد، این اختلالات می‌توانند بر رشد اختلالات ماده اثر گذار باشند.

نشان دهنده این است که انرژی تاریک مانع از رشد ساختارهای ماده می‌شود.

از طرفی باید توجه شود که اگرچه در حالت کلی انرژی تاریک منجر به کاهش رشد ساختارها می‌شود، اما در رژیم کویتنسس تابع رشد در چارچوب انرژی تاریک خوشه‌ای تا حدودی بزرگ‌تر از مورد همگن است. این موضوع را می‌توان به این ترتیب توجیه کرد که در سناریوی همگن مؤلفه انرژی تاریک به طور یکنواخت در داخل و خارج ساختارهای کیهانی توزیع شده است و از آنجایی که انرژی تاریک نقش ضد گرانشی دارد رشد اختلالات ماده را سرکوب می‌کند؛ اما در حالت انرژی تاریک خوشه‌ای از آنجایی که بخشی از انرژی تاریک مجاز به برهمکنش با ماده می‌باشد نمی‌تواند علیه گرانش عمل کند و تا حدی موجب افزایش رشد اختلالات ماده می‌شود.

نتیجه‌گیری

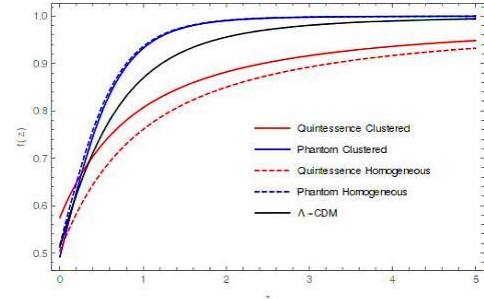
نتایج نشان داد که در حالت کلی انرژی تاریک موجب کند شدن رشد اختلالات ماده می‌گردد که این روند در رژیم کویتنسس سریع‌تر و در رژیم فانتوم کندتر از مدل Λ CDM رخ می‌دهد. با این وجود در رژیم کویتنسس و در حالتی که انرژی تاریک خوشه‌ای باشد، رشد اختلالات انرژی تاریک به افزایش رشد اختلالات ماده کمک می‌کند. در رژیم فانتوم نیز عکس این قضیه صورت می‌گیرد.

مرجع‌ها

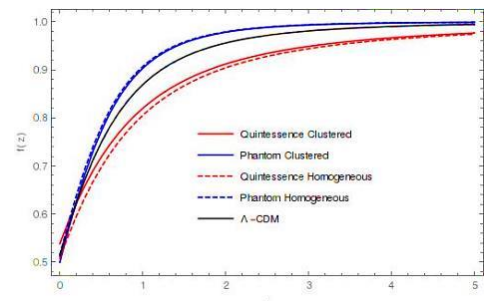
- [1] باغرام، ش. (۱۳۹۰). «آزمون‌های رصدی انرژی تاریک و گرانش تعمیم یافته». پایان‌نامه دکتری. دانشگاه صنعتی شریف. دانشکده فیزیک.
- [2] Davis, T M; et al. (2007). "Scrutinizing Exotic Cosmological Models Using ESSENCE Supernova Data Combined with Other Cosmological Probes". *Astrophys.* **666**.
- [3] Wei, H; Yan, X; Zhou, Y. (2014). "Cosmological Applications of Pad'e Approximant". *JCAP.* **1401**.
- [4] Rezaei, M; Malekjani, M; Basilakos, S; Mehrabi, A; Mota, D F. (2017). "Constraints to dark energy using PADE parameterizations". *Astrophys.* **843**.
- [5] Abramo, L R; Batista, R C; Liberato, L; Rosenfeld, R. (2009). "Physical approximations for the nonlinear evolution of perturbations in dark energy scenarios". *Phys. Rev.* **79**.
- [6] Malekjani, M; Basilakos, S; Mehrabi, A; Davari, Z; Rezaei, M. (2015). "Agegraphic dark energy: growth index and cosmological implications". *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **464**.

همچنین می‌توان نمودار تابع رشد بر حسب انتقال به سرخ را طبق رابطه (۲۵) رسم نمود.

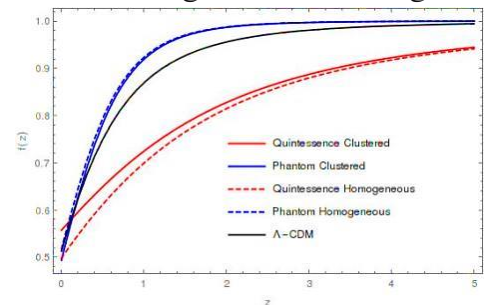
$$f(a) = \frac{d \ln \delta_m}{d \ln a} = \frac{a}{\delta_m(a)} \delta'_m(a) \quad (25)$$



شکل ۲: نمودار تابع رشد بر حسب انتقال به سرخ در پارامتری کردن CPL

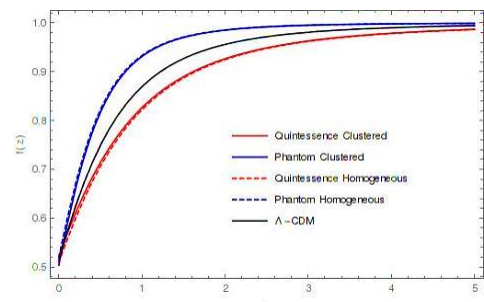


شکل ۳: نمودار تابع رشد بر حسب انتقال به سرخ در پارامتری کردن پده نوع یک



شکل ۴: نمودار تابع رشد بر حسب انتقال به سرخ در پارامتری کردن پده ساده

شده



شکل ۵: نمودار تابع رشد بر حسب انتقال به سرخ در پارامتری کردن پده نوع دو همان‌طور که مشاهده می‌شود با نزدیک شدن به زمان حال نرخ تابع رشد به خاطر وجود انرژی تاریک کاهش می‌یابد که این امر

شبکه‌های عصبی در جست‌وجوی ریسمان‌های کیهانی

ترکی، مطهره^۱؛ حاجی‌زاده، هاله^۱؛ وفایی‌صدر، علیرضا^{۲,۳}؛ فرهنگ، مرضیه^۱

^۱دانشکده فیزیک دانشگاه شهید بهشتی، اوین، تهران

^۲پژوهشکده فیزیک پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، فرمانیه، تهران

^۳SKA، کیپ‌تاون، آفریقای جنوبی

چکیده

ریسمان‌های کیهانی نقص‌های توپولوژیکی هستند که ممکن است در کیهان اولیه و در اثر گذار فاز به وجود آمده باشند. در این مقاله از شبکه‌های عصبی پیچشی (CNN) که رهیافتی مبتنی بر یادگیری ماشینی است برای یافتن ردپای ریسمان‌های کیهانی در میدان تصادفی تابش زمینه‌ای کیهان (CMB) استفاده می‌کنیم و نتایج را با نتیجه‌هایی که از رهیافت‌های آماری استاندارد به دست می‌آیند، مقایسه می‌کنیم. در رهیافت کلاسیک معیارهای مختلفی مانند مولفه‌های خمک تصویر، فیلترهای پردازش تصویر، و خواص آماری مانند انحراف معیار و تابع چگالی احتمال بر روی نقشه‌ها اعمال می‌گردد. طبق اندازه‌گیری‌های انجام شده درمی‌یابیم که پایین‌ترین حد تنش ریسمان که شبکه عصبی می‌تواند برای داده‌های شبیه‌سازی‌شده با اثر دهانه و نوفه پلانک اندازه‌گیری کند $G\mu \geq 5,5 \times 10^{-7}$ و برای رهیافت کلاسیک $G\mu \geq 6,2 \times 10^{-7}$ است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که تشخیص شبکه عصبی بهتر از پردازش تصویر و ابزارهای آماری و هم‌چنین قابل‌مقایسه با نتایج پژوهش‌های دیگر است.

Neural Networks in the Search of Cosmic Strings

Torki, Motahareh¹; Hajizadeh, Haleh¹; Vafaei Sadr, Alireza^{2,3}; Farhang, Marzieh¹

¹Department of physics, Shahid Beheshti University, Evin, Tehran, IRAN

²School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences, (IPM), Tehran, IRAN

³SKA South Africa, The Park, Park Road, Pinelands, Cape Town 7405, South Africa

Abstract

Cosmic Strings are topological defects possibly formed in a symmetry-breaking phase transition in the early universe. In this paper we use Convolutional Neural Networks (CNN), a machine learning based approach, to find the footprints of cosmic strings in Cosmic Microwave Background (CMB) data, to compare the results with classical approach, which includes different measures such as curvelet components, image processing filters and statistical properties such as variance and probability density function (PDF). We find that the lowest tension of the string that the neural network can measure is $G\mu \geq 5,5 \times 10^{-7}$ and in classical approach is $G\mu \geq 6,2 \times 10^{-7}$. Comparison of these two results shows that the detection of the neural network is better than the other approach which uses classical tools.

مقدمه

آنها از حدود شعاع قابل مشاهده کیهان است. $G\mu$ معرف تنش ریسمان است که در آن μ چگالی خطی یا جرم واحد طول ریسمان و G ثابت جهانی گرانش است. تنش یک ریسمان به انرژی مقیاسی که در آن گذار فاز رخ داده مرتبط است. با توجه به این‌که ریسمان‌های کیهانی احتمالاً در کیهان اولیه تولید شده‌اند، می‌توانند اطلاعات منحصر به فردی درباره آن دوران در اختیار ما بگذارند. ریسمان‌های کیهانی در صورت وجود، ردپاهای مختلفی از خود به جا می‌گذارند. از جمله این رد پاها اثر کایزر-استینز هست که توصیف کننده ناهمسانگردی‌های ایجاد شده در تابش زمینه‌ای کیهان در اثر حرکت

تابش زمینه کیهانی، تابش الکترومغناطیسی است که از کیهان اولیه به ما می‌رسد و منبع مهمی برای مطالعه کیهان اولیه و عوامل سر راهی است [۱]. نقص‌های توپولوژیکی ساختارهایی هستند که در اثر شکست تقارن‌ها و گذار فاز ناشی از سرد شدن کیهان ممکن است به وجود آمده باشند. در بین نقص‌های توپولوژیکی ریسمان‌های کیهانی بیشترین احتمال وجود را دارند [۲]. ریسمان‌های کیهانی ساختارهایی یک بعدی هستند که قطری در حدود طول پلانک (10^{-33} cm) دارند. طول تخمین زده شده برای

شبیه‌سازی CMB در حضور ریسمان‌های کیهانی

شبیه‌سازی در این مقاله شامل چهار مرحله است: ابتدا نقشه‌ی کاملاً گاوسی CMB را با استفاده از نتایج داده‌های پلانک شبیه‌سازی می‌کنیم. سپس شبیه‌سازی شبکه ریسمان‌های کیهانی را با استفاده از شبیه‌سازی مبتنی بر روش نامبو-گاتو تولید می‌کنیم [۵]. در اینجا برای شبیه‌سازی اثر ریسمان‌ها بر CMB از شبیه‌سازی شبکه ریسمان کیهانی مرجع استفاده شده است [۷]. مرحله‌ی سوم برهم نهی شبکه‌ی ریسمان‌های کیهانی به ازای تنش‌های مختلف که بین 10^{-8} و 5×10^{-5} به ده کلاس تقسیم شده‌اند با نقشه‌ی گاوسی است. و در مرحله‌ی چهارم اثر دهانه و نوفه‌ی رصدی و دستگاهی به نقشه‌ها اضافه می‌شود. نوفه‌ی رصدی اضافه‌شده به شکل گاوسی و مشابه نوفه‌ی پلانک و وضوح نقشه‌های شبیه‌سازی ۲۰۴۸ است. در این شبیه‌سازی از تقریب آسمان تخت استفاده کرده‌ایم و از اثرات احتمالی نقشه‌ی کروی چشم‌پوشی شده‌است.

رهیافت کلاسیک برای آشکارسازی ریسمان‌های کیهانی

تبدیل خمک (Curvelet-Transformation)

تبدیل خمک زمانی استفاده می‌شود که به تشخیص منحنی هموار در یک تصویر نیاز داشته باشیم. تبدیل خمک تصاویر دو بعدی، سه بعدی و مجموعه داده‌ها را به مولفه‌های مختلفی از مقیاس‌ها، مکان‌ها و جهت‌ها تجزیه می‌کند. این ویژگی باعث می‌شود که مولفه‌های خمک نماینده‌های تصاویر هموار به جز برای ناپیوستگی‌ها و لبه‌های منحنی باشند [۶].

پردازش تصویر و محاسبه‌های آماری

بعد از آماده‌سازی ۱۰ عدد نقشه با تنش‌های ذکر شده و یک نقشه با تنش صفر، هر کدام را به ۴۸ قسمت تقسیم‌بندی می‌کنیم. نقشه‌ها را توسط تبدیل مولفه هفتم خمک به فضای دوگان می‌بریم و با این کار داده‌های بزرگ مقیاس آن را حذف می‌کنیم. سپس فیلتر پردازش تصویر شار (Schar) را اثر می‌دهیم. انتخاب خمک و فیلتر پردازش تصویر براساس نتایج مقاله [۳] است، با این تفاوت که شبیه‌سازی شبکه‌ی ریسمانی در این مقاله نزدیک‌تر به شبیه‌سازی پلانک است. داده‌های به دست آمده تا کنون دارای اطلاعات کوچک مقیاس بوده و هرگونه اثرات شکستگی به بیشترین مقدار خود می‌رسد. در مرحله

ریسمان‌های پرسرعت می‌باشد. تغییر انرژی فوتون‌ها حاصل از حرکت ریسمان‌های کیهانی اختلالات خطی در ناهمسانگردی CMB ایجاد می‌کند:

$$\frac{\delta T}{T} \sim \lambda \pi G \mu v_s$$

که در اینجا v_s سرعت ریسمان و T معرف دماست [۳].

از آن‌جا که انتظار نمی‌رود این ریسمان‌ها چگالی بالایی داشته باشند آشکارسازی این اثرات چالش‌هایی به همراه دارد. به‌طور مثال در سایر پژوهش‌ها حد بالای $G\mu < 3 \times 10^{-7}$ برای تنش ریسمان با استفاده از ردپای همگرایی گرانشی روی COSMOS survey گزارش شده‌است. به کارگیری معیارهای آماری متفاوت بر روی ناهمسانگردی‌های مشاهده‌شده CMB نظیر طیف دوتایی و تابعی‌های مینکوفسکی، و نیز روش‌های مبتنی بر موجک، به ترتیب حد بالای $G\mu < 8.8 \times 10^{-7}$ ، $G\mu < 7.8 \times 10^{-7}$ و $G\mu < 7 \times 10^{-7}$ را برای تنش ریسمان تعیین کرده‌اند [۳].

به منظور بهینه کردن نتایج حاصل از تحلیل داده‌های CMB می‌توان از روش‌های مختلف پردازش تصویر و یادگیری ماشین استفاده کرد [۱]. ابزارهای آماری قدرتمندی برای شناسایی ریسمان‌های کیهانی و اندازه‌گیری تنش ریسمان ایجاد شده‌است [۴]. انگیزه استفاده از شبکه‌های عصبی این است که آن‌ها از قدرتمندترین ابزارها برای پردازش و آشکارسازی ویژگی‌ها از تصاویر هستند. پس انتظار می‌رود که بتوانند جایگزین مناسبی برای سایر روش‌های پردازش تصویر و رهیافت‌های آماری باشند. در تحقیقات انجام‌شده ابزارهای آماری متفاوتی پیشنهاد و ارزیابی شده‌اند ولی تعداد ابزارهای آماری ممکن بی‌نهایت است و نمی‌توان مطمئن بود که لزوماً از بهترین آن‌ها استفاده کرده‌ایم. از طرفی نمی‌توان گفت که ویژگی‌های آماری بهترین ویژگی‌های متمایز کننده داده‌ها هستند. در این مقاله ابتدا به توصیف شبیه‌سازی‌های CMB استفاده شده در حضور ریسمان‌های کیهانی می‌پردازیم سپس، برای دنبال کردن ردپای ریسمان ابتدا از رهیافت کلاسیک پردازش تصویر و معیارهای آماری و سپس از شبکه عصبی استفاده می‌کنیم. در آخر با به دست آوردن کوچک‌ترین تنشی که هر کدام می‌توانند آشکارسازی کنند به مقایسه این دو روش می‌پردازیم.

یادگیری خود را در هر گام ارتقا بخشد. در هر گام یادگیری وزن‌ها با وزن جدید جایگزین می‌شوند. جایگزینی وزن‌ها در راستای کم کردن یک تابع هزینه شکل می‌گیرد.

شبکه عصبی پیچشی (CNN)

شبکه‌های عصبی پیچشی از زیرشاخه‌های بنیادی کامپیوتر و یکی از مهم‌ترین روش‌های یادگیری عمیق هستند. وقتی داده‌ها تصاویر با ابعاد بالا باشند استفاده از یک شبکه تماماً متصل که همه پیکسل‌ها را دربر بگیرد هزینه محاسباتی بسیار بالایی دارد، از طرفی ممکن است به برآزش بیشتر از حد نیز بینجامد. CNN با کاهش تعداد پارامترها از این مشکلات جلوگیری می‌کند. اجزای اصلی شبکه CNN در ادامه معرفی شده‌اند.

لایه پیچشی (convolution): در این لایه از کرنل‌های مختلفی استفاده می‌شود که به نقشه ویژگی‌های متعددی منجر می‌شود. این عمل باعث کاهش اندازه تصویر و سریع‌تر شدن عملیات می‌شود. در عین حال ویژگی‌های اصلی و متمایز کننده تصاویر از یکدیگر باقی می‌مانند.

لایه pooling: یک فیلتر پولینگ مثلاً 2×2 روی تکه‌های مختلف تصویر اثر می‌کند و میانگین یا بیشینه مقدار مربوط به آن تکه را می‌دهد. این لایه باعث می‌شود یادگیری ماشین ناوردا از جهت‌گیری و جابجایی اشیا در تصاویر باشد.

در آخر که ابعاد تصاویر کاهش یافت و مهم‌ترین ویژگی‌ها در آن باقی ماندند، با استفاده از لایه‌های تماماً متصل یک بردار ویژگی تک بعدی می‌رسیم.

روند آموزش ماشین

شبکه‌های عصبی از قدرتمندترین ابزارها برای پردازش و آشکارسازی ویژگی‌ها از تصاویر هستند و انتظار می‌رود که بتوانند جایگزین مناسبی برای سایر روش‌ها باشند. شبکه عصبی این قابلیت را دارد که تلاش کند و بهترین معیار را برای متناظر کردن نقشه به یک عدد که GPU ریسمان است، بسازد. در این راستا ما با برای پیدا کردن شبکه بهینه و ارزیابی حساسیت شبکه به پارامترهای مختلف، هر بار شبکه را در حالت‌های مختلف بررسی کردیم. نتیجه مقایسه شبکه‌ها بر اساس کوچک‌ترین مقدار تنشی که شبکه قادر به اندازه‌گیری بود به این شرح است: کرنل با اندازه کوچک‌تر (3×3) به نسبت

بعد کمیت آماری انحراف از میانگین را برای هر کدام از قسمت‌ها محاسبه می‌کنیم. برای گزارش کمترین ریسمان قابل تفکیک (آشکارسازی) توزیع انحراف از میانگین‌های هر کلاس را با تمام کلاس‌های دیگر مقایسه و میزان بیشینه P_value را به عنوان محک تفکیک استفاده کردیم.

ریافت CNN برای آشکارسازی ریسمان‌های کیهانی

یادگیری ماشین و شبکه عصبی مصنوعی

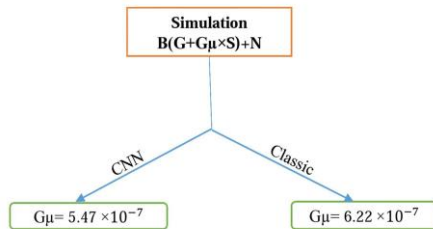
یادگیری ماشینی یکی از شاخه‌های هوش مصنوعی است که به کشف روش‌هایی می‌پردازد که به وسیله آن‌ها رایانه‌ها قدرت یادگیری پیدا می‌کنند، بدون اینکه برنامه‌نویسی صریح انجام شده باشد. در یادگیری ماشین داده‌های ورودی و خروجی متناظر با آن‌ها به ماشین داده می‌شود و ماشین با ساخت یک مدل که به اندازه کافی پیچیده و انعطاف‌پذیر است و با روش‌های بهینه‌سازی بهترین برآزش را از ارتباط بین ورودی و خروجی به ما ارائه می‌دهد.

شبکه‌های عصبی مصنوعی یکی از الگوریتم‌های پرکاربرد در یادگیری ماشین هستند که ایده اصلی آن‌ها برای یادگیری، الهام گرفته شده از شیوه پردازش در مغز است. هر شبکه عصبی از یک لایه ورودی و یک لایه خروجی تشکیل شده است و در بین آن‌ها می‌تواند یک یا چندین لایه مخفی وجود داشته باشد. مشابه سیستم عصبی زیستی، هر لایه از تعدادی نورون تشکیل شده و نورون‌ها توسط آکسون‌ها به هم متصلند. هر نورون یک وزن دارد که آن را با w نشان می‌دهیم. نورون باید در وزن متناظر خود ضرب شود و این حاصل ضرب برای همه نورون‌های لایه باید با هم جمع شوند. در آخر حاصل باید از یک تابع فعال‌سازی عبور کند. عبارت زیر بیان‌کننده همین موضوع است:

$$x_n = f(b_n + W_n \cdot x_{n-1})$$

که در آن b معرف اربیبی، W_n ماتریس وزن و f تابع فعال‌سازی لایه x_n است. به این نوع شبکه تماماً متصل می‌گویند. بدون وارد کردن تابع فعال‌سازی یک مدل خطی و ساده خواهیم داشت که درجات آزادی کمی داشته و توانایی یادگیری پیچیدگی‌های داده را ندارد. در یادگیری نظارت شده متداول‌ترین نوع یادگیری ماشینی است که در آن داده‌ها برچسب دارند و ماشین می‌تواند بر حسب برچسب‌ها

ماشینی است و رهیافت کلاسیک که استفاده از پردازش تصویر و سنجش معیارهای آماری است، استفاده کردیم. کوچک‌ترین مقدار تنش ریسمان که برای دو رهیافت قابل اندازه‌گیری بود به صورت زیر است:



شکل ۲ کوچک‌ترین تنش ریسمان قابل اندازه‌گیری با استفاده از دو رهیافت مختلف. (سمت راست رهیافت کلاسیک و سمت چپ رهیافت CNN می‌باشد) نتایج رهیافت شبکه عصبی اندکی قوی‌تر از رهیافت اول و هم‌چنین قابل مقایسه با سایر پژوهش‌ها در این زمینه است. اعتقاد ما بر این است که حتی این پیشرفت اندک نیز امیدبخش است و نیاز به بررسی بیشتری دارد. زیرا با توجه به گستردگی و پویایی شبکه‌های عصبی قابلیت بهتر شدن خواهد داشت. از طرفی این پژوهش در گام‌های اولیه خود است و ما در تلاش برای ارتقای این رهیافت هستیم. ایده پیش‌رو برای قدم‌های بعدی استفاده از رهیافت پیشنهادی فوق‌روى نقشه‌های رصدی (و نه شبیه‌سازی) است. داده‌های رصدی را به عنوان ورودی به ماشین آموزش دیده با داده‌های شبیه‌سازی خواهیم داد و با میانگین‌گیری روی همه زیرنقشه‌ها، حد بالایی برای تنش ریسمان‌ها در داده‌های رصدی خواهیم یافت.

مرجع‌ها

- [1] Ade, Peter AR, et al. "Planck 2015 results-xiii. cosmological parameters." *Astronomy & Astrophysics* 594 (2016): A13.
- [2] Rokni, S. Y., H. Razmi, and M. R. Bordbar. "The Gott-Kaiser-Stebbins (GKS) Effect in an Accelerated Expanding Universe." arXiv preprint arXiv:1301.1579 (2012).
- [3] Vafaei Sadr, A., et al. "A Multiscale pipeline for the search of string-induced CMB anisotropies." *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 475.1 (2017): 1010-1022.
- [4] Vafaei Sadr, A., et al. "Cosmic string detection with tree-based machine learning." *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 478.1 (2018): 1132-1140.
- [5] Fraisse, Aurélien A., et al. "Small-angle CMB temperature anisotropies induced by cosmic strings." *Physical Review D* 78.4 (2008): 043535.
- [6] Azevedo, R. P. L., and C. J. A. P. Martins. "Cosmic strings and other topological defects in nonscaling regimes." *Physical Review D* 95.4 (2017).
- [7] Ade, Peter AR, et al. "Planck 2013 results. XXV. Searches for cosmic strings and other topological defects." *Astronomy & Astrophysics* 571 (2014): A25.

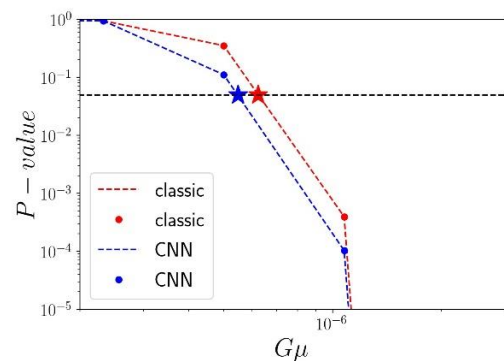
کرنل‌های بزرگ‌تر (۵، ۷، ۱۱ و ۲۱) علی‌رغم حجم محاسبات کمتر، عملکرد بهتری داشت. تابع فعال‌سازی مناسب، تابع **Relu** بود. ماشین با توابع **sigmoid** و **tanh** آموزش ندید. استفاده از **BatchNormalization** تاثیر قابل توجهی نداشت و وجود لایه **Dropout** باعث تضعیف عملکرد ماشین بود، لذا از آن‌ها استفاده نکردیم.

در نهایت داده‌های شبیه‌سازی را به شبکه‌ای که شامل ۵ لایه پیش‌جسی بود، دادیم. برای محاسبات یادگیری ماشین از بسته نرم‌افزاری **تسنورفلو** که مخصوص یادگیری ژرف است استفاده شده است. در نهایت مدل ساخته شده را روی همان کلاس‌های $G\mu$ که معیار آماری را روی آن‌ها پیاده کرده بودیم، آزمودیم. توانایی تمیز دو کلاس $G\mu$ را تا حدی می‌گیریم که مقدار **p_value** از ۰/۰۵ کمتر باشد. کد مربوط به این مقاله در گیت‌هاب به آدرس زیر قابل مشاهده است:

<https://github.com/vafaei-ar/DeePlanck.git>

نتایج

با توجه به نمودار **p_value** برحسب $G\mu$ (شکل ۱)، رهیافت شبکه عصبی عملکرد بهتری نسبت به رهیافت کلاسیک که همان سنجش معیارهای آماری است، داشته است و کوچک‌ترین تنش قابل اندازه‌گیری برای ماشین کوچک‌تر از مقدار قابل تمیز برای روش اول بوده است.



شکل ۱ مقایسه مقادیر **p_value** برای دو رهیافت کلاسیک و شبکه عصبی برای کلاس‌های مختلف $G\mu$. (خط چین قرمز و آبی با فرض آن که بتوان با تقریب خطی تنش بین دو کلاس را درونیابی کرد، رسم شده است.)

جمع‌بندی

در این مقاله ما به منظور یافتن ردپای ریسمان‌های کیهانی در داده‌های تابش زمینه از دو رهیافت شبکه عصبی که مبتنی بر یادگیری

پارامترهای حالت یاب برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک Tsallis

تقی پور، حمیده؛ ابراهیمی، اسماعیل

دانشکده فیزیک دانشگاه شهید باهنر، انتهای بلوار ۲۲ بهمن، کرمان

چکیده

با توجه به معرفی مدل انرژی تاریک هولوگرافیک در حضور آنتروپی $Tsallis$ ($THDE$)، بررسی جنبه‌های مختلف این مدل ضروری به نظر می‌رسد. در این مقاله به محاسبه و بررسی تحول پارامترهای حالت یاب برای این مدل پرداخته می‌شود. با در نظر گرفتن مدل برهم‌کنشی و غیر برهم‌کنشی در یک جهان FRW تخت که دارای مولفه‌های ماده تاریک بدون فشار و $THDE$ پارامترهای r و s محاسبه و نمودارهای $r-s$ و $r-q$ رسم می‌شوند. در نهایت مشاهده می‌شود که مدل به $\{r = 1, s = 0\}$ در زمان‌های آینده می‌رسد. بنابراین مدل هولوگرافیک در حضور آنتروپی $Tsallis$ از این جنبه نیازمند اصلاح به نظر می‌رسد.

Statefinder Parameters for Tsallis Holographic Dark Energy Model

Taghipour, Hamide; Ebrahimi, Esmaeil

College of Physics, Shahid Bahonar University of Kerman

Abstract

Following the holographic dark energy model in presence of Tsallis entropy ($THDE$) term, it looks necessary to discuss different features of the model. In this work we consider the statefinder parameters for the interacting and non-interacting $THDE$ model. Taking a flat FRW universe filled by $THDE$ and a pressureless DM , we obtain the statefinder parameters and plot $r-s$ and $r-q$ graphs. Finally we find that the model can catch $\{r = 1, s = 0\}$ at later time. So the $THDE$, needs to be modified from this feature.

PACS No. (04,98)

ها به سمت ایجاد سازگاری بین انبساط تندشونده و معادلات نسبیت عام جهت گرفتند. یکی از راه‌های ایجاد سازگاری بین مشاهدات و نسبیت عام، وارد کردن یک مولفه انرژی ناشناخته به معادلات می‌باشد که انرژی تاریک نام گرفته است. برای انرژی تاریک مدل‌های متعددی با ویژگی‌های متفاوتی مطرح شده‌اند. از آنجا که مدل‌های انرژی تاریک زیادی برای توضیح انبساط تندشونده‌ی عالم مطرح شدند، آزمون حساسی که بتواند بین این مدل‌ها تمایز قائل شود مورد نیاز است. پارامتر هابل (اولین مشتق زمانی فاکتور مقیاس) و پارامتر کندشدگی (دومین مشتق زمانی)، پارامترهایی هندسی برای توصیف تاریخ انبساط عالم هستند. $\dot{a} > 0$ یا $H > 0$ به معنی انبساط جهان هستند هم‌چنین

مقدمه

هنگامیکه بیشتر مردم به جهانی ایستا معتقد بودند، هابل متوجه شد که طیف دریافتی از بیشتر کهکشان‌ها انتقال به سرخ یافته‌اند یعنی تقریباً همه‌ی کهکشان‌ها از ما دور می‌شوند. پس جهان در حال انبساط است که این انبساط می‌تواند تند شونده و یا کند شونده باشد. مشاهدات سال‌های اخیر نشان می‌دهند که کیهان با انبساطی تند شونده در حال گسترش است [1,2]. از طرفی دیگر آلبرت اینشتین در سال 1915 و پس از کشف اصل هم‌ارزی (1907) نظریه‌ی نوین نسبیت عام را ارائه کرد. در این نظریه اثرات گرانشی توسط میدان گرانشی بررسی می‌شوند. بعد از کشف انبساط تندشونده از طریق مشاهده، مشکل پیش رو عدم توانایی نسبیت عام در پیش‌گویی این انبساط تندشونده بود؛ بنابراین تلاش

$$r = 2q^2 + q - \frac{1}{H} \frac{dq}{dt} \quad (6)$$

وابستگی ابزار تشخیصی حالت یاب به فاکتور مقیاس نشان می‌دهد که این پارامترها هندسی هستند.

فاکتور مقیاس $a(t)$ را می‌توان در نزدیکی زمان حاضر t_0 به صورت

$$a(t) = 1 + H_0(t - t_0) - \frac{1}{2}q_0 H_0^2(t - t_0)^2 + \frac{1}{6}r_0 H_0^3(t - t_0)^3 + \dots \quad (7)$$

بسط داد. که فرض شده $a(t_0) = 1$ ، H_0 ، q_0 و r_0 به ترتیب مقادیر حاضر پارامتر هابل، پارامتر کندشدگی و پارامتر حالت یاب هستند.

تا کنون مدل‌های انرژی تاریک گوناگونی از نقطه نظر تحلیل تشخیصی حالت یاب مطالعه شده‌اند. این مدل‌ها منحنی‌های تحولی متفاوتی در صفحه‌ی $\{r, s\}$ دارند؛ بنابراین تحلیل حالت یاب بین این مدل‌ها تمایز قائل می‌شود. برای نمونه مدل Λ CDM یعنی مدل جهانی پرشده با دو مؤلفه‌ی ثابت کیهان‌شناسی و ماده تاریک سرد، به نقاط ثابت $\{r = 1, s = 0\}$ در صفحه‌ی $r - s$ مربوط می‌شود.

انرژی تاریک هولوگرافیک (THDE) Tsallis

در بین مدل‌های متعدد انرژی تاریک، نظریه‌ی HDE یک رویکرد امیدوار کننده محسوب می‌شود و اخیراً توجه زیادی را به خود جلب کرده است. از آنجا که مدل HDE معمولی نمی‌توانست توصیف مناسبی برای تحول جهان FRW (فریدمان - رابرتسن - واکر) باشد، مدل جدیدی با استفاده از عبارت عمومی آنتروپی Tsallis و در نظر گرفتن نظریه‌ی هولوگرافیک مطرح شده است [4 و 5]. در این مدل چگالی انرژی تاریک چنین در نظر گرفته می‌شود:

$$\rho_D = BL^{2\delta-4} \quad (8)$$

$\ddot{a} > 0$ یا $q < 0$ انبساط تندشونده‌ی جهان را نشان می‌دهند. از اینرو برای مدل‌های انرژی تاریک گوناگون در زمان حاضر $H > 0$ و $q < 0$ می‌باشد پس پارامترهای هابل و کندشدگی نمی‌توانند بین مدل‌های انرژی تاریک تمایز قائل شوند؛ برای دستیابی به این هدف، مشتق مراتب بالاتر فاکتور مقیاس نیاز است. سهنی^۱ و همکارانش (2003) هم‌چنین آلام^۲ و همکارانش (2003) با استفاده از سومین مشتق زمانی فاکتور مقیاس، زوج حالت یاب^۳ یعنی $\{r, s\}$ را به منظور حذف تبهگنی H و q در زمان حاضر، معرفی کردند [3]. این پارامترها در جهان غیر تخت توسط معادلات

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3} \quad (1)$$

$$s = \frac{2(r - 1 - \Omega_k)}{3(2q - 1 + \Omega_k)} \quad (2)$$

ارائه می‌شوند. در حالت حدی $\Omega_k \rightarrow 0$ ، پارامتر حالت یاب در جهان تخت بدست می‌آید. می‌توان با انجام یکسری محاسبات به فرم‌های ساده‌تری از پارامتر r دست یافت. که با استفاده از مشتق مرتبه‌ی دوم پارامتر هابل که به صورت

$$\dot{H} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}\dot{a}}{a^2} - 2\dot{H}H \quad (3)$$

بدست می‌آید و هم‌چنین معادله‌ی (4)،

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2} \quad (4)$$

می‌توان پارامتر r را به شکل

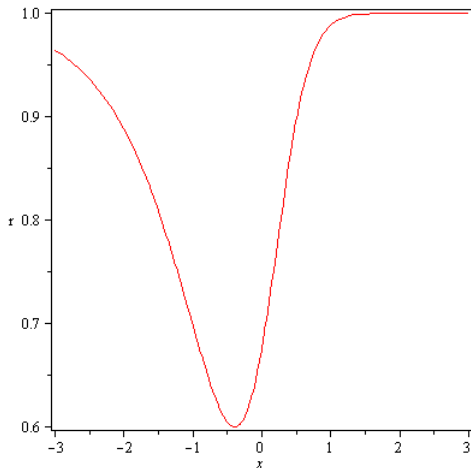
$$r = \frac{\ddot{H}}{H^3} - 3q - 2 \quad (5)$$

نوشت. در نهایت با مشتق‌گیری از پارامتر کندشدگی، می‌توان فرم ساده‌ای از r را چنین یافت.

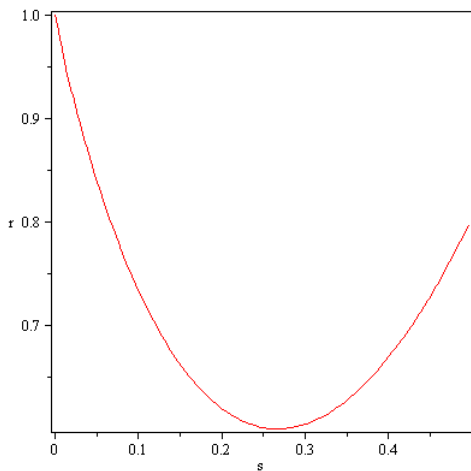
¹ Sahni

² Alam

³statefinder



شکل 1: تحول مدل در صفحه‌ی $r-x$ با مقادیر $b=0, \delta=1.4$



شکل 2: تحول مدل در صفحه‌ی $r-s$ با مقادیر $b=0, \delta=1.4$

از آنجا که $x=0$ نشان‌دهنده‌ی زمان حال است با توجه به منحنی $r-x$ دیده می‌شود که مدل در زمان آینده به $r=1$ می‌رسد.

مدل THDE برهم کنشی

با در نظر گرفتن عبارت برهم کنشی به صورت

$$Q = -3b^2(\rho_D + \rho_m) \quad (14)$$

می‌توان r و s را برای مدل THDE برهم کنشی یافت و در نهایت نمودارهای $r-x$ و $r-s$ را رسم کرد.

که B یک پارامتر ناشناخته است.

با در نظر گرفتن افق هابل به عنوان پارامتر قطع، خواهیم داشت:

$$L = H^{-1} \quad (9)$$

و در نهایت چگالی THDE چنین می‌شود.

$$\rho_D = BH^{-2\delta+4} \quad (10)$$

یکی دیگر از مؤلفه‌های تشکیل دهنده‌ی عالم، ماده تاریک می‌باشد که سیالی بدون فشار در نظر گرفته می‌شود. مدل‌هایی با فرض وجود برهم کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک توافق بهتری با مشاهدات دارند و یک برهم کنش مناسب می‌تواند مسأله‌ی انطباق را حل کند. در کار حاضر بادر نظر گرفتن یک جهان FRW تخت، به پارامترهای حالت یاب برای مدل THDE در دو حالت برهم کنشی و غیر برهم کنشی می‌پردازیم.

مدل THDE غیر برهم کنشی

پس از اندکی محاسبات جبری، در نهایت r و s برای مدل غیر برهم کنشی چنین بدست می‌آیند.

$$r = \frac{1}{2(1+(\delta-2)\Omega_D)^3} (2 + (2-3\delta-3\delta^2+2\delta^3)\Omega_D^3 + (-12\delta^2+30\delta-12)\Omega_D^2 + (-21\delta+9\delta^2+6)\Omega_D) \quad (11)$$

$$s = -\frac{(\Omega_D-1)^2(\delta-2)}{(1+(\delta-2)\Omega_D)^2} \quad (12)$$

با کمک معادله‌ی تحول Ω_D بر حسب $x = \ln\left(\frac{a}{a_0}\right)$ به صورت

$$\frac{d\Omega_D}{d \ln a} = -3\Omega_D \left(1 - \frac{\Omega_D\delta - \Omega_D + 2b^2\Omega_D - b^2}{1 + \Omega_D\delta - 2\Omega_D}\right) (-\delta+1) \quad (13)$$

می‌توان نمودارهای $r-x$ و $r-s$ را رسم کرد.

با رسم نمودارها بر حسب $x = \ln a (a_0=1)$ از الگوی مناسب-تری در بررسی تحول کیهان بهره‌مند می‌شویم.

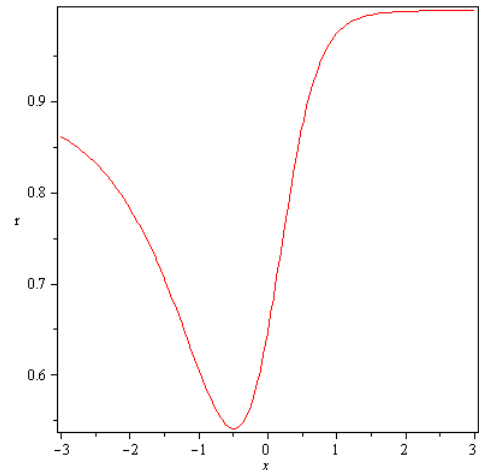
می‌رسد. ناگفته نماند که منحنی‌های رسم شده به تغییر پارامتر b و δ حساسند و نمودارها با در نظر گرفتن $\Omega_D^0 = 0.7$ رسم شده اند.

نتیجه گیری

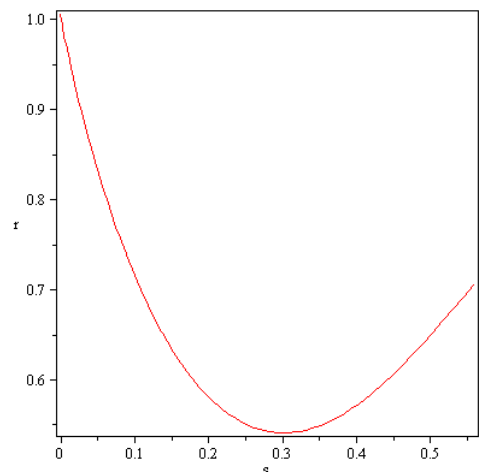
در شکل‌های 2 و 4، می‌بینیم که مدل در نهایت به نقطه‌ی $\{s=0, r=1\}$ می‌رسد که نشان می‌دهد این مدل انتظار ما را برای رسیدن به مدل Λ CDM در آینده برآورده می‌کند اگرچه در زمان حاضر مدل به مقدار مناسبی از $\{s, r\}$ منجر نمی‌شود. با انبساط جهان مقدار r ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد اما مقدار s کاهش یافته است. نتیجه‌ی مناسب از این تحلیل این است که در مدل THDE حتی در وضعیت بدون برهمکنش نیز پارامترهای r و s به مقادیر مناسب میل می‌کنند. البته با معرفی ترم برهم‌کنشی نیز این وضعیت همچنان وجود دارد و سیستم همچنان در زمان آینده به مقادیر مناسب پارامترهای حالت یاب خواهد رسید. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که مدل THDE غیر از ناپایداری ناشی از تحلیل مربع سرعت صوت [4]، از ناحیه‌ی پارامترهای حالت یاب نیز رنج می‌برد که حتی با معرفی برهمکنش نیز مسئله بهبود نمی‌یابد.

مرجع‌ها

- [1] A. G. Riess et al.; "Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant"; The Astrophys. J. **116** (1998) 1009.
- [2] S. Perlmutter et al.; "Measurements of Ω and Λ from 42 highredshift supernovae"; The Astrophys. J. **517** (1999) 565.
- [3] V. Sahni, T. D. Saini, A. A. Starobinsky and U. Alam; "StateFinder-A New Geometrical Diagnostic of Dark Energy"; *JETP Letters*. **77**, No. 5(2003) 201–206.
- [4] M. Tavayef, A. Sheykhi, Kazuharu Bamba, H. Moradpour; "Tsallis holographic dark energy"; *Physics Letters B* **781** (2018) 195–200
- [5] M. Abdollahi Zadeh1, A. Sheykhi1, H. Moradpour and Kazuharu Bamba; "A Note on Tsallis Holographic Dark Energy"; arXiv:1806.07285v2
- [6] M. Malekjani, A. Khodam-Mohammadi; "Statefinder diagnosis and the interacting ghost model of dark energy"; *Astrophys Space Sci*. **343** (2013) 451-461



شکل 3: تحول مدل در صفحه‌ی $r-x$ با مقادیر $b = 0.15, \delta = 1.4$



شکل 4: تحول مدل در صفحه‌ی $r-s$ با مقادیر $b = 0.15, \delta = 1.4$ منحنی‌ها در صفحات $r-s$ با انبساط جهان از راست شروع شده و به چپ می‌رسند. پارامتر r کاهش و سپس افزایش می‌یابد و به مقدار ثابت $r = 1$ در زمان آینده می‌رسد پس این مدل در زمان آینده از مدل Λ CDM تقلید می‌کند. این رفتار شبیه به مدل‌های هولوگرافیک، ایچ گرافیک جدید، گاز چپلین و گاز چپلین تعمیم یافته می‌باشد از طرفی مدل‌های ایچ گرافیک و گاز پلی‌تروپیک که در مرحله‌ی اولیه‌ی تحول جهان از مدل Λ CDM تبعیت می‌کنند غیرمتشابه با این مدل هستند [6].

بررسی رفتار دینامیکی مدل در صفحه‌ی $r-x$ نیز مفید است که منحنی‌ها در این صفحه از چپ به راست تحول می‌یابند. پارامتر r کاهش و بعد افزایش یافته و به مقدار ثابت $r = 1$ در زمان آینده

تورم بینابینی در حضور میدان اسکالر گالیله‌ای

تیموری، زینب؛ کرمی، کیومرث

گروه فیزیک، دانشگاه کردستان، سنندج

چکیده

در این مقاله به مطالعه‌ی تورم بینابینی در یک میدان اسکالر گالیله‌ای می‌پردازیم. در گام نخست، مشاهده‌پذیرهای تورمی از قبیل شاخص طیفی اسکالری، نسبت تانسور به اسکالر، رانش از شاخص طیفی اسکالری و همچنین پارامترهای مختلف ناگوسیته را به دست می‌آوریم. نتایج ما نشان می‌دهد با اینکه پیش‌بینی تورم بینابینی در چارچوب تورم استاندارد، توسط مشاهدات پلانک ۲۰۱۵ کنار می‌رود، در چارچوب گالیله‌ای با در نظر گرفتن داده‌های پلانک $TT+TE+EE+lowP$ ۲۰۱۵ احیا می‌شود. ما با محاسبه‌ی پارامترهای مختلف ناگوسیته، نشان می‌دهیم که شکل ناگوسیته پیش‌بینی شده توسط مدل به شکل متساوی‌الاضلاع نزدیک است و با قید ۶۸٪ اطمینان داده‌های مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵، سازگار است. همچنین پیش‌بینی مدل برای رانش از شاخص طیفی اسکالری، سازگاری خوبی با مشاهدات پلانک ۲۰۱۵ دارد.

Intermediate Inflation in the Presence of Galileon Scalar Field

Teimoori, Zeinab; Karami, Kayoomars

Department of Physics, University of Kurdistan, Sanandaj

Abstract

We study intermediate inflation within the framework of a Galileon scalar field. We first obtain the inflationary observables such as the scalar spectral index, the tensor-to-scalar ratio, the running of the scalar spectral index as well as the non-Gaussianity parameters. Our results show that although the prediction of intermediate inflation in the standard framework is completely ruled out by the Planck 2015 observations, in the Galileon setting, it can be resurrected in light of the Planck 2015 TT,TE,EE+lowP. We evaluate the non-Gaussianity parameters, and conclude that the shape of non-Gaussianity is approximately close to the equilateral one, also it satisfies the 68% CL bound from the Planck 2015 data. Moreover, the prediction of the model for the running of the scalar spectral index parameter is in well agreement with the Planck 2015 data.

مقدمه

توسط نیکولیس^۱ و همکارانش معرفی شد [۲] و بعدها توسط دفایت^۲ و همکارانش تکمیل گردید [۳ و ۴]. میدان گالیله‌ای، یک میدان اسکالر است که کنش آن تحت تقارن گالیله‌ای $\partial_\mu \phi \rightarrow \partial_\mu \phi + b_\mu$ در فضا-زمان مینکوفسکی ناورداست [۲، ۳، ۴]. کنش استخراج شده توسط دفایت و همکارانش معادل با کنش هورندسکی^۳ است [۵]. کنش هورندسکی کلی‌ترین شکل کنش در نظریات اسکالر-تانسور است و طیف گسترده‌ای از نظریات گرانشی را شامل می‌شود. در این مقاله، ما با تمرکز بر روی میدان

نظریه‌ی انفجار بزرگ داغ، علی‌رغم موفقیت‌های بزرگی همچون توصیف تابش زمینه‌ی کیهانی و سنتز هسته‌ای از مشکلات جدی چون مشکل تختی، مشکل افق و مشکل تک قطبی مغناطیسی رنج می‌برد. نظریه‌ی تورم به منظور حل این مشکلات به نظریه‌ی انفجار بزرگ داغ اضافه می‌شود و در کنار حل این مشکلات، منشأ ناهمسانگردی مشاهده شده در تابش زمینه‌ی کیهانی و ساختارهای بزرگ مقیاس را نیز به خوبی توصیف می‌کند [۱]. نظریه‌ی میدان اسکالر گالیله‌ای نخستین بار در سال ۲۰۰۹ با الهام از مدل DGP

¹Nicolis

²Deffayet

³Horndeski

به‌کارگیری فرمالیزم ADM طیف توان اختلالات اسکالری به- صورت زیر حاصل می‌شود [۹]:

$$\mathcal{P}_s \approx \frac{H^2}{8\pi^2 c_s^3 q_s}, \quad q_s = \delta_X + 2\delta_{XX} + 6\delta_{GX} + 6\delta_{GXX} - 2\delta_{G\phi}, \quad c_s^2 = \frac{\epsilon_s}{q_s}, \quad \epsilon_s \equiv \delta_X + 4\delta_{GX} - 2\delta_{G\phi} \quad (7)$$

با استفاده از طیف توان اسکالری در رابطه‌ی بالا، شاخص طیفی اسکالری در لحظه‌ی خروج از افق ($c_s k = aH$)، تا مرتبه‌ی اول برحسب پارامترهای غلتش آهسته به‌دست می‌آید:

$$n_s - 1 \equiv \left. \frac{d \ln \mathcal{P}_s}{d \ln k} \right|_{c_s k = aH} \approx -2\epsilon_1 - \eta_{s1} - s_1 \quad (8)$$

$$s_1 \equiv \frac{\dot{c}_s}{H c_s} \text{ و } \eta_{s1} \equiv -\frac{\dot{\epsilon}_s}{H \epsilon_s}$$

با استفاده از رابطه‌ی (۸) می‌توان رانش از شاخص طیفی را نیز تا مرتبه‌ی دوم برحسب پارامترهای غلتش آهسته به‌دست آورد:

$$\frac{d n_s}{d \ln k} \approx -2\epsilon_1 \epsilon_2 - \eta_{s1} \eta_{s2} - s_1 s_2 \quad (9)$$

$$\epsilon_{i+1} \equiv \frac{\dot{\epsilon}_i}{H \epsilon_i}, \quad \eta_{s(i+1)} \equiv \frac{\dot{\eta}_{si}}{H \eta_{si}}, \quad s_{i+1} \equiv \frac{\dot{s}_i}{H s_i} \quad (10)$$

اکنون به سراغ اختلالات تانسوری می‌رویم، مشابه اختلالات اسکالری، می‌توان طیف توان اختلالات تانسوری را به صورت زیر به‌دست آورد [۳]:

$$\mathcal{P}_t \approx \frac{2H^2}{\pi^2} \quad (11)$$

شاخص طیفی تانسوری نیز به شکل زیر به دست می‌آید:

$$n_t \equiv \left. \frac{d \ln \mathcal{P}_t}{d \ln k} \right|_{k=aH} \approx -2\epsilon_1 \quad (12)$$

با استفاده از روابط (۷) و (۱۱)، می‌توان نسبت دامنه اختلالات تانسوری به اسکالری را به صورت زیر به دست آورد:

$$r \equiv \frac{\mathcal{P}_t}{\mathcal{P}_s} = 16c_s \epsilon_s \quad (13)$$

با استفاده از روابط (۶)، (۷)، (۱۲) و (۱۳) رابطه‌ی سازگاری بین r و n_t به دست می‌آید:

$$r = -8c_s (n_t - 2\delta_{GX}) \quad (14)$$

پارامترهای مختلف ناگوسیتهی نیز برای مدل توصیف شده توسط کنش (۱) به شکل زیر می‌باشند:

$$f_{NL}^{local} = \frac{5}{12} (1 - n_s) \quad (15)$$

$$f_{NL}^{equil} = \frac{85}{324} \left(1 - \frac{1}{c_s^2}\right) - \frac{10}{81} \frac{\mu}{\Sigma} + \frac{20}{81\epsilon_s} (\delta_{GX} + \delta_{GXX}) + \frac{65}{162c_s^2\epsilon_s} \delta_{GX} \quad (16)$$

$$f_{NL}^{ortho} = \frac{259}{1296} \left(1 - \frac{1}{c_s^2}\right) + \frac{1}{648} \frac{\mu}{\Sigma} - \frac{1}{324\epsilon_s} (\delta_{GX} + \delta_{GXX}) + \frac{65}{162c_s^2\epsilon_s} \delta_{GX} \quad (17)$$

$$f_{NL}^{enfold} = \frac{1}{326} \left(1 - \frac{1}{c_s^2}\right) - \frac{1}{16} \frac{\mu}{\Sigma} - \frac{1}{8\epsilon_s} (\delta_{GX} + \delta_{GXX}) \quad (18)$$

اسکالر گالیه‌ای، به مطالعه‌ی تورم بینابینی می‌پردازیم. با توجه به اینکه تورم بینابینی در مدل تورم استاندارد با مشاهدات پلانک ۲۰۱۵ سازگار نیست [۶]، بررسی خواهیم کرد که آیا در حضور یک میدان اسکالر گالیه‌ای با مشاهدات پلانک ۲۰۱۵ سازگار خواهد شد یا خیر [۱۰]؟

توجه کنید در این مقاله، ما سیستم واحد پلانک را که در آن $M_{pl} = (8\pi G)^{-1/2} = 1$ ، در نظر خواهیم گرفت.

تورم در حضور میدان اسکالر گالیه‌ای

نظریه‌ی میدان اسکالر گالیه‌ای به وسیله‌ی کنش زیر مشخص می‌شود [۷۴]:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2} R + K(\phi, X) - G(\phi, X) \right) \quad (1)$$

g دترمینان متریک $g_{\mu\nu}$ و R اسکالر ریچی است. K و G توابعی کلی برحسب میدان اسکالر ϕ و انرژی جنبشی $X \equiv -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi$ هستند. توجه کنید کنش (۱) با مشاهدات GW170817 که توسط گروه لایگو-ویرگو آشکارسازی شده است، سازگار می‌باشد [۸].

با وردش کنش S نسبت به متریک فریدمان-رابرتسون-واکر $g_{\mu\nu}$ معادلات فریدمان به‌دست می‌آیند:

$$3H^2 - K_{,X} \phi^2 + K + G_{,\phi} \phi^2 - 3G_{,X} H \phi^3 = 0 \quad (2)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} + K - G_{,X} \phi^2 \dot{\phi} - G_{,\phi} \phi^2 = 0 \quad (3)$$

$H = \frac{\dot{a}}{a}$ پارامتر هابل است. همچنین از وردش کنش S نسبت به میدان اسکالر ϕ ، به معادله‌ی تحول میدان اسکالر می‌رسیم:

$$3G_{,X} \phi^2 \dot{H} + [3G_{,XX} H \phi^3 - 2G_{,\phi} - (G_{,\phi X} - K_{,XX}) \phi^2 + K_{,X} + 6G_{,X} H \phi] \dot{\phi} + 3G_{,\phi X} H \phi^3 - K_{,\phi} + [9G_{,X} H^2 + K_{,\phi X} - G_{,\phi\phi}] \phi^2 - 3(2G_{,\phi} - K_{,X}) H \phi = 0 \quad (4)$$

پارامترهای غلتش آهسته نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\epsilon_1 \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad \delta_X \equiv \frac{K_{,XX}}{H^2}, \quad \delta_{GX} \equiv \frac{G_{,X\phi X}}{H}, \quad \delta_\phi \equiv \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}}, \quad \delta_{G\phi} \equiv \frac{G_{,\phi X}}{H^2} \quad (5)$$

پارامتر ϵ_1 را می‌توان به شکل زیر بر حسب دیگر پارامترها نوشت:

$$\epsilon_1 \approx \delta_X + 3\delta_{GX} - 2\delta_{G\phi} \quad (6)$$

به منظور مقایسه‌ی مدل با مشاهدات رصدی، به پارامترهای مشاهداتی تورمی نیاز داریم. برای دستیابی به این هدف گام نخست بررسی اختلالات اسکالری در طی دوره‌ی تورم است. با

$$r \approx 16\varepsilon_V \frac{(1+\frac{4}{3}D)^{3/2}}{(1+2nD)^{1/2}(1+D)^2} \quad (29)$$

اکنون قصد داریم برای مدل توصیف شده به وسیله روابط (۱۹)، پارامترهای مختلف ناگوسیته را محاسبه کنیم. کمیت μ از رابطه‌ی

(۳، ۱۲) مرجع [۹]، به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\mu = H^2 (\delta_{GX} + 5 \delta_{GXX} + 2 \delta_{GXXX}) \quad (30)$$

$$\delta_{GXXX} \equiv \frac{G_{XXX}\phi X^3}{H} \quad (31)$$

Σ نیز از رابطه‌ی (۳، ۱۱) مرجع [۹]، به صورت زیر خواهد بود:

$$\Sigma = H^2 (\delta_X + 6 \delta_{GXX} + 6 \delta_{GXX}) \quad (32)$$

به کمک رابطه‌ی (۳۱) و همچنین سومین معادله‌ی رابطه‌ی (۵) به

دست می‌آوریم: $\delta_{GXXX} = (n-1)(n-2) \delta_{GX}$ ، سپس با استفاده

از روابط (۷)، (۲۴)، (۳۰)، (۳۲) و تعریف (۲۰)، پارامترهای

مختلف ناگوسیته در روابط (۱۶)–(۱۸) به شکل زیر بازنویسی

می‌شوند:

$$f_{NL}^{equil} = \frac{85}{162} \frac{(2-3n)D}{3+4D} + \frac{D}{243} \left(\frac{10n(1-2n)}{1+2nD} + \frac{60n}{3+4D} + \frac{585(1+2nD)}{2(3+4D)^2} \right) \quad (33)$$

$$f_{NL}^{ortho} = \frac{259}{648} \frac{(2-3n)D}{3+4D} - \frac{D}{486} \left(\frac{n(1-2n)}{4(1+2nD)} + \frac{3n}{2(3+4D)} + \frac{585(1+2nD)}{2(3+4D)^2} \right) \quad (34)$$

$$f_{NL}^{enfold} = \frac{1}{16} \frac{(2-3n)D}{3+4D} + \frac{D}{24} \left(\frac{n(1-2n)}{2(1+2nD)} + \frac{3n}{2(3+4D)} \right) \quad (35)$$

پارامتر ناگوسیته موضعی f_{NL}^{local} نیز با جایگذاری رابطه‌ی (۲۷)

در رابطه‌ی (۱۵) به دست می‌آید. با استفاده از رابطه‌ی (۱۲)،

تعریف (۲۰)، همچنین رابطه‌ی ε_1 در (۲۰) خواهیم داشت:

$$\delta_{GX} = -\frac{1}{6} \left(\frac{D}{1+D} \right) n_t \quad (36)$$

جایگذاری رابطه‌ی (۳۶) در رابطه‌ی (۱۴) نتیجه خواهد داد:

$$r = -8c_s n_t \left(1 + \frac{D}{3(1+D)} \right) \quad (37)$$

توجه کنید که در حد $D \ll 1$ (یا $M \rightarrow \infty$) یعنی $|\delta_X| \gg |\delta_{GX}|$

روابط (۲۴)، (۲۶)، (۲۷)، (۲۹) و (۳۷) به روابط آشنای تورم

استاندارد می‌انجامند. این نتیجه قابل انتظار است، از آنجا که در این

رژیم، جمله‌ی انرژی جنبشی استاندارد X بر جمله‌ی گالیله‌ای

ϕ $G(\phi, X)$ غلبه می‌کند.

تورم بینابینی در میدان اسکالر گالیله‌ای

تورم بینابینی با ضریب مقیاس زیرتوصیف می‌شود [۱۱]:

$$a(t) = a_0 \exp(At^\lambda) \quad (38)$$

که در آن $A > 0$ و $0 < \lambda < 1$. با استفاده از روابط به دست

آمده، پیش‌بینی تورم بینابینی در چارچوب میدان اسکالر گالیله‌ای

مقادیر μ و Σ را از روابط (۳، ۱۱) و (۳، ۱۲) مرجع [۹]، با قرار

دادن $G_4 = G_5 = 0$ و $G_3(\phi, X) = G(\phi, X)$ ، $P(\phi, X) = K(\phi, X)$

می‌توان به دست آورد. اکنون وقت آن است که توابع G و K را

مشخص کنیم:

$$K(\phi, X) = X - V(\phi), \quad G(\phi, X) = \frac{X^n}{M^{4n-1}} \quad (19)$$

که $n > 0$ عددی صحیح و M ثابتی با بعد جرم است. با این

انتخاب، رابطه‌ی (۶) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\varepsilon_1 \approx (1+D)\delta_X, \quad D \equiv 3 \frac{\delta_{GX}}{\delta_X} = \frac{3n}{2^{n-1}M^{4n-1}} \phi^{2n-1} H \quad (20)$$

در تقریب غلتش آهسته، معادله‌ی اول فریدمان (۲) و معادله‌ی

تحول ϕ (۴) به شکل زیر تبدیل می‌شوند:

$$3H^2 \approx V(\phi) \quad (21)$$

$$3H\dot{\phi}(1+D) + V_{,\phi} = 0 \quad (22)$$

برای مدل توصیف شده به وسیله رابطه‌ی (۱۹)، q_s در رابطه‌ی (۷)

به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$q_s = \delta_X + 6n \delta_{GX} = \delta_X(1+2nD) \quad (23)$$

اکنون به کمک روابط (۷) و (۲۳)، مربع سرعت اختلالات

اسکالری به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$c_s^2 = \frac{\delta_X + 4 \delta_{GX}}{\delta_X + 6n \delta_{GX}} = \frac{1 + \frac{4}{3}D}{1 + 2nD} \quad (24)$$

با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۲)، پارامتر δ_X در روابط (۵) را می

توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\delta_X \approx \frac{\varepsilon_V}{(1+D)^2}, \quad \varepsilon_V \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2 \quad (25)$$

به کمک رابط (۲۱) و روابط (۲۳)–(۲۵)، طیف توان اسکالری در

رابطه‌ی (۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شود [۱۰]:

$$\mathcal{P}_s \approx \frac{1}{12\pi^2} \left(\frac{V^3}{V_{,\phi}^2} \right) \frac{(1+D)^2(1+2nD)^{\frac{1}{2}}}{(1+\frac{4}{3}D)^{\frac{3}{2}}} \quad (26)$$

به کمک $n_s - 1 \approx \dot{\mathcal{P}}_s / (H\mathcal{P}_s)$ و همچنین استفاده از روابط (۲۱)،

(۲۲)، (۲۵) و (۲۶)، رانش از شاخص طیفی اسکالری به دست

می‌آید:

$$n_s - 1 \approx \frac{1}{1+D} (2\eta_V - 6\varepsilon_V) + \frac{\dot{D}}{H} \left(\frac{2}{1+D} + \frac{n}{1+2nD} - \frac{2}{1+\frac{4}{3}D} \right) \quad (27)$$

که در آن $\eta_V \equiv \frac{V_{,\phi\phi}}{V}$. با استفاده از تعریف (۲۰)، همچنین روابط (۷)

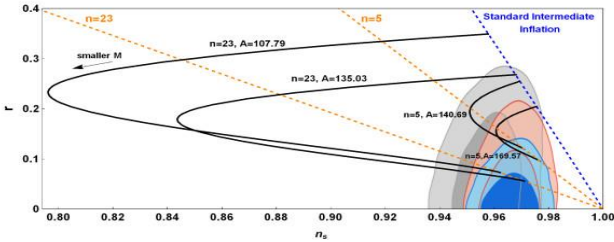
و (۲۵) خواهیم داشت:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_V \frac{1+\frac{4}{3}D}{(1+D)^2} \quad (28)$$

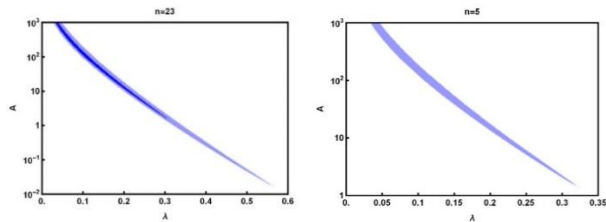
در نهایت با استفاده از روابط (۲۴) و (۲۸)، r در رابطه‌ی (۱۳) به

شکل زیر تبدیل می‌شود [۱۰]:

در صفحه‌ی $r - n_s$ ، به ازای مقادیر مشخصی از n و A ، به ازای توپر سیاه رنگ). خط‌چین‌های نارنجی رنگ، نتیجه‌ی مدل در حد $M \rightarrow 0$ (یا $D \gg 1$) را برای $n = 23$ و $n = 5$ با $\lambda = 0.1$ و A متغیر را نشان می‌دهند. در این رژیم از آنجا که جمله‌ی گالیله‌ای ϕ بر جمله‌ی انرژی جنبشی استاندارد غالب است، به وضوح می‌توان اثر حضور جمله‌ی گالیله‌ای را مشاهده نمود. خط‌چین آبی رنگ نیز نشان دهنده‌ی تورم بینابینی استاندارد، به‌ازای $\lambda = 0.1$ می‌باشد. همچنین به ازای $\lambda = 0.1$ و مقادیر متفاوت n و A ، محدوده‌ای از پارامتر M را که به ازای آن مدل ما با مشاهدات پلانک ۲۰۱۵ سازگار است، تخمین می‌زنیم. این مقادیر در جدول ۱ آورده شده است. در این جدول، پیش‌بینی مدل برای رانش از شاخص طیفی اسکالری نیز برآورد شده است که با قید ۹۵٪ اطمینان داده‌های پلانک ۲۰۱۵ سازگار است. به کمک روابط (۱۵)، (۲۷) و (۳۳)–(۳۵) پارامترهای مختلف ناگوسیتهی نیز محاسبه شده‌اند. نتایج به دست آمده در جدول ۲ آورده شده‌اند که نشان می‌دهند شکل ناگوسیتهی به متساوی الاضلاع نزدیک است و این همان چیزی است که از مدل‌های تورمی تک میدانه انتظار می‌رود. همچنین، مقادیر پیش‌بینی شده برای پارامتر ناگوسیتهی در حالت متساوی الاضلاع با قید ۶۸٪ اطمینان داده‌های پلانک سازگار است. همچنین، در شکل ۲ فضای پارامتری A و λ که به ازای آن، تورم بینابینی در چارچوب میدان اسکالر گالیله‌ای، در رژیم $M \rightarrow 0$ (یا $D \gg 1$)، برای مقادیر $n = 5, 23$ با مشاهدات پلانک ۲۰۱۵ همخوانی دارد [۱۰].



شکل ۱: نمودار $r - n_s$ برای تورم بینابینی در چارچوب میدان اسکالر گالیله‌ای [۱۰].



شکل ۲: فضای پارامتری A و λ که به ازای آن، تورم بینابینی در چارچوب میدان اسکالر گالیله‌ای، در رژیم $M \rightarrow 0$ (یا $D \gg 1$)، برای مقادیر $n = 5, 23$ با مشاهدات پلانک ۲۰۱۵ همخوانی دارد [۱۰].

جدول ۱: محدوده‌ی مجاز مشاهداتی پارامتر M و مقادیر پیش‌بینی شده برای $\frac{dn_s}{dlnk}$ توسط مدل تورم بینابینی، در چارچوب میدان اسکالر گالیله‌ای برای $\lambda = 0.1$ و مقادیر مشخص از n و A [۱۰].

n	A	M	$r - n_s$	$\frac{dn_s}{dlnk}$
5	140.69	$M \lesssim 18.3 \times 10^{-4} M_{pl}$	۹۵٪ CL	$[-2.955 \times 10^{-4}, 4.913 \times 10^{-5}]$
5	169.57	$M \lesssim 20.0 \times 10^{-4} M_{pl}$	۹۵٪ CL	$[-3.701 \times 10^{-4}, 3.166 \times 10^{-5}]$
23	107.79	$M \lesssim 16.6 \times 10^{-4} M_{pl}$	۹۵٪ CL	$[-5.437 \times 10^{-4}, 8.405 \times 10^{-5}]$
23	135.03	$M \lesssim 15.3 \times 10^{-4} M_{pl}$	۹۸٪ CL	$[-5.464 \times 10^{-4}, 4.947 \times 10^{-5}]$

جدول ۲: این جدول ادامه‌ی جدول ۱ می‌باشد.

f_{NL}^{local}	f_{NL}^{equil}	f_{NL}^{ortho}	f_{NL}^{fold}
[0.012, 0.015]	[-0.829, -0.658]	[-0.548, -0.443]	[-0.141, -0.107]
[0.010, 0.015]	[-0.829, -0.414]	[-0.548, -0.257]	[-0.141, -0.078]
[0.016, 0.019]	[-4.834, -4.200]	[-3.240, -2.854]	[-0.797, -0.673]
[0.012, 0.015]	[-4.834, -3.978]	[-3.240, -2.682]	[-0.797, -0.648]

مرجع‌ها

- [۱] A. H. Guth, *Phys. Rev. D* **23**, 347 (1981).
 [۲] A. Nicolis, et al., *Phys. Rev. D* **79**, 064036 (2009).
 [۳] C. Deffayet, et al., *Phys. Rev. D* **79**, 084003 (2009).
 [۴] C. Deffayet, et al., *Phys. Rev. D* **84**, 064039 (2011).
 [۵] G.W. Horndeski, *Int. J. Theor. Phys.* **10**, 363 (1974).
 [۶] Z. Teimoori, K. Karami, *Nucl. Phys. B* **921**, 25 (2017).
 [۷] T. Kobayashi, et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 231302 (2010).
 [۸] B. Abbott et al. (Virgo, LIGO Scientific Collaborations), *Phys. Rev. Lett.* **119**, 161101 (2017).
 [۹] A. De Felice, S. Tsujikawa, *JCAP* **03**, 030 (2013).
 [۱۰] Z. Teimoori, K. Karami, *ApJ* **864**, 41 (2018).
 [۱۱] J.D. Barrow, *Phys. Lett. B* **235**, 40 (1990).

نتایج

در این مقاله، تورم بینابینی را در چارچوب میدان اسکالر گالیله‌ای بررسی کردیم و نشان دادیم که در این سناریو با مشاهدات پلانک ۲۰۱۵ سازگار می‌باشد. همچنین نشان دادیم شکل ناگوسیتهی پیش‌بینی شده توسط مدل، به شکل متساوی‌الاضلاع نزدیک است. علاوه بر این‌ها، پیش‌بینی مدل برای رانش از

قید های رصدی رشد اختلالات بر مدل انرژی تاریک هولوگرافیک

جلیلوند، فائزه^۱؛ ملک جانی، محمد^۱

^۱ گروه فیزیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

چکیده

در این مقاله مدل انرژی تاریک هولوگرافیک را در سناریوی تشکیل ساختارهای کیهانی محک می‌زنیم. برای این کار فاکتور رشد ماده را در انبساط تند شونده کیهانی محاسبه کرده به طوری که منشا این انبساط تند شونده انرژی تاریک هولوگرافیک است. مقایسه نتایج این بررسی با مدل استاندارد کیهان شناسی می‌تواند ارزش این مدل را از نقطه نظر تشکیل ساختارهای کیهانی برآورد کند. از طرف دیگر با محاسبه واریانس جرمی، قادر خواهیم بود مقدار $f(z)\sigma_8(z)$ را در این مدل محاسبه کرده و با استفاده از آنالیز آماری کمترین مربعات، آن را با داده های رصدی مقایسه کنیم. نهایتاً، بهترین پارامتر آزاد مدل را که به ازای آن، مدل کمترین اختلاف را با داده‌های رصدی دارد محاسبه می‌کنیم.

Growth rate observational constraints on holographic dark energy models

Jalilvand, Faeze¹; Malekjani, Mohammad¹

¹ Department of Physics, Bu-Ali Sina University, Hamedan,

Abstract

In this paper we investigate the HDE model from the viewpoint of structure formation scenario. We calculate the growth factor and growth function of structures in this model. We show that, similar to LCDM model, the growth of structures can be slowed down in HDE model. We finally calculate the observational quantity $f(z)\sigma_8(z)$ in this model and compare it with latest observational data by applying the statistical analysis chi-squared method. We show that for a best fitted value of the model parameter "c" the HDE model is well fitted to observational data as LCDM model.

PACS No.

هابلی موجب کند شدن رشد ساختارهای فراچگال، که به خاطر ناپایداری گرانشی در حال شکل‌گیری هستند، می‌شود. بنابراین اضافه شدن مولفه انرژی تاریک به سیال هابلی که موجب بزرگ شدن آن می‌شود، اثر کند شدن رشد ناهمگنی‌ها به خاطر اصطکاک هابلی را تقویت می‌کند.

برای درک طبیعت انرژی تاریک و توجیح داده‌های رصدی، تعدادی مدل تئوری و پدیدارشناختی از انرژی تاریک در ۱۸ سال اخیر مطرح شده است [۲].

اگرچه ماهیت انرژی تاریک هنوز ناشناخته است، اما برخی مدل‌های انرژی تاریک به خوبی داده‌های رصدی را توضیح

مقدمه

نتایج حاصل از رصد ابرنواخترهای نوع اول نشان دهنده انبساط تندشونده کیهانی است [۱]. در سناریوی کیهان شناسی استاندارد مبتنی بر گرانش اینشتینی، انرژی تاریک به عنوان مولفه‌ای از سیال کیهانی با چگالی مثبت ولی با فشار منفی مسئول این انبساط شتابان کیهانی است.

انرژی تاریک نه تنها موجب انبساط شتابان کیهانی می‌شود بلکه بر روی تشکیل ساختارهای بزرگ مقیاس کیهانی، که در گذشته نزدیک تشکیل شده‌اند، اثر مستقیم دارد. در واقع انبساط

فرض می‌کنیم که مقادیر کنونی پارامترهای چگالی ماده و چگالی انرژی تاریک در کیهانی تخت برابر با $\Omega_{m_0} = 0.3$ و $\Omega_{\Lambda_0} = 0.7$ باشد.

رابطه دیفرانسیلی تبیین چگالی در رژیم خطی

معادله حاکم بر تحول δ در رژیم خطی با فرض این‌که اختلال در مؤلفه ماده بدون فشار رخ داده است و توزیع انرژی تاریک یکنواخت در نظر گرفته شده باشد، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\ddot{\delta}_m + 2H \dot{\delta}_m - \frac{3}{2} \Omega_m H^2 \delta_m = 0 \quad (5)$$

که مشتق نسبت به زمان می‌باشد. اگر معادله را برحسب فاکتور مقیاس a ، بنویسیم برابر است با:

$$\delta_m'' + \left(\frac{E'}{E} + \frac{3}{a}\right) \delta_m' - \frac{3}{2a^2} \Omega_m(a) \delta_m = 0 \quad (6)$$

که $E = \frac{H}{H_0}$ و پارامتر بی‌بعد هابل می‌باشد و تحول آن برای مدل هولوگرافیک با حل عددی معادله (۶) به دست می‌آید. و $\Omega_m(a)$ برابر است با:

$$\Omega_m(a) = \frac{\Omega_{m_0} a^{-3}}{E^2} \quad (7)$$

معادله (۶) با استفاده از دو شرط مرزی زیر در فاکتور مقیاس اولیه $a_i = 10^{-4}$ ، حل خواهد شد.

$$\begin{cases} \delta_{m_i} = 10^{-4} \\ \delta'_{m_i} \approx 0 \end{cases} \quad (8)$$

تحلیل داده‌های رشد ساختاری مدل انرژی تاریک هولوگرافیک

همان‌طور که در بخش قبل ذکر شد پارامتر معادله حالت در مدل هولوگرافیک ثابت نیست و تحول دارد که با حل آن به ازای شرط مرزی $\Omega[z=0] = 0.7$ و استفاده از مقادیر عددی بدست آمده، معادله (۶) را به ازای شرایط مرزی (۸) حل می‌کنیم.

می‌دهند. علاوه بر مدل معروف ثابت کیهان‌شناسی که از لحاظ تئوری دارای مشکل تنظیم ظریف و عدم تطابق کیهانی [۳] است، مدل انرژی تاریک هولوگرافیک توجه زیادی را به خود جلب کرده است. چون از لحاظ تئوری و رصدی، محتمل و ممکن می‌باشد.

مدل هولوگرافیک در کیهان‌شناسی FRW

مدل انرژی تاریک هولوگرافیک یک مدل دینامیکی انرژی تاریک است که از اصل بنیادی هولوگرافیک در نظریه گرانش کوانتومی منشأ می‌گیرد، که بر اساس این نظریه اطلاعات مربوط به حجم یک فضا را می‌توان در مرزهای آن همانند یک هولوگرام توصیف کرد [۴]. چگالی انرژی مدل هولوگرافیک توسط رابطه زیر مشخص می‌شود [۵]:

$$\rho_{\Lambda} = 3c^2 M_p^2 L^{-2} \quad (1)$$

که M_p ثابت پلانک بنیادی می‌باشد که برابر با $(8\pi G)^{-1/2}$ است. ثابت $3c^2$ نیز به‌عنوان ثابت تناسب وارد شده است.

پارامتر معادله حالت این مدل ثابت نیست و طبق رابطه زیر تحول دارد:

$$w_{\Lambda} = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{\Omega_{\Lambda}}}{c} \quad (2)$$

که Ω_{Λ} پارامتر بی‌بعد چگالی انرژی تاریک می‌باشد. معادله تحول چگالی انرژی تاریک برای مدل هولوگرافیک به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d\Omega_{de}}{dz} = -\frac{1}{(1+z)} \Omega_{de} (1-\Omega_{de}) \left(1 + \frac{2\sqrt{\Omega_{de}}}{c}\right) \quad (3)$$

همچنین با گرفتن مشتق زمانی از معادله فریدمان معادله دیفرانسیل تحول پارامتر بدون بعد هابل در مدل هولوگرافیک، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dE}{dz} = -\frac{1}{(1+z)} E \left(\frac{1}{2} \Omega_{de} + \frac{\Omega_{de}^{3/2}}{c} - \frac{3}{2} \right) \quad (4)$$

با حل عددی معادلات (۲) و (۴) و (۵)، تحول پارامتر معادله حالت، چگالی انرژی و پارامتر هابل برای مدل هولوگرافیک به‌عنوان تابعی از انتقال به سرخ به دست خواهد آمد.

پارامتر کمیتی است رصدی که مقدار آن را در جداول رصدی تعیین می‌کنند.

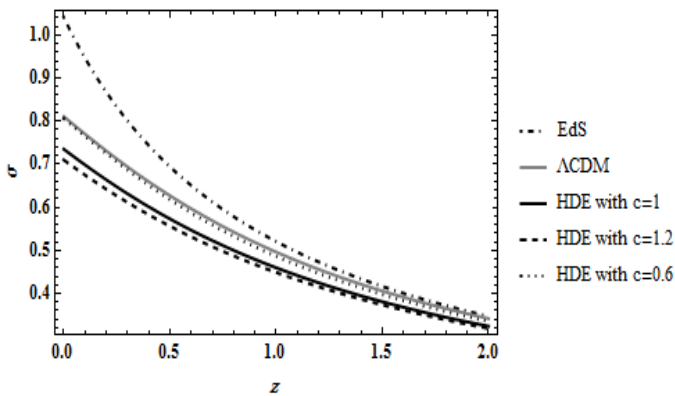
مطابق داده‌های پلانک ۲۰۱۵ مقدار σ_8 در زمان حال برای مدل Λ CDM برابر با ۰/۸۱۸ می‌باشد که مقدار σ_8 را برای مدل‌های دیگر می‌توانیم بر اساس رابطه زیر محاسبه کنیم:

$$\sigma_8^{Model}(z=0) = \frac{\delta^{Model}(z=0)}{\delta^{\Lambda CDM}(z=0)} \times \sigma_8^{\Lambda CDM}(z=0) \quad (11)$$

حال می‌توان σ_8 را برای هر مدلی به‌عنوان تابعی از انتقال به‌سرخ با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد که $D(z)$ همان فاکتور رشد مدل می‌باشد.

$$\sigma_8^{Model}(z) = D(z) \times \sigma_8^{Model}(z=0) \quad (12)$$

نمودار تحول σ_8 برای مدل‌های مختلف HDE، Λ CDM و EdS در شکل ۳ برحسب انتقال به‌سرخ Z رسم شده است.



شکل ۳: نمودار σ_8 برحسب انتقال به‌سرخ

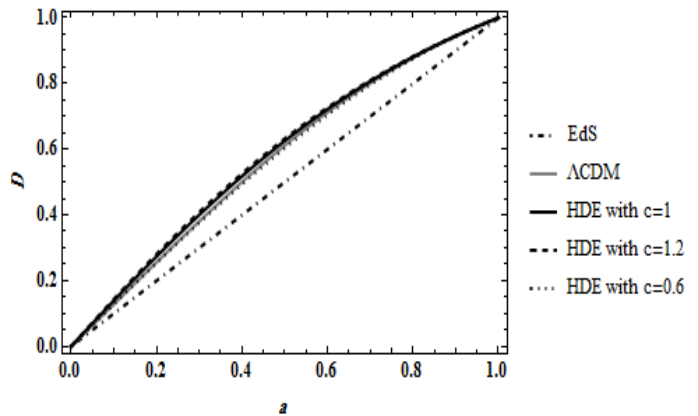
حال می‌توان پارامتر $f(z)\sigma_8(z)$ که حاصل ضرب تابع رشد در σ_8 ، به‌عنوان تابعی از انتقال به‌سرخ می‌باشد را به صورت تئوری برای مدل‌های مختلف HDE محاسبه کرده و با داده‌های رصدی مقایسه کرد.

آنالیز آماری کمترین مربعات که بهترین روش آماری برای یافتن میزان اختلاف مدل ارائه شده نسبت به داده‌های رصدی است طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\chi^2 = \frac{[(f\sigma_8)_{obs} - (f\sigma_8)_{the}]^2}{e^2} \quad (13)$$

برای تحلیل مفیدتر موضوع بهتر است که مقدار δ را به مقدار زمان حال آن نرمال کنیم. با این کار کمیتی به نام فاکتور رشد را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$D(a) = \frac{\delta(a)}{\delta(a=1)} \quad (9)$$



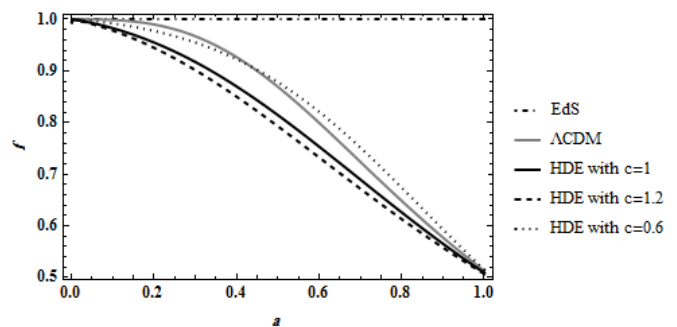
شکل ۱: نمودار تحول فاکتور رشد برحسب فاکتور مقیاس

اکنون می‌توانیم نمودار تابع رشد را برحسب فاکتور مقیاس که تغییرات لگاریتمی δ نسبت به تغییرات لگاریتمی فاکتور مقیاس می‌باشد را طبق رابطه (۱۰) در شکل ۲ رسم کنیم:

$$f(a) = \frac{d \ln \delta}{d \ln a} = \frac{a}{\delta(a)} \delta'(a) \quad (10)$$

مزیت کمیت f نسبت به فاکتور رشد D در آن است که کمیت

مذکور یک کمیت رصدی است.



شکل ۲: نمودار تحول تابع رشد برحسب فاکتور مقیاس

پارامتر دیگری که به آن می‌پردازیم عبارتست از σ_8 که واریانس جرمی داخل ساختارهای به شعاع 8Mpc می‌باشد. این

توصیف داده‌های رشد ساختارها ناکارآمد است. مدل‌های انرژی تاریک Λ CDM و HDE انطباق خوبی با داده‌های رصدی دارند.

نتیجه گیری

در این پژوهش به مطالعه مدل هولوگرافیک در سطح اختلالی پرداخته شد و نتایج حاصل از آن با مدل مقایسه ای Λ CDM مقایسه گردید. با توجه به اینکه در سطح زمینه همگن، مدل استاندارد Λ CDM بخوبی مدل هولوگرافیک با داده های رصدی سازگاری دارد [6]، لذا تنها به تعیین مقدار پارامتر آزاد مدل هولوگرافیک با استفاده از داده های نرخ رشد در سطح اختلالی پرداخته شد. سایر پارامترهای کیهان شناسی را با توجه به مقادیر آنها در سطح زمینه ثابت نگه داشته ایم. مهمترین نتایج این پژوهش را میتوان بصورت زیر خلاصه کرد:

در مدل انرژی تاریک هولوگرافیک به مانند مدل مقایسه‌ای Λ CDM انرژی تاریک موجب کند شدن روند تشکیل ساختارهای کیهانی می‌شود. با محاسبه کمیت قابل مشاهده $f(z)\sigma_8(z)$ و مقایسه آن با داده‌های رصدی توانستیم با استفاده از آنالیز آماری کمترین مربعات، بهترین مقدار را برای ثابت مدل هولوگرافیک بدست آوریم. نتایج این آنالیز نشان می‌دهد که بهترین مقدار پارامتر مدل برابر با $c=0.87$ می‌باشد. به ازای این مقدار c ، مدل HDE به خوبی می‌تواند انبساط فانتومی ($w_{DE} < -1$) را توجیه کند.

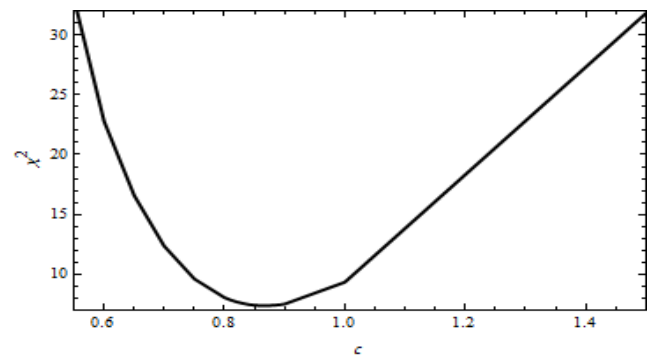
مرجع ها

- [1] Perlmutter, S., Gabi, S., Goldhaber, G., Goobar, A., Groom, D.E., Hook, I.M., Kim, A.G., et al.: *Astrophys. J.* 483, 565 (1997) astro-ph/9608192.
- [2] E. J. Copeland, M. Sami, and S. Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys. D*15, 1753 (2006), hep-th/0603057.
- [3] T. Padmanabhan, *Phys. Rept.* 380, 235 (2003), hep-th/0212290.
- [4] L. Susskind, *J. Math. Phys.* 36, 6377 (1995), hep-th/9409089.
- [5] M. Li, *Phys. Lett. B*603, 1 (2004), hep-th/0403127.
- [6] A.Mehrabi, S. Basilakos, M. Malekjani and Z. Davari, *Phys. Rev. D* 92, 123513 (2015)

که e میزان خطای اندازه‌گیری در رصد می‌باشد.

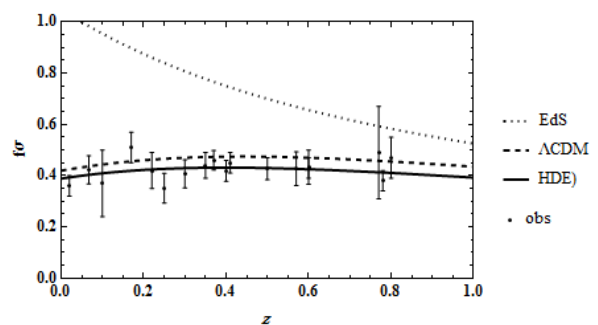
با رسم نمودار χ^2 به عنوان تابعی از پارامتر آزاد مدل c ، بهترین مقدار c که کمترین اختلاف را با داده‌های رصدی دارد به دست می‌آوریم.

با توجه به نمودار شکل ۴ بهترین پارامتر آزاد مدل c که کمترین اختلاف را با داده‌های رصدی دارد برابر با $c=0.87$ می‌باشد که در این نقطه، $\chi^2=7.78$ می‌باشد و به مقدار کمینه خود رسیده است. لازم به ذکر است که در مدل Λ CDM، $\chi^2=17.94$ می‌باشد که نسبت به مدل HDE بیشتر است.



شکل ۴: نمودار χ^2 برحسب پارامتر آزاد مدل c

در شکل ۵ به ازای بهترین مقدار رصدی c برای مدل HDE تحول $f(z)\sigma_8(z)$ را بر حسب انتقال به سرخ z در کنار داده‌های رصدی نشان داده‌ایم. علاوه بر آن مدل‌های استاندارد Λ CDM و EdS نیز جهت مقایسه نشان داده شده‌اند.



شکل ۵: نمودار $f(z)\sigma_8(z)$ برحسب انتقال به سرخ و مقایسه با داده‌های رصدی

همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل EdS کاملاً انحراف خود را از داده‌های رصدی نشان می‌دهد. بنابراین مدل کیهان ماده غالب در

اختلالات اسکالری و تانسوری در گرانس $f(R, \phi)$

سمیرا چراغچی¹ فاطمه شجاعی^{1,2}

¹دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران 1

پژوهشگاه دانشهای بنیادی (IPM)، فرمانیه، تهران 2

چکیده

در نظریه اسکالر تانسوری تعمیم یافته، در دوره تورم، اختلالات اسکالری و تانسوری متریک و نیز نوسانات میدان اسکالری را با کمک مطالعه معادلات حاکم بر این اختلالات در پیمانۀ نیوتونی مورد بررسی قرار داده ایم. در زمانهای به اندازه کافی اولیه، توانستیم با استفاده از تقریب WKB پاسخی برای اختلالات اسکالری متریک و نیز نوسانات میدان اسکالری بدست آوریم و با استفاده از روابط جابجاگر ضریب ثابت ظاهر شده در پاسخ را مشخص کنیم. در این حالت نیز نظیر آنچه برای نسبیت عام نشان داده شده است خواهیم دید میتوان در زمانهای اولیه از مجموع اختلالات متریک نسبت به نوسانات میدان اسکالر صرف نظر کرد. با استفاده از نتایج حاصل، شرایط اولیه حاکم بر معادله کمیت پیمانۀ ناوردا، اسکالر انحنا بدست آمد و روند مشابهی برای اختلالات تانسوری نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

The scalar and tensor fluctuations in $f(R, \phi)$ gravity

S. Cheraghchi¹, F. Shojai^{1,2}

Department of Physics, University of Tehran, Tehran, Iran¹.

Foundations of Physics Group, School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), Tehran, Iran².

Abstract

We have considered the scalar and tensor perturbations of metric and also fluctuation of scalar field in generalized scalar tensor theory during inflation by studying the equations of these perturbations in the Newtonian gauge. At sufficiently early times, it would be possible to obtain the metric and scalar field perturbation in the form of WKB solutions up to an undetermined coefficient. The standard commutation relations of annihilation and creation operators of the scalar field fluctuation and also metric perturbations fix the unknown coefficient. We have found that the scalar metric perturbations at very early times are negligible compared with the scalar field perturbation, just like general relativity. Going over to the gauge invariant quantities which are conserved beyond the horizon, we have obtained the initial conditions for the generalized Mukhanov-Sasaki equation. And a similar procedure is performed for the case of tensor metric perturbation.

PACS No. 10.1140/epjc/s10052-018-5878-x

مقدمه

$$S = \int \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2\kappa^2} f(R, \phi) - \frac{1}{2} \omega(\phi) g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right) d^4x \quad (1)$$

که در آن $\kappa^2 = 8\pi G$ و متریک به کار رفته نیز متریک FLRW مختل شده می‌باشد:

$$ds^2 = -(1 + 2\Phi)dt^2 - 2a(t)\partial_i\beta dt dx^i + a^2(t)(\delta_{ij} - 2\Psi\delta_{ij} + 2\partial_i\partial_j\gamma + \mathcal{D}_{ij})dx^i dx^j \quad (2)$$

با توجه به کنش و متریک مختل شده، معادلات حاکم بر اختلالات اسکالری و تانسوری متریک و نیز نوسانات میدان اسکالری بدست خواهد آمد. با انتخاب پیمانه‌ی نیوتونی اختلالات اسکالری را مورد بررسی قرار می‌دهیم. دیده می‌شود در این پیمانه می‌توان معادلات را در حد زمانهای بسیار اولیه با استفاده از تقریب WKB حل نمود و دید که نسبت مجموع اختلالات اسکالری متریک به اختلال میدان اسکالری برابر است با^۱

$$\frac{i a \kappa^2 \omega \phi_0}{q F} = \frac{g+h}{y} \quad (3)$$

که در آن

$$\Psi(t) = g(t) e^{-iq \int_{t^*}^t \frac{dt'}{a(t')}} \\ \Phi(t) = h(t) e^{-iq \int_{t^*}^t \frac{dt'}{a(t')}} \quad (4)$$

$$\delta\phi = y(t) e^{-iq \int_{t^*}^t \frac{dt'}{a(t')}}$$

و $F = \frac{\partial f}{\partial R}$ در حد زمانهای اولیه این نسبت به صفر میل میکند. از سوی دیگر به معادله‌ی زیر برای اختلال میدان اسکالر دست یافتیم

$$\dot{y} + Hy + \frac{\phi_0}{2} \left(\frac{\omega \cdot \phi}{\omega} + \frac{F \cdot \phi}{F} \right) y = 0 \quad (5)$$

پاسخ این معادله به صورت زیر می‌باشد:

$$\delta\phi = \frac{c}{a \sqrt{F\omega}} e^{-iq \int_{t^*}^t \frac{dt'}{a(t')}} \quad (7)$$

با کوانتیزه کردن اختلالات اسکالری متریک و میدان اسکالر و با توجه به روابط جابجاگری استاندارد عملگرهای خلق و فنا متناظر، ضریب ثابت انتگرالگیری را بدست می‌آوریم که برابر با

مسئله‌ی تشکیل ساختار در کیهان‌شناسی مدرن همواره حائز اهمیت بوده است. ادعا می‌شود که مدل‌های تورمی می‌توانند توصیف مناسبی از چگونگی تشکیل ساختار کنونی جهان ارائه دهند و نیز با توجه به داده‌های حاصل از تابش زمینه‌ی کیهانی و رابطه‌ی این داده‌ها با نوسانات اولیه دارند، به بررسی نوسانات اسکالری و تانسوری در طی دوره‌ی تورم پرداختیم. در مطالعه نوسانات متریک و میدان اسکالر، برای دوری از ابهامات ناشی از انتخاب پیمانه، لازم است با کمیتهای پیمانه‌ناوردا نظیر اختلال انحنای کار کنیم. در نسبیت عام نشان داده شده است، که این کمیت پیمانه‌ناوردا پس از عبور از افق ثابت می‌شود و به اصطلاح یخ می‌زند و نیز در دوره‌ی تابش غالب (زمان ورود مجددشان به داخل افق)، می‌تواند به عنوان دانه‌ی اصلی تشکیل ساختار محسوب شود. هم چنین لازم به ذکر است که کمیت ثابت مذکور، به شرایط اولیه وابسته است و لذا شرایط اولیه حاکم بر اختلالات نیازمند بررسی است. ما در این مقاله به بررسی شرایط اولیه حاکم بر اختلالات اسکالری و تانسوری در مدل‌های گرانش تعمیم یافته پرداختیم و نشان دادیم در این مدل نیز همانند نسبیت عام در زمان‌های بسیار اولیه می‌توان از اختلالات اسکالری متریک در برابر اختلال میدان اسکالر صرف نظر کرد و نیز شرط اولیه حاکم بر معادله‌ی اختلال انحنای را نیز با توجه به پاسخهایی که برای اختلالات اسکالری در حد زمانهای خیلی اولیه بدست آوردیم، تعیین نماییم. در نهایت نیز با مطالعه‌ی اختلالات تانسوری متریک و تعیین شرایط اولیه حاکم بر آن بحث را به پایان رساندیم.

اختلالات اسکالری در گرانش اسکالری-تانسوری

تعمیم یافته

با توجه به کنش کلی زیر که برای یک مدل تورمی تک میدانی با جفت شدگی غیر کمین به صورت زیر داریم، می‌توان مسئله را آغاز نمود

¹ برای دیدن جزئیات محاسبات به [9] مراجعه نمایید

اختلالات اسکالری متریک و نوسانات میدان اسکالر شرط اولیه ی حاکم بر اختلال انحنای را به صورت زیر بدست آوریم

$$\mathcal{R}_q \rightarrow -\frac{H}{(2\pi)^2 a(t) \sqrt{2qF\omega\phi_0}} e^{-iq \int_{t^*}^t \frac{dt'}{a(t')}} \quad (11)$$

معادله ی مخانف-سازاکی بدست آمده برای هر تابع دلخواه از $f(R, \phi)$ با استفاده از شرط اولیه قابل حل است. در حد اختلالات فرای افق این معادله دارای دو گونه پاسخ است یکی از آن‌ها توصیف کننده ی مدهای نوسانی میرا هستند که فاقد اهمیت است و مد غالب یک ثابت غیر صفر است. نکته ی جالب توجه این می باشد که در زمانهای بسیار اولیه رفتار اختلال انحنای مستقل از طبیعت پتانسیل است، در حالی که مقدار ثابت اختلال انحنای (پس از عبور از افق) به پتانسیل میدان اسکالر وابسته خواهد بود. تمام نتایج بدست آمده در این مدل از گرانش تعمیم یافته با نتایج بدست آمده در نسبت عام سازگار است.

اختلالات تانسوری در گرانش اسکالری-تانسوری

تعمیم یافته

با توجه به این موضوع که اختلالات تانسوری کمیت هایی پیمانه ناوردا هستند، برای بررسی شرط اولیه حاکم بر آنها، کافی است پس از نوشتن معادله ی اختلالی برای قطبشهای اختلالات تانسوری، آنرا در حد زمانهای بسیار اولیه با استفاده از تقریب WKB حل نمود. از وردش گیری از کنش (1) نسبت به متریک و بررسی قسمت تانسوری اختلالات متریک بدست می آید

$$\mathcal{D}_{ij} + \frac{(a^3 F)}{a^3 F} \mathcal{D}_{ij} - \frac{\Delta}{a^2} \mathcal{D}_{ij} = 0 \quad (11)$$

و با حل معادله ی فوق در زمانهای اولیه به رابطه ی زیر برای این دسته از اختلالات دست یافت

$$\mathcal{D}_q(t) \rightarrow \frac{\kappa}{(2\pi)^2 a \sqrt{2qF}} e^{-iq \int_{t^*}^t \frac{dt'}{a(t')}} \quad (12)$$

می باشد. با تعیین این ثابت میتوان شرایط اولیه ی حاکم بر اختلالات اسکالری متریک و میدان اسکالر در فضای فوریه را برای شرایطی که در آن $a \rightarrow 0$ بدست آورد و آن از قرار زیر می باشد

$$\begin{aligned} \Psi_q + \Phi_q &\rightarrow \frac{i\kappa^2 \dot{\phi}_0}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{\omega}{2q^3}} \exp\left(-\int^t \frac{\dot{\phi}_0 3F_{,\phi}}{2F} dt'\right) \exp\left(-iq \int^t \frac{dt'}{a(t')}\right) \\ \delta\phi_q &\rightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2} a \sqrt{2q\omega}} \exp\left(-\int^t \frac{\dot{\phi}_0 3F_{,\phi}}{2F} dt'\right) \exp\left(-iq \int^t \frac{dt'}{a(t')}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

سپس با توجه به این پاسخها قادر خواهیم بود شرط اولیه ی حاکم بر اختلال انحنای را بدست آوریم. اختلال انحنای کمیته پیمانه ناوردا است که به صورت زیر تعریف میشود

$$\mathcal{R} \equiv \Psi + \frac{H}{\rho + P} \delta q \quad (9)$$

که $\delta q = (\rho + P)v$ و ρ و P چگالی انرژی و فشار میدان مادی و v مشخصه ی سرعت پتانسیل است. در مدل مورد بررسی ما $\rho = \frac{\dot{\phi}_0^2}{2} + V$ و $P = \frac{\dot{\phi}_0^2}{2} - V$ و $\delta q = \dot{\phi}_0 \delta\phi$ با تعریف پیمانه ی مناسب $(\frac{\delta F}{F} = \frac{\delta\phi}{\phi_0}, \Psi = 0)$ پس از محاسبات طولانی معادله ی حاکم بر اختلال انحنای (مخانف-سازاکی) را مستقیماً از معادلات اختلالات اسکالری بدست آوردیم که به شکل زیر می باشد

$$\frac{(H + \frac{\dot{F}}{2F})^2}{a^3 (\omega \dot{\phi}_0^2 + \frac{3\dot{F}^2}{2F\kappa^2})} \left[\frac{a^3 (\omega \dot{\phi}_0^2 + \frac{3\dot{F}^2}{2F\kappa^2})}{(H + \frac{\dot{F}}{2F})^2} \mathcal{R} \right] - \frac{1}{a^2} \Delta \mathcal{R} = 0 \quad (10)$$

لازم به ذکر است برای بدست آوردن این معادله به روش دیگری میتوان عمل کرد به این ترتیب که در چارچوب اینشتین و در پیمانه ای متفاوت از آنچه ما در این مقاله انتخاب نمودیم معادله ی مخانف سازاکی را بدست آورده و سپس به وسیله ی عکس تبدیل همدیس به چارچوب اصلی (جردن) برویم که این روش در مقاله ی [10] مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت با توجه به روابط میان

معادلات حاکم بر این کمیتها را همراه با شرایط اولیه حل کنیم. در این مقاله توانستیم شرایط اولیه‌ی مذکور را تعیین نماییم. برای این کار لازم بود معادلات کوپل شده‌ی اختلالات اسکالری متریک و نوسانات میدان اسکالری را در حد زمانهای اولیه حل کنیم و سپس با استفاده از آن شرط اولیه‌ی اختلال انحنا را استخراج کنیم و هم چنین توانستیم با معرفی پیمانه‌ی مناسب معادله‌ی اختلال انحنا را مستقیماً از معادلات کوپل شده‌ی مذکور بدست آوریم. برای اختلالات تانسوری نیز معادله‌ی مربوطه را در همان حد مورد بررسی قرار دادیم.

مراجع

1. S. Weinberg, *Cosmology*, Oxford University Press, Oxford, (2008).
2. S. Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press, (2003).
3. D. H. Lyth and A. R. Liddle, *The primordial Density Perturbation The primordial Density Perturbation*, Cambridge university press, (2009).
4. U. H. Danielsson, Phys. Rev. D, 66, 023511 (2002)
5. E. Yusofi and M. Mohsenzadeh, JHEP, 1409, 020 (2014)
6. A. De Felice and S. Tsujikawa, Living Rev. Rel. 13, 3 (2010).
7. Valerio Faraoni, *Cosmology in Scalar-Tensor Gravity*, Kluwer Academic Publishers, (2004).
8. V. F. Mukhanov, H. A. Feldman and R. H. Brandenberger, Physics Reports, 215, 5-6, 203, (1992).
9. S. Cheraghchi, F. Shojai, Eur. Phys. J. C (2018) 78:384
10. Jai-chan Hwang, Class. Quantum Grav. 14, 1981, (1997).
11. Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, et al., A&A, **571**, A16 (2014)

در این مورد نیز همانند اختلالات اسکالری می توان دید، این اختلالات نیز پس عبور از افق ثابت میشوند و این مقدار ثابت به فرم پتانسیل وابسته خواهد بود، علی رغم اینکه در زمانهای اولیه این کمیت مستقل از تحولات پتانسیل میباشد.

به عنوان یک مثال مدلی با تابع $f(R, \phi) = f_0 R^m \phi^n$ و پتانسیل $V(\phi) = V_0 \phi^p$ و $\omega = 1$ را بررسی نمودیم و با در نظر گرفتن جوابهای توانی برای معادلات زمینه توانستیم معادله‌ی مخائف سازاکی را با شرط اولیه‌ی بدست آمده محاسبه نماییم و سپس با استفاده از داده‌های پلانک [11] توانهای مناسب برای کمیتهای زمینه ونیز n, m را بدست آوریم

$$\begin{aligned} n &= 1.292 \pm 0.006 \\ m &= 1.430 \pm 0.111 \\ \phi_0[t] &= \phi_0 t^{-1.215 \pm 0.006} \\ a[t] &= t^{26.338 \pm 4.587} \end{aligned} \quad (13)$$

نتیجه گیری

تحولات نوسانات کیهانی در جهان تابش غالب به واسطه‌ی دو کمیت پیمانه ناوردا‌ی تانسوری و اسکالری ثابت $\mathcal{R}_q^0, \mathcal{D}_q^0$ به شرایط اولیه وابسته است. این دو کمیت به ترتیب دامنه‌ی امواج گرانسی و اختلال انحنا اسکالری در خارج از افق هستند، لذا برای مطالعه‌ی این دو کمیت لازم است با بازگشت به دوره‌ی تورم، اختلالات اسکالری و تانسوری را مورد بررسی قرار دهیم. در مطالعه‌ی اختلالات متوجه می شویم در زمانهای بسیار اولیه تحولات کمیت‌های پیمانه ناوردا، مستقل از پتانسیل میدان اینفلتن میباشد این در حالی است که مقدار این کمیتها در هنگام خروج از افق، به فرم پتانسیل میدان اسکالر وابسته میشوند. برای مطالعه‌ی تحولات اختلالات اسکالری و تانسوری داخل افق، کافی است

سیاهچاله‌های دایونیک-دیلاتون توپولوژیکی در فضای آنتی دوسیتیه

حاج خلیلی، سمیه^۱؛ شیخی، احمد^۲^۱بخش فیزیک دانشگاه شیراز، شیراز^۲بخش فیزیک دانشگاه شیراز، شیراز

چکیده

ما دسته‌ای از سیاهچاله‌های دایونی دیلاتونی در زمینه آنتی دوسیتیه به دست می‌آوریم. برای به دست آوردن جواب تحلیلی، مجبور به انتخاب حالت ریسمان هستیم ($\alpha=1$). رفتار مجانبی جواب دقیقاً آنتی دوسیتیه است. ما ویژگی‌های فیزیکی جواب را بررسی نموده و نشان دادیم که جواب به دست آمده بسته به پارامترهای متریک، سیاهچاله‌ای با یک یا دو افق و یا یک تکینگی (بدون افق) است. همچنین کمیات ترمودینامیک جواب محاسبه و پایداری ترمودینامیکی جواب تحلیل گردیده است.

Topological dyonic dilaton black holes in AdS spaces

Hajkhalili, Somayeh¹; Sheykhi, Ahmad²¹ Department of Physics, University of Shiraz, Shiraz

Abstract

We construct a new class of dyonic dilaton black hole solutions in the background of Anti-de Sitter (AdS) spacetime. In order to find an analytical solution, we set $\alpha=1$. The asymptotic behavior of the black hole is AdS. We study the physical properties of the solution and show that depending on the metric parameters, these solutions can describe black holes with one or two horizons or a naked singularity. We investigate the thermodynamics of the solutions and also study its stability.

PACS No: 4

مغناطیسی داشته باشد، به آن سیاهچاله دایونیک می‌گویند. این نوع سیاهچاله‌ها از جمله گزینه‌های مناسب در بررسی اثرات میدان مغناطیسی خارجی بر روی ابررساناها هستند. از این جهت، سیاهچاله‌های دایونی در حضور میدان دیلاتونی در زمینه آنتی-دوسیتیه دارای اهمیت هستند.

کنش و لاگرانژی

کنش به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \left(\mathcal{R} - 2g^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi - V(\Phi) - e^{-2\Phi} F^2 \right). \quad (1)$$

در اینجا، F تانسور الکترومغناطیس، Φ میدان دیلاتونی است و V پتانسیل آن است. به منظور به دست آوردن جواب آنتی دوسیتیه، پتانسیل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۱]

$$V(\Phi) = \frac{2}{3} \Lambda (2 + \cosh(2\Phi)) \quad (2)$$

مقدمه

یکی از میدان‌های مادی جذاب که در مبحث فیزیک سیاهچاله‌ها وارد می‌شود، میدان دیلاتونی است. این میدان در حد انرژی‌های پایین نظریه ریسمان ظاهر می‌شود و با میدان پیمان‌های به صورت طبیعی جفت می‌شود و علاوه بر رفتار مجانبی جواب، و پایداری آن، روی ساختار علی فضا زمان نیز اثر می‌گذارد.

از جمله ابزارهای قوی در بررسی نظریه‌های میدان، از طریق گرانش کلاسیک، دوگانگی میدان همدیس و فضای آنتی دوسیتیه است. از این جهت، بررسی جواب‌های سیاهچاله‌ای در زمینه آنتی-دوسیتیه اهمیت بالایی دارد. همچنین، سیاهچاله‌های دیلاتونی در این فضا به علت ارتباط داشتن با نظریه ریسمان اهمیت بالاتری دارند. در صورتی که سیاهچاله‌ای همزمان بار الکتریکی و

علاوه بر این، با دقت در این تابع متوجه می‌شویم که بازه $0 < r < b$ مجاز نیست. با تغییر متغیری به صورت $r = \sqrt{\rho^2 + b^2}$ به عنوان یک انتخاب، می‌توانیم این بازه را از فضا زمان حذف می‌کنیم و لذا متریک به صورت زیر تبدیل خواهد شد

$$ds^2 = -f(\rho)dt^2 + \frac{\rho^2 d\rho^2}{(\rho^2 + b^2)f(\rho)} + (\rho^2 + b^2)R^2(\rho)d\Omega_k^2. \quad (12)$$

حال، می‌توانیم با قرار دادن توابعی که تاکنون به دست آورده‌ایم، تنها تابع مجهول را با کمک مؤلفه $\phi\phi$ معادله میدان به دست آوریم

$$f(r) = -\frac{\Lambda r^2}{3} \left(1 - \frac{b}{r}\right) + \frac{2p^2}{(b-2r)(b-r)} - \frac{2q^2}{(b-2r)r} + \frac{2(c-k)r}{b-2r}. \quad (13)$$

در اینجا، c ثابت انتگرال است. می‌توان این تابع را با کمک تغییر متغیر معرفی شده بازنویسی نمود. در عدم حضور میدان دیلاتونی و به صورت زیر خواهد بود:

$$f(r)\Big|_{b=0} = k - \frac{c}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3} + \frac{q^2}{r^2} + \frac{p^2}{r^2}. \quad (14)$$

که سیاهچاله دایونیکی در فضای آنتی‌دوسیده است [۲]. برای بررسی درستی توابع، آنها را در تمامی معادلات قرار می‌دهیم. متوجه می‌شویم که در صورت وجود رابطه زیر میان پارامترهای متریک، معادلات برقرار هستند.

$$c = \frac{b}{2}k + \frac{2}{b}(q^2 - p^2) \quad (15)$$

این اولین باری نیست که چنین شرایطی برای نظریه پیدا می‌شود. در مورد سیاهچاله مجانباً آنتی‌دوسیده استاتیک شرطی مشابه وجود داشت [۳]. این شرط نشان می‌دهد که پارامترهای متریک مستقل از هم نیستند. تابع متریک با وجود آن به صورت زیر خواهد بود

$$f(r) = k - \frac{\Lambda r^2}{3} \left(1 - \frac{b}{r}\right) - \frac{2q^2}{br} + \frac{2p^2}{b(r-b)} \quad (16)$$

برای بررسی ساختار فضا زمان، ابتدا تکنیکی را بررسی می‌نماییم. اسکالر ریچی به صورت زیر به دست می‌آید

$$Ricci = -\frac{(b^2 - 8br + 8r^2)\Lambda}{2(b-r)r} - \frac{bq^2}{r^3(b-r)^2} - \frac{p^2b}{r^2(b-r)^3} + \frac{kb^2}{2r^2(b-r)^2}. \quad (17)$$

از این معادله معلوم می‌شود که در نقاط $r=0$ ، b این اسکالر واگرا می‌شود. اما از آنجایی که می‌توانیم با کمک متریک (۱۲) نقطه $r=0$ را از فضا زمان حذف کنیم، در این صورت تنها تکنیکی در نقطه $r=b$ یا $(r=0)$ خواهد بود. با کمی محاسبات می‌توانیم نشان دهیم که در این نقطه اسکالر کریشمان هم واگرا می‌گردد. پس در این نقطه فضا زمان با تکنیکی مواجه است. همچنین در حد فواصل زیاد، تنها جمله غالب در اسکالر ریچی و کریشمان جمله با حضور ثابت کیهان‌شناسی است.

با وردش کنش نسبت به سه میدان گرانشی، دیلاتونی و الکترومغناطیس، معادلات میدان به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} = 2\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}V(\Phi) + 2e^{-2\Phi}\left(F_{\mu\beta}F_\nu^\beta - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}F^2\right), \quad (3)$$

$$\partial_\mu\partial^\mu\Phi = \frac{1}{4}\frac{\partial V}{\partial\Phi} - \frac{1}{2}e^{-2\Phi}F^2. \quad (4)$$

$$\nabla_\mu\left(e^{-2\Phi}F^{\mu\nu}\right) = 0, \quad (5)$$

چون به دنبال سیاهچاله استاتیک هستیم، متریک را به صورت ساده زیر در نظر می‌گیریم:

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2R^2(r)d\Omega_k^2, \quad (6)$$

در اینجا، توابع $f(r)$ و $R(r)$ توابعی مجهولی هستند که از معادلات باید تعیین شوند و همچنین

$$d\Omega_k^2 = \begin{cases} d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2, & \text{for } k=1, \\ d\theta^2 + \theta^2 d\phi^2, & \text{for } k=0, \\ d\theta^2 + \sinh^2\theta d\phi^2, & \text{for } k=-1. \end{cases} \quad (7)$$

متریک ابرسطح دو بعدی با ثابت انحنا k است. بدون از دست دادن کلیت، می‌توان مقادیر آن را $k=-1, 0, 1$ در نظر گرفت. با انتگرالگیری از معادله میدان الکترومغناطیس (۵)، می‌توان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را به صورت زیر به دست آورد:

$$F_{tr} = -F_{rt} = \frac{qe^{2\Phi(r)}}{r^2R^2(r)}, \quad (8)$$

$$F_{\theta\phi} = -F_{\phi\theta} = \begin{cases} p\sin\theta, & \text{for } k=1, \\ p\theta, & \text{for } k=0, \\ p\sinh\theta, & \text{for } k=-1. \end{cases} \quad (9)$$

در اینجا، پارامترهای بار الکتریکی و مغناطیسی q و p هستند. از روابط بالا مشخص می‌شود که برخلاف میدان مغناطیسی، میدان الکتریکی از ساختار توپولوژی مستقل است و از طرفی میدان مغناطیسی نیز از شعاع تأثیر نمی‌پذیرد.

در ادامه، با کم کردن دو مؤلفه rr و tt معادله میدان، به معادله‌ای ساده‌تر دست پیدا می‌کنیم

$$R'' + \frac{2}{r}R' + \Phi'^2 R = 0. \quad (10)$$

برای حل این معادله، از فرض $R(r) = e^{\Phi(r)}$ استفاده می‌کنیم. در این صورت میدان دیلاتونی به صورت زیر به دست می‌آید:

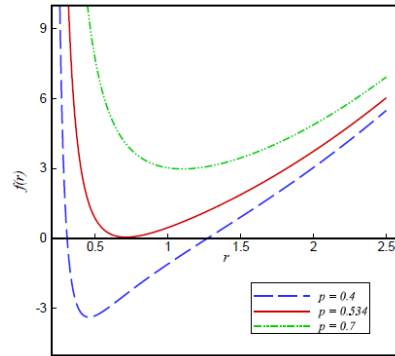
$$\Phi(r) = \frac{1}{2}\ln\left(1 - \frac{b}{r}\right) \quad (11)$$

در اینجا، b ثابت انتگرال است و با صفر کردن آن، میدان دیلاتونی حذف خواهد شد. در حد فواصل زیاد، میدان دیلاتونی حذف خواهد شد و در نتیجه اثر میدان دیلاتونی در بی‌نهایت وجود نخواهد داشت و انتظار داریم فضا زمان مجانباً آنتی‌دوسیده باشد.

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} R_{\mu\nu\alpha\beta} R^{\mu\nu\alpha\beta} \rightarrow \frac{8\Lambda^2}{3},$$

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} Ricci \rightarrow 4\Lambda, \quad (18)$$

با توجه به وابستگی تابع متریک به پارامترهای مختلف، برای بررسی وجود و تعداد افق‌های رویداد، آن را رسم نموده‌ایم. در این شکل، مشخص می‌شود که به ازای ثابت بودن پارامترهای متریک، با تغییر مقدار پارامتر بار مغناطیسی، سیاهچاله‌ای با یک یا دو افق یا تکینگی (بدون افق) در فضا وجود خواهد داشت.



شکل ۱: رفتار تابع متریک بر حسب r با وجود $k=1$ و $b=0.2$ ، $q=0.7$

بررسی ترمودینامیک جواب

دمای هاوکینگ سیاهچاله به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$T = \frac{f'(r)|_{r=r_+}}{4\pi} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{k}{2r_+} - \frac{p^2}{r^3} \left(1 - \frac{b}{r_+}\right)^{-2} + \frac{(2b-3r_+)\Lambda}{6} \right] \quad (19)$$

در اینجا r_+ شعاع افق رویداد است. به سادگی دیده می‌شود که در عدم حضور میدان دیلاتونی و همچنین بار مغناطیسی، این رابطه معرف دمای سیاهچاله آنتی‌دوسیتته است. آنتروپی سیاهچاله به‌دست آمده به صورت زیر خواهد بود.

$$S = \frac{\omega_2 r_+^2}{4} \left(1 - \frac{b}{r_+}\right) \quad (20)$$

در اینجا ω_2 ابرسطحی دوبعدی با ثابت توپولوژی است. این تعریف دقیقاً با تعریف آنتروپی سیاهچاله باردار آنتی‌دوسیتته یکسان است. با روش براون و یورک، جرم سیاهچاله را می‌توان به‌دست آورد

$$M = \frac{\omega_2 (q^2 - p^2)}{4 b \pi} \quad (21)$$

اگر از قانون گوس استفاده نماییم، بار مغناطیسی و الکتریکی نیز به

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int_{r \rightarrow \infty} \sqrt{-g} F_{tr} d^2x = \frac{q \omega_2}{4\pi}$$

$$P = \frac{p \omega_2}{4\pi} \quad (22)$$

برای محاسبه پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی، می‌توان از انرژی آزاد کمک گرفت. مطابق تعریف، این انرژی به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$W = \frac{I_{\text{onshell}}}{\beta} \quad (23)$$

$$I_{\text{onshell}} = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} (V(\Phi) - e^{-2\Phi} F^2)$$

که در آن، β مختصه زمان دوره‌ای اقلیدسی τ است. برای رسیدن به نتیجه فوق از معادلات حرکت استفاده شده است. در نتیجه

می‌توان پتانسیل‌ها را به صورت زیر استخراج نمود

$$U_Q = -\frac{\partial W}{\partial Q} = \frac{Q}{r_+}, \quad U_P = \frac{\partial W}{\partial P} = \frac{P}{r_+ - b}. \quad (24)$$

در عدم حضور میدان دیلاتونی ($b=0$)، این روابط دقیقاً مشابه پتانسیل‌های مغناطیسی و الکتریکی مرجع [۲] هستند. برای بررسی صحت قانون اول ترمودینامیک، جرم در واحد حجم را برحسب کمیت‌های فزونور سیستم، آنتروپی، بارهای الکتریکی و مغناطیسی به صورت محاسبه می‌کنیم

$$M(S, Q, P) = \frac{4\pi}{b} (Q^2 - P^2). \quad (25)$$

از آنجایی که باید همه کمیات ترمودینامیکی بر حسب افق رویداد محاسبه شوند، برای انجام محاسبات ما $b=b(Q, r_+, P)$ در نظر می‌گیریم. همچنین می‌دانیم که آنتروپی به صورت تابعی از افق رویداد و پارامتر b است. در این صورت دما برحسب قانون اول

ترمودینامیک، از رابطه زیر باید محاسبه شود

$$T = \left(\frac{\partial M}{\partial S} \right)_{Q,P} = \frac{\left(\frac{\partial M}{\partial b} \right)_{Q,P} \times db}{\left(\frac{\partial S}{\partial r_+} \right)_{Q,P} + \left(\frac{\partial S}{\partial b} \right)_{Q,P} \times db}, \quad (26)$$

$$U_Q = \left(\frac{\partial M}{\partial Q} \right)_{S,P} + \left(\frac{\partial M}{\partial b} \right)_{S,P} \left(\frac{\partial b}{\partial Q} \right)_{S,P}, \quad (27)$$

$$U_P = \left(\frac{\partial M}{\partial P} \right)_{S,Q} + \left(\frac{\partial M}{\partial b} \right)_{S,Q} \left(\frac{\partial b}{\partial P} \right)_{S,Q} \quad (28)$$

که در اینجا

$$db = \left(\frac{db}{dr_+} \right)_{Q,P} = - \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial r_+} \right)_{Q,P}}{\left(\frac{\partial f}{\partial b} \right)_{Q,P}} = \frac{\frac{2Q^2}{br_+^2} - \frac{2P^2}{b(b-r_+)^2} - \frac{\Lambda(b-2r_+)}{3}}{\frac{2Q^2}{b^2 r_+} + \frac{2P^2(2b-r_+)}{b^2(b-r_+)^2} + \frac{\Lambda r_+}{3}} \quad (29)$$

با کمک این تعاریف و بعد از انجام محاسبات می‌توان نشان داد که آنها با دما و پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی در روابط (۱۹) و (۲۲) برابر هستند و در قانون اول ترمودینامیک که به صورت زیر

است، صدق می‌کنند

$$dM = TdS + U_Q dQ + U_P dP. \quad (30)$$

بررسی پایداری

در این بخش به بررسی پایداری جواب در آنزامل کانونی بزرگ می‌پردازیم. برای این منظور باید مثبت بودن دترمینان ماتریس هسیان را در بررسی کنیم. این ماتریس به صورت زیر است

$$H_{X_i X_j}^M = \frac{\partial^2 M}{\partial X_i \partial X_j} \quad (31)$$

که در اینجا X_i می‌تواند از بین مجموعه (S, P, Q) انتخاب شود. از آنجایی که جرم تابع صریحی از این کمیات نیست، باید از مشتقات زنجیره‌ای برای محاسبه ماتریس هسیان استفاده نمود. در اینجا به معرفی چند مؤلفه آن اکتفا می‌کنیم.

$$H_{11} = \left(\frac{d^2 M}{d^2 S} \right)_{P,Q} = \left(\frac{dT}{dS} \right)_{P,Q} = \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial r_+} \right)_{P,Q} + \left(\frac{\partial T}{\partial b} \right)_{P,Q} \times db}{\left(\frac{\partial S}{\partial r_+} \right)_{P,Q} + \left(\frac{\partial S}{\partial b} \right)_{P,Q} \times db}, \quad (31)$$

$$H_{22} = \left(\frac{d^2 M}{d^2 P} \right)_{S,Q} = \left(\frac{dM_P}{dP} \right)_{S,Q} = \left(\frac{\partial M_P}{\partial P} \right)_{S,Q} + \left[\left(\frac{\partial M_P}{\partial r_+} \right)_{S,Q} \left(\frac{dr_+}{db} \right)_{S,Q} + \left(\frac{\partial M_P}{\partial b} \right)_{S,Q} \right] \left(\frac{dP}{db} \right)_{S,Q}^{-1} \quad (32)$$

$$H_{33} = \left(\frac{d^2 M}{d^2 Q} \right)_{S,P} = \left(\frac{dM_Q}{dQ} \right)_{S,P} = \left(\frac{\partial M_Q}{\partial Q} \right)_{S,P} + \left[\left(\frac{\partial M_Q}{\partial r_+} \right)_{S,P} \left(\frac{dr_+}{db} \right)_{S,Q} + \left(\frac{\partial M_Q}{\partial b} \right)_{S,P} \right] \left(\frac{dQ}{db} \right)_{S,P}^{-1} \quad (33)$$

$$H_{12} = H_{21} = \left(\frac{d^2 M}{dSdP} \right)_Q = \left(\frac{dT}{dP} \right)_{S,Q} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_{S,Q} + \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r_+} \right)_{S,Q} \left(\frac{dr_+}{db} \right)_{S,Q} + \left(\frac{\partial T}{\partial b} \right)_{S,Q} \right] \left(\frac{dP}{db} \right)_{S,Q}^{-1} \quad (34)$$

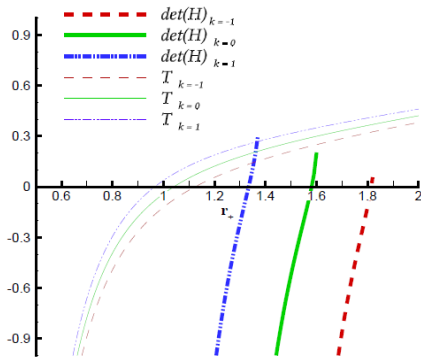
$$H_{13} = H_{31} = \left(\frac{d^2 M}{dSdQ} \right)_P = \left(\frac{dT}{dQ} \right)_{S,P} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_{S,Q} + \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r_+} \right)_{S,P} \left(\frac{dr_+}{db} \right)_{S,P} + \left(\frac{\partial T}{\partial b} \right)_{S,P} \right] \left(\frac{dQ}{db} \right)_{S,P}^{-1} \quad (35)$$

که در اینجا تعاریف زیر را داریم

$$M_Q = \left(\frac{dM}{dQ} \right)_{S,P} = \left(\frac{\partial M}{\partial Q} \right)_{S,P} + \left(\frac{\partial M}{\partial b} \right)_{S,P} \left(\frac{dQ}{db} \right)_{S,P}^{-1} \quad (36)$$

$$M_P = \left(\frac{dM}{dP} \right)_{S,Q} = \left(\frac{\partial M}{\partial P} \right)_{S,Q} + \left(\frac{\partial M}{\partial b} \right)_{S,Q} \left(\frac{dP}{db} \right)_{S,Q}^{-1}$$

با کمک تعاریف فوق، دترمینان محاسبه می‌شود. به دلیل پیچیدگی تابع، امکان تحلیل آن به صورت مستقیم وجود ندارد. لذا به بررسی نمودار آن می‌پردازیم.



شکل ۲: دترمینان هسیان بر حسب شعاع افق به ازای $b=0.2, P=1$ و $Q=0.6$ در جایی که دما منفی باشد، سیاهچاله فیزیکی نیست به همین دلیل همزمان با بررسی دترمینان، باید دما نیز بررسی شود. با توجه به نمودار، در صورت ثابت بودن سایر کمیات، همواره یک مقدار حداقل برای شعاع وجود دارد که از نظر ترمودینامیکی سیاهچاله کوچکتر از آن شعاع پایدار نخواهد بود. زیرا برای سیاهچاله‌های کوچکتر از آن، دترمینان منفی است. این شعاع خواص با توجه به ثابت توپولوژی می‌تواند تغییر کند. بطوریکه برای سیاهچاله با ثابت توپولوژی $k=-1$ ، این حد بیشتر از سیاهچاله با افق کروی است.

نتیجه گیری

در این مقاله سیاهچاله مجانباً آنتی‌دوسیتته دایونیک در حضور میدان دیلاتونی را به دست آوردیم. نشان دادیم که برای وجود داشتن چنین سیاهچاله‌ای، پارامترهای متریک نمی‌توانند مستقل از هم باشند و شرطی بر آنها صادق است. همچنین ترمودینامیک این جواب بررسی شد و نشان دادیم که قانون اول ترمودینامیک برای آن صادق است. علاوه بر این، پایداری سیاهچاله در آنزامل کانونی بزرگ مطالعه شد. مشخص شد که پایداری سیاهچاله کاملاً به مقادیر پارامترهای متریک وابسته است بطوریکه حتی با تغییر نوع افق سیاهچاله، بازه پایداری ترمودینامیک سیاهچاله تغییر می‌کند.

مرجع‌ها

- [۱] C. J. Gao and S. N. Zhang, Phys. Rev. D **70**, 124019 (2004)
 [۲] S. H. Hendi, N. Riazi, S. Panahiyan, B. Eslam Panah, [arXiv:1710.01818]
 [۳] A. Sheykhi, M. H. Dehghani and S. H. Hendi, Phys. Rev. D **81**, 084040 (2010).

تولید قطبش دایروی تابش زمینه کیهانی در اثر پراکندگی رو در رو با ذرات اسپین-1

حسین پور، احمد؛ زارعی، مسلم

دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

چکیده

در این مقاله برهم‌کنش دو ذره اسپین-1 با یکدیگر، برای بررسی امکان تولید قطبش دایروی (مد-V) تابش زمینه کیهانی مورد مطالعه قرار گرفته است. در چارچوب سازوکار فیزیکی تبدیل فارادی برای تولید قطبش دایروی، این پراکندگی در برابر دیگر برهم‌کنش‌ها، قدرتمندترین منبع تولید قطبش دایروی تابش زمینه محسوب می‌شود. هرچند جدر میانگین مربعی شدت قطبش دایروی تولید شده در تابش زمینه کیهانی، در حدود مرتبه بزرگی 10^{-14} به دست می‌آید که در مقابل حساسیت دستگاه‌های آشکارسازی فعلی بسیار ناچیز بوده و در حال حاضر قابل آشکارسازی نیست. این مقاله در کنار هم‌خوانی با نتایج مشابه انجام شده در حائ انرژی پایین، تایید می‌کند که در برخورد رودرروی فوتون‌ها، بدون هیچ انتقال تکانه‌ای بین آن‌ها، قطبش فوتون‌ها تغییر می‌کند و قطبش دایروی تولید می‌گردد بطوری که شدت فوتون‌های پس زمینه در تحول پارامترهای استوکس نقش ایفا می‌کند، موضوع مهمی که در برخی از کارهای قبلی دیده نمی‌شود. با مقایسه جزئیات روش‌های بکار رفته این‌گونه دریافت شد که این تفاوت به دلیل اختلاف بین محاسبات نظریه میدان کوانتوم و تقریب هامیلتونی مربوط به برخورد رو در رو رخ می‌دهد.

CMB Circular Polarization from Photon-Spin-1 Particle Forward Scattering

Hoseinpour, Ahmad; Zarei, Moslem

Department of Physics, Isfahan University of Technology, Isfahan,

Abstract

The forward interaction of two spin-1 particles transforms linear polarization of incident beam into circular polarization. Hence, the scattering of CMB photons off spin-1 particles generates the CMB circular polarization. This interaction is the strongest source of the CMB circular polarization with the order of $V_{ms} \sim 10^{-14}$ that is much smaller than the sensitivities of current detectors. Here, we derive general scattering amplitude using some symmetry considerations. Our results for the evolution of CMB polarization are consistent with the previous results in low energy limit.

PACS No. 12

شامل عدم قطعیت بزرگ هستند، قید می‌گذارد و آن‌ها را دقیق‌تر تعیین می‌کند. علیرغم پژوهش‌های بی‌شمار انجام شده بر روی قطبش خطی، می‌توان گفت در مورد قطبش دایروی مطالعات بسیار کمتری انجام شده است. به عنوان مهمترین دلیل می‌توان به کوچک بودن مرتبه بزرگی این نوع قطبش در مقایسه با قطبش خطی تابش زمینه اشاره کرد. هرچند در چند سال اخیر بدلیل رشد نمای تکنولوژی‌های رصدی مورد نیاز برای آشکارسازی خواص تابش زمینه، امیدها برای یافتن ردپایی از این نوع قطبش در تابش زمینه کیهانی افزایش یافته است و پروژه‌های مختلفی نظیر MIPOL [1] و SPIDER [2]، تا کنون بسته به حساسیت دستگاه آشکارسازی قیدهای مختلفی از محدوده زاویه‌ای را برای آشکارسازی قطبش

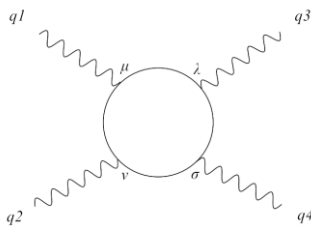
مقدمه

تابش زمینه کیهانی حاوی اطلاعات بسیار ارزشمندی در مورد گذشته کیهان و مخصوصاً تا آخرین سطح پراکندگی در دوره بازترکیب می‌باشد. از زمان کشف این تابش تا کنون پژوهش‌های بسیاری در مورد ویژگی‌های آن انجام شده است. بطور مثال مطالعات تئوری و رصدهای بسیاری در مورد طیف توان دمایی و نیز قطبش خطی آن انجام شده است که به کیهان‌شناسان اطلاعات بسیاری در مورد فیزیک حاکم بر دوره‌های کیهانی تا زمان آخرین سطح پراکندگی می‌دهد. همچنین با کمک ویژگی‌های تابش زمینه بسیاری از پارامترهای کیهانی تشخیص داده شده و یا برای بسیاری از پارامترهای موجود که در مدل‌های مختلف کیهانی دارای مقادیر

که در آن $H_I^0(t)$ هامیلتونی برهم‌کنش، $D_{ij}^0(k)$ عملگر تعداد و $\rho_{ij}(k)$ مولفه ماتریس چگالی پرتو فوتون است.

دامنه کلی پراکندگی فوتون-فوتون

همان‌طور که در بخش قبل بیان شد، طبق رابطه (2)، برای بدست آوردن تحول تابع حالت پرتو فوتون نیاز به بدست آوردن هامیلتونی برهم‌کنش $H_I(t)$ داریم. برای بدست آوردن هامیلتونی برهم‌کنش دو روش وجود دارد: روش اول این‌که برای مسئله مورد نظر تمام نمودارهای فاینمن را رسم نموده و آنگاه هامیلتونی برهم‌کنش کل را از محاسبه مجموع آن‌ها بدست آوریم؛ و یا این‌که با کمک تقارن‌های ممکن در مسئله دامنه ناوردای لورنتس (M) را به‌دست آورده و به‌راحتی با استفاده از آن هامیلتونی برهم‌کنش را بنویسیم. ما در این مقاله روش دوم را در پیش گرفته‌ایم. پس مسئله عبارت است از یافتن دامنه کلی پراکندگی ناوردای لورنتس برای برهم‌کنش ذرات اسپین-1، با در نظر گرفتن تمام نمودارهای ممکن (به عبارتی تمام تقارن‌های ممکن). در شکل 1، یک ترکیب از دامنه کلی برهم‌کنش بطور شماتیک رسم شده است.



شکل 1: نمودار فاینمن دامنه پراکندگی کلی برهم‌کنش دو ذره اسپین-1.

دامنه کلی برهم‌کنش را به صورت کلی زیر می‌توان نوشت

$$M = M_{\mu\nu\lambda\sigma}(q^1, q^2, q^3, q^4) \varepsilon_\mu^1 \varepsilon_\nu^2 \varepsilon_\lambda^3 \varepsilon_\sigma^4 \quad (3)$$

که در آن $M_{\mu\nu\lambda\sigma}(q^1, q^2, q^3, q^4)$ قطبش ذرات اسپین-1 را نشان می‌دهد و $M_{\mu\nu\lambda\sigma}(q^1, q^2, q^3, q^4)$ که در آن $i = 1, 2, 3, 4$ ؛ q^i تکانه ذرات را نشان می‌دهد، تانسور رتبه 4 برهم‌کنش مذکور است که می‌بایست دارای تمام تقارن‌های ممکن شامل تقارن‌های ناوردای لورنتس، ناوردایی پاریته، خواص بوزونی، پایستگی تکانه و تقارن پیمانه‌ای باشد. برای به‌دست آوردن جملات عمومی تانسور $M_{\mu\nu\lambda\sigma}$ ، با محاسبه تمامی 24 جایگشت دیگر نمودار شکل 1، پس از اعمال پایستگی تکانه و ناوردایی پاریته مشخص می‌شود که این تانسور می‌بایست شامل 138 جمله باشد. این تعداد از جملات

دایروی گزارش کرده‌اند. همچنین پروژه‌های آتی نظیر CLASS [3] و PIPER [4] نیز با حساسیت بیشتری قطبش تابش زمینه را رصد خواهند کرد؛ به علاوه توجه ویژه متخصصان کیهان اولیه طی دو سال اخیر بیانگر اهمیت بسزای این موضوع کیهان‌شناسی در حال حاضر است.

در راستای کارهای اخیر انجام شده در این موضوع [5-7]، ما در این مقاله قصد داریم تا با کمک روش دامنه کلی، پراکندگی فوتون-فوتون، به عنوان قویترین مکانیزم تولید قطبش دایروی، در چارچوب نظریه میدان‌های کوانتومی به بررسی اثر این برهم‌کنش بر روی تولید قطبش دایروی بپردازیم. هرچند برای تولید قطبش دایروی فوتون، مکانیزم‌های دیگری نیز وجود دارد که تا کنون بررسی گردیده است؛ به‌طور مثال برهم‌کنش امواج گرانشی و تابش زمینه [8]، برهم‌کنش فوتون با ذره اسپین 1/2 در شرایط خاص [9] و یا مکانیزم‌هایی دیگری که در آن‌ها نیز با تبدیل فارادی که در اثر برهم‌کنش فوتون با پلاسمای پس زمینه مغناطیسی رخ می‌دهد، موجب ایجاد قطبش دایروی در فوتون می‌گردند.

معادله کوانتومی بولتزمان

پس از توصیف کوانتومی فوتون، می‌توان ماتریس چگالی پرتو فوتونی را با کمک روش عملگر چگالی در مکانیک کوانتومی، به این صورت نوشت

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix} \quad (1)$$

که در آن I, Q, U و V پارامترهای استوکس هستند. به منظور یافتن تحول زمانی تابع توزیع برای ماتریس چگالی پرتو فوتون، روش مرسوم استفاده از معادله بولتزمان است که با کمک روش عملگر چگالی در مکانیک کوانتومی و در نمایش دیراک، می‌توان آن را به این صورت نوشت [10]

$$\begin{aligned} (2\pi)^3 \delta^3(0) 2k^0 \frac{d}{dt} \rho_{ij}(k) &= \\ &= i \left\langle \left[H_I^0(0), D_{ij}^0(k) \right] \right\rangle \\ &\quad - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \left\langle \left[H_I^0(t), \left[H_I^0(0), D_{ij}^0(k) \right] \right] \right\rangle \end{aligned} \quad (2)$$

می‌توان ثابت کرد که در حد انرژی پایین به رابطه زیر برای لاگرانژی متناظر با دامنه کم انرژی می‌رسیم

$$L = \frac{1}{4}G_1'[F_{\mu\nu}(x)F_{\alpha\beta}(x)]^2 + G_4'[F_{\alpha\beta}(x)F_{\beta\gamma}(x)F_{\gamma\rho}(x)F_{\rho\alpha}(x)] + G_5'[F_{\alpha\beta}(x)F_{\alpha\beta}(x)\partial_\mu F_{\sigma\lambda}(x)\partial_\lambda F_{\mu\sigma}(x)] \quad (7)$$

که در آن $F_{\mu\nu}(x)$ تانسور شدت میدان الکترومغناطیس است. و G_n' همان ضرایب معادله (4) در حد انرژی پایین هستند. با در نظر گرفتن جملات شامل فقط تک حلقه الکترونی، دامنه کلی برهم‌کنش به شش نمودار فاینمن تقلیل می‌یابد. لازم به ذکر است که نوشتن مجموع این شش دامنه تا این مرتبه، همان دامنه مرتبط با لاگرانژی مؤثر اویلر-هایزنبرگ را به ما می‌دهد، که در واقع عبارت است از تصحیح الکترودینامیک کوانتومی با اضافه کردن جملات غیرخطی تک حلقه به جملات خطی. این لاگرانژی مؤثر را در قالب تانسورهای شدت میدان به صورت زیر می‌نویسیم

$$L_{H-E} = \frac{\alpha^2}{180\hbar cm_e^4} [5(F_{\mu\nu}(x)F_{\alpha\beta}(x))^2 - 14(F_{\alpha\beta}(x)F_{\beta\gamma}(x)F_{\gamma\rho}(x)F_{\rho\alpha}(x))] \quad (8)$$

که در پایه تانسورهای پایه تعریف شده دامنه مرتبط با لاگرانژی مذکور به این صورت خواهد بود [12]

$$M_{\mu\nu\lambda\sigma}(1,2,3,4) = \frac{4}{9m_e^4} (f_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(1)}(1,2,3,4) + f_{\mu\lambda\nu\sigma}^{(1)}(1,3,2,4) + f_{\mu\sigma\nu\lambda}^{(1)}(1,4,2,3)) - \frac{14}{45m_e^4} (f_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(2)}(1,2,3,4) + f_{\mu\lambda\nu\sigma}^{(2)}(1,3,2,4) + f_{\mu\sigma\nu\lambda}^{(2)}(1,4,2,3)) \quad (9)$$

پس از دست یافتن به این دامنه، می‌توان هامیلتونی برهم‌کنش را براحتی به صورت زیر نوشت

$$H_I(0) = \int d\vec{q}' d\vec{q}^2 d\vec{q}^3 d\vec{q}^4 (2\pi)^3 \delta^3(\vec{q}^3 + \vec{q}^4 - \vec{q}' - \vec{q}^2) \times [a_r^\dagger(q^3) a_r(q') a_s^\dagger(q^4) a_s(q^2)] M_{\mu\nu\lambda\sigma}(q^1, r; q^2, s; q^3, r; q^4, s) \quad (10)$$

محاسبه تحول پارامترهای استوکس

با کمک معادله بولتزمان و تنها با در نظر گرفتن جمله اول آن و نیز با انجام محاسبات کمی طولانی ولی سرراست، خواهیم داشت:

$$\dot{I}(k) = 0 \quad (11)$$

پس از اعمال تقارن‌های بوزونی به 48 جمله تقلیل می‌یابد و در ادامه با در نظر گرفتن تقارن پیمانه‌ای به 19 جمله و در پایان با حذف جملات وابسته باقیمانده، به 17 جمله می‌رسد. در این‌جا بدلیل طولانی بودن این دامنه از نوشتن آن اجتناب شده است که می‌توان در مرجع [11] آنرا یافت. حال اگر همین روند برای فوتون واقعی انجام پذیرد، اثبات می‌شود که تانسور مورد نظر دارای 5 جمله مستقل - تعداد جملات مستقل دامنه به روش پایه- های هلیسیتی فوتون‌ها قابل اثبات است- خواهد بود، که می‌توان آنرا به صورت زیر نوشت

$$M_{\mu\nu\lambda\sigma}(1,2,3,4) = G_1(s,t,u)T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(1)}(1,2,3,4) + G_2(s,t,u)T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(2)}(1,2,3,4) + G_3(s,t,u)T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(3)}(1,2,3,4) + G_4(s,t,u)T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(4)}(1,2,3,4) + G_5(s,t,u)T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(5)}(1,2,3,4) \quad (4)$$

آنچه که در این‌جا باید توجه داشت این است که انتخاب این تانسورهای $T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(i)}(1,2,3,4)$ یکتا نیست. به عنوان یک انتخاب برای تانسورهای مذکور داریم

$$T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(1)}(1,2,3,4) = f_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(1)}(1,2,3,4), \\ T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(2)}(1,2,3,4) = f_{\lambda\nu\mu\sigma}^{(2)}(3,2,1,4), \\ T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(3)}(1,2,3,4) = f_{\sigma\nu\lambda\mu}^{(1)}(4,2,3,1), \\ T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(4)}(1,2,3,4) = f_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(2)}(1,2,3,4) + f_{\mu\nu\sigma\lambda}^{(2)}(1,2,4,3) + f_{\nu\lambda\mu\sigma}^{(2)}(2,3,1,4), \\ T_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(5)}(1,2,3,4) = f_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(3)}(1,2,3,4) + f_{\nu\mu\sigma\lambda}^{(3)}(2,1,4,3) + f_{\lambda\sigma\mu\nu}^{(3)}(3,4,1,2) + f_{\sigma\lambda\nu\mu}^{(3)}(4,3,1,2) + f_{\mu\lambda\nu\sigma}^{(3)}(1,3,2,4) + f_{\lambda\mu\sigma\nu}^{(3)}(3,1,4,2) + f_{\nu\sigma\mu\lambda}^{(3)}(2,4,1,3) + f_{\sigma\nu\lambda\mu}^{(3)}(4,2,3,1) + f_{\mu\sigma\lambda\nu}^{(3)}(1,4,3,2) + f_{\sigma\mu\nu\lambda}^{(3)}(4,1,2,3) + f_{\lambda\nu\mu\sigma}^{(3)}(3,2,1,4) + f_{\nu\lambda\sigma\mu}^{(3)}(2,3,4,1). \quad (5)$$

که در آن تانسورهای $f_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(i)}(1,2,3,4)$ پایه‌های ناوردای مستقل هستند.

در اینجا برای اختصار در نوشتار فقط به عنوان نمونه یکی از آن‌ها را می‌نویسیم

$$f_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(1)}(1,2,3,4) = q_\mu^2 q_\nu^1 q_\lambda^4 q_\sigma^3 - (q^3 \cdot q^4) g_{\lambda\sigma} q_\mu^2 q_\nu^1 - (q^1 \cdot q^2) g_{\mu\nu} q_\lambda^4 q_\sigma^3 + (q^1 \cdot q^2)(q^3 \cdot q^4) g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} \quad (6)$$

مورد تابش زمینه میزان این قطبش بسیار کوچکتر از دقت ابزار موجود می‌باشد. نتایج این مقاله همچنین در تقریب انرژی پایین با کارهای قبلی انجام شده در این زمینه مقایسه شد که با هم‌خوانی موجود، روش محاسباتی دامنه کلی برهم‌کنش، تایید گردید. همچنین جملات اضافی شامل شدت فوتون پس زمینه، در روش محاسبات نظریه میدان وجود دارد که با کارهای قبلی در این زمینه دارای اختلاف است. در نهایت با مطالعه جزئیات روش‌های مختلف، مشخص شد که علت تفاوت به نادیده گرفتن برخی جملات در حدگیری از هامیلتونی اوپلر-هایزنبرگ در برخورد رودرو مربوط می‌شود. در پایان باید اشاره نمود که روش کلی ارائه شده در این مقاله قابل استفاده در مطالعه برهم‌کنش فوتون با دیگر ذرات اسپین-1 و اثر آن بر روی تابش زمینه می‌باشد. که بطور مثال در برهم‌کنش تابش زمینه با فوتون تاریک، در مطالعات مربوط به ماده تاریک می‌تواند در آینده بسیار مفید باشد.

مرجع‌ها

- [1] R. Mainini et al., JCAP **1308**, 033 (2013) [arXiv:1307.6090 [astro-ph.CO]].
- [2] J. M. Nagy et al. [SPIDER Collaboration], *Astrophys. J.* **844**, no. 2, **151** (2017) [arXiv:1704.00215 [astro-ph.CO]].
- [3] T. Essinger-Hileman et al., *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* **153**, 91531I (2014) [arXiv:1408.4788 [astro-ph.IM]].
- [4] J. Lazear et al., \The Primordial Inflation Polarization Explorer (PIPER)," *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* **9153**, 91531L (2014) [arXiv:1407.2584 [astro-ph.IM]].
- [5] M. Sadegh, R. Mohammadi and I. Motie \Generation of circular polarization in CMB radiation via nonlinear photon-photon interaction," arXiv:1711.06997v1 [astro-ph.CO] 19 Nov 2017
- [6] P. Montero-Camacho and C. M. Hirata, \Exploring circular polarization in the CMB due to conventional sources of cosmic birefringence", arXiv:1803.04505v1 [astro-ph.CO] 12 Mar 2018.
- [7] K. Inomata and M. Kamionkowski, \Circular polarization of the cosmic microwave background from vector and tensor perturbations", arXiv:1811.04957v1 [astro-ph.CO] 12 Nov 2018.
- [8] N. Bartolo et al. *Physics Review D* **98**, 023518 (2018).
- [9] N. Bartolo et al. "CMB Circular and B-mode Polarization from New Interactions" [arXiv:.....], under review for publishing.
- [10] A. Kosowsky, \Cosmic microwave background polarization," *Annals Phys.* **246**, 49 (1996). [astro-ph/9501045].
- [11] R. A. Leo, G. Soliani, A. Minguzzi, \Tensor Amplitudes for Elastic Photon-Photon Scattering," *IL NLTOVO CIMENTO* Vol. **30**, No. 2, Nov. 1975.
- [12] Robert. Karplus and Maurice Neuman, \Non-Linear Interactions between Electromagnetic Fields," *Physics Review* Vol. **8**, No. 3, Nov. 1950.

همانطور که انتظار می‌رود، از آنجا که برخورد رودرو در در نظر گرفته شده است و در نتیجه بخاطر این که انتقال تکانه بین فوتون‌ها نداریم، ثابت ماندن شدت تابش فرودی از قبل قابل پیش بینی بود که این رابطه نیز مؤید آن است. برای سایر پارامترهای استوکس نیز این گونه به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \dot{Q}(k) &= -\frac{1}{k} V^\gamma(k) \int \frac{d^3 \vec{P}}{(2\pi)^3 2p^0} [g_1 I^b(p) + g_2 U^b(p)], \\ \dot{U}(k) &= \frac{1}{2k} V^\gamma(k) \int \frac{d^3 \vec{P}}{(2\pi)^3 2p^0} [g_3 I^b(p) + g_4 U^b(p)], \\ \dot{V}(k) &= -\frac{1}{2k} U^\gamma(k) \int \frac{d^3 \vec{P}}{(2\pi)^3 2p^0} [g_3 I^b(p) + g_4 U^b(p)]. \end{aligned} \quad (12)$$

که g_i ها ضرایب اسکالری شامل ضرب داخلی تکانه‌ها و بردارهای قطبش با یکدیگر هستند. نکته جالب در این جا این است که در معادلات مذکور شدت فوتون‌های پس زمینه با جفت شدن با قطبش خطی $U^\gamma(k)$ باعث تولید قطبش دایروی فوتون مشاهده شده از مرتبه بزرگی $C_i^V \sim 10^{-8} \mu K^2$ می‌شوند [6]. این مسئله مهمی است که در مکانیزم مرسوم برای تولید قطبش دایروی، یعنی تبدیل فارادی، اتفاق نمی‌افتد. ما در کنار روش دامنه کلی شرح داده شده، با کمک نوشتن هامیلتونی موثر برای برخورد رودرو و روش دقیق بسط میدان‌های فوتونی بر اساس نوسانگرهای هماهنگ ساده، به نوشتن دقیق هامیلتونی برهم‌کنش پرداختیم. در نهایت آشکار شد که در نوشتن هامیلتونی موثر برخورد رودرو، که از لاگرانژی هایزنبرگ-اوپلر (معادله 8) شروع شده و با فرض انجام برخورد رودرو بین فوتون‌های مشاهده شونده با همدیگر و نیز بین فوتون‌های پس زمینه با یکدیگر، هامیلتونی موثر به دست می‌آید، اثر جفت شدگی شدت فوتون‌های پس زمینه با فوتون آزمون دیده نمی‌شود؛ در حالی که در روش دقیق و استفاده از بسط عملگری میدان‌های فوتون و نیز با کمک قضیه ویک در نظریه میدان، این جملات ظاهر می‌شوند.

نتیجه گیری

بر طبق نتایج این مقاله، می‌توان گفت برهم‌کنش کلی دو ذره اسپین-1 - و به‌طور خاص برهم‌کنش دو فوتون- با یکدیگر، توانایی تولید قطبش دایروی را برای پرتو فرودی دارد، هرچند در

ترمودینامیک سیاهچاله‌های انیشتین - بورن - اینفلد دیلاتونی سه بعدی در گرانش رنگین کمانی

دهقانی کاظمی، محسن^۱؛ بیگ محمدی، محمد^۲

^۱گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه رازی، کرمانشاه

^۲دانشکده فیزیک دانشگاه دامغان، دامغان

چکیده

با استفاده از لاگرانژی گرانش دیلاتونی جفت شده با الکتروودینامیک بورن- اینفلد جواب‌های سیاهچاله‌ای دیلاتونی باردار در گرانش رنگین کمانی مطالعه و از حل دقیق معادلات جفت شده اسکالر، الکترومغناطیس و گرانش، در فضا-زمان سه بعدی وابسته به انرژی، دو دسته جدید از سیاهچاله‌های متقارن کروی معرفی شده‌اند. این جوابها سیاهچاله‌های دارای دو افق رویداد، اکستریم و بدون تکینگی را ایجاد می‌کنند. کمیت‌های پایستار و ترمودینامیکی سیاهچاله‌ها محاسبه و نشان داده شده است که این کمیتها در حضور توابع رنگین کمانی تغییر می‌کنند اما قانون اول ترمودینامیک در مورد آنها صادق است. به منظور بررسی پایداری ترمودینامیکی سیاهچاله‌ها در روش آنسامبل کانونیک، با محاسبه ظرفیت گرمایی نشان داده شده است که این سیاهچاله‌ها در محدوده مشخصی از شعاع افق رویداد پایدار می‌مانند.

Thermodynamics of three-dimensional Einstein-Born-Infeld-dilaton black holes In rainbow gravity

Dehghani kazemi; Mohsen¹; Mohammad Beigmohammadi²

¹. Department of physics, Razi university, Kermanshah, Iran

². Department of physics, Damghan university, Damghan, Iran

Abstract

Starting from the action of three-dimensional Einstein-dilaton gravity theory coupled to Born-Infeld nonlinear electrodynamics, the exact solution of the coupled scalar, electromagnetic and gravitational field equations have been obtained in a spherically symmetric and energy dependent geometry. Two new classes of nonlinearly charged dilaton black holes have been obtained, in the presence of rainbow functions, with the non-flat and non-AdS asymptotic behaviors. The conserved and thermodynamic quantities have been calculated and it has been proved that they satisfy the first law of black hole thermodynamics in its standard form. A thermal stability or phase transition analysis has been performed in the canonical ensemble method and regarding the black hole heat capacity. It has been found that the new black hole solutions are stable in some specific ranges.

مقدمه

یکی از رویکردهای مهم فیزیکدانان پایه‌گذاری یک نظریه کوانتومی جامع برای گرانش است. در همین راستا مگواچو و اسمولین ایده گرانش رنگین کمانی را مطرح کردند. این نظریه نیز مانند نظریه هوراوا- لیفشیتز مبتنی بر رابطه پاشندگی تغییر یافته است و هر دوی آنها را می‌توان به عنوان نسخه تکمیلی گرانش انیشتین در حد انرژیهای بالا در نظر گرفت. نکته مهمی که در این

ایده وجود دارد آن است که هندسه کلاسیکی منفردی از فضا- زمان وجود ندارد بلکه فضا-زمان دارای مجموعه‌ای از متریک‌های وابسته به انرژی ذره‌ای است که فضا- زمان را مورد کاوش قرار می‌دهد. به همین دلیل این مدل را گرانش رنگین کمانی می‌نامند [۱]. از طرف دیگر یکی از مشکلات نظریه الکترومغناطیس ماکسول بی‌نهایت شدن میدان و خود- انرژی ذره باردار در مبدأ است برای حل این مشکل، نظریه‌های الکتروودینامیک غیرخطی

$$E_{\theta\theta} = \left(\frac{1}{r} + \frac{H'}{H}\right)\psi(r) + \left(\frac{2H'}{rH} + \frac{H''}{H}\right)\psi(r) + \frac{1}{g^2(\varepsilon)}(V(\phi) - L(F, \phi) + 2F_{L_r}(F, \phi)) = 0 \quad (9)$$

با توجه به معادلات (۷) و (۸) داریم

$$rH'' + 2H' + 2rH\phi'^2 = 0 \quad (10)$$

با استفاده از جواب نمایی $H(r) = e^{2\beta\phi}$ بر حسب ثابت β معادله (۱۰) به صورت زیر در می‌آید

$$\beta\phi'' + (1 + 2\beta^2)\phi'^2 + \frac{2\beta}{r}\phi = 0 \quad (11)$$

معادله فوق بر حسب ثابتهای اختیاری b و c دارای یک جواب به صورت کلی زیر است [۵ و ۷]

$$\phi(r) = \gamma \ln\left(\frac{b}{r} + c\right), \quad \gamma = \frac{\beta}{1 + 2\beta^2} \quad (12)$$

اما برای آن که جوابهای معادلات میدان (۳) تا (۵) با یکدیگر سازگار باشند لازم است $c = 0$ باشد. بنابراین معادله (۱۲) بر

حسب ثابت مثبت b به صورت زیر در می‌آید [۵ و ۷]

$$\phi(r) = \gamma \ln\left(\frac{b}{r}\right) \quad (13)$$

که در $r = b$ و $r \rightarrow 0^+$ و $r \rightarrow \infty$ خوش تعریف نیست.

از حل معادله (۴) برای تنها مولفه غیر صفر $F_{\mu\nu}$ داریم

$$F_{rr} = \frac{qae^{2\alpha\phi}}{\sqrt{a^2r^2R^2 + q^2f^2(\varepsilon)g^2(\varepsilon)}} \quad (14)$$

که در آن q ثابت انتگرال‌گیری و مرتبط با بار الکتریکی سیاهچاله

است. با اعمال شرط $\alpha = 2\beta$ در معادله (۵) داریم

$$\frac{dV(\phi)}{d\phi} - 4\beta V(\phi) = 0 \quad \text{و} \quad V(\phi) = Ce^{4\beta\phi} \quad (15)$$

که در آن C یک ثابت انتگرال‌گیری است و طوری تعیین می‌شود

که شرط $V(\phi = 0) = 2\Lambda$ برآورده شود. بنابراین

$$V(\phi) = 2\Lambda e^{4\beta\phi} \quad (16)$$

از ترکیب معادلات (۹) و (۱۶) برای تابع متریک $\psi(r)$ داریم

$$\psi(r) = \begin{cases} -mr^{2\beta\gamma} \frac{(1+2\beta^2)^2}{g^2(\varepsilon)(1-\beta^2)} \left(\frac{r}{b}\right)^{2-4\beta\gamma} [\Lambda b^2 - 2a^2b^2(1-H_1)], & \beta \neq 1 \\ -mr^{\frac{2}{3}} - \frac{6}{g^2(\varepsilon)} \left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{2}{3}} \left[\Lambda b^2 \ln \frac{r}{L} + 6a^2b^2 \{ \ln[1+\eta] - \eta \} \right], & \beta = 1 \end{cases} \quad (17)$$

که در آن $H_1 = {}_2F_1\left[-\frac{1}{2}, \beta^2 - 1, \beta^2, -A\left(\frac{b}{r}\right)^{2-4\beta\gamma}\right]$ و $A = \sqrt{1 + A\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{2}{3}}}$

و $A = \frac{q^2f^2(\varepsilon)g^2(\varepsilon)}{a^2b^2}$ است.

معرفی شده‌اند. برون و اینفلد در سال ۱۹۳۴ اولین مدل الکترودینامیک غیرخطی را ارائه کردند. در این مقاله با استفاده از نظریه الکترودینامیک برون-اینفلد در چارچوب نظریه گرانش دیلاتونی و با در نظر گرفتن گرانش رنگین کمانی دسته جدیدی از جواب‌های سیاهچاله‌ای را به عنوان جواب‌های دقیق معادلات میدان معرفی و ویژگیهای ترمودینامیکی آنها را بررسی می‌کنیم.

کنش و معادلات میدان

کنش سه بعدی گرانش اینشتین-دیلاتون جفت شده با الکترودینامیک غیرخطی برون-اینفلد به صورت زیر است [۲]

$$I = -\frac{1}{16\pi} \int \sqrt{-g} d^3x [R - V(\phi) - 2g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi + L(\phi, F)] \quad (1)$$

که در آن R اسکالر ریچی، ϕ میدان دیلاتونی، $V(\phi)$ پتانسیل دیلاتونی و $L(F, \phi)$ لاگرائژی الکترودینامیک غیرخطی جفت شده با میدان اسکالر است و به شکل زیر می‌باشد

$$L(F, \phi) = 4a^2 e^{2\alpha\phi} \left(1 - \sqrt{1 + Y}\right) \quad \text{و} \quad Y = \frac{Fe^{-4\alpha\phi}}{2a^2} \quad (2)$$

α ثابت جفت‌شدگی میدان‌های الکترومغناطیسی و اسکالر است و a پارامتر غیر خطی نامیده می‌شود. با وردش کنش (۱) نسبت به میدان‌های گرانش، الکترومغناطیس و اسکالر داریم:

$$R_{\mu\nu} = V(\phi)g_{\mu\nu} + 2\nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - g_{\mu\nu} L(\phi, F) + 2L_r(\phi, F)(Fg_{\mu\nu} - F_{\mu\alpha}F_{\nu}^{\alpha}) \quad (3)$$

$$\nabla_\mu [L_r(\phi, F)F^{\mu\nu}] = 0 \quad \text{و} \quad L_r(\phi, F) = \frac{\partial L(\phi, F)}{\partial F} \quad (4)$$

$$4\nabla_\mu \nabla^\mu \phi = \frac{dV(\phi)}{d\phi} - \frac{\partial}{\partial \phi} L(F, \phi), \quad \phi = \phi(r) \quad (5)$$

برای حل معادلات از جواب متقارن کروی زیر شروع می‌کنیم [۳]

$$ds^2 = -\frac{\psi(r)}{f^2(\varepsilon)} dt^2 + \frac{1}{g^2(\varepsilon)} \left[\frac{1}{\psi(r)} dr^2 + r^2 H^2(r) d\theta^2 \right] \quad (6)$$

$H(r)$ و $\psi(r)$ توابعی هستند که باید تعیین شوند. $f(\varepsilon)$ و $g(\varepsilon)$

توابع رنگین کمانی بوده و بزرگی آنها از مرتبه یک است [۴].

با استفاده از معادلات (۴) و (۶) برای مؤلفه‌های tt , rr , $\theta\theta$

میدان گرانش داریم

$$E_{tt} = \psi'(r) \left(\frac{1}{r} + \frac{R}{R} \right) \psi(r) + \frac{2}{g^2(\varepsilon)} (V(\phi) - L(F, \phi) + F_{L_r}(F, \phi)) = 0 \quad (7)$$

$$E_{rr} = E_{tt} + 2\psi(r) \left(\frac{H''}{H} + \frac{2H'}{rH} + 2\phi'^2 \right) = 0 \quad (8)$$

$$S = \frac{A}{4} = \frac{\pi b}{2g^2(\varepsilon)} \left(\frac{r_+}{b}\right)^{1-2\beta\gamma} \quad (19)$$

بار الکتریکی سیاهچاله با استفاده از قانون گاوس به صورت زیر به دست می‌آید [۳]

$$Q = \frac{qf(\varepsilon)}{2} \quad (20)$$

برای پتانسیل الکتریکی از رابطه استاندارد زیر شروع می‌کنیم [۵]

$$\Phi = A_\mu \chi^\mu \Big|_{reference} - A_\mu \chi^\mu \Big|_{r=r_+} \quad \text{و} \quad \chi^\mu = (-1, 0, 0, 0) \quad (21)$$

که در آن $A_\mu = A_\mu \delta^\mu_i$ مولفه غیر صفر چهار بردار پتانسیل است و با استفاده از رابطه $A_i(r) = -\int F_{ir}(r) dr$ قابل محاسبه است. با

استفاده از معادلات (۱۴) و (۲۱) می‌توان نشان داد

$$\Phi = \begin{cases} \frac{ab(1+2\beta^2)}{f(\varepsilon)g(\varepsilon)(\beta^2-1)} \left(\frac{b}{r_+}\right)^{4\beta\gamma-1} H_2, & \beta \neq 1 \\ \frac{3ab}{f(\varepsilon)g(\varepsilon)} \left(\frac{b}{r_+}\right)^{\frac{1}{3}} H_3, & \beta = 1 \end{cases} \quad (22)$$

که در آن

$$H_2 = {}_2F_1 \left[\frac{1}{2}, \frac{\gamma}{2\beta}, \frac{3+2\beta^2}{2(1+2\beta^2)}, \frac{-a^2 r_+^2 R^2(r_+)}{f^2(\varepsilon)g^2(\varepsilon)q^2} \right]$$

$$H_3 = {}_2F_1 \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{-a^2 r_+^2 R^2(r_+)}{f^2(\varepsilon)g^2(\varepsilon)q^2} \right]$$

جرم کل سیاهچاله را می‌توان با استفاده از پروپوزال برون-یورک به صورت زیر محاسبه کرد [۳]

$$M = \frac{mb^{2\beta\gamma}}{8f(\varepsilon)(1+2\beta^2)} \quad (23)$$

برای تحقیق قانون اول ترمودینامیک به رابطه اسمار برای جرم نیاز داریم که با توجه معادلات (۱۷) و (۲۳) به صورت زیر است

$$M(r_+, q) = \begin{cases} \frac{(1+2\beta^2)g^{-2}(\varepsilon)}{8f(\varepsilon)(\beta^2-1)} \left(\frac{b}{r_+}\right)^{6\beta\gamma-2} [\Lambda b^2 - 2a^2 b^2 (1-H_{1+})], & \beta \neq 1 \\ \frac{b^2 g^{-2}(\varepsilon)}{4f(\varepsilon)} \left[\Lambda \ln \frac{b}{L} + 6a^2 \{\ln(1+\eta_+) - \eta_+\} \right], & \beta = 1 \end{cases} \quad (24)$$

که در آن $H_{1+} = H_1(r=r_+)$ و $\eta_+ = \eta(r=r_+)$

با استفاده از معادله (۲۴) می‌توان نشان داد

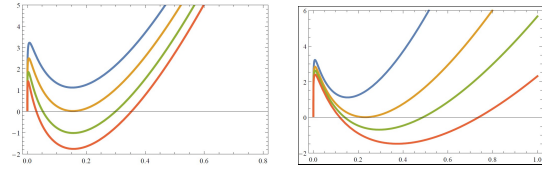
$$\frac{\partial M}{\partial S} = T \quad \text{و} \quad \frac{\partial M}{\partial Q} = \Phi \quad (25)$$

بنابراین کمیت‌های محاسبه شده در قانون اول ترمودینامیک که به

صورت استاندارد زیر نوشته می‌شود صدق می‌کند

$$dM = TdS + \Phi dQ \quad (26)$$

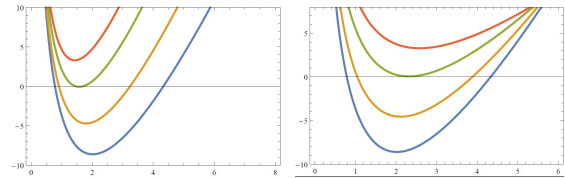
برای بررسی بیشتر تأثیر توابع رنگین کماتی $f(\varepsilon), g(\varepsilon)$ بر روی توابع متریک شکل‌های ۱ و ۲ را ببینید. شکل‌های ۱ و ۲ نشان می‌دهند که با انتخاب مناسب پارامترها، سیاهچاله‌های با دو افق، اکستریم و بدون تکینگی وجود خواهند داشت.



شکل ۱: نمودار $\psi(r)$ بر حسب r برای $a=2$ و $M=2$ و $\beta=0.5$ و $Q=1$ و $\Lambda=-1$ و $b=2$

چپ: $f(\varepsilon)=1$ و $g(\varepsilon)=0.4$ و 0.49 و 0.55 و 0.62 به ترتیب برای منحنی‌های آبی، نارنجی، سبز و قرمز.

راست: $f(\varepsilon)=1$ و $g(\varepsilon)=0.4$ و 0.82 و 0.87 و 0.935 به ترتیب برای منحنی‌های آبی، نارنجی، سبز و قرمز.



شکل ۲: نمودار $\psi(r)$ بر حسب r برای $a=0.2$ و $M=0.1$ و $\beta=1$ و $L=2$ و $Q=0.1$ و $\Lambda=-1$ و $b=0.5$

چپ: $f(\varepsilon)=0.1$ و $g(\varepsilon)=0.085$ و 0.095 و 0.115 و 0.12 به ترتیب برای منحنی‌های آبی، نارنجی، سبز و قرمز.

راست: $f(\varepsilon)=0.1$ و $g(\varepsilon)=0.085$ و 0.12 و 0.49 و 1 به ترتیب برای منحنی‌های آبی، نارنجی، سبز و قرمز.

کمیت‌های پایستار و ترمودینامیکی

دمای هاوکینگ بر روی افق رویداد سیاهچاله (r_+) را می‌توان بر حسب گرانش سطحی (κ) به صورت زیر محاسبه کرد [۵]

$$T = \frac{\kappa}{2\pi} = \frac{1}{4\pi} \frac{g(\varepsilon)}{f(\varepsilon)} \frac{d\psi(r)}{dr} \Big|_{r=r_+} \quad (18)$$

$$T = \begin{cases} \frac{(1+2\beta^2)b}{2\pi g^2(\varepsilon)} \left(\frac{r_+}{b}\right)^{1-4\beta\gamma} [2a^2(1-\eta_+) - \Lambda], & \beta \neq 1 \\ \frac{3b}{2\pi g^2(\varepsilon)} \left(\frac{b}{r_+}\right)^{\frac{1}{3}} [2b^2(1-\eta_+) - \Lambda], & \beta = 1 \end{cases}$$

که در آن $\eta_+ = \eta(r=r_+)$ و $\eta_{1+} = \sqrt{1 + A \left(\frac{b}{r_+}\right)^{2-4\beta\gamma}}$

با استفاده از قانون مساحت-آنترپوی هاوکینگ-بکنشتین آنترپوی

سیاهچاله را می‌توان به صورت زیر نوشت

پایداری ترمودینامیکی

در این قسمت با استفاده از روش آنسامبل کانونیک و با توجه به ظرفیت گرمایی سیاهچاله‌ها به بررسی پایداری ترمودینامیکی جواب‌ها می‌پردازیم. ظرفیت گرمایی سیاهچاله به عنوان یک سیستم ترمودینامیکی با رابطه زیر داده می‌شود [۳و۴]

$$C_Q = T \left(\frac{\partial^2 M}{\partial S^2} \right)_Q^{-1} \equiv \frac{T}{M_{SS}} \quad \text{و} \quad \left(\frac{\partial^2 M}{\partial S^2} \right)_Q \equiv M_{SS} \quad (27)$$

بنابراین صورت کسر ظرفیت گرمایی همان دمای سیاهچاله است که در معادله (۱۸) داده شده است. مخرج این کسر نیز با استفاده از معادلات (۱۹) و (۲۴) به صورت زیر قابل محاسبه است

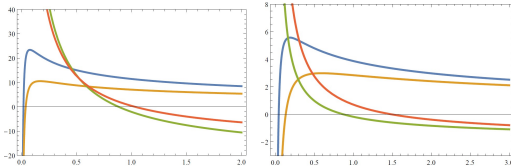
$$M_{SS} = \begin{cases} \frac{1+2\beta^2}{\pi^2 g^2} \left[B \left(\frac{b}{r_+} \right)^{2\beta r} + \frac{4aq_1 \beta^2}{r_+} \eta_{+} - \frac{2a^3 r_+}{q_1 \eta_{+}} \left(\frac{b}{r_+} \right)^{4\beta r} \right], & \beta \neq 1 \\ \frac{3}{\pi^2 g^2} \left(\frac{b}{r_+} \right)^{\frac{2}{3}} \left[\Lambda - \frac{2Aa^2}{\eta_{+}} \left(\frac{b}{r_+} \right)^{\frac{2}{3}} \right], & \beta = 1 \end{cases} \quad (28)$$

که در آن $B = (2a^2 - \Lambda)(1 - 2\beta^2)$ و $q_1 = f(\varepsilon)g(\varepsilon)q$ از دیدگاه آنسامبل کانونیک یک سیاهچاله فیزیکی (دارای دمای مثبت) پایدار است به شرط آنکه دارای ظرفیت گرمایی مثبت باشد. سیاهچاله‌های ناپایدار گذار فاز ترمودینامیکی تجربه خواهند کرد. نقاطی که در آنها ظرفیت گرمایی (یا دما) صفر می‌شود نقاط گذار فاز مرتبه اول و نقاطی که در آنها ظرفیت گرمایی واگرا می‌شود نقاط گذار فاز مرتبه دوم نامیده می‌شوند [۳و۴و۵]. شکل‌های ۳ و ۴ اثرات توابع رنگین کمانی بر روی دمای افق و پایداری سیاهچاله‌ها را نشان می‌دهند. نمودارهای شکل ۳ نشان می‌دهند که سیاهچاله‌های متناظر با $\beta \neq 1$ در نقطه $r_+ = r_{ext}$ (جایی که دما و در نتیجه ظرفیت گرمایی صفر می‌شود) دارای گذار فاز مرتبه اول و نقطه در $r_+ = r_0$ (جایی که ظرفیت گرمایی واگرا می‌شود) دارای گذار فاز مرتبه دوم و در فاصله $r_{ext} < r_+ < r_0$ پایدار هستند. بر اساس نمودارهای شکل ۴ سیاهچاله‌های متناظر با $\beta = 1$ در نقاط $r_+ = r_{ext}$ و $r_+ = r_1$ به ترتیب دارای گذار فاز مرتبه اول و مرتبه دوم بوده و در بازه $r_{ext} < r_+ < r_1$ پایدار هستند.

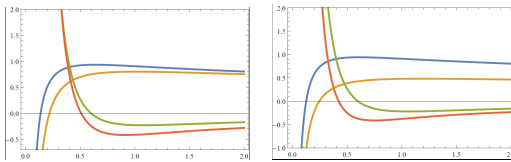
نتیجه‌گیری

معادلات میدان گرانش دیلاتونی جفت شده با الکترودینامیک بورن-اینفلد در یک هندسه متقارن کروی وابسته به انرژی به صورت دقیق حل شده و دو دسته جدید از سیاهچاله‌های باردار

غیر خطی معرفی شده‌اند. رفتار مجانبی این سیاهچاله‌ها تخت یا آنتی‌دوسیتیه نیست. این جواب‌ها می‌توانند سیاهچاله‌های با دو افق رویداد، سیاهچاله‌های اکستریم و سیاهچاله‌های بدون تکینگی را ایجاد کنند (شکل‌های ۱ و ۲). با محاسبه کمیت‌های پایستار و ترمودینامیکی نشان داده شده است که، با وجود این که این کمیتها در حضور توابع رنگین کمانی تغییر می‌کنند، قانون اول ترمودینامیک در مورد هر دو دسته سیاهچاله‌ها برقرار است. با استفاده از روش آنسامبل کانونیک و با محاسبه ظرفیت گرمایی نقاط گذار فاز مرتبه اول و مرتبه دوم مشخص شده و نشان داده شده است که این سیاهچاله‌ها در بازه مشخصی از شعاع افق رویداد پایدار می‌مانند (شکل‌های ۳ و ۴).



شکل ۳: نمودار T و M_{SS} بر حسب r_+ به ازای $\beta = 1.3$ و $a = 0.5$ و $b = 3$ و $\Lambda = -1$ و $Q = 2$.
چپ: $g(\varepsilon) = 0.8$ و $f(\varepsilon) = 1.3$ به ترتیب برای T (آبی و نارنجی) و M_{SS} (قرمز و سبز).
راست: $g(\varepsilon) = 0.5$ و $f(\varepsilon) = 0.6$ به ترتیب برای T (آبی و نارنجی) و M_{SS} (قرمز و سبز).



شکل ۴: نمودار T و M_{SS} بر حسب r_+ به ازای $\beta = 1$ و $a = 1.3$ و $b = 0.5$ و $\Lambda = -1$ و $Q = 0.5$ و $L = 1$.
چپ: $g(\varepsilon) = 0.4$ و $f(\varepsilon) = 1.5$ و 1.75 به ترتیب برای T (آبی و نارنجی) و M_{SS} (قرمز و سبز).
راست: $g(\varepsilon) = 0.06$ و $f(\varepsilon) = 0.01$ به ترتیب برای T (آبی و نارنجی) و M_{SS} (قرمز و سبز).

مرجع‌ها

- [1] J. Magueijo, L. Smolin, Class. Quant. Grav. 21 (2004) 1725.
- [2] M. Dehghani, Phys. Rev. D, 96 (2017) 044014.
- [3] M. Dehghani, Phys. Lett. B, 777 (2018) 351. 3D
- [4] M. Dehghani, Phys. Lett. B, 785 (2018) 274. 4D
- [5] A. Sheykhi, F. Naeimipour and S.M. Zebarjad, Phys. Rev. D, 91 (2015) 124057.
- [6] M.H. Dehghani and N. Farhangkhah, Phys. Rev. D, 71 (2005) 044008.
- [7] A. Sheykhi, N. Riazi and M.H. Mahzoon, Phys. Rev. D, 74 (2006) 044025.

واهمدوسی کوانتومی ناشی از درهم‌تنیدگی در فضا-زمان دوسیت

عباس‌رستمی^{1,2}، تقی‌زاده فیروزجایی، جواد^{3,2}، مهدی گلشنی¹،

¹دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شریف، تهران

² پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

³ دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، خیابان شریعتی، خیابان مجتبیایی خیابان کاویان، تهران

چکیده

ما به مطالعه اثر درهم‌تنیدگی اولیه در واهمدوسی ماتریس چگالی کاهش یافته یک میدان اسکار، که در برهمکنش با دیگر میدان‌ها یا درجات آزادی مستقل می‌باشد، می‌پردازیم. نشان خواهیم داد که چنین درهم‌تنیدگی، نقش بسزایی در واهمدوسی حالت‌های کوانتومی، در فضا-زمان *De Sitter* خواهد داشت.

Quantum decoherence from entanglement in De Sitter space-time

Abasalt Rostami^{1,2} Javad. T. Firouzjaee^{3,2}, Mehdi Golshani¹

¹Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran and

²School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), P. O. Box 19395-5531, Tehran, Iran

³ Department of Physics, K.N. Toosi University of Technology, P.O. Box 15875-4416, Tehran,

Abstract

We study the primary entanglement effect on the decoherence of reduced density matrices of scalar fields which are in interaction with other fields or independent mode functions. We show that the primary entanglement has a significant role in the decoherence of the given quantum state. We find that the existence of such an entanglement could couple dynamical equations coming from Schrodinger equation.

مقدمه

هدف، مطالعه اثرات درهم تنیدگی اولیه روی واهمدوسی ماتریس چگالی کاهش یافته میدان‌ها است، که این میدان‌ها می‌توانند در برهمکنش با دیگر میدان‌ها یا مدهای مستقل دیگر باشند.

در مدل‌ها تورمی استاندارد، می‌توان میدان اسکالر اینفلاتون را به عنوان یک سیستم و مدهای تانسوری را به عنوان محیط [۱] در نظر گرفت یا اینکه یک مد هم-انحنای جرم دار را به عنوان محیط در نظر بگیریم [۲] (شبهه تمام مدل‌های چند-میدانی تورم) که در این صورت، جملات برهم‌کنشی با جملات مکعبی مالداسنا داده می‌شوند [۳].

در واقع، در تمام این مدل‌ها، کنش جهان (شامل میدان تورم و دیگر درجات آزادی) در دوره تورمی، به طور موثر تا جملات مکعبی داده می‌شوند.

هرچند نشان داده شده‌است که مدل‌های تورمی همراه با درهم‌تنیدگی، می‌توانند شواهدی کافی برای حضور پارامترهای درهم‌تنیدگی در طیف توانی را به دست دهند [۱]، ما فکر می‌کنیم که لازم است نشان داده شود که چنین مدل‌هایی سازگار با پروسه واهمدوسی در دینامیک‌شان هستند.

اگر این مدل‌ها اجازه یک پروسه واهمدوسی با خودشان را ندهند، آنها نمی‌توانند مساله کلاسیکی شدن حالت‌های کوانتومی در دنیای اولیه را توضیح دهند.

در اینجا، یک روش ساده برای مطالعه پروسه واهمدوسی در چنین مدل‌هایی را ارائه خواهیم داد.

همچنین، نشان داده خواهد شد که درهم‌تنیدگی اولیه نقشی مهم در واهمدوسی حالت (سیستم) کوانتومی دارد.

درهم‌تنیدگی میدانها

یک جنبه‌ی مهم فیزیک کوانتومی درهم‌تنیدگی می‌باشد که می‌تواند اثر قابل مشاهده‌ای روی شکل ساختار کیهانی داشته باشد. در حال حاضر باور بیشتر کیهانشناسان بر این است که ساختار کنونی کیهان ما ریشه در نوسانات کوانتومی در جهان اولیه دارد. درک مفهوم درهم‌تنیدگی، در نظریه میدان کوانتومی، با استفاده از تصویر

شرویدینگری از نظریه میدان، بسیار ساده می‌باشد. در این تصویر، ما به طور کلی به دنبال یافتن تابع موج دینامیکی سیستم خواهیم بود تا با استفاده از آن بتوانیم مقادیر چشمداشتی کمیت‌های فیزیکی، از جمله توابع همبستگی آن سیستم را بیابیم. با فرض وجود دو میدان اسکالر آزاد که در فضا-زمان FRW قرار گرفته اند، می‌توانیم با میدان‌هایی، تابع موج درهم‌تنیده آن‌ها را بیابیم. این تابع موج بطور کلی شکل زیر را داراست [4]:

(1)

$$\Psi_{en} = N_{en} \exp \left[- \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} (A_k \phi_k \phi_{-k} + B_k \chi_k \chi_{-k} + 2C_k \phi_k \chi_{-k}) \right],$$

که درواقع حلی از معادله شرویدینگر زیر است:

$$i \frac{d}{dt} \Psi[E, S] = H[E, S; t] \Psi[E, S] \quad (2)$$

که در آن حروف E و S متناظر با بخشی از سیستم کل که ما آنها را به ترتیب محیط و سیستم می‌نامیم (در اینجا به ترتیب میدان‌های ϕ و χ) می‌باشند. معادله (1) دارای سه تابع وابسته به زمان $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ می‌باشد که با جایگذاری این جواب در معادله شرویدینگر بالا، می‌توان آنها را یافت [4]. تابع $C(t)$ به طور آشکارا نشان دهنده درهم‌تنیدگی سیستم و محیط است. ما علاقمند هستیم که بدانیم که چگونه سیستم ϕ تحت تاثیر محیطی که با آن درهم‌تنیده شده یعنی χ ، تحول می‌یابد. این مطالعه زمانی اهمیت خود را نشان می‌دهد که ما به دینامیک اینفلاتون در زمان تورم عالم علاقمند باشیم و خواهیم بدانیم که چگونه حالت کوانتومی میدان اینفلاتون، تحت تاثیر میدان‌ها یا سایر درجات آزادی محیطی، فرایند واهمدوسی را طی می‌کند.

واهمدوسی کوانتومی

فهم ما از فرایند واهمدوسی کوانتومی، مبتنی بر یافته‌های زورک است. در دیدگاه زورک، واهمدوسی زمانی اتفاق می‌افتد که سیستم تحت مطالعه، با محیطش به شکلی برهمکنش کند که حالت اولیه سیستم و محیط به حالتی درهم‌تنیده متحول شود. آنگاه

نکته جالب دیگر این است که آنالیز دقیق نشان می‌دهد هنگامی که ماتریس چگالی سیستم و محیط را محاسبه کرده و روی فضای هیلبرت محیط رد جزئی بگیریم، آنگاه دینامیک عناصر غیر قطری ماتریس چگالی سیستم توسط قسمت موهومی متغیر $F(t)$ داده خواهد شد. در واقع، یک آنالیز ساده نشان می‌دهد که با رشد قسمت موهومی $F(t)$ ، واهمدوسی کوانتومی به صورت نمایی اتفاق خواهد افتاد. بنابراین برای فهم فرایند کلاسیکی شدن حالت کوانتومی میدان ϕ کافیهست که معادله دیفرانسیل حاکم بر تابع $F(t)$ را یافته و آن را حل کنیم. برای مثال با استفاده از معادله شرودینگر و با توجه به جملات برهمکنشی در معادله (4) این معادله دیفرانسیل برای فضا-زمان دوسپته برای حالت $C=0$ به صورت زیر داده خواهد شد:

(5)

$$iH\tau\dot{F}_{kk'p} + g(\tau; k, k', p)H\tau F_{kk'p} + H^2_{kk'p} = 0$$

که در آن تابع $g(t)$ تابعی از متغیرهای $A(t)$ و $B(t)$ است و H همان ثابت هابل می‌باشد. حل این معادله دیفرانسیل مرتبه اول به صورت زیر داده می‌شود:

(6)

$$F_{kk'p}(\tau) = i \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{d\tau'}{H\tau'} H^2_{kk'p}(\tau') \exp\left(i \int_{\tau'}^{\tau} d\tau'' g(\tau''; k, k', p)\right)$$

این حل در بعضی موارد ساده خواهد شد. برای مثال در مدل تورمی تک میدانی، H^2 به صورت توانی مثبت از ضریب مقیاس داده می‌شود یعنی a^n . در این صورت می‌توان نشان داد که حل بالا در زمان خروج مدها از افق، منجر به واهمدوسی ماتریس چگالی مدهای تورمی خواهد شد.

در حالتی که متغیر درهم‌تنیدگی $C(t)$ غیر صفر باشد آنگاه معادله دیفرانسیل حاکم بر $F(t)$ مقداری پیچیده خواهد شد ولیکن یک تحلیل دقیق نشان می‌دهد که می‌توان حل کلی زیر را برای آن یافت:

(7)

$$F_{kk'} = -\frac{i}{2fC_k} 3f_s C_p \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{d\tau'}{H\tau'} H^1 \exp\left[i \int_{\tau'}^{\tau} m(\tau''; k, k', p) d\tau''\right] - \frac{1}{2fC_k} H^3.$$

که در آن $f(t)$ تابعی از زمان است که وابسته به قسمت جنبشی هامیلتونین می‌باشد. در اینجا دیده می‌شود که رفتار قسمت

می‌توان دید که آیا ماتریس چگالی کاهش یافته سیستم، شکل قطری و کاملاً مخلوط به خود می‌گیرد یا خیر. در صورتی که فرم قطری ماتریس چگالی کاهش یافته حاصل شد، آنگاه می‌گوییم که سیستم ما کلاسیکی شده است. اکنون اگر بخواهیم این دیدگاه را برای تصویر شرودینگری از نظریه میدان اعمال کنیم، بایستی برهمکنش محیط و سیستم را در هامیلتونین معادله (1) وارد کنیم. اینکه این جمله برهمکنشی شامل چه فرمی از میدان ها می‌باشد، وابسته به نوع سیستم و محیط مورد مطالعه است. در اینجا ما علاقمند هستیم که سیستم و محیط را به عنوان اختلالاتی از سایر میدان های دیگر در فضا-زمان مورد فرض، در نظر بگیریم. در این صورت قسمت آزاد هامیلتونین، تنها شامل جملات مربعی از میدان های آزاد، و قسمت برهمکنشی شامل جملات مکعبی از میدان ها خواهد بود و می‌توان از جملات مرتبه چهار هم به سادگی صرف نظر نمود. اینکه جملات مرتبه سه در هامیلتونین، چه تابعی از زمان هستند، کاملاً وابسته به بسط اختلالات روی فضا و زمان می‌باشد. برای مثال، مالدسنا این جملات را برای محاسبه ناگوسیتی در دوره تورم، محاسبه کرده است. در اینجا ما فرض می‌کنیم این جملات به صورت دلخواه داده شده اند. می‌توان نشان داد که در حالت کلی، تابع موج محیط و سیستم، به صورت حاصل ضرب تابع موج درهم‌تنیده (1) و تابع موج غیرگوسی زیر می‌باشد:

$$(3) \quad \Psi_{ng} = \exp\left[\int_{k,k,p} (\phi_p \chi_k \chi_k F + \phi_p \phi_k \phi_k M + \chi_p \phi_k \phi_k N + \chi_p \chi_k \chi_k Q)\right]$$

که متغیرهای $F(t)$, $M(t)$, $N(t)$, $Q(t)$ را با استفاده از معادله شرودینگری می‌یابیم که جمله برهمکنشی آن به صورت زیر روی تابع موج سیستم کل اثر می‌کند [4]:

(4)

$$H_{int} \Psi_{en} \Psi_{ng} = \left[H^1 \phi_k \phi_k \phi_p + H^2 \chi_k \chi_k \phi_p + H^3 \phi_k \phi_k \chi_p + H^4 \chi_k \chi_k \chi_p \right] \Psi_{en} \Psi_{ng},$$

نکته بسیار اساسی در اینجا آن است که وجود متغیر درهم‌تنیدگی $C(t)$ از نظر ریاضی ما را وادار می‌کند که تمامی جملات برهمکنشی مرتبه سوم را لحاظ کنیم.

مرجع‌ها

- [1] N.Bolis, A. Albrecht and, R. Holman. JCAP 1612 (2016).
 [2] X.Chen and Y. Wang, JCAP1004,027(2010).
 [3] J. Maldacena, JHEP 0305, 013 (2003).
 [4] A.Rostami, J. T. Firouzjaee, arXiv:1705.07703

موهومی $F(t)$ در صورت وجود درهم‌تنیدگی بین سیستم و محیط، کاملاً متفاوت با آن چیز است که در (۶) می‌بینیم. در اینجا تسریع یا کند شدن فرایند واهمدوسی بر عهده متغیر $\lambda_{k,p} \equiv \frac{C_p(\tau)}{C_k(\tau)}$ و تابع H^1 است. مطابق با مدل‌های تورم تک می‌دانی، H^1 تابعی از a^n است و در صورتی که متغیر λ در انتهای تورم خیلی کوچک نباشد، همچنان شاهد یک واهمدوسی سریع برای مدهای مختلف خواهیم بود. اما در صورتی که متغیر λ به صورت نمایی کاهش یابد، نمی‌توان مدل تورمی مناسبی با حالت‌های درهم‌تنیده یافت.

نتیجه‌گیری

در اینجا هدف ما بررسی واهمدوسی یک میدان اسکالر در فضا و زمان دوسویه بود بطوری که این میدان را به صورت یک سیستم مجزا از باقی درجات آزادی که آن را محیط نامیده‌ایم، در نظر گرفته‌ایم. در حالت کلی حالت کوانتومی چنین سیستمی یک حالت درهم‌تنیده با محیطش می‌باشد. با دانستن جزئیات برهمکنش، می‌توانیم معادلات دینامیکی حاکم بر فرایند واهمدوسی را به طور کامل مطالعه کنیم. برای مدل‌های تورمی تک می‌دانی می‌توان دید که اختلالات گرانشی به صورت جملات برهمکنشی در هامیلتونین ظاهر شده و فرایند واهمدوسی را برای حالت کوانتومی سیستم، در پایان تورم، ممکن می‌سازد. در صورتی که حالت ابتدایی سیستم و محیط، حالتی غیر درهم‌تنیده باشد، فرایند واهمدوسی توسط اختلال H^2 در (4) مدیریت می‌شود. این در حالیست که برای حالت درهم‌تنیده، این فرایند توسط متغیر درهم‌تنیدگی λ و جمله اختلالی H^1 کنترل می‌شود. نکته بسیار جالب چنین تحلیل‌هایی این است که بدون نیاز به دانستن جزئیات دینامیکی سیستم، و تنها با دانستن نوع وابستگی جملات اختلالی به ضریب مقیاس، می‌توان امکان‌پذیری یا غیرممکن بودن فرایند واهمدوسی را در دینامیک اختلالات یک میدان مطالعه کرد.

درباره هم ارزی چارچوبهای اینشتین و جردن

رشیدی^۱، رضا^۱؛ نوید^۲، نحلا^۲؛ احمدی^۳، فاطمه^۳

^{۱,۲,۳} گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، لویزان، تهران

چکیده

در این مقاله استدلال میشود که چارچوبهای جردن و اینشتین نظریه های گرانشی $f(R)$ بلحاظ فیزیکی غیر هم ارزند اگر شرط متریکی بودن در هر دو چارچوب برقرار باشد. سپس دو روش برای تشخیص این دو چارچوب از یکدیگر پیشنهاد داده میشود.

On the equivalence of Jordan and Einstein frames

Rashidi, Reza¹; Navid, Nahla²; Ahmadi, Fatemeh³

^{1,2,3} Department of Physics, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran

Abstract

It is argued that the Jordan and Einstein frames of $f(R)$ theories of gravity are physically inequivalent, provided that the metricity condition holds in both frames. Then, two practical methods will be proposed to discriminate between these two frames.

PACS No. 04.50.Kd

مقدمه

داده های رصدی جمع آوری شده در دو دهه اخیر نشان میدهند که انبساط حال حاضر کیهان در یک فاز شتابدار قرار دارد [۱]. هر چند که میتوان این داده ها را در چارچوب مدل Λ CDM توضیح داد اما این مدل بدون اشکال نیست. یکی از پرسشهای اساسی که نمیتوان در چارچوب این مدل پاسخ آن را یافت اختلاف بسیار زیاد بین ثابت کیهانشناسی اندازه گیری شده به صورت تجربی و چگالی انرژی خلا کوانتومی به عنوان منشا ثابت کیهانشناسی است. بنابراین مدلهای بسیار دیگری نیز برای حل مساله انبساط شتابدار کیهان پیشنهاد شده اند [2]. دسته ای از این مدلهای بر این ایده بنا شده اند که شاید بخش گرانشی معادله اینشتین برای توصیف رفتار عالم در مقیاس کیهانی مناسب نیست و باید آن را تصحیح کرد. دسته ای از ساده ترین این مدلهای نظریه های گرانشی $f(R)$ هستند

[۳]. علاوه بر سادگی، این مدلهای فاقد شبح (ghost) بوده و دارای ناپایداری Ostrogradski نیستند [۴]. همچنین نشان داده شده است که به کمک یک تبدیل همدیس مناسب میتوان کنش یک نظریه $f(R)$ که در آن بخش مادی به شکل کمینه (minimal) با گرانش جفت شده است، را به کنش اینشتین - هیلبرت تبدیل کرد. این کنش جدید به یک میدان دینامیکی اسکالر جدید مجهز است که به شکل کمینه با گرانش و غیر کمینه با ماده جفت میشود. مجموعه متغیرهای اولیه را معمولاً چارچوب جردن و مجموعه متغیرهای جدید را که دینامیکشان توسط معادلات اینشتین توصیف میشود را چارچوب اینشتین مینامند. از آنجایی که این دو چارچوب به شکل همدیس با یکدیگر در ارتباط هستند بلحاظ ریاضی با یکدیگر هم ارز اند بدین معنی که بین مجموعه جوابهای

$$S_I = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + S_m(g_{\mu\nu}, \psi) \quad (1)$$

نوشت [۳]. ناوردایی این کنش تحت تبدیلات دیفیئومورفسم (diffeomorphisms) ایجاب میکند که تانسور انرژی-تکانه ماده پایسته باشد. در نتیجه با در نظر گرفتن یک شاره گرد و غبار خواهیم داشت

$$u_\mu \nabla^\mu u_\nu = 0 \quad (2)$$

یعنی ذرات آزمون جرم دار در چارچوب جردن بر روی ژئودزیک حرکت میکنند. اما همیشه میتوان با انتخاب یک تبدیل هم‌مدیس مناسب این کنش را در چارچوب اینشتین به شکل زیر نوشت

$$S_E = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{\tilde{R}}{2} - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - U(\varphi) \right] + S_m(e^{-2\varphi/\sqrt{6}} \tilde{g}_{\mu\nu}, \psi) \quad (3)$$

که در آن

$$e^{2\varphi/\sqrt{6}} \triangleq f'(R), \quad \tilde{g}_{\mu\nu} \triangleq e^{2\varphi/\sqrt{6}} g_{\mu\nu}$$

با در نظر گرفتن این نکته که این کنش تحت تبدیلات دیفیئومورفسم ناوردا است و فرض $\tilde{\nabla}_\alpha \tilde{g}_{\mu\nu} = 0$ داریم:

$$\tilde{\nabla}^\mu \tilde{T}_{\mu\nu}^{(m)} = -\tilde{\nabla}^\mu \tilde{T}_{\mu\nu}^{(\varphi)} = \frac{-1}{\sqrt{6}} \tilde{T}^{(m)} \partial_\nu \varphi$$

که با قرار دادن

$$\tilde{T}_{\mu\nu}^{(m)} = \tilde{\rho} \tilde{u}_\mu \tilde{u}_\nu$$

یعنی تانسور انرژی-تکانه یک شاره گرد و غبار، بدست می‌آوریم:

$$\tilde{u}^\mu \tilde{\nabla}_\mu \tilde{u}_\nu = \frac{1}{\sqrt{6}} (\partial_\nu \varphi + \partial_\mu \varphi \tilde{u}^\mu \tilde{u}_\nu) \quad (4)$$

این رابطه را میتوان به شکل زیر نیز باز نویسی کرد

$$\tilde{u}^\mu \tilde{\nabla}_\mu (\tilde{m} \tilde{u}_\nu) = -\partial_\nu \tilde{m} \quad (5)$$

که در آن $\tilde{m} = e^{-\varphi/\sqrt{6}} m_0$

بنابراین انحراف ذرات جرم‌دار در چارچوب اینشتین از ژئودزیک را میتوان به تغییر جرم آنها نسبت داد.

آنها یک رابطه یکرختی (isomorphic) وجود دارد. بنابراین در اینجا این پرسش مهم پیش می‌آید که آیا محتوای فیزیکی این دو چارچوب هم هم ارز هستند یا خیر. در رابطه با این پرسش دو دیدگاه کاملاً متفاوت وجود دارد. یکی از این دیدگاهها بیان میکند که ظهور یک میدان جدید اسکالر در چارچوب اینشتین تنها یک تغییر متغیر بوده و تبدیل هم‌مدیس صرفاً یک تبدیل وابسته به مکان و زمان در واحدهای اندازه‌گیری است فلذا محتوای دینامیکی دو چارچوب کاملاً هم ارز هستند. مطابق این دیدگاه از انجایی که دستگاه واحدهای اندازه‌گیری در چارچوب اینشتین متغیر است، طول اندازه‌گیری شده یک بردار، هنگام انتقال موازی روی یک منحنی، متغیر بوده و بنابراین در این چارچوب شرط متریکی بودن (metricity condition): یعنی $\nabla_\alpha g_{\mu\nu} = 0$ نمیتواند برقرار باشد [۵].

اما دیدگاه دیگر این است که میتوان فرض کرد که شرط متریکی بودن در چارچوب اینشتین نیز برقرار است و واحدهای اندازه‌گیری ثابت هستند. در حقیقت همانطور که در مرجع [۶] به آن اشاره شده یک نظریه فیزیکی تنها متشکل از معادلات دینامیکی اش نیست بلکه قواعد و تعبیری که به متغیرها موجود در نظریه نسبت میدهیم نیز بخش مهمی از نظریه هستند. لذا متغیر یا ثابت بودن واحدهای اندازه‌گیری (یا معادل آن شرط متریکی بودن) شروطی هست که ما میتوانیم در نظریه وارد کنیم که نتیجه آنها دو نظریه کاملاً متفاوت خواهد بود. در بخش بعد با آوردن مثالی ساده این موضوع را روشن تر بیان خواهیم کرد و نشان خواهیم داد که تناظر ریاضی بین معادلات دینامیکی لزوماً به معنی هم ارزی فیزیکی نیست.

در بخش آینده همچنین استدلال خواهیم داد که اگر شرط متریکی بودن در چارچوب اینشتین هم برقرار باشد آنگاه این چارچوب و در چارچوب جردن نمیتوانند از لحاظ فیزیکی هم ارز باشند و در نهایت دو آزمون برای تشخیص چارچوبهای جردن و اینشتین از یکدیگر معرفی خواهیم کرد.

چارچوبهای جردن و اینشتین

کنش یک مدل $f(R)$ در چارچوب جردن را میتوان به صورت

در اینجا با قرار دادن $f=0$ (با در نظر گرفتن تبدیلات (۷)) که محتوای فیزیکی را بدون تغییر باقی می‌گذارند این کار همیشه امکانپذیر است) چارچوب جردن بدست می‌آید که در آن شرط ویل به شرط متریکی بودن تبدیل می‌شود. سپس با تبدیل

$$g_{\mu\nu} \rightarrow e^{2\varphi/\sqrt{6}} g_{\mu\nu}$$

چارچوب اینشتین بدست می‌آید که در آن هم شرط متریکی بودن برقرار است (چون تبدیلات (۸))، f را تغییر نمی‌دهند) اما در این چارچوب کانکشنهای متفاوت از کانکشنهای چارچوب جردن هستند. بعبارت دیگر در این حالت با در نظر گرفتن نقش کانکشنها در تعریف منحنی‌های موضعا راست، ژئودزی‌ها در دو چارچوب متفاوت خواهند بود و بنابراین دو چارچوب نمیتوانند هم ارز باشند. در حقیقت حل‌های معادله ژئودزی در چارچوب جردن که

با کانکشنهای چارچوب جردن ساخته می‌شوند، تابعی

$$\Delta S = \int_a^b (-g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds})^{1/2} ds \quad (9)$$

را فرین میکنند در حالیکه جوابهای معادله ژئودزی که با کانکشنهای چارچوب اینشتین ساخته می‌شوند تابعی

$$\Delta \tilde{S} = \int_a^b (-\tilde{g}_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tilde{s}} \frac{dx^\nu}{d\tilde{s}})^{1/2} d\tilde{s}$$

را فرین میکنند که آشکارا جوابهای متفاوتی خواهند بود. بنابراین

اگر کانکشنها تبدیل یابند فاصله-زمانی میان رویدادها هم تغییر میکند زیرا معادله منحنیهای موضعا راست تغییر میکند. اما در صورتی که تبدیلات (۷) را به کار ببریم چون کانکشنها تغییر نمیکنند منحنیهای موضعا راست در دو چارچوب یکسان خواهد بود و در نتیجه فاصله‌های فضا-زمانی هم بدون تغییر میمانند و تابعی (۹) را میتوان به صورت

$$\Delta S = \int_a^b \left(-\tilde{g}_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tilde{s}} \frac{dx^\nu}{d\tilde{s}} \right)^{1/2} (e^{-\varphi/\sqrt{6}} d\tilde{s})$$

نیز نوشت، که جمله

$$(e^{-\varphi/\sqrt{6}} d\tilde{s})$$

نشان دهنده نقش تبدیل همدیس صرفا بعنوان تغییر دهنده

واحدهای اندازه گیری در این تعبیر است.

حال در اینجا این پرسش پیش می‌آید که اگر تبدیلات (۸) را در نظر

بگیریم، یعنی چارچوبها متفاوت باشند آنگاه میتوان این چارچوبها

همانطور که در مقدمه اشاره شد اگر فرض کنیم که تبدیل همدیس تنها واحدهای اندازه گیری را تغییر میدهد پس دیگر نمیتوان فرض کرد که شرط متریکی بودن در چارچوب اینشتین برقرار است زیرا در انتقال موازی طول بردار ثابت باقی نمیماند. بنابراین در اینجا مناسب است که با کمک از هندسه ویل شرط ویل را جایگزین شرط متریکی بودن کنیم یعنی

$$\nabla_\alpha g_{\mu\nu} = \sqrt{2/3} \partial_\alpha f g_{\mu\nu} \quad (6)$$

این رابطه آشکارا تحت تبدیلات زیر ناوردا است:

$$\begin{cases} g_{\mu\nu} \rightarrow e^{2h/\sqrt{6}} g_{\mu\nu} \\ f \rightarrow f + h \\ \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \rightarrow \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \end{cases} \quad (7)$$

که در آن h تابعی دلخواه است. حالت خاص $h=-f$ چارچوب جردن را میدهد که در آن شرط متریکی بودن برقرار است. بعبارت دیگر کانکشنهای ظاهر شده در مشتق هموردا با متریک چارچوب جردن سازگار هستند. همچنین اگر قرار دهیم $h = \varphi - f$ چارچوب اینشتین را بدست خواهیم آورد که در آن

$$\nabla_\alpha \tilde{g}_{\mu\nu} = \sqrt{2/3} \partial_\alpha \varphi \tilde{g}_{\mu\nu}$$

در این صورت میتوان رابطه (۵) را به این صورت باز نویسی کرد:

$$\tilde{u}^\mu \nabla_\mu (\tilde{m} \tilde{u}_\nu) = 0$$

این روابط نشان میدهند که با فرض متغیر بودن واحدهای اندازه گیری درست است که متریک تغییر میکند اما در حقیقت کانکشنها تغییر نمیکنند یا بعبارت دیگر با در نظر گرفتن نقش هندسی کانکشنها در تعریف منحنی‌های موضعا-راست، منحنیهای ژئودزیک در دو چارچوب یکسان هستند و دو چارچوب هم ارز اند.

اما تبدیلات (۷) تنها تبدیلاتی نیستند که شرط ویل (رابطه (۶)) را ناوردا نگه میدارند. به راحتی میتوان دید که رابطه (۶) تحت تبدیلات زیر نیز ناوردا هستند:

$$\begin{cases} g_{\mu\nu} \rightarrow e^{2\varphi/\sqrt{6}} g_{\mu\nu} \\ f \rightarrow f \\ \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \rightarrow \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \frac{1}{\sqrt{6}} \{ \delta_\mu^\alpha \partial_\nu \varphi + \delta_\nu^\alpha \partial_\mu \varphi - g_{\mu\nu} g^{\alpha\beta} \partial_\beta \varphi \} \end{cases} \quad (8)$$

معادله (۴) و با کمک گرفتن از مختصات فرمی-واکر میتوان نشان داد که شتاب نسبی ذرات در حال سقوط آزاد در یک نقطه از فضا-زمان در چارچوب اینشتین بسته به سرعت نسبی آنها میتواند غیر صفر باشد. البته بدلیل کمبود فضا از آوردن جزئیات این محاسبات در اینجا معذوریم و خواننده علاقمند را به مرجع [۷] ارجاع میدهیم.

مرجع‌ها

- [1] A. G. Riess et al., *Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant*, *Astron. J.* **116**(1998)1009.
- [2] Sh. Nojiri, S. D. Odintsov, *Unified cosmic history in modified gravity: from $F(R)$ theory to Lorentz non-invariant models*, *Phys.Rept.* **505** (2011) 59-144, [arXiv:1011.0544].
- [3] T. P. Sotiriou and V. Faraoni, *$f(R)$ theories of gravity*, *Rev. Mod. Phys.* **82**(2010)451 [arXiv:0805.1726v2[gr-qc]].
- [4] R. P. Woodard, *Avoiding Dark Energy with $1/R$ Modifications of Gravity*, *Lect. Notes Phys.* **720** (2007) 403.
- [5] I. Quiros, R. Garcia-Salcedo, J. E. M. Aguilar, T. Matos, *The conformal transformation's controversy: what are we missing?*, *Gen. Rel. Grav.* **45**(2013)489, [arXiv:1108.5857 [gr-qc]].
- [6] T. P. Sotiriou, V. Faraoni, S. Liberati, *Theory of gravitation theories: a no-progress report*, *Int. J. Mod. Phys. D* **17**(2008)399-423, [arXiv:0707.2748v2 [gr-qc]].
- [7] R. Rashidi, *Hubble Diagrams in the Jordan and Einstein Frames*, arXiv:1709.01360 [gr-qc].

را با توجه به اینکه معادلات دینامیکی (۲) و (۴) در هر دو چارچوب دارای جوابهای یکسان هستند، از یکدیگر تشخیص داد. با توجه به معادله (۴)، در چارچوب اینشتین ذره در حال سقوط آزاد، یعنی ذره ای که تنها تحت تاثیر میدان گرانشی باشد و از هر نیروی غیر گرانشی شناخته شده مانند نیروهای الکترومغناطیسی آزاد باشد، بدلیل جفت شدگی با میدان فی نمیتواند بر روی منحنی ژئودزیک حرکت کند. ما در اینجا ذره در حال سقوط آزاد را ذره ای فرض میکنیم که از هر نیروی غیر گرانشی شناخته شده مانند نیروهای الکترومغناطیسی آزاد باشد اما این ذره میتواند در چارچوب اینشتین تحت تاثیر نیروی ناشی از میدان فی باشد، زیرا اثر این میدان را بدلیل جفت شدگی یکسان با همه مواد نمیتوان بصورت مستقیم کشف کرد. بنابراین در اینجا باید بین ذره در حال سقوط آزاد و ذره ای که بر روی ژئودزی حرکت میکند تفاوت قائل شد عبارت دیگر برای اینکه ذره ای بر روی ژئودزی حرکت کند لازم است که تحت تاثیر نیرویی غیر گرانشی قرار بگیرد تا اثر ناشی از میدان فی خنثی شود. از این ایده میتوان برای طراحی آزمون جداسازی دو چارچوب کمک گرفت. در حقیقت با آزمونی شبیه آزمون پارادوکس دو قلوها میتوان به این مقصود رسید. دو ذره را در نظر بگیرید یکی در حال سقوط آزاد، یعنی رها از هرگونه نیروی غیر گرانشی شناخته شده، و ذره دوم به کمک یک نیروی غیر گرانشی شناخته شده (مثلا موتور یک موشک) از مسیر سقوط آزاد منحرف شده، به مسافرت میرود و سپس نزد ذره اول باز میگردد. پس از بازگشت اگر در هر حالتی ذره اول از ذره دوم پیرتر باشد بدین معنی است که مسیر حرکت این ذره یک مسیر فرین بوده و در نتیجه در معادله ژئودزیک (۲) صدق میکند و در نتیجه چارچوب باید جردن باشد. ولی اگر مسافرتی وجود داشته باشد که پس از بازگشت ذره دوم پیرتر باشد نشان دهنده این است که ذره اول (ذره در حال سقوط آزاد) مسیر فرین یا ژئودزی را طی نمیکند در نتیجه چارچوب اینشتین خواهد بود.

علاوه بر این میتوان نشان داد که اصل جهانی بودن سقوط آزاد (Universality of Free Fall) در چارچوب اینشتین نقض میشود. این اصل بیان میکند که شتاب نسبی ذرات در حال سقوط آزاد در یک نقطه از فضا-زمان صفر است. در حالیکه با توجه به

اثرات مشاهداتی قطبش پذیری اسپینی ماده تاریک

رضایی، زینب

بخش فیزیک و رصدخانه بیرونی دانشگاه شیراز، شیراز

چکیده

ماده تاریک می‌تواند ماده مرئی در ستاره نوترونی را تحت تاثیر خود قرار دهد. یکی از مفاهیم حایز اهمیت در ارتباط با ماده تاریک، اسپین ذرات ماده تاریک است. در این مقاله با بهره گیری از معادله حالت ماده تاریک قطبیده اسپینی، تاثیر ماده تاریک قطبیده اسپینی بر ساختار ستاره نوترونی را محاسبه می‌نماییم. ساختار کره های تاریک و مرئی ستاره نوترونی و نیز انتقال به سرخ گرانشی این جرم فشرده ارائه خواهد شد.

Observational Effects of Dark Matter Spin Polarizability

Rezaei, Zeinab

Department of Physics and Biruni Observatory, Shiraz University, Shiraz

Abstract

Dark matter can affect the visible matter in neutron star. One of the important concepts related to the dark matter is the spin of dark matter particles. In this paper, using the equation of state of spin polarized dark matter; we calculate the effect of spin polarized dark matter on the neutron star structure. The structure of dark and visible spheres of neutron star as well as the gravitational redshift of this compact object is presented.

PACS No. 4, 26, 97.

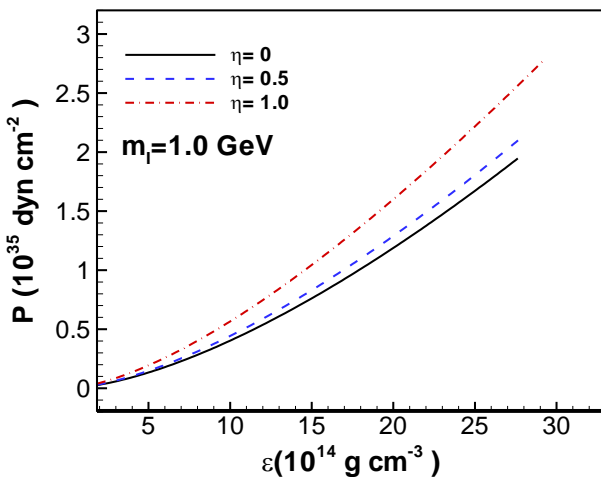
مقدمه

[7]، و یا برهمکنش اسپینی - اسپینی ذرات ماده تاریک [8] باشد. اثرات اسپینی ماده تاریک بر خواص فیزیکی سیستم‌ها قابل توجه است. اهمیت برهمکنش وابسته به اسپین بر تداخلها [7] و کاهش دمای مرکزی خورشید به خاطر ذرات ماده تاریک با برهمکنشهای وابسته به اسپین از جمله این تاثیرات می‌باشد. از سوی دیگر، به دلیل فشردگی و چگالی بالای ستاره نوترونی، برافزایش ذرات ماده تاریک به درون ستاره نوترونی می‌تواند انجام پذیرد [9]. حضور این ذرات در ستاره نوترونی ویژگیهای این جرم فشرده را تحت تاثیر قرار می‌دهد [10 و 11]. خصوصاً با توجه به اثرات اسپینی ماده تاریک، ستاره نوترونی می‌تواند تحت تاثیر قطبش اسپینی آن واقع شود. در این مقاله به

یکی از مباحث مهم در ارتباط با ماده تاریک، حالت اسپینی ذرات ماده تاریک و خواص ماده تاریک قطبیده اسپینی است [1-4]. یک میدان ماده ای با اسپین نیم صحیح و با برهمکنش از طریق ذرات هیگز، کاندیدایی برای ماده تاریک به حساب می‌آید [1]. ماده تاریک سرد از طریق آشکارسازی مستقیم بر اساس برهمکنشهای وابسته به اسپین با هسته بررسی شده است [2]. وابستگی پراکندگی ماده تاریک به اسپین ذاتی ذرات ماده تاریک مطالعه شده است [3]. آشکارسازی ناگتهای کوارکی مغناطیده به عنوان کاندیدایی برای ماده تاریک بررسی شده است [4]. قطبش اسپینی ذرات ماده تاریک می‌تواند ناشی از برهمکنش وابسته به اسپین ذرات ماده تاریک با نوکلئونها [5 و 6]، هسته‌ها

ساختار ستاره نوترونی با ماده تاریک قطبیده اسپینی

در این مقاله از روش دو مایعی برای بررسی ستاره نوترونی مرکب با ماده تاریک استفاده می‌کنیم [11 و 13]. سیستمی متشکل از ماده ستاره نوترونی و ماده تاریک قطبیده که تنها از طریق نیروی



شکل 1: معادله حالت ماده تاریک قطبیده اسپینی به ازای یک m_I خاص و مقادیر مختلف پارامتر قطبش اسپینی

گرانشی با هم برهمکنش دارند را در نظر می‌گیریم. ماده ستاره نوترونی و ماده تاریک قطبیده در دو کره هم مرکز توزیع شده‌اند. با در نظر گرفتن متریک فضازمان متقارن کروی استاتیک

$$ds^2 = e^{2\nu(r)} dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (5)$$

و تانسور انرژی تکانه مایع کامل

$$T^{\mu\nu} = -pg^{\mu\nu} + (p + \varepsilon)u^\mu u^\nu \quad (6)$$

که در آن $p(r) = p_N(r) + p_D(r)$ فشار کل و $\varepsilon(r) = \varepsilon_N(r) + \varepsilon_D(r)$ چگالی انرژی کل است، ساختار ستاره را بررسی می‌نماییم. در این دو تعریف اخیر، N و D به ترتیب نشانگر کمیات مربوط به ماده ستاره نوترونی و ماده تاریک هستند. در این روش معادلات میدان اینشتین به روابط زیر منتج می‌شوند [11 و 13]

$$e^{-2\lambda(r)} = 1 - \frac{2M(r)}{r}, \quad (7)$$

بررسی تاثیر ماده تاریک قطبیده اسپینی بر ستاره نوترونی می‌پردازیم.

معادله حالت ماده تاریک قطبیده اسپینی

ماده تاریک را به عنوان گاز فرمیونی برهمکنشی با قطبش اسپینی در نظر می‌گیریم [11]. این سیستم شامل N ذره با جرم m و اسپین $1/2$ است. انرژی بر واحد ذره برای این سیستم عبارت است از

$$E_{tot} = E_1 + E_2 \quad (1)$$

که در آن E_1 و E_2 به ترتیب معرف انرژی جنبشی و برهمکنشی سیستم است. انرژی جنبشی با رابطه

$$E_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=+,-} \sum_{k \leq k_F^{(i)}} \sqrt{\hbar^2 c^2 k^2 + m^2 c^4} \quad (2)$$

داده می‌شود که در آن $k_F^{(i)}$ تکانه فرمی ذره ماده تاریک با اسپین i است. همچنین انرژی برهمکنشی عبارت است از [12]

$$E_2 = \frac{\rho}{m_I} \quad (3)$$

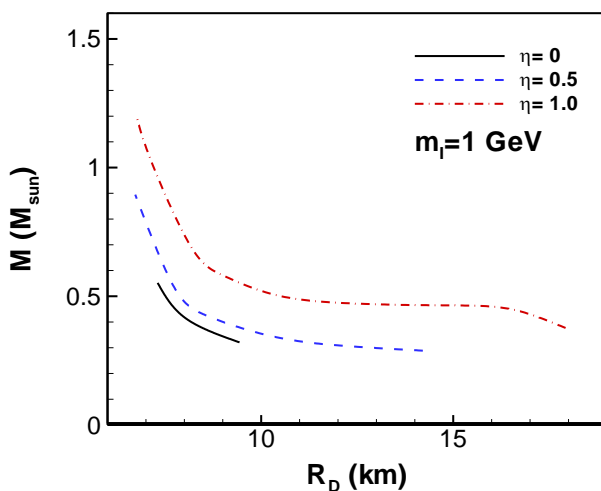
که در آن ρ چگالی تعداد ذرات ماده تاریک و m_I مقیاس انرژی برهمکنش ذره ماده تاریک است. برای توضیحات بیشتر در ارتباط با رابطه فوق مراجع [11 و 12] را ببینید. پارامتر قطبش اسپینی ماده تاریک را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\eta = \frac{\rho^{(+)} - \rho^{(-)}}{\rho} \quad (4)$$

که در آن $\rho^{(i)}$ چگالی تعداد ذرات ماده تاریک با اسپین i می‌باشد. به این ترتیب انرژی بر واحد ذره ماده تاریک با جایگذاری روابط (2)–(4) در رابطه (1) به دست می‌آید. جزییات مربوط به انرژی در مرجع [11] آمده است. با استفاده از انرژی حاصل و به کارگیری قانون اول ترمودینامیک $P = \rho^2 \frac{\partial E_{tot}}{\partial \rho}$ معادله حالت این سیستم به دست می‌آید. معادله حالت ماده تاریک قطبیده در شکل 1 ارائه شده است. با پارامتر قطبش اسپینی بزرگتر، معادله حالت ماده تاریک سخت تر می‌شود.

جرم ستاره با افزایش قطبش ماده تاریک، افزایش می‌یابد که این پدیده به خاطر سخت شدن معادله حالت ماده تاریک با افزایش قطبش ماده تاریک است. وجود ماده تاریک در ستاره رفتار جرم شعاع را تحت تاثیر خود قرار می‌دهد.

شکل 3 جرم کل برحسب شعاع کره ماده تاریک را ارائه می‌دهد. در ستاره‌های سنگین‌تر کره ماده تاریک کوچکتر است. اندازه کره تاریک ستاره با افزایش پارامتر قطبش اسپینی بیشتر می‌گردد. افزایش جرم ستاره با قطبش ماده تاریک در قطبشهای بیشتر



شکل 3: همانند شکل 2 اما برای رابطه جرم کل برحسب شعاع کره ماده تاریک

قابل ملاحظه‌تر است. مقایسه شکل‌های 2 و 3 تایید می‌کند برای ستاره‌های سنگین شعاع کره مرئی از تاریک بزرگتر است و بنابراین ماده مرئی ماده تاریک را احاطه کرده است. این در حالی است که در ستاره‌های کم‌جرم‌تر، کره ماده تاریک از مرئی بزرگتر است و بنابراین ماده تاریک به صورت هاله‌ای ماده مرئی را احاطه کرده است. بازه اندازه کره تاریک از کره مرئی بزرگتر است.

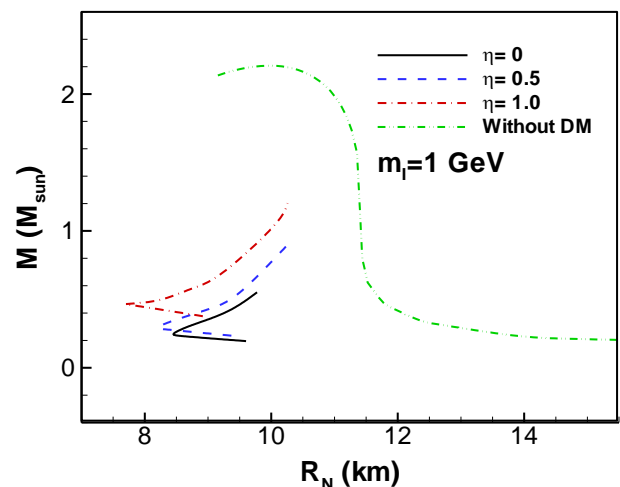
انتقال به سرخ‌گرانشی در سطح ستاره نوترونی در شکل 4 نمایش داده شده است. با جرمی مشخص، انتقال به سرخ‌گرانشی ستاره نوترونی با ماده تاریک از ستاره معمولی بیشتر است. افزایش پارامتر قطبش اسپینی باعث بیشتر شدن انتقال به سرخ‌گرانشی می‌گردد. این پدیده به خاطر آن است که افزایش پارامتر قطبش اسپینی منجر به فشردگی تر شدن ستاره می‌گردد. به عبارتی دیگر به ازای

$$\frac{dv}{dr} = \frac{M(r) + 4\pi r^3 p(r)}{r(r - 2M(r))},$$

$$\frac{dp_N}{dr} = -[p_N(r) + \varepsilon_N(r)] \frac{dv}{dr},$$

$$\frac{dp_D}{dr} = -[p_D(r) + \varepsilon_D(r)] \frac{dv}{dr},$$

در این مقاله برای بررسی ساختار ستاره از معادله حالت پلی‌تروپی تکه‌ای برای ماده ستاره نوترونی استفاده می‌کنیم [14]. با حل معادلات فوق ساختار ستاره نوترونی و کره‌های مرئی و تاریک آن به دست می‌آید. شعاع و جرم کره مرئی با شرط $p_N(R_N) = 0$ و شعاع و جرم کره تاریک با شرط $p_D(R_D) = 0$ به دست می‌آید. همچنین جرم کل ستاره از جمع جرم کره ماده مرئی و ماده تاریک حاصل می‌شود.

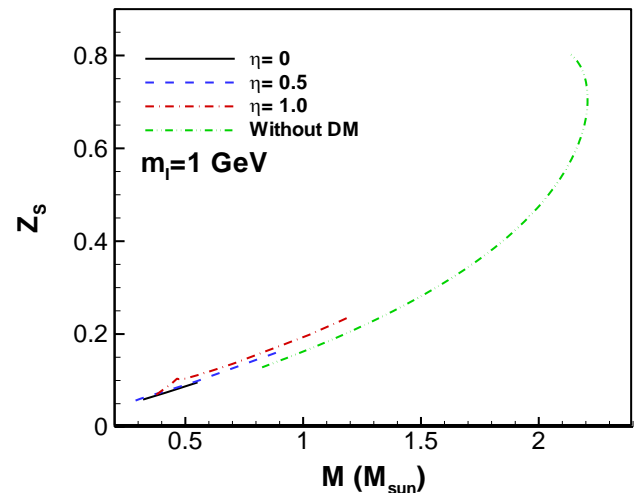


شکل 2: رابطه جرم کل برحسب شعاع کره ماده مرئی به ازای یک m_1 خاص و مقادیر مختلف پارامتر قطبش اسپینی

شکل 2 رابطه جرم کل برحسب شعاع کره ماده مرئی را نمایش می‌دهد. وجود ماده تاریک در ستاره منجر به کاهش اندازه آن می‌شود. جرم بیشینه ستاره با ماده تاریک کمتر از ستاره نوترونی معمولی است. افزایش پارامتر قطبش اسپینی باعث کاهش اندازه کره ماده مرئی می‌گردد. بنابراین با پارامتر قطبش اسپینی بزرگتر ستاره فشرده‌تر می‌گردد. با یک اندازه خاص برای کره ماده مرئی،

- [6] A. Martins, I. Lopes, J. Casanellas; "Astroseismic constraints on asymmetric dark matter: Light particles with an effective spin-dependent coupling"; *Physical Review D* **95**, (2017) 023507.
- [7] R. Martinez, F. Ochoa; "Spin-independent interferences and spin-dependent interactions with scalar dark matter"; *Journal of High Energy Physics* **05**, (2016) 113.
- [8] J.H. Heo; "Minimal Dirac Fermionic Dark Matter with Nonzero Magnetic Dipole Moment"; *Physics Letters B* **693**, (2010) 255.
- [9] C. Kouvaris, P. Tinyakov; "Can neutron stars constrain dark matter?"; *Physical Review D* **82**, (2010) 063531.
- [10] Z. Rezaei; "Study of Dark-Matter Admixed Neutron Stars using the Equation of State from the Rotational Curves of Galaxies"; *Astrophysical Journal* **835**, (2017) 33.
- [11] Z. Rezaei; "Neutron stars with spin polarized self-interacting dark matter"; *Astroparticle Physics* **101**, (2018) 1.
- [12] G. Narain, J. Schaffner-Bielich, I.N. Mishustin; "Compact stars made of fermionic dark matter"; *Physical Review D* **74**, (2006) 063003.
- [13] P. Ciarcelluti, F. Sandin; "Have neutron stars a dark matter core?"; *Physics Letters B* **695**, (2011) 19.
- [14] K. Hotokezaka, K. Kyutoku, H. Okawa, M. Shibata; "Exploring tidal effects of coalescing binary neutron stars in numerical relativity. II. Long-term simulations"; *Physical Review D* **91**, (2015) 064060.

یک اندازه خاص برای ستاره، قطبیده تر شدن ماده تاریک باعث افزایش جرم می‌گردد. بعلاوه با یک جرم خاص، افزایش پارامتر قطبش اسپینی، منجر به کمتر شدن شعاع ستاره می‌شود.



شکل 4: انتقال به سرخ گرانشی برحسب جرم به ازای یک m_I خاص و مقادیر مختلف پارامتر قطبش اسپینی

نتیجه گیری

در این مقاله، با بهره گیری از معادله حالت پلی تروپی تکه ای برای ماده ستاره نوترونی و معادله حالت ماده تاریک قطبیده اسپینی و نیز با استفاده از روش دو مایعی، ساختار ستاره نوترونی با ماده تاریک قطبیده اسپینی را بررسی نمودیم. با افزایش پارامتر قطبش اسپینی ماده تاریک، اندازه کره ماده مرئی کاهش اما اندازه کره ماده تاریک افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش قطبش اسپینی ماده تاریک، جرم ستاره نوترونی رشد می‌یابد.

مرجع‌ها

- [1] D.V. Ahluwalia-Khalilova, D. Grumiller; "Dark matter: A spin one-half fermion field with mass dimension one?"; *Physical Review D* **72**, (2005) 067701.
- [2] K. Martel, E. Poisson; "Gravitational perturbations of the Schwarzschild spacetime: A practical covariant and gauge-invariant formalism"; *Physical Review D* **71**, (2005) 104003.
- [3] V. Barger, W.Y. Keung, G. Shaughnessy; "Spin dependence of dark matter scattering"; *Physical Review D* **78**, (2008) 056007.
- [4] J.P. VanDevender, A.P. VanDevender, T. Sloan, C. Swaim, P. Wilson, R.G. Schmitt, R. Zakirov, J. Blum, J.L. Cross, N. McGinley; "Detection of magnetized quark-nuggets, a candidate for dark matter"; *Scientific Reports* **7**, (2017) 8758.
- [5] K.G. Savvidy, J.D. Vergados; "Direct dark matter detection: A spin 3/2 WIMP candidate"; *Physical Review D* **87**, (2013) 075013.

جذب مجدد ماده تاریک توسط ستارگان تاریک اولیه

رضایی، زینب

بخش فیزیک و رصدخانه بیرونی دانشگاه شیراز، شیراز

چکیده

برطبق شواهد اخترفیزیکی، ستارگان می‌توانند از گاز میان ستاره ای حاوی ماده تاریک شکل بگیرند. این ستارگان می‌توانند در مرحله پایانی تحول خود که در حالت تهیگن هستند، بار دیگر ماده تاریک را جذب نمایند. در این مقاله، به بررسی تاثیر جذب دوگانه ماده تاریک بر ساختار ستاره نوترونی می‌پردازیم.

Dark Matter Reabsorption by the First Dark Stars

Rezaei, Zeinab

Department of Physics and Biruni Observatory, Shiraz University, Shiraz

Abstract

According to astrophysical observations, stars can form from the interstellar gas including dark matter. These stars can reabsorb the dark matter in their final evolutionary states which are degenerate. In this paper, we investigate the influence of the reabsorption of dark matter on neutron star structure.

PACS No. 4, 26, 97.

به دلیل فشردگی و چگالی بالای ستاره نوترونی، جذب ماده تاریک توسط این جرم فشرده نسبت به ستاره های معمولی محتملتر است [7]. برافزایش ماده تاریک به ستاره نوترونی و نابودی آن در این ستاره، دمای ستاره را تحت تاثیر قرار می دهد [8]. ماده تاریک می تواند جذب ستاره فشرده ای شود که خود پیش از آن در مراحل اولیه تحولی، تحت تاثیر ماده تاریک واقع شده و آن را جذب کرده است. از این رو، بررسی ستاره فشرده ای که در دو مرحله از ماده تاریک اثر می پذیرد حایز اهمیت است. در این مقاله به بررسی ستاره نوترنی می پردازیم که به صورت دوگانه از ماده تاریک اثر پذیرفته باشد.

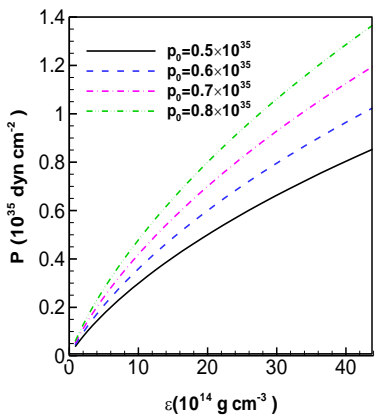
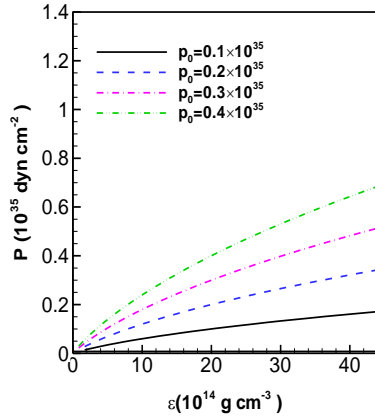
روش سه مایعی نسبیتی

برای مطالعه ستاره نوترونی که از طریق دو فرایند، ماده تاریک را جذب کرده است روش دو مایعی نسبیتی [9] را به روش سه

مقدمه

ماده تاریک در محیط میان ستاره ای، مراحل ابتدایی تحول ستاره ها را تحت تاثیر قرار می دهد [1-6]. گرمای تولیدی از نابودی ذرات ماده تاریک در ابرمیان ستاره ای، فرایند معمولی تشکیل ستاره را تحت تاثیر قرار داده و آن را تبدیل به ستاره تاریک می کند [1 و 2]. ماده تاریک در هاله ستارگان اولیه، خواص ابر در حال رمبش را تغییر می دهد [3]. ستارگان اولیه می توانند درون هاله ماده تاریک با جرم $10^6 M_{\odot}$ شکل گرفته باشند [4]. این ستاره ها بسیار بزرگ، روشن و سرد هستند [2]. ذرات ماده تاریک از هاله به پیش ستاره برافزوده شده و سپس به واسطه نابودی آنها، تحول پیش رشته اصلی ستاره اثر می پذیرد [5]. تاثیر برافزایش ماده تاریک با برهمکنش ضعیف بر ستاره های رشته اصلی بررسی شده است [6].

در محاسبات حاضر برای ماده نوترونی با چگالی در $\rho \geq 0.05 fm^{-3}$ از معادله حالت ماده نوترونی sly230b در روش اسکایرم استفاده می‌کنیم [11]. همچنین برای ماده نوترونی با چگالی $\rho \leq 0.05 fm^{-3}$ معادله حالت پوشش آهنی که در مرجع [12] محاسبه شده است را بکار می‌بریم.



شکل 1: معادله حالت ماده تاریک به ازای $\rho_0 = 0.2 \times 10^{16} gcm^{-3}$ و مقادیر مختلف p_0

از آنجایی که ماده تاریک در دو فرایند مختلف جذب ستاره مورد مطالعه ما شده است معادله حالت آن در این دو فرایند می‌تواند متفاوت باشند. بنابراین فرض می‌کنیم معادله حالت ماده تاریک در کره تاریک دوم سخت تر، نرم تر و یا همانند معادله حالت ماده تاریک کره تاریک اول باشد. در این مقاله برای توصیف معادله حالت ماده تاریک، از معادله حالت حاصل از نتایج مشاهداتی منحنی چرخشی کهکشانیها استفاده می‌کنیم [13]

(6)

$$p(\rho) = \frac{8p_0}{\pi^2 - 8} \left(\frac{\pi^2}{8} - \frac{\arctan \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho} - 1}}{\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho} - 1}} - \frac{1}{2} (\arctan \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho} - 1})^2 \right)$$

مایعی نسبیتی [10] تعمیم می‌دهیم. در این روش ستاره شامل سه کره هم مرکز که یکی از آنها حاوی ماده نوترونی و دو کره دیگر حاوی ماده تاریک است می‌باشد. محتویات این سه کره تنها از طریق نیروی گرانشی با هم برهمکنش می‌نمایند. برای این سیستم متریک فضا-زمان متقارن کروی استاتیک را در نظر می‌گیریم

(1)

$$ds^2 = e^{2\nu(r)} dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

همچنین تانسور انرژی تکانه مایع کامل عبارت است از

$$T^{\mu\nu} = -pg^{\mu\nu} + (p + \varepsilon)u^\mu u^\nu \quad (2)$$

که در آن فشار کل p و چگالی انرژی کل ε به صورت زیر بیان می‌شوند

$$p(r) = p_N(r) + p_{D1}(r) + p_{D2}(r) \quad (3)$$

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_N(r) + \varepsilon_{D1}(r) + \varepsilon_{D2}(r) \quad (4)$$

در روابط فوق N ، $D1$ و $D2$ به ترتیب معرف کمیات مربوط به ماده نوترونی، ماده تاریک در کره اول تاریک و ماده تاریک در کره دوم تاریک می‌باشد. با بهره‌گیری از روابط فوق، معادلات میدان اینشتین معادلات زیر را به دست می‌دهند

$$e^{-2\lambda(r)} = 1 - \frac{2M(r)}{r} \quad (5)$$

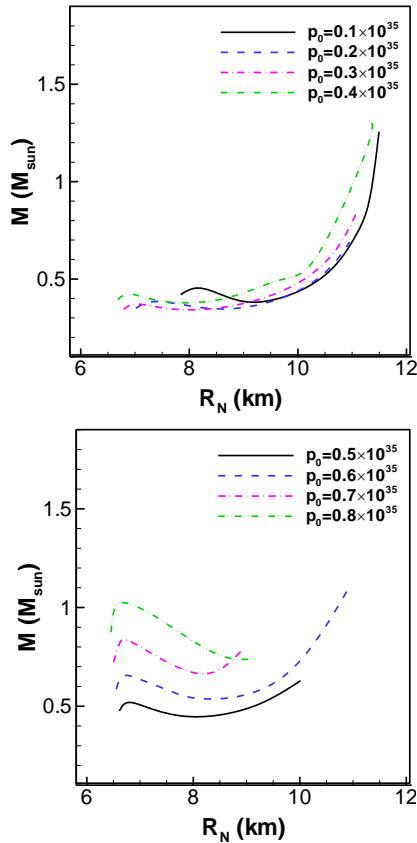
$$\frac{dv}{dr} = \frac{M(r) + 4\pi r^3 p(r)}{r(r - 2M(r))}$$

$$\frac{dp_N}{dr} = -[p_N(r) + \varepsilon_N(r)] \frac{dv}{dr}$$

$$\frac{dp_{D1}}{dr} = -[p_{D1}(r) + \varepsilon_{D1}(r)] \frac{dv}{dr}$$

$$\frac{dp_{D2}}{dr} = -[p_{D2}(r) + \varepsilon_{D2}(r)] \frac{dv}{dr}$$

از این معادلات که در واقع تعمیم معادلات TOV در روش سه مایعی نسبیتی هستند برای محاسبه ساختار ستاره نوترونی و ویژگیهای کره مرئی و دو کره تاریک آن بهره می‌بریم. شعاع و جرم هر بخش از این سیستم با شرایط $p_N(R_N) = 0$ برای کره نوترونی، $p_{D1}(R_{D1}) = 0$ برای کره ماده تاریک اول و $p_{D2}(R_{D2}) = 0$ برای کره ماده تاریک دوم تعیین می‌شود.



شکل 2: جرم کل ستاره نوترونی بر حسب شعاع کره نوترونی که در آن معادله حالت کره تاریک اول $p_0 = 0.4 \times 10^{35} \text{ dyn cm}^{-2}$ و معادله حالت کره تاریک دوم آن با مقادیر مختلف p_0 داده می‌شود.

است. از شکل‌های 2 و 3 می‌توان دید که با معادله حالت سخت‌تر رفتار ذکر شده برعکس می‌گردد.

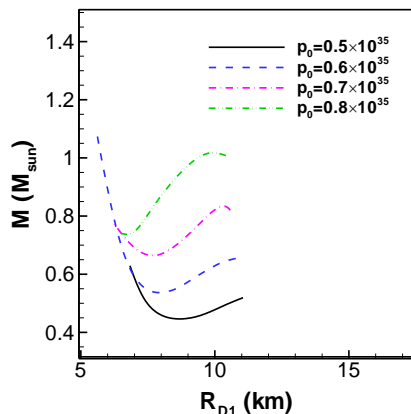
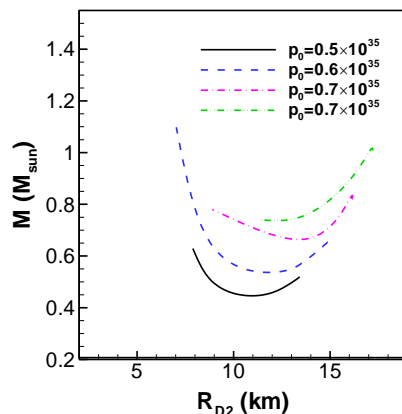
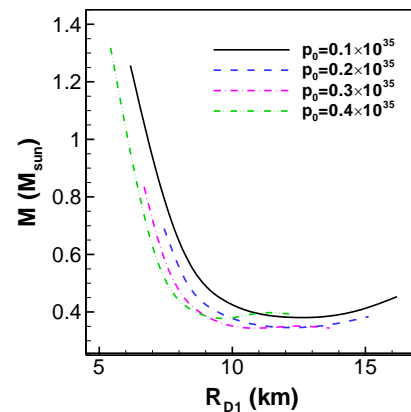
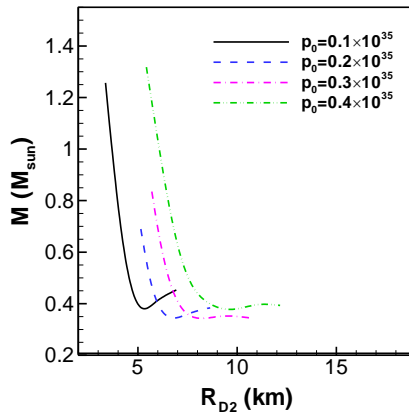
شکل 4 رابطه جرم کل با شعاع کره تاریک دوم را ارائه می‌دهد. همانند کره تاریک اول اندازه کره تاریک دوم برای ستاره‌های کم جرم‌تر با معادله‌های حالت نرم‌تر برای کره دوم، بیشتر است. با ماده تاریک سخت‌تر در کره دوم، گستردگی کره تاریک دوم قابل ملاحظه‌تر می‌باشد. با مقایسه شکل 4 و شکل‌های قبل می‌توان فهمید با توجه به میزان سختی معادله حالت ماده تاریک کره دوم، این کره ممکن است که در درون و یا بیرون کره تاریک اول قرار گیرد. همچنین در ستاره‌های سنگین با $p_0 < 0.4 \times 10^{35} \text{ dyn cm}^{-2}$ ، کره‌های تاریک درون کره نوترونی قرار می‌گیرند. اما اگر سختی معادله حالت تاریک از حدی خاص بیشتر شود کره‌های تاریک از شعاع مرئی ستاره بزرگتر می‌گردند. نتایج حاصل نشان می‌دهد که سطح کره نوترونی می‌تواند بین سطح دو کره تاریک قرار گیرد [10].

که در رابطه فوق p و p چگالی و فشار ماده تاریک است. همچنین p_0 و p_0 پارامترهای آزادی هستند که به ترتیب معرف چگالی و فشار مرکزی هاله تاریک می‌باشند. این معادله حالت یک معادله حالت جهان شمول است و علاوه بر هاله تاریک کهکشانی برای هاله تاریک ستاره نوترونی نیز صادق است [13 و 14]. برای معادله حالت هاله تاریک ستاره نوترونی می‌بایست مقادیر p_0 و p_0 از مرتبه چگالی و فشار مرکزی ستاره نوترونی باشد. شکل 1 معادله حالت ماده تاریک به ازای $p_0 = 0.2 \times 10^{16} \text{ g cm}^{-3}$ و مقادیر مختلف p_0 نشان می‌دهد. معادله حالت با مقادیر بزرگتر برای p_0 ، سخت‌تر است.

ساختار ستاره نوترونی مرکب با ماده تاریک دوگانه

شکل 2 رابطه جرم کل با شعاع مرئی را برای ستاره نوترونی مرکبی که معادله حالت کره تاریک اول آن $p_0 = 0.4 \times 10^{35} \text{ dyn cm}^{-2}$ و معادله حالت کره تاریک دوم آن مقادیر مختلف p_0 است نشان می‌دهد. ستاره‌هایی که معادله حالت ماده تاریک در دو کره تاریک آنها همانند است ستاره‌های خود مقید هستند. همچنین این رفتار در ستاره‌هایی با کره تاریک دوم که معادله حالت آنها نرم‌تر است نیز دیده می‌شود. این در حالی است که اگر معادله حالت ماده تاریک کره دوم سخت‌تر باشد رفتار جرم شعاع تغییر کرده و ستاره، مقید گرانشی است. بنابراین رفتار ستاره وابسته به نوع ماده تاریکی است که جذب کرده است. ستاره‌هایی که ماده تاریک کره دوم آنها سخت‌تر است می‌توانند کوچکتر، پرجرم‌تر و بنابراین فشرده‌تر باشند.

شکل 3 جرم کل ستاره را بر حسب شعاع کره تاریک اول نمایش می‌دهد. در ستاره‌هایی که معادله حالت ماده تاریک در دو کره تاریک آنها یکسان است با کاهش جرم ستاره شعاع کره تاریک اول آنها بیشتر می‌شود. این رفتار برای مواردی که معادله حالت کره تاریک دوم آنها نرم‌تر است نیز وجود دارد. اما در ستاره‌هایی که ماده تاریک کره دوم آنها سخت‌تر است بیشتر بودن جرم ستاره، شعاع کره تاریک اول را بیشتر می‌کند. همچنین در این موارد، بازه شعاع ستاره کوچکتر است. با معادله‌های حالت نرم‌تر، در ستاره‌های پرجرم، کره نوترونی، کره تاریک اول را احاطه نموده است. اما در ستاره‌های کم جرم، کره تاریک اول بزرگتر از کره نوترونی



شکل ۴: همانند شکل ۲ اما بر حسب شعاع کره تاریک دوم.

شکل ۳: همانند شکل ۲ اما بر حسب شعاع کره تاریک اول.

- [4] K. Freese, P. Gondolo, J. A. Sellwood, and D. Spolyar; "Dark matter densities during the formation of the first stars and in dark stars"; *Astrophysical Journal* **693**, (2009) 1563.
- [5] F. Iocco, A. Bressan, E. Ripamonti, R. Schneider, A. Ferrara, and P. Marigo; "Dark matter annihilation effects on the first stars"; *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **390**, (2008) 1655.
- [6] M. Fairbairn, P. Scott, and J. Edsjö; "The zero age main sequence of WIMP burners"; *Physical Review D* **77**, (2008) 047301.
- [7] C. Kouvaris and P. Tinyakov; "Can neutron stars constrain dark matter?"; *Physical Review D* **82**, (2010) 063531.
- [8] A. de Lavallaz, M. Fairbairn; "Neutron stars as dark matter probes"; *Physical Review D* **81**, (2010) 123521.
- [9] F. Sandin and P. Ciarcelluti; "Effects of mirror dark matter on neutron stars"; *Astroparticle Physics* **32**, (2009) 278.
- [10] Z. Rezaei; "Double dark matter admixed neutron star"; *International Journal of Modern Physics D*, In press, doi: 10.1142/S0218271819500020 (2018).
- [11] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer, and R. Schaeffer; "A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities"; *Nuclear Physics A* **627**, (1997) 710.
- [12] G. Baym, C. Pethick, and P. Sutherland; "The ground state of matter at high densities: equation of state and stellar models"; *Astrophysical Journal* **170**, (1971) 299.
- [13] J. Barranco, A. Bernal, and D. Nunez; "Dark matter equation of state from rotational curves of galaxies"; *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **449**, (2015) 403.
- [14] Z. Rezaei; "Study of dark-matter admixed neutron stars using the equation of state from the rotational curves of galaxies"; *Astrophysical Journal* **835**, (2017) 33.

نتیجه گیری

در این مقاله با بکارگیری روش سه مایعی نسبی به بررسی ستاره های نوترونی دوگانه مرکب با ماده تاریک پرداختیم. جهت توصیف کره نوترونی از معادله حالت ماده نوترونی اسکایرم و کره های ماده تاریک از معادله حالت ماده تاریک حاصل از نتایج مشاهداتی منحنی چرخشی کهکشانی بهره بردیم. نتایج حاصل نشان می دهد که رابطه جرم شعاع این ستاره ها وابسته به میزان سختی معادله حالت ماده تاریک جذب شده توسط این ستاره هاست. علاوه بر این، معادله حالت ماده تاریک بر اندازه کره مرئی و نیز کره های تاریک ستاره تاثیرگذار است.

مرجع ها

- [1] D. Spolyar, K. Freese, and P. Gondolo; "Dark matter and the first stars: a new phase of stellar evolution"; *Physical Review Letter* **100**, (2008) 051101.
- [2] D. Spolyar, P. Bodenheimer, K. Freese, and P. Gondolo; "Dark stars: a new look at the first stars in the Universe"; *Astrophysical Journal* **705**, (2009) 1031.
- [3] E. Ripamonti, F. Iocco, A. Ferrara, R. Schneider, A. Bressan, and P. Marigo; "First star formation with dark matter annihilation"; *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **406**, (2010) 2605.

بررسی اثرات ویسکوزیته (گرانروی) محتوی بر مدل کیهان‌شناسی اصلاح شده

ساداتیان سعداآباد، سید داود^۱؛ غلامی، تکتام^۱

^۱ گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه نیشابور

چکیده

در این پژوهش فرض شده است که با توجه به نوع ماده ای که به عنوان محتوی عالم در نظر گرفته می شود خواص فیزیکی این ماده باید در بررسی مدل کیهان‌شناسی به صورت دقیق بررسی شود یکی از ویژگی های محتوی ماده عالم که در اینجا مورد نظر است گرانروی یا ویسکوزیته ماده است که بنا است در این پژوهش اثر این پارامتر را بر دینامیک عالم بررسی نماییم.

Investigating the effects of viscosity on modified cosmological model

Sadatian, S. Davood¹; Gholami, Toktam¹

¹ Department of Physics, University of Neyshabur, Neyshabur

Abstract

In this research we are assumed that according to the content of the universe, the physical properties of this content should be considered in the study of the model of cosmology. One of the things to be considered here is the viscosity of matter, based on this study, we investigate the effect of this parameter on the dynamics of the universe.

PACS No. 98.80.-k

قرار می گیرد. در این مقاله ما ویسکوزیته را در مدلی خاص از کیهان‌شناسی وارد کرده و بسته به نوع ویسکوزیته بالک، معادله حالت و سایر معادلات میدان را در نظریه بدست می آوریم و نتایج استنتاج شده از آن را بیان می داریم. به عبارت دیگر در این پژوهش این امکان را بررسی می کنیم که شاره گرانروی می تواند برای لغزش از ناحیه کوئینتسنس به منطقه فانتوم و سپس به یک تکینگی آینده منجر شود، البته اگر مقدار ویسکوزیته در حال حاضر به اندازه کافی بزرگ باشد (مشاهدات نشان می دهد که این استدلال می تواند یک سناریوی واقع بینانه باشد) [2].

۲. معرفی ضریب گرانروی

برای سیستم هایی که از لحاظ ترمودینامیک در تعادل هستند، آنتروپی سیستم پایسته است. برای چنین سیستمی می توان معادله حالتی به شکل زیر در نظر گرفت [3]:

$$p(\rho) = w(\rho)\rho \quad (1)$$

۱. مقدمه

از دیدگاه هیدرو دینامیکی گنجانیدن اثرات گرانروی در نظریه میکروسکوپیکی شاره کیهانی از اهمیت زیادی برخوردار است. در مطالعه جهان اولیه تاثیر ویسکوزیته بسیار مهم در نظر گرفته می شود (به طور مثال، در زمان جداسازی نوترینو) پایان دوره لپتون) وقتی که دمای عالم حدود 10^{10} k بود [1]. از دیدگاه فیزیکی با توجه به انحراف از تعادل حرارتی در سیال، دو ضریب ویسکوزیته متفاوت تعریف می شود. ویسکوزیته بالک (Bulk) و ویسکوزیته برشی (Shear). با توجه به همسانگردی جهان معمولا ویسکوزیته برشی از بین می رود (این موضوع توسط مشاهدات WMAP و پلانک و علاوه بر آن توسط محاسبات نظری اثبات می شود) [2]. علاقه به نظریه های ویسکوزیته در کیهان‌شناسی در سال های اخیر افزایش یافته است و هدف از این موضوع، کشف این واقعیت است که چگونه نظریه کیهان‌شناسی هنگامی که ویسکوزیته بالک به فرمالیسم وارد می شود تحت تاثیر

باشیم. این رهیافت که اخیراً بیشتر مورد توجه قرار گرفته است، مربوط به اصلاح بخش هندسی معادلات میدان نسبیت عام است. یک مدل برای اصلاح بخش هندسی معادلات میدان اینشتین این است که گرانش از نوع $f(R)$ در نظر بگیریم [6] که $f(R)$ تابع اختیاری از R (اسکالر ریچی یا انحنای فضا زمان) است. برای این منظور باید در کنش اینشتین-هیلبرت به جای R تابع $f(R)$ را جایگزین کنیم. اما مدلی دیگر برای اصلاح گرانش، گرانش از نوع $F(T)$ است [7-9]. در این مدل اسکالر ریچی R (صفر و به جای آن اسکالر پیچشی T) در نظر گرفته میشود. نظریه گرانش $F(T)$ به عنوان تعمیم گرانش ارتباط موازی^۱ مشخص می‌شود [7] و لاگرانژی به شکل زیر دارد

$$L_T = \frac{e}{2k} T + L_m \Rightarrow L_f(T) = \frac{e}{2k} f(T) + L_m, \quad e = \sqrt{g} \quad (5)$$

که در اینجا متریک به شکل زیر است:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{ij} h_\mu^i h_\nu^j, \quad (6)$$

$$\eta_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1) \quad (7)$$

توجه می‌کنیم که معادله بالا متریک مینکوفسکی برای فضای مماسی است. لازم به ذکر است که در ادامه از الفبای یونانی برای نشان دادن اجزای فضا-زمان و الفبای لاتین برای توصیف اجزای فضای مماسی استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن پیچش غیر صفر به صورت زیر

$$h_i = h_i^\mu \partial_\mu, \quad h^j = h_\nu^j dx^\nu, \quad (8)$$

که دارای خواص زیر می‌باشد

$$h_i^\mu h_j^\nu = \delta^{\mu\nu}, \quad h_i^\mu h_\mu^j = \delta^j_i \quad (9)$$

معادله میدان جدید با روابط زیر داده می‌شود [10]:

$$[e^{-1} \partial_\mu (e S_i^{\mu\nu}) + h_i^\lambda T^\rho_{\mu\lambda} S_\rho^{\nu\mu}] f_T + S_i^{\mu\nu} (T) f_{TT} + \frac{1}{4} h_i^\nu f = \frac{1}{2} \kappa^2 h_i^\rho T_\rho^\nu, \quad (10)$$

$$f_{TT} = \frac{d^2 f}{dT^2} \text{ و } f_T = \frac{df}{dT} \quad (11)$$

و اگر آنروپی پایسته نباشد در تقریب مرتبه اول فشارسیستم توسط رابطه زیر بیان میشود:

$$p_{eff} = p_{eq} - \xi \theta(t) \quad (2)$$

که در آن p_{eq} فشارسیستم در حالت تعادل، $\theta(t)$ تابع اسکالر رشد، ξ ضریب گرانروی فشار موثر سیستم است. اگر تابع اسکالر دارای رشد مثبت باشد، فشار سیستم کاهش می‌یابد و با وجود ضریب گرانروی می‌تواند کاهش فشار را تنظیم کرد و آن را منفی کند تا انبساط تند شونده کیهان به دست آید. از این ایده برای توضیح انبساط تند شونده کیهان با کمک ماده معمولی استفاده می‌شود [3].

در یک جهان در حال گسترش ضریب گرانروی ممکن است وابسته به شتاب و سرعت باشد. منطقی‌ترین شکل آن می‌تواند یک ترکیب خطی از سه نوع به شکل زیر باشد: که جمله اول ثابت، جمله دوم متناسب با پارامتر هابل که مشخصه وابستگی ویسکوزیته به سرعت است، و جمله آخر متناسب با $\frac{\ddot{a}}{a}$ که مشخصه تاثیرات شتاب بر ویسکوزیته می‌باشد [4].

$$\xi = \xi_0 + \xi_1 \frac{\dot{a}}{a} + \xi_2 \frac{\ddot{a}}{a}. \quad (3)$$

رابطه بالا را می‌توان بر حسب پارامتر هابل ($H = \frac{\dot{a}}{a}$) به صورت زیر بنویسیم

$$\xi = \xi_0 + \xi_1 H + \xi_2 (\dot{H} + H^2) \quad (4)$$

۳. استفاده از پارامتر گرانروی در مدل کیهان‌شناسی

در این بخش یک مدل خاص انرژی تاریک را برای ساختن پارامتر معادله حالت گرانو در نظر می‌گیریم. سپس نمایش گرافیکی با در نظر گرفتن مقادیر مختلف ویسکوزیته در مدل را رسم می‌نماییم. بنابراین در اینجا ویسکوزیته را با در نظر گرفتن ماده غبار گونه در گرانش $F(T)$ در نظر گرفته ایم. پس ابتدا لازم است در مورد معادلات میدان گرانش $F(T)$ بحث کنیم.

ساده‌ترین مدل برای انرژی تاریک ثابت کیهان‌شناختی است [5]. ولی مشکلاتی مثل تنظیم ظریف و مشکل تطابق کیهانی باعث می‌شوند که به دنبال رهیافت دیگری برای توجیه انبساط شتابدار عالم

^۱ teleparallel

اگر در اینجا ماده غبار گونه را در نظر بگیریم ($P_m = 0$)، جملات مربوط به چگالی و فشار موثر را به شکل زیر تعیین می‌شوند:

$$\rho_T = \frac{1}{2\kappa^2} (2T f_T - f - T), \quad (22)$$

$$p_T = \frac{1}{2\kappa^2} (-8T \dot{H} f_{TT} + (2T - 4\dot{H})f_T - f + 4\dot{H} - T) \quad (23)$$

$$p_{\text{eff}} = p_T - 3H\xi(t). \quad (24)$$

در اینجا اگر $F(T)=T$ را در معادله (۲۱) با ویسکوزیته صفر قرار دهیم به معادلات فریدمان معمولی در نسبیت عام میرسیم. در ادامه پارامتر معادله حالت گرانرو به شکل زیر می‌نویسیم:

$$\omega_{\text{eff}} = -1 + \frac{2\kappa^2(\rho_m + 3H\xi(t))}{2\kappa^2\rho_m + 2T f_T - f - T} + \frac{4\dot{H}(2T f_{TT} + f_T - 1)}{2\kappa^2\rho_m + 2T f_T - f - T} \quad (25)$$

در صورتی که پارامتر هابل را به صورت زیر در نظر بگیریم

$$H(t) = \frac{l}{t} \quad (26)$$

با استفاده از معادله بالا و انتخاب خاص از تابع $F(T)$ به شکل زیر

$$F(T) = \alpha(-T)^n \tanh\left(\frac{T_0}{T}\right) \quad (27)$$

می‌توان مدل خود را ایجاد و پارامترهای آن را مورد بررسی قرار داد. انگیزه استفاده از این تابع در این مدل این است که باعث ایجاد یک انبساط شتابدار در عالم می‌شود به طوری که در آن چرخش موثر سیال، نقش انرژی تاریک را بازی کند [12]. به هر ترتیب در ادامه با استفاده از این تابع روابط مهم این مدل انرژی تاریک را با در نظر گرفتن ویسکوزیته تعیین و مورد بررسی قرار می‌دهیم. بنابراین اگر معادله (۲۷) را با توجه به رابطه (۲۶) در معادلات (۲۲) تا (۲۴) قرار دهیم رابطه فشار موثر به شکل زیر بدست می‌آید (برای یک عالم پیچش غالب یعنی $\rho_m = 0$)

$$p_{\text{eff}} = -3\frac{l}{t} \left(\xi_0 + \frac{\xi_1 l}{t} + \xi_2 \left(-\frac{l}{t^2} + \frac{l^2}{t^2} \right) \right) + \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{l^2}{t^2} \right)^n \tanh\left(\frac{1}{6} \frac{l^2}{t^2}\right) + 2\frac{l}{t} + 3\frac{l^2}{t^2} \quad (28)$$

که در اینجا اسکالر و تانسور پیچش به شکل زیر به هم مربوط اند

$$T = S_\rho^{\mu\nu} T_{\mu\nu}^{\rho} \quad (12)$$

و تانسور پیچش به شکل زیر داده میشود:

$$S_\rho^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (K^{\mu\nu}{}_\rho + \delta_\rho^\mu T^{\theta\nu}{}_\theta - \delta_\rho^\nu T^{\theta\mu}{}_\theta), \quad (13)$$

$$T^{\lambda}{}_{\mu\nu} = \Gamma^{\lambda}{}_{\nu\mu} - \Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu} = h_i^\lambda (\partial_\nu h_\mu^i - \partial_\mu h_\nu^i), \quad (14)$$

$$K^{\mu\nu}{}_\rho = -\frac{1}{2} (T^{\mu\nu}{}_\rho - T^{\nu\mu}{}_\rho - T_\rho^{\mu\nu}), \quad (15)$$

از طرفی تانسور انرژی تکانه برای شاره کامل به شکل زیر است

$$T_\rho^\nu = (\rho + p)u^\nu u_\rho - p\delta_\rho^\nu \quad (16)$$

با توجه به متریک FRW

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (17)$$

و همچنین با استفاده از معادله (۱۲) و (۱۷) اسکالر پیچشی را برحسب پارامتر هابل میتوانیم به شکل $T = -6H^2$ بنویسیم.

در نهایت معادلات فریدمان اصلاح شده را نیز با روابط زیر تعیین می‌شود:

$$-2T f_T + f = 2\kappa^2 \rho \quad (18)$$

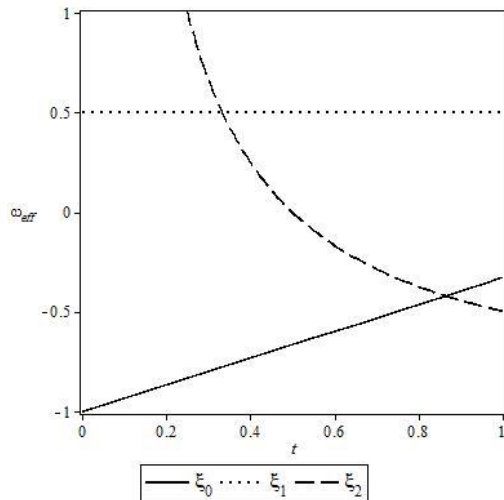
$$-8T \dot{H} f_{TT} + (2T - 4\dot{H})f_T - f = 2\kappa^2 \rho. \quad (19)$$

در ادامه از پارامتر ویسکوزیته (گرانرو) که فشار موثر در تانسور انرژی-تکانه را به شکل زیر نشان می‌دهد استفاده می‌کنیم [11]

$$p_{\text{eff}} = p - 3H\xi(t), \quad (20)$$

بنابراین می‌توان معادلات فریدمان اصلاح شده را با استفاده از روابط زیر بازنویسی کرد:

$$\rho_m + \rho_T = \frac{3H^2}{\kappa^2}, \quad p_T = -\frac{1}{\kappa^2} (2\dot{H} + 3H^2). \quad (21)$$



شکل ۲: رفتار معادله حالت موثر ω_{eff} بر حسب زمان با در نظر گرفتن هر

ضریب خاص ویسکوزیته (در اینجا $l=1.5, n=1.5, \alpha=1$)

از ضرائب گرانشی، این دو پارامتر را مورد بررسی قرار دادیم. نمودارهای رسم شده نشان داده شده است که بر حسب تغییرات پارامتر گرانشی فشار و معادله حالت رفتارهای متفاوتی را از خود نشان می‌دهند. به طور مثال پیش بینی محتوی عالم در زمان اولیه و اکنون و همچنین چگونگی گذار معادله حالت از مرز فانتوم و یا کوینتسنس در این نمودارها مشهود است.

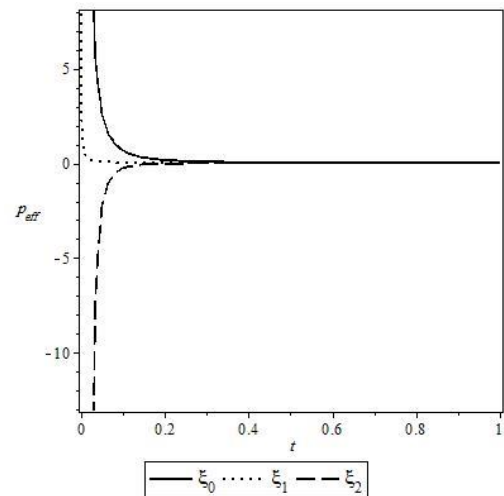
۵. مرجع‌ها

- [1] C. W. Misner, *Astrophys. J.* **151** (1968) 431.
- [2] Y. B. Zeldovich and I. D. Novikov, *Relativistic Astrophysics*. Vol. 2. The Structure And Evolution Of The Universe, Chicago, USA: Chicago Univ. (1983) 718p.
- [3] R. Maartens, astro-Ph/9609119.
- [4] J. Ren and Xin-He Meng, *phys. Lett. B* **633** (2006) 1.
- [5] R. R. Caldwell, R. Dave and P. J. Steinhardt, *phys. Rev. Lett.* **80.8** (1998) 1582.
- [6] S. Capozziello et al, *Int. J. Mod. Phys. D* **12.10** (2003) 1969.
- [7] Nashed, G.G.L., *Gen. Relativ. Gravit.* **34** (2002) 1047.
- [8] Ferraro, R., Fiorini, F., *Phys. Rev. D.* **75** (2007) 084031.
- [9] Ferraro, R., Fiorini, F., *Phys. Rev. D.* **78** (2008) 124019.
- [10] R. Myrzakulov, *Eur. Phys. J. C* **71** (2011) 1752.
- [11] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics* Addison-Wesley, Reading U.S.A. (1959).
- [12] E. V. Linder, *Phys. Rev. D.* **81** (2010) 127301.

و همچنین با استفاده از معادله (۲۱) در معادله (۲۵) برای معادله حالت موثر رابطه زیر را بدست می‌آوریم

$$\omega_{eff} = \frac{1}{18l^4t} \left[\left(\frac{l^2}{6t^2} \right)^n \left(\tanh \left(\frac{1}{6l^2} t^2 \right) \right)^2 \alpha t^5 + 6 \left(\frac{l^2}{6t^2} \right)^n \alpha t^3 l^2 \left(n - \frac{1}{2} \right) \tanh \left(\frac{1}{6l^2} t^2 \right) - \left(\frac{l^2}{6t^2} \right)^n \alpha t^5 + 18(\xi_2 l^2 + ((\xi_1 - 1)t - \xi_2)l + \xi_0 t^2) l^3 \right] \quad (29)$$

در ادامه نمودار دو رابطه اخیر برای بررسی بهتر در شکل (۲۱) رسم شده است. لازم به ذکر است که می‌توان معادلات فریدمن اصلاح شده را هم به همین شکل برای این مدل بدست آورد که به دلیل طولانی بودن رابطه از درج آن در اینجا خودداری کرده ایم.



شکل ۱: رفتار پارامتر فشار موثر P_{eff} بر حسب زمان با در نظر گرفتن هر

ضریب خاص ویسکوزیته (در اینجا $l=1.5, n=1.5, \alpha=1$)

در این نمودارها مشخص می‌شود که فشار و معادله حالت به ازای هر ضریب گرانشی رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهد ولی در نهایت فشار به مقدار صفر که برای محتوی غبار در عالم است همگرا می‌شود و معادله حالت در طول زمان رفتار متفاوتی را از خود نشان می‌دهد. البته در اینجا رفتار معادله حالت به ازای پارامتر ξ_0 غیر صفر با مشاهدات رصدی که گذار از مرز فانتوم را نشان می‌دهند تطابق دارد.

۴. نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل گرانشی اصلاح شده را بر اساس تابع پیچشی که به سمت راست معادله کامل ایشتمین اضافه نمودیم مورد بررسی قرار دادیم در ادامه با وارد کردن ضریب گرانشی در روابط (که نقش مهمی در دینامیک شاره‌ها ایفا می‌کند) برخی از پارامترهای مدل مثل فشار و معادله حالت موثر را تعیین نمودیم. سپس با تحلیل عددی این روابط با توجه به مقدار دهی به هر یک

تحلیل پایداری و وضعیت یاب برای انرژی تاریک هولوگرافیک با برهم‌کنش تغییر علامت دهنده

سعیدی^۱، معصومه^۱، ابراهیمی، اسماعیل^۱

^۱دانشکده فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان

چکیده

در این مقاله، ویژگی‌هایی از مدل انرژی تاریک هولوگرافیک با افق رویداد آینده در حضور ترم برهم‌کنشی که قابلیت تغییر علامت را دارا باشد، بررسی خواهد شد. بدین منظور پایداری مدل در برابر اختلالات پس زمینه کیهانی از طریق تحلیل نیمه نیوتونی مربع سرعت صوت و همچنین تحلیل وضعیت یاب نیز برای این مدل مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. نتیجه و مزیت این مدل در مقایسه با مدل مشابه با ترم برهم‌کنشی معمولی تمایل بیشتر این مدل به پایداری و همچنین مقادیر مناسب‌تر پارامترهای وضعیت یاب خواهد بود.

Stability and state finder analysis for a sign changeable interacting holographic dark energy

Masoomeh Saeidi¹; Ebrahimi, Esmail¹

¹ College of Physics, Shahid Bahonar University of Kerman,

Abstract

In this paper, we will discuss about features of a sign changeable interacting holographic dark energy. To this end, stability of the model against background perturbations via a semi-Newtonian square sound speed and also state-finder analysis will be studied. This model will lead to a more stable model against perturbations and also suitable values of state finder parameters.

PACS No: 04,98

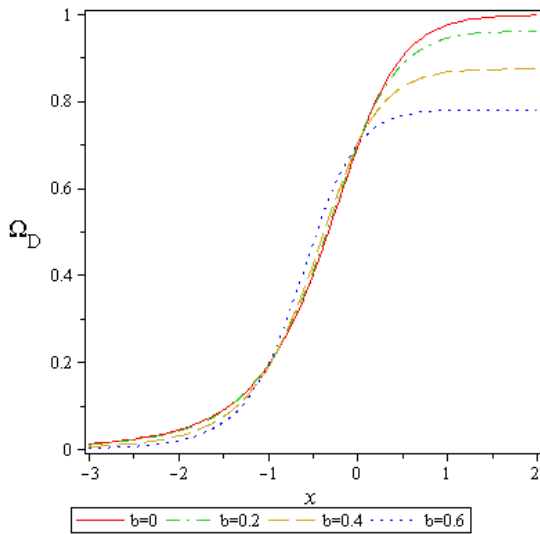
$L = H^{-1}$ ساده ترین و اولین قطع است که در نظر گرفته شد، اما به معادله حالت درستی منجر نگردید [۵]. در این مقاله ما قصد داریم با انتخاب افق رویداد آینده [۶] ($L = \mathcal{R}_h$) و در نظر گرفتن احتمال وجود برهم‌کنش میان مولفه‌های سیال کیهانی، برخی از ویژگی‌های این مدل را بررسی کنیم. در گام نخست مدل‌های ارائه شده‌ی انرژی تاریک باید قابلیت تغییر وضعیت کیهان از انبساط کندشونده به وضعیت تندشونده را در زمان مناسب داشته باشند و همچنین باید بتوانند به مقادیر مناسبی از کمیت‌های قابل مشاهده مثل پارامتر کندشدگی (q) و Ω_D بشوند. در گام بعد به سایر ویژگی‌های مدل مانند پایداری یا سایر تحلیل‌ها پرداخته میشود که هدف ما در این مقاله نیز در همین راستا قرار میگیرد.

مقدمه

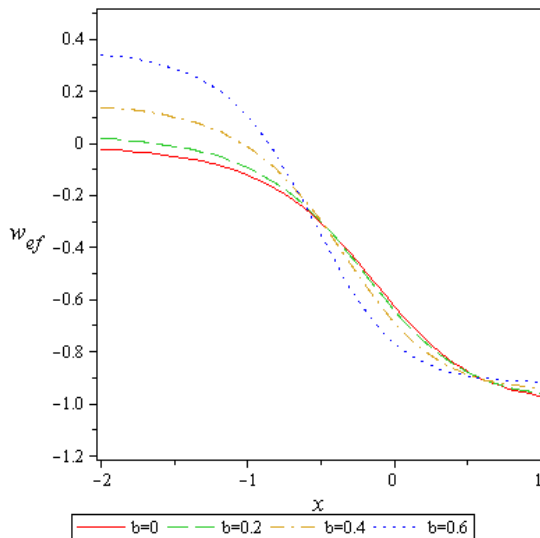
داده‌های مشاهداتی از ابر نواخترنوع [۱]، ساختارهای بزرگ مقیاس [۲] و امواج پس زمینه کیهانی [۳] نشان می‌دهند جهان در حال حاضر در حال انبساط با شتاب مثبت است که با فرض درست بودن تئوری گرانش انیشتین، عامل این انبساط، انرژی تاریک نامیده میشود که دارای چگالی انرژی مثبت و فشار منفی است [۴]. مدل‌های زیادی برای انرژی تاریک در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد مطرح میشوند. یکی از این مدل‌ها انرژی تاریک هولوگرافیک (HDE) میباشد که این مدل بر مبنای اصل هولوگرافیک معرفی شده است. در این مدل چگالی انرژی تاریک به صورت:

$$\rho_{\text{HDE}} = \frac{3c^2}{8\pi GL^2} \quad (1)$$

که در این رابطه c^2 یک کمیت بدون بعد و ثابت است. همچنین L پارامتر قطع شدگی می‌باشد و انتخاب مناسب این پارامتر می‌تواند به توصیف درست از داده‌های کیهان‌شناسی منجر شود. مثلاً



شکل ۱: شکل بالا تحول پارامتر چگالی را به ازاء مقادیر متفاوت b نشان می‌دهد.



شکل ۲: w_{eff} را به ازاء مقادیر متفاوت پارامتر برهم کنش.

با توجه به نمودارهای ۱ و ۲ میتوان دید که این مدل قابلیت گذار از حالت انبساط کند شونده به تند شونده ($w_{eff} \leq \frac{-1}{3}$) را داراست. مهم تر این که این گذار در زمان مناسب ($z = 0.58$) رخ میدهد که سازگار با مشاهدات نیز هست.

تحلیل های تکمیلی مدل

در این بخش از مقاله اقدام به بررسی برخی ویژگیهای دیگر مدل میکنیم. این ویژگیها شامل پایداری مدل در برابر اختلالات پس زمینه و تحلیل وضعیت یاب می‌باشد.

معادلات میدان و تحلیل های اولیه

با در نظر گرفتن افق رویداد آینده R_h ، که تعریفی مطابق رابطه‌ی زیر دارد

$$R_h = \int_t^\infty \frac{dt}{a} = \int_x^\infty \frac{dx}{aH} \quad (2)$$

و معادلات فریدمان در یک جهان تخت سعی میکنیم تا معادلات تحول کیهان در حضور این نوع از انرژی تاریک را بدست آوریم. فرض میکنیم که در کیهان مورد بررسی در کنار انرژی تاریک یک سیال بدون فشار نقش ماده را بازی کند. فرض بعدی ما، بر هم کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک خواهد بود. به این ترتیب چگالی کل کیهانی

$$\rho = \rho_m + \rho_D \quad (3)$$

پایسته خواهد بود اما ρ_D و ρ_m جداگانه پایستگی ندارند و در معادلات زیر صدق می‌کنند

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = Q \quad (4)$$

$$\dot{\rho}_D + 3H(1 + \omega_D)\rho_D = -Q \quad (5)$$

که Q ترم برهم‌کنشی را نمایش می‌دهد. در این مقاله ترم برهم‌کنشی را به فرم زیر در نظر می‌گیریم:

$$Q = 3b^2H(\rho_D - \rho_m) \quad (6)$$

پس از مقداری عملیات جبری کمیت‌های اصلی مورد نیاز جهت تحلیل مدل را بدست می‌آوریم

$$\omega_D = -\frac{2}{3c}\Omega_D^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} - \frac{b^2(2\Omega_D - 1)}{\Omega_D} \quad (7)$$

$$\omega_{eff} = \frac{p_t}{\rho_t} = \Omega_D \omega_D \quad (8)$$

$$q = \frac{1}{2} - \frac{1}{c}\Omega_D^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{\Omega_D} - \frac{3}{2}b^2(\Omega_D - 1) \quad (9)$$

$$\dot{\Omega}_D = \Omega_D^2(1 - \Omega_D)\left(\frac{2}{c\Omega_D^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\Omega_D} - \frac{3b^2(2\Omega_D - 1)}{\Omega_D(1 - \Omega_D)}\right) \quad (10)$$

اکنون پس از معرفی پارامترهای اصلی مدل میتوانیم ویژگیهای مدل را بررسی کنیم. در نمودار شماره‌ی (۱)، تحول پارامتر چگالی انرژی تاریک بر حسب $x = \ln a$ رسم شده است.

آنچه از نمودار فوق قابل استنباط است این است که معرفی مدل جدید ترم برهم‌کنش توانسته است در مقایسه با مدل‌های قبلی تا حدود زیادی روی بحث پایداری مدل انرژی تاریک موثر باشد. در این مدل با انتخاب مقدار مناسب پارامتر برهم‌کنش، از دوره‌ی پس از مه‌بانگ تا زمانهای حاضر مدل یک حالت پایدار در مقابل اختلالات را حفظ خواهد کرد. اگرچه در آینده دو باره سیستم وارد یک دوره‌ی ناپایدار از نظر اختلالی خواهد شد.

اکنون به تحلیل وضعیت یاب برای مدل ارائه شده خواهیم پرداخت. به نظر میرسد که بالاترین میزان توافق بین مشاهدات و مدل‌های شامل ماده و انرژی تاریک در زمان حاضر (t_0) با مدل Λ CDM وجود دارد که در این مدل انرژی تاریک به صورت ثابت کیهان-شناسی و ماده‌ی تاریک از نوع سرد ارائه شده است. اما این مدل تنها برای زمان حاضر با مشاهدات همخوانی دارد و در زمانهای قبل با مشاهدات سازگار نمیباشد. شاید ساده‌ترین ایراد به این مدل پارامتر معادله حالت انرژی تاریک (w_D) است که در این مدل ثابت است اما مشاهدات برای انرژی تاریک یک پارامتر معادله حالت متغیر پیشنهاد می‌کنند. بنابراین انتظار ما از یک مدل مناسب توصیف‌کننده‌ی عالم بدین گونه خواهد که در زمان‌های گذشته رفتاری متفاوت از Λ CDM داشته باشد اما در زمان حاضر رفتار آن شبیه این مدل باشد.

پس از کشف سال ۱۹۹۸ مبنی بر شتاب عالم، تعداد زیادی مدل مطرح شدند که این پدیده را توضیح دهند. با توجه به اینکه بسیاری از این مدل‌ها گذار از انبساط تند شونده به کند شونده در زمان مناسب را پیش بینی می‌کردند ضرورت بررسی سایر ویژگی‌های مدل برای انتخاب مدل‌های درست از نادرست نمایان شد. در سال ۲۰۰۳ سه‌نی و همکاران با استفاده از سومین مشتق زمانی فاکتور مقیاس دو پارامتر $\{r, s\}$ معرفی کردند

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3} \quad (12)$$

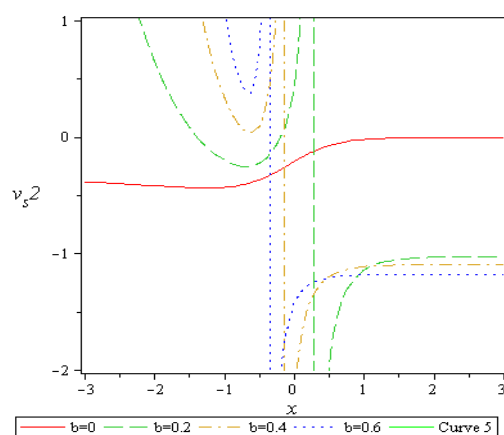
$$s = \frac{2(\dot{r}-1)}{3(2q-1)} \quad (13)$$

در مدل Λ CDM، این دو پارامتر مقادیر ثابت $\{r = 1, s = 0\}$ دارند. در بررسی مدل‌های انرژی تاریک این نکته مد نظر قرار می‌گیرد که مقدار این دو پارامتر در زمان حاضر باید به مقادیر مشابه در مدل Λ CDM نزدیک شود.

هر مدل انرژی تاریک می‌بایست در زمان حاضر منجر به یک عالم پایدار با مولفه‌ی غالب انرژی تاریک بشود. برای بررسی این مطلب ما اقدام به معرفی یک تحلیل نیمه نیوتونی ساده می‌کنیم. در این تحلیل در پس زمینه انرژی تاریک اختلالاتی را وارد می‌کنیم. در صورتی که این اختلالات دچار فروپاشی شده و رشد نکنند یا به صورت یک موج نوسانی در سیستم انتشار یابند، سیستم را در برابر اختلالات پایدار می‌نامیم. با اندکی محاسبه در می‌یابیم که پارامتر موثر در بحث پایداری مربع سرعت صوت می‌باشد [۶].

$$v_s^2 = \frac{dP}{d\rho} \quad (11)$$

اگر $v_s^2 > 0$ اختلال به صورت نوسانی یا موج معمولی در محیط منتشر می‌شود که می‌تواند نشان دهنده پایداری مدل باشد. اگر $v_s^2 < 0$ باشد اختلالات به صورت نمایی با زمان رشد می‌کنند که این به معنی ناپایداری در سیستم خواهد بود. بنابراین یکی از اهداف ما در این مقاله بررسی وضعیت مربع سرعت صوت خواهد بود تا بدانیم که مدل با فرم برهم‌کنشی جدید (۶) چه مزایایی نسبت به مدل‌های پیشین خواهد داشت. با اندکی کار جبری ساده می‌توان پارامتر مربع سرعت صوت را برای مدل اخیر محاسبه نمود، که به دلیل طولانی بودن رابطه از ذکر مستقیم آن پرهیز می‌کنیم. اکنون می‌توانیم اقدام به رسم تحول این کمیت بر حسب x کنیم.



شکل ۳: نمودار مربع سرعت صوت بر حسب x برای مقادیر متفاوت پارامتر برهم‌کنش رسم شده است.

نتیجه گیری

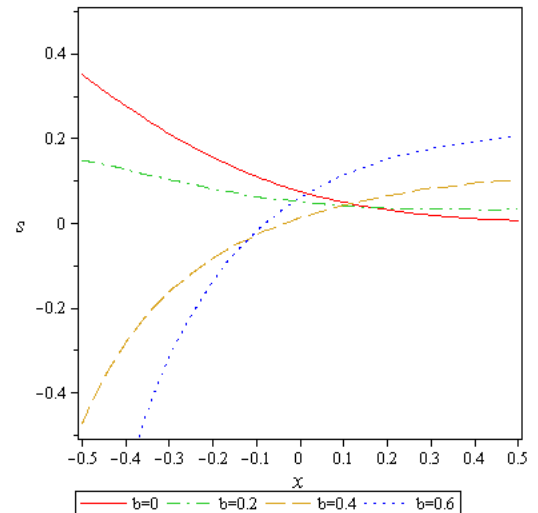
در این مقاله اقدام به معرفی مدل هولوگرافیک انرژی تاریک با افق رویداد آینده در حضور یک ترم برهم‌کنشی با علامت متغیر کرده-ایم. این مدل در مقایسه مدل مشابه در حضور ترم برهم‌کنشی معمولی دارای دو مزیت عمده و مهم می‌باشد. نخست پایداری مدل در برابر اختلالات با انتخاب مقدار مناسب پارامتر برهم‌کنش بهبود قابل ملاحظه‌ای یافته است. دوم آنکه پارامترهای وضعیت یاب در زمان حاضر به مقدار مناسب میل می‌کنند که این ویژگی نتیجه معرفی ترم برهم‌کنشی جدید می‌باشد. ویژگی‌های ذکر شده در مدل مشابه با ترم برهم‌کنشی معمولی ($Q = 3b^2H(\rho_D + \rho_m)$) وضعیت مناسبی ندارند و بهبود آنها نتیجه‌ی انتخاب ترم برهم-کنشی تغییر علامت دهنده می‌باشد.

منابع

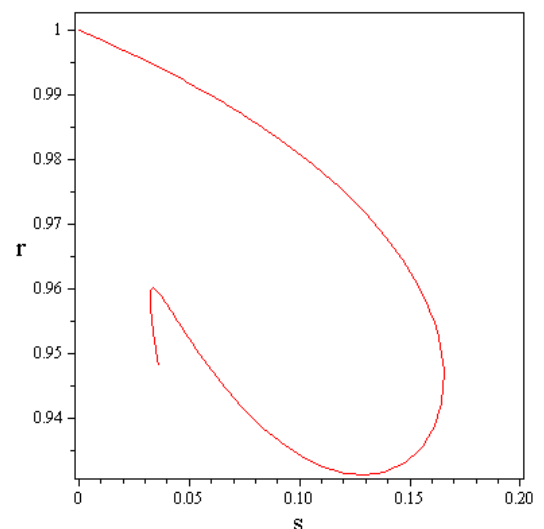
- [1] A. G. Riess et al., Observational evidence from supernovae for an accelerating Universe and a cosmological constant, *Astron. J.* 1161009 (1998) [arXiv:astro-ph/9805201].
- [2] M. Colless et al., The 2dF Galaxy Redshift Survey: Spectra and redshifts, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 328, 1039 (2001)[arXiv:astro-ph/0106498v3].
- [3] D. N. Spergel et al., First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters, *Astrophys. J. Suppl.* 148, 175 (2003)[arXiv:astro-ph/0302209v3].
- [4] S. Wang, Y. Wang, M. Li, Holographic dark energy, *Phys. Rep.* 696(2017) 1-57.
- [5] S. D. H. Hsu, Entropy bounds and dark energy, *Phys. Lett. B* 594, 13, (2004).
- [6] M. Li, A model of holographic dark energy, *Phys. Lett. B* 603, 1, (2004).

Email: eebrahimi@uk.ac.ir

نمودارهای (۴) و (۵) نحوه تحول این دو پارامتر را برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک در حضور یک ترم برهم‌کنشی با علامت متغیر را نشان می‌دهد.



شکل ۴: تحول s بر حسب x



شکل ۴: تحول r بر حسب s برای $b = 0.4$.

نمودارهای فوق نشان می‌دهند که پارامترهای وضعیت یابدر زمان حاضر با انتخاب مناسب پارامتر برهم‌کنش ($b = 0.4$) به مقدار $\{r = 1, s = 0\}$ میل می‌کند. این رفتار در مقایسه با مدل مشابه با ترم برهم‌کنشی معمولی کاملاً تغییر یافته و اصلاح شده است.

محاسبه انتقال به سرخ گذار در مدل گاز چپلین تعمیم یافته با استفاده از آزمون های رصدی

صالحی ، امین^۱؛ یاراحمدی، محمد^۲؛ فتحی، شهریار^۳^۱دانشکده علوم پایه ، دانشگاه لرستان^۲دانشکده علوم پایه ، دانشگاه لرستان^۳دانشکده علوم پایه ، دانشگاه لرستان

چکیده

از مطالعات اخیر در رابطه با گسترش جهان کاملاً واضح است که جهان به آرامی از یک فاز کند شونده به فاز شتاب‌دار آن، گذار کرده است. در این مقاله با استفاده از داده های لیست ابرنواخترهای نوع Ia و استفاده از مدل گاز چپلین تعمیم یافته، شواهدی برای گذار از فاز کند شونده به فاز شتاب‌دار کیهانی در انتقال به سرخ $z_{(tr)} = 0.83 \pm 0.07$ وابسته به مقدار $H_0 = 69 \pm 1.88 \text{ km s}^{-1}$ به دست آمده است. مقدار $z_{(tr)}$ به دست آمده در این مقاله با نتیجه کار سایر محققین سازگار است.

Constrain on transition redshift in extended Chaplygin gas model using observational data

Salehi, Amin¹; Yarahmadi, Muhammad²; Fathi, Shahriar³¹ Department of Physics, University of Lorestan, Iran,² Department of Physics, University of Lorestan, Iran,³ Department of Physics, University of Lorestan, Iran,

Abstract

From recent studies regarding the expansion of the universe it is quite evident that the universe has undergone a smooth transition from a decelerated phase to its present accelerated phase of expansion. In this paper, by using of the list of supernova snIa data and using the Extended Chaplygin Gas Model, we find evidence for the cosmological deceleration-acceleration transition to have taken place at a redshift $z_{(tr)} = 0.83 \pm 0.07$, depending on the value of $H_0 = 69 \pm 1.8 \text{ km s}^{-1}$. The value of $z_{(tr)}$ obtained in this paper is consistent with the results of other researchers.

$$P_{ch} = A \cdot \rho_{ch} - \frac{B}{\rho_{ch}^\alpha} \quad (2)$$

که در آن $A, B \geq 0$ و $0 \leq \alpha \leq 1$. از معادلات فریدمان داریم:

$$3 \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right) = \rho_{ch} + \Lambda \quad (3)$$

$$\left(2\dot{H} + 3H^2 + \frac{k}{a^2} \right) = -\rho_{ch} + \Lambda \quad (4)$$

و از قانون پایستگی داریم

$$\dot{\rho}_{ch} + 3H(\rho_{ch} + P_{ch}) = 0 \quad (5)$$

با ساده سازی معادلات بالا و مقداری محاسبات ریاضی و با در نظر گرفتن:

$$x = \frac{1}{3a^2 H^2} \quad (6)$$

$$y = \frac{\rho_{ch}}{3H^2} \quad (7)$$

$$u = \rho_{ch} \quad (8)$$

بافرض

$$\frac{d}{dN} = \frac{1}{H} \cdot \frac{d}{dt}$$

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{3}{2} (z(P_{ch} + 1) - k \cdot x(t) - 1) \quad (9)$$

$$z = 1 + k \cdot x(t) - y(t) \quad (10)$$

$$\frac{dx}{dN} = -2 \cdot x(t) \cdot \left(1 + \frac{\dot{H}}{H^2} \right) \quad (11)$$

$$\frac{dy}{dN} = -6 \cdot k \cdot x(t) \cdot \frac{\dot{H}}{H^2} + 2 \cdot z \cdot \frac{\dot{H}}{H^2} \quad (12)$$

$$\frac{du}{dN} = \frac{\Lambda}{3 \cdot z} \left(6 \cdot \frac{\dot{H}}{H^2} - 18 \cdot k \cdot x(t) \right) \quad (13)$$

مقدمه

در پایان قرن گذشته، مشاهدات ابرنواختر نوع Ia پیشنهاد کردند که گسترش جهان با سرعت در حال افزایش است. به دنبال آن مطالعات زیادی به دنبال یافتن منشأ شتاب کنونی کیهان صورت گرفت. در واقع از آن زمان پیشرفت‌های زیادی صورت گرفته است، اما درک فیزیک بنیادی در شتاب کیهان همچنان یک سوال و یکی از چالش‌های اصلی فیزیک مدرن است. در مدل استاندارد کیهان‌شناسی، انرژی تاریک، به عنوان عامل شتاب انبساط کیهان شناخته می‌شود. در این مدل پیش‌بینی‌هایی در مورد انتقال به سرخ گذار به انبساط شتاب‌دار کیهان وجود دارد. [۲,۱] در واقع تصور بر این است که انتقال از حاکمیت ماده غیرنسبیتی به حاکمیت انرژی تاریک منجر به گذار از انبساط تأخیری به انبساط شتاب‌دار شده است. مطالعات زیادی برای یافتن زمان گذار انتقال به سرخ صورت گرفته است [۳]. آزمایش‌های متعددی در حال انجام است و بسیاری از روش‌های نظری برای بررسی شتاب کیهانی پیشنهاد شده است. (روش‌هایی از قبیل روش سینماتیک (kinematical approach) [۶,۵,۴] که بر پایه پارامتریک شدن شتاب کندشونده q به صورت تابعی از انتقال به سرخ (z) است. با این حال، تا همین اواخر تعیین این انتقال به سرخ امکان پذیر نبود زیرا داده‌های با کیفیت بالا در انتقال به سرخ‌های به اندازه کافی بالا (گذار انتقال به سرخ در مدل‌های کیهان‌شناسی استاندارد انرژی تاریک) وجود نداشت.

در این مقاله با استفاده از مدل تعمیم یافته گاز چپلین و به کمک داده‌های ۵۵۷ ابرنواختر نوع Ia به محاسبه انتقال به سرخ گذار می‌پردازیم.

مدل گاز چپلین تعمیم یافته

در این قسمت با استفاده از متریک FRW مدل کیهان‌شناسی در حضور گاز چپلین تعمیم یافته و ثابت کیهان‌شناسی معادله حالت را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۷]

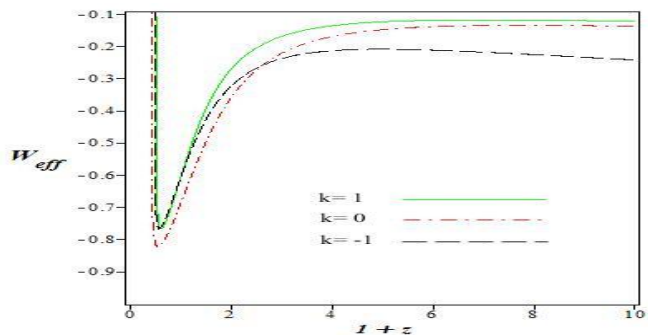
نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از مدل گاز چپلین تعمیم یافته به محاسبه گذار انتقال به سرخ پرداختیم. مقدار بدست آمده برای این گذار در این مدل $z_{(tr)} = 0.83 \pm 0.07$ است که با نتایج به دست آمده از مطالعات قبلی سازگار است.

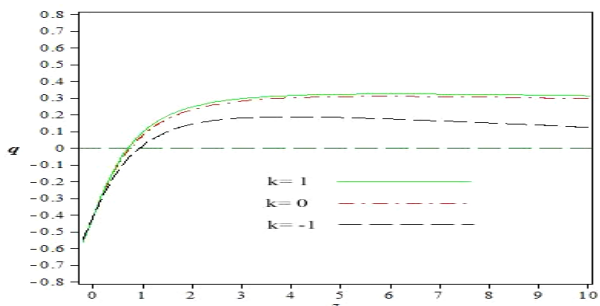
جدول ۲: مقایسه مقدار گذار انتقال به سرخ به دست آمده توسط سایر محققین و مقدار به دست آمده در این مقاله

مرجع	انتقال به سرخ
[۱]	0.74 ± 0.08
[۲]	0.67 ± 0.10
[۶]	0.84 ± 0.03
نتیجه مطالعه	0.83 ± 0.07

همچنین مقدار شتاب تأخیری و W_{eff} با استفاده از مدل معرفی شده محاسبه گردید.



شکل ۱: نمودار معادله حالت موثر برای جهان های باز، بسته و تخت



شکل ۲: مقایسه انتقال به سرخ گذار به انبساط شتاب‌دار در جهان های باز، بسته و تخت

$$\Phi = \sqrt{\left(-\frac{2}{z} \left(\frac{2}{3} \frac{\dot{H}}{H^2} + 1 + kx(t)\right) - 2.P_{ch} + 2v\right)} \quad (14)$$

با استفاده از روابط بالا و همچنین رابطه $q = -1 - \frac{\ddot{H}}{H^2}$ به معادله حالت موثر می‌رسیم:

$$W_{eff} = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}(q) \quad (15)$$

در شکل ۱ نمودار مربوط به معادله حالت موثر برای جهان های باز، بسته و تخت با استفاده از معادله (۱۵) رسم شده است. همچنین در شکل نمودار مربوط q بر حسب z رسم شده است که انتقال به سرخ گذار به انبساط شتاب‌دار در جهان های باز، بسته و تخت را مقایسه می‌کند.

روش آماری با استفاده از داده های رصدی

در این مقاله به کمک داده های ۵۵۷ ابرنواختر نوع Ia [۸] و روش آماری χ^2_{min} محدوده پارامترهای مدل رانجین می‌زنیم.

$$\chi^2_{min} = \sum_{i=1}^n \frac{[\mu^{ob}(z_i) - \mu^{th}(z_i)]^2}{\sigma^2(z_i)} \quad (16)$$

که در آن

$$d_i = (1+z) \int_0^z \frac{dz}{H(z)} \text{ و } \mu^{th} = 5 \log\left(\frac{d_i}{10pc}\right)$$

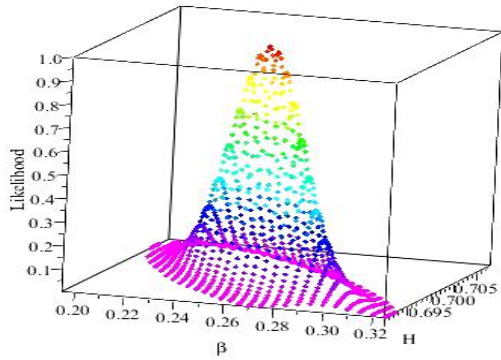
همچنین پارامترهای α و B و A باید برازش شود. در این روش

با محاسبات آماری انجام شده با حدود شصت هزار داده این مقادیر برازش شده اند که نتایج در جدول (۱) آمده است. با استفاده از این نتایج و بازسازی پارامتر کاهش شتاب به محاسبه انتقال به سرخ گذار پرداخته ایم که مقدار $z_{(tr)} = 0.83 \pm 0.07$ به دست آمد. مقادیر برازش

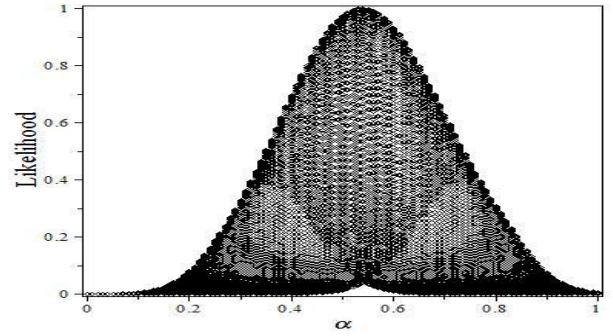
شده برای α و B و A برای سه جهان بسته، تخت و باز در جدول شماره (۱) آورده شده است.

جدول ۱: نتایج بدست آمده در این مقاله برای α و B و A

ثابت انحنا	A	B	α
K=۱	۰,۱۱	۰,۲۶۵	۰,۱
K=۰	۰,۱۳	۰,۳	۰,۲۴
K=-۱	۰,۱	۰,۲۶۸	۰,۵۶



شکل ۶: نمودار سه بعدی احتمال مربوط به ثابت B



شک

ل ۳: نمودار احتمال مربوط به ثابت alpha

مرجع‌ها

[۱] Farooq, Omer et al. Hubble parameter measurement constraints on the cosmological deceleration-acceleration transition redshift - *Astrophys.J.* ۷۶۶ (۲۰۱۳) LV arXiv:۱۳۰۱.۵۲۴۳ [astro-ph.CO]

[۲] Marcelo Vargas dos Santos, Ribamar R. R. Reis, Ioav Waga
Constraining the cosmic deceleration-acceleration transition with type Ia supernova, BAO/CMB and H(z) data - *Astrophys. J.* ۰۲ (۲۰۱۶) ۰۶۶ arXiv:۱۵۰۵.۰۳۸۱ [astro-ph.CO]

[۳] Ishida E E O, Reis R R R, Toribio A V, and Waga I, When did cosmic acceleration start? How fast was the transition?, ۲۰۰۷ *Astroparticle Physics* ۲۸, ۷

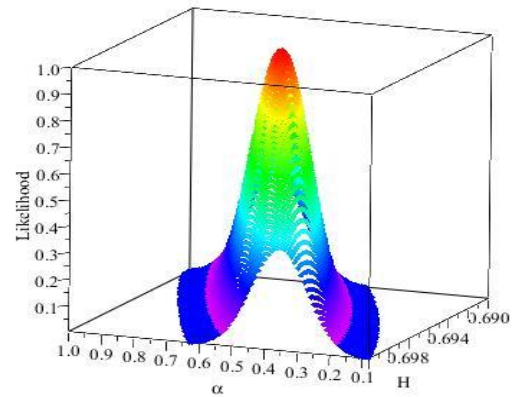
[۴] I Turner M S and Riess A G , Do SNe Ia provide direct evidence for past deceleration of the universe?, ۲۰۰۲ *Astrophys. J.* ۵۶۹, ۱۸

[۵] I Giostri R et al., From cosmic deceleration to acceleration: new constraints from SNIa and, BAO/CMB, ۲۰۱۲, *J., Cosmol., Astropart., Phys., JCAP* ۱۲۰۳(۲۰۱۲)۰۲۷

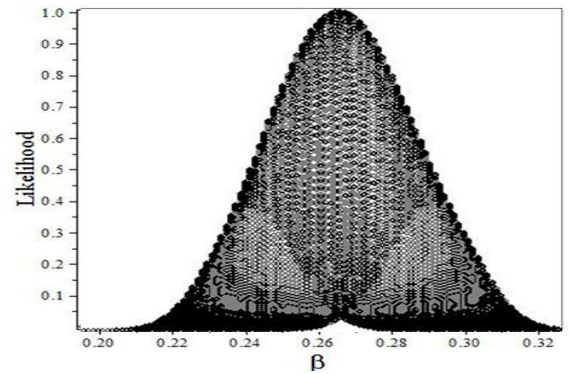
[۶] Farooq, Omer *et al.* Hubble Parameter Measurement Constraints on the Redshift of the Deceleration-acceleration Transition, Dynamical Dark Energy, and Space Curvature - *Astrophys. J.* ۸۳۵ (۲۰۱۷) no.۱, ۲۶ arXiv:۱۶۰۷.۰۳۵۳۷ [astro-ph.CO]

[۷] A. Salehi Bouncing universe in the presence of an extended Chaplygin gas - *Phys.Rev. D* ۹۴ (۲۰۱۶) no.۱۲, ۱۲۳۵۱۹

[۸] Amanullah, R. *et al.* Spectra and Light Curves of Six Type Ia Supernovae at $0.511 < z < 1.12$ and the Union2 Compilation - *Astrophys.J.* ۷۱۶ (۲۰۱۰) ۷۱۲-۷۳۸ arXiv:۱۰۰۴.۱۷۱۱ [astro-ph.CO]



شکل ۴: نمودار سه بعدی احتمال مربوط به ثابت alpha



شکل ۵: نمودار احتمال مربوط به ثابت B

دمای متناهی مدل توماس-فرمی در حضور مقیاس کمینه طول

عزیزی، مهسا¹

¹ دانشگاه صنعتی سهند تبریز، تبریز، ایران

چکیده

نظریه های گرانش کوانتومی زیادی وجود دارند که وجود یک کمینه طول از مرتبه طول پلانک را پیش بینی می کنند. در این مقاله، با در نظر گرفتن این نظریه ها، مدل توماس فرمی را مورد بررسی قرار می دهیم و مدل توماس فرمی تعمیم یافته را بدست می آوریم که در غیاب کمینه طول، به فرمول توماس-فرمی استاندارد تبدیل می شود.

The finite temperature of Thomas-Fermi model in the presence of minimal length scale

Azizi, Mahsa¹

¹ Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

Abstract

Many quantum gravity theories predict a minimal length of the order of the Planck length. In this paper, the Thomas-Fermi model is reformulated by taking into account such a prescription. A generalized Thomas-Fermi equation is derived, that reduces to the usual one in the absence of a minimal length.

PACS : 04.60.-m; 03.65.Sq; 05.30.Fk

مقدمه

در حد انرژی های بالا، نزدیک مقیاس پلانک که شعاع شوارتزشیلد قابل مقایسه با طول موج کامپتون است و هر دو متمایل به طول پلانک می باشند، اثرات گرانش بسیار مهم می شود و این منجر به گسستگی فضا-زمان می شود. در این مورد دیدگاه های مختلفی به مسئله گرانش از جمله نظریه ریسمان، هندسه ناجابه جایی، گرانش کوانتومی حلقوی [۷-۱]، وجود کمینه طول قابل اندازه گیری را پیش بینی می کنند. این نظریه ها پیش بینی می کنند نزدیک مقیاس پلانک، اصل عدم قطعیت هایزنبرگ باید به اصل عدم قطعیت تعمیم یافته (GUP) تبدیل شود.

در این مقاله، می خواهیم کمینه طول را در مدل توماس-فرمی اثر دهیم. مدل توماس-فرمی یک مدل کلیدی در مکانیک آماری است

که توصیف نیمه کلاسیکی از پتانسیل الکتریکی و چگالی می دهد. ایده اصلی این است که ابر الکترونی به عنوان یک گاز همگن از آمار فرمی-دیراک پیروی می کند. همچنین مدل توماس-فرمی هنوز کاربردهای جدیدی دارد که از آن جمله می توان به کاربرد آن در سیستم های بس ذره ای اشاره کرد [۸-۱۰]. این نکته قابل ذکر است که نظریه توماس-فرمی قبلاً توسط برخی نویسندگان در حضور اثرات GUP در فیزیک ماده چگال مورد بررسی قرار گرفت [11]. آنها نشان دادند که به طور پدیدارشناختی، اثرات گرانش کوانتومی می تواند نقش مهمی را در برهمکنش جامدات بس ذره ای داشته باشد و در واقع الکترونها کاملاً واکنش یعنی در حد دمای صفر را در نظر گرفته بودند. ولی ما در اینجا مورد کلی تری را برای نظریه توماس-فرمی که در حد دمای

متناهی است، در نظر می‌گیریم و اثرات GUP را در تصحیحات گرمایی رابطه توماس-فرمی مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

نوسانگر کوانتومی در حضور کمینه طول پلانک

کمینه طول و دمای متناهی مدل توماس فرمی

در دمای متناهی، مدل به سادگی به الکترونیایی که یک گاز فرمیونی را تشکیل می‌دهند، تبدیل می‌شود. این مدل، از توزیع فرمی-دیراک تبعیت می‌کند و فضای فاز را تحت اصل طرد پائولی با دو الکترون در هر حجم \hbar^3 اشغال می‌کند [13,14]. مدل توماس-فرمی در حالت استاندارد، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$n(r) = \frac{2}{h^3} \int f(E) d^3p, \quad (8)$$

که در آن $f(E)$ تابع توزیع فرمی-دیراک می‌باشد.

ما می‌خواهیم ترمودینامیک ذرات فرمیونی غیرنسبیتی را در چارچوب GUP در دمای متناهی بدست آوریم. از تعریف تعداد کل ذرات داریم:

$$N = \sum_{\mathcal{E}} \langle n_{\mathcal{E}} \rangle, \quad (9)$$

که $\langle n_{\mathcal{E}} \rangle$ عدد اشغال فرمیونی است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\langle n_{\mathcal{E}} \rangle = \frac{1}{e^{(\mathcal{E}-\zeta)/k_B T} + 1}, \quad (10)$$

که در آن $\mu = \zeta = \mu + e\phi$ پتانسیل الکتریکی، μ پتانسیل شیمیایی، T دما و k_B ثابت بولتزمن است. در ادامه برای سادگی محاسبات فرض کردیم $k_B \equiv 1$.

در حد حجم‌های بزرگ، جمع بالا را می‌توان با انتگرال روی فضای فاز که شامل اثرات GUP روی چگالی حالت (۶) است، جایگزین کرد. ذکر این نکته جالب توجه است که وقتی جمع رابطه (۹) با انتگرال جایگزین می‌شود، توزیع ترم اول که متناظر با انرژی حالت پایه ذرات است، حذف می‌شود. اکنون می‌توان ترم اول را به صورت زیر نوشت:

$$N_e = \int \langle n_{\mathcal{E}} \rangle a(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = \int \frac{a(\mathcal{E}) d\mathcal{E}}{e^{(\mathcal{E}-\zeta)/T} + 1}, \quad (11)$$

اصل عدم قطعیت تعمیم یافته را به فرم زیر در نظر می‌گیریم [۱۲]:

$$\Delta X_i \Delta P_j \geq \frac{\hbar}{2} \delta_{ij} (1 + \beta [(\Delta P)^2 + \langle P \rangle^2]) \quad (1)$$

که β پارامتر GUP می‌باشد. رابطه (۱) منجر به وجود یک کمینه طول قابل اندازه‌گیری به صورت $(\Delta X)_{min} = \hbar \sqrt{\beta}$ می‌شود

که از مرتبه طول پلانک $\ell_{Pl} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \approx 10^{-35} m$ می‌باشد. این رابطه عدم قطعیت، منجر به رابطه جابه‌جایی تغییر شکل یافته زیر می‌شود:

$$[X_i, P_j] = i\hbar \delta_{ij} (1 + \beta P^2). \quad (2)$$

در فضای تکانه خواهیم داشت:

$$P_i \Psi(p) = p_i \Psi(p), \quad (3)$$

$$X_i \Psi(p) = i\hbar (1 + \beta P^2) \partial_{p_i} \Psi(p). \quad (4)$$

اکنون با استفاده از رابطه (۴)، رابطه جابه‌جایی برای عملگرهای موقعیت در چارچوب GUP به شکل زیر بیان می‌شود:

$$[X_i, X_j] = 2i\hbar \beta (P_i X_j - P_j X_i). \quad (5)$$

حال، می‌توان چگالی حالت $a(\mathcal{E}) d\mathcal{E}$ را در چارچوب GUP به شکل زیر بدست آورد:

$$a(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = \frac{1}{h^N} \frac{d^N X d^N P}{J} = \frac{d^N X d^N P}{[h(1 + \beta P^2)]^N} \quad (6)$$

این رابطه، نشان دهنده تغییر در عنصر حجم بنیادی فضای فاز است که وابسته به p است، یعنی:

$$\omega_0 = \hbar^N \rightarrow \omega_0 = [\hbar(1 + \beta P^2)]^N. \quad (7)$$

که N_e تعداد ذرات در حالت برانگیخته می باشد.

حال رابطه (۶) را تا مرتبه دوم β برای مقادیر کوچک β بسط می دهیم که در سه بعد به شکل زیر بدست می آید:

$$a(\varepsilon)d\varepsilon \approx \frac{d^3X d^3P}{h^3} (1 - 3\beta P^2 + 6\beta^2 P^4 + \dots). \quad (12)$$

اکنون، با جایگزین کردن رابطه (۱۲) در رابطه (۱۱)، چگالی ذره به صورت زیر بدست می آید:

$$n = \frac{2\pi}{h^3} (2mT)^{3/2} \left[\int_0^\infty \frac{y^{1/2} dy}{e^{\mathcal{Y}-\xi} + 1} - 6\beta mT \int_0^\infty \frac{y^2 dy}{e^{\mathcal{Y}-\xi} + 1} + 24\beta^2 m^2 T^2 \int_0^\infty \frac{y^5 dy}{e^{\mathcal{Y}-\xi} + 1} + \dots \right], \quad (13)$$

که در آن، $\mathcal{Y} = \frac{\varepsilon}{T}$ و $\varepsilon \equiv \frac{P^2}{2m}$ می باشد.

بعد از اندکی محاسبات، چگالی توماس-فرمی یک ذره غیرنسبیتی در حضور اثرات کمینه طول بدست می آید که عبارتند از:

$$n = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2 \hbar^3} m^{3/2} e^{3/2} \left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^{3/2} \left\{ \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{24e^2} \frac{\pi^2 T^2}{\left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^2} \right) - \frac{6}{5} \beta m e \left(\phi + \frac{\mu}{e} \right) \left(1 + \frac{5}{8e^2} \frac{\pi^2 T^2}{\left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^2} + \dots \right) + \frac{24}{7} \beta^2 m^2 e^2 \left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^2 \left(1 + \frac{35}{24e^2} \frac{\pi^2 T^2}{\left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^2} + \dots \right) \right\}. \quad (14)$$

از معادله پواسون می دانیم $\nabla^2 \phi = 4\pi e n$ ، بنابراین:

$$\nabla^2 \phi \cong \frac{4me^2 \sqrt{2me}}{\pi \hbar^3} \left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^{3/2} \left\{ \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{24e^2} \frac{\pi^2 T^2}{\left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^2} \right) - \frac{6}{5} \beta m e \left(\phi + \frac{\mu}{e} \right) \left(1 + \frac{5}{8e^2} \frac{\pi^2 T^2}{\left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^2} + \dots \right) + \frac{24}{7} \beta^2 m^2 e^2 \left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^2 \left(1 + \frac{35}{24e^2} \frac{\pi^2 T^2}{\left(\phi + \frac{\mu}{e} \right)^2} + \dots \right) \right\}. \quad (15)$$

این رابطه، بیانگر رابطه ی توماس-فرمی با در نظر گرفتن اثرات کمینه طول از مرتبه طول پلانک می باشد. در حد $\beta \rightarrow 0$ رابطه توماس-فرمی معمولی بدست می آید.

نتایج

در این مقاله با در نظر گرفتن اثرات کمینه طول از مرتبه طول پلانک، مدل توماس-فرمی را مورد بررسی قرار دادیم. بدین منظور، کمینه طول را در ساختار فضای فاز وارد کردیم که منجر به اصلاح حجم سلول بنیادی و نهایتاً چگالی حالات گردید. ما معادله توماس-فرمی اصلاح شده ای را بدست آوردیم که در آن هم اثرات گرمایی و هم اثرات گرانش کوانتومی در نظر گرفته شده بود. ذکر این نکته جالب توجه است که اصلاحات فوق در حد دمای صفر حذف می شوند.

مرجع‌ها

- [1] G. Veneziano, *Europhys. Lett.* **2** (1986) 199.
- [2] D. Amati, M. Ciafaloni and G. Veneziano, *Phys. Lett. B* **216** (1989) 41.
- [3] D. Amati, M. Ciafaloni and G. Veneziano, *Phys. Lett. B* **197** (1987) 81.
- [4] D. J. Gross and P. F. Mende, *Nucl. Phys. B* **303** (1988) 407.
- [5] K. Konishi, G. Paffuti and P. Provero, *Phys. Lett. B* **234** (1990) 276.
- [6] S. Capozziello, G. Lambiase and G. Scarpetta, *Int. J. Theor. Phys.* **39** (2000) 15.
- [7] L. J. Garay, *Int. J. Mod. Phys. A* **10** (1995) 145.
- [8] J. Saudo, A.F. Pacheco, *Can. J. Phys.* **84**, 833 (2006).
- [9] R.J. Komlos, A. Rabinovitch, *Phys. Lett. A* **372**, 6670 (2008).
- [10] W. Wilcox, *Nucl. Phys. A* **826**, 49 (2009).
- [11] K. Nozari, Z. Haghani and J. Vahedi, *Adv. High Energy Phys.* **2014**, 418342 (2014).
- [12] A. Kempf, G. Mangano and R.B. Mann, *Phys. Rev. D* **52**, 1108 (1995).
- [13] L.H. Thomas, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **33**, 542 (1927).
- [14] E. Fermi, *Z. Phys.* **48**, 73 (1928).

سیستم کلاین گوردون گسترش یافته با یک جواب سالیتمونی بدون جرم

محمدی، محمد

ایران، بوشهر، دانشگاه خلیج فارس، گروه فیزیک

چکیده

در مقایسه با سیستم های کلاین گوردون استاندارد شناخته شده در فیزیک، سیستم های کلاین گوردون گسترش یافته تعریف می‌شوند. برای یک سیستم کلاین گوردون گسترش یافته خاص نشان خواهیم داد که می‌توان یک جواب سالیتمونی با جرم سکون صفر بدست آورد. نشان داده می‌شود که این جواب سالیتمونی حقیقتاً یک جواب پایدار با کمترین انرژی در بین سایر جوابهای سیستم می‌باشد. این جواب خاص مجبور است با سرعت نور حرکت کند.

The extended Klein Gordon system with a massless soliton solution

Mohammadi, Mohammad

Physics Department, Persian Gulf University, Bushehr

Abstract

Compared to the known standard Klein Gordon systems in physics, the extended Klein Gordon systems are introduced. For a special extended Klein Gordon system, we show that a stable soliton solution with zero mass can be obtained. It is shown that this soliton solution is truly a stable solution with the least energy among other solutions of the system. This special solution has to move at the speed of light.

PACS No.

مقدمه

برای ذرات معروف هیگز^۱ معادله حاکم و غالب یک معادله کلاین گوردون غیر خطی می‌باشد. بر مبنای نظریه میدانهای کلاسیکی، به تعداد میدانهای موجود در سیستم معادلات موج جفت شده وجود دارد و مجموعه این معادلات در حالت کلی می‌توانند بی‌نهایت جواب داشته باشد که از میان آنها، جوابی مهم می‌باشد که جایگزیده باشد و انرژی آن در بین دیگر جوابها کمینه باشد. اصطلاحاً به چنین جواب جایگزیده‌ای که انرژی کمینه دارد یک جواب سالیتمونی می‌گوییم. یک جواب سالیتمونی در بسیاری از جهات منطبق بر حس کلاسیکی ما از مفهوم ذره است، یعنی یک برجستگی پایدار و مشخص از میدان در فضا که رفتار آن در برخورد ها کاملاً منطبق با نظریات شناخته شده موجود می‌باشد

در بسیاری از مدل های فیزیکی شناخته شده در نظریه میدانهای کوانتومی و کلاسیکی، معادلات دینامیکی میدان به صورت استاندارد کلاین گوردون خطی و یا غیر خطی معرفی می‌شوند. هر کدام از این معادلات با یکی سری ثابت های خاص، تنها برای نوع خاصی از ذرات بنیادی با ویژگی های مشخصه معین به کار برده می‌شوند. به عنوان نمونه، معادله دیراک (که هر کدام از مولفه های آن در یک معادله کلاین گوردون جداگانه صدق می‌کند) در ابتدا برای معرفی رفتار کوانتومی الکترونها و پوزیتونها معرفی شد. همین معادله دیراک، با یک سری ثابت های متفاوت (مثل جرم و بار)، برای نوترینوها و میونها جداگانه مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین

^۱ Higgs

و روابط استاندارد انرژی-تکانه نسبیتی را مطابق انتظار برآورده می‌کند $E = \gamma m_0 c^2$ و $\mathbf{P} = \gamma m_0 \mathbf{v}$. به عنوان نمونه، برای سیستم‌های کلاین گوردون حقیقی با جوابهای کینک (پاد کینک) بسیاری از خصوصیات مورد انتظار که از یک ذره کلاسیکی نسبیتی انتظار می‌رود، برآورده می‌شود [۷-۱].

شرط پایداری برای جوابهای سالیتمونی بسیاری از محققین را مجبور نموده است که در جستجوی مدل‌هایی باشند که به جواب‌های توپولوژیک منتج بشوند. اساساً خصوصیات توپولوژیکی باعث می‌شود پایداری ذره سالیتمونی به صورت خودکار تضمین شود. در عوض در رابطه با مدل‌هایی با جوابهای غیر توپولوژیک، تاکنون مدلی که بتواند به یک جواب سالیتمونی با کمینه انرژی منتج بشود، معرفی نشده است [۸-۱۲].

در این مقاله سعی می‌کنیم در حالت کلی برای میدانهای اسکالر نسبیتی، سیستم‌های کلاین گوردون استاندارد خطی و غیرخطی را به صورت دقیق بر حسب ترکیبات خطی مختلف از ادغام‌های مشتقات مرتبه اول میدانها (اسکالر های انرژی جنبشی) تعریف بنماییم. در ادامه سیستم‌های کلاین گوردون غیر خطی گسترش یافته را به عنوان ترکیباتی غیر خطی از اسکالره‌های انرژی جنبشی تعریف می‌کنیم. نشان خواهیم داد برای نوع خاصی از این سیستم‌ها، یک جواب سالیتمونی جایگزیده شبه ذره‌ای با جرم سکون صفر وجود دارد که در نهایت مجبور است با سرعت نور حرکت کند.

سیستم‌های کلاین گوردون گسترش یافته

در نظریه میدانهای نسبیتی کلاسیکی و کوانتومی شناخته شده و معمول، برای میدان‌های اسکالر، شکل چگالی لاگرانژی استاندارد را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\mathcal{L} = \sum_{j=i}^N \sum_{i=1}^N \alpha_{ij}(\phi_1, \dots, \phi_N) S_{ij} - V(\phi_1, \dots, \phi_N), \quad (1)$$

در اینجا ϕ_i ها در مجموع N میدان اسکالر مستقل می‌باشند، α_{ij} ضرایب وابسته به خود میدان‌ها، اسکالره‌های $S_{ij} = S_{ji}$ را جمله پتانسیل V را جمله پتانسیل می‌نامیم. در حقیقت چنین نوعی از چگالی لاگرانژی‌ها، معرف سیستم‌های کلاین گوردون خطی یا غیر خطی استاندارد می‌باشند. به

بیان دیگر سیستم های کلاین گوردون استاندارد آندسته از سیستم های میدان نسبیتی می باشند که فرم چگالی لاگرانژی آنها به صورت خطی بر حسب اسکالره‌های انرژی جنبشی S_{ij} بسط داده شده اند. به عنوان نمونه، چنانچه با یک میدان اسکالر مختلط ϕ سرو کار داشته باشیم، در اینصورت $\phi_1 = \phi$ ، $\phi_2 = \phi^*$ و جملات انرژی جنبشی مجاز $S_{11} = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi$ ، $S_{22} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi^*$ و $S_{12} = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^*$ می باشند. دقت داشته باشید که ترکیبات خطی مختلف S_{ij} ها مطابق استاندارد (۱) آنهایی هستند که حاصلشان به یک چگالی لاگرانژی حقیقی ختم بشود. به هر حال مطابق استاندارد (۱)، بسته به انتخاب های دلخواه ضرائب α_{ij} و پتانسیل V ، عملاً می‌توان بی نهایت سیستم کلاین گوردون استاندارد متنوع تعریف نمود. برای یک میدان اسکالر مختلط ϕ ، سیستم های شناخته شده با جوابهای شبه سالیتمونی بسته موجی (Q-balls) به شکل زیر تعریف می‌شود [۱۱ و ۱۲]:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(R), \quad (2)$$

در اینجا $R = |\phi| = \sqrt{\phi \phi^*}$ و $\alpha_{12} = 1$ ، $\alpha_{11} = \alpha_{22} = 0$ به شکلی معادل به جای تک میدان مختلط ϕ ، با به کار گیری نمایش قطبی از میدانها به صورت

$$\phi(x, y, z, t) = R(x, y, z, t) \exp[i\theta(x, y, z, t)] \quad (3)$$

می‌توان به شکل جدیدی از سیستم‌هایی با جوابهای بسته موجی دست پیدا نمود:

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu R \partial_\mu R) + R^2 (\partial^\mu \theta \partial_\mu \theta) - V(R), \quad (4)$$

به نحوی که $\phi_1 = R$ ، $\phi_2 = \theta$ ، $S_{11} = \partial_\mu R \partial^\mu R$ ، $S_{22} = \partial_\mu \theta \partial^\mu \theta$ و $S_{12} = \partial_\mu R \partial^\mu \theta$ ، $\alpha_{11} = 1$ ، $\alpha_{22} = R^2$ و $\alpha_{12} = 0$. بنابراین به انحاء مختلف می‌توان صورتهای مختلف ولی معادل از یک سیستم میدان نسبیتی را معرفی نمود. برای هر کدام از این سیستم‌های معادل، ضرائب α_{ij} و اسکالر های انرژی جنبشی S_{ij} بکار گرفته شده، متفاوت خواهند بود.

چنانچه فرم تابعیت چگالی لاگرانژی یک سیستم میدان نسبیتی به صورت غیر خطی بر حسب جملات S_{ij} تعریف شود می‌توانیم آن را یک سیستم کلاین گوردون گسترش یافته تعریف نماییم. به عنوان نمونه برای یک تک میدان اسکالر حقیقی $\phi_1 = \phi$ با تک اسکالر جنبشی $S_{11} = S = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi$ سیستم‌هایی با چگالی لاگرانژی

$$\sum_{i=1}^3 K_i \left[2(\partial_\mu K_i) \frac{\partial K_i}{\partial(\partial_\mu R)} + K_i \partial_\mu \left(\frac{\partial K_i}{\partial(\partial_\mu R)} \right) - K_i \frac{\partial K_i}{\partial R} \right] = 0, \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^3 K_i \left[2(\partial_\mu K_i) \frac{\partial K_i}{\partial(\partial_\mu \theta)} + K_i \partial_\mu \left(\frac{\partial K_i}{\partial(\partial_\mu \theta)} \right) \right] = 0. \quad (14)$$

به سادگی می‌توان متوجه شد اگر تابع فضا زمانی خاصی وجود داشته باشد که به ازای آن سه اسکالر K_i ($i = 1, 2, 3$) همگی هم زمان صفر بشوند، بدون شک این تابع خاص یک جواب خاص معادلات دینامیکی (۱۳) و (۱۴) نیز می‌باشد. با کمی تلاش می‌توان این جواب فضا زمانی خاص را بدست آورد:

$$\phi = \text{Re} e^{i\theta} = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} e^{i\omega_s t} \quad (15)$$

که در آن $\omega_s = 10$. شکل متحرک این جواب خاص با بکارگیری یک خیز نسبی حاصل خواهد شد:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} e^{ik_\mu x^\mu} \quad (16)$$

که در آن $r = \sqrt{\gamma^2(x - vt)^2 + y^2 + z^2}$ و $k^\mu \equiv (\omega, k)$ یک چار بردار می‌باشد، به نحوی که $\omega = \gamma\omega_s$ و $k = \omega = \gamma\omega_s$ دقت کنید که در این مقاله برای سادگی سرعت نور را برابر با واحد فرض نموده ایم $c = 1$.

چگالی انرژی مربوط به سیستم (۹) به فرم زیر حاصل خواهد شد [۱۳]:

$$\varepsilon(x, y, z, t) = T^{00} = \sum_{i=1}^3 K_i^2 [3C_i - K_i] = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \quad (17)$$

که عملاً آنرا به سه قسمت مجزا تقسیم نموده ایم و در آن

$$C_i = \frac{\partial K_i}{\partial \theta} \dot{\theta} + \frac{\partial K_i}{\partial \dot{R}} \dot{R} = \begin{cases} 2R^2 \dot{\theta}^2 & i = 1 \\ 2(\dot{R}^2 + R^2 \dot{\theta}^2) & i = 2 \\ 2(\dot{R} + R\dot{\theta})^2 & i = 3. \end{cases} \quad (18)$$

با جایگذاری روابط (۱۸) در نتیجه (۱۷) در نهایت خواهیم داشت:

$$\varepsilon_1 = K_1^2 [5R^2 \dot{\theta}^2 + R^2 (\nabla \theta)^2 + 100R^2], \quad (19)$$

$$\varepsilon_2 = K_2^2 [5R^2 \dot{\theta}^2 + 5\dot{R}^2 + R^2 (\nabla \theta)^2 + (\nabla R)^2 + U(R)], \quad (20)$$

$$\varepsilon_3 = K_3^2 [5(R\dot{\theta} + \dot{R})^2 + (R\nabla \theta + \nabla R)^2 + U(R)], \quad (21)$$

که در آن

$$U(R) = R^6 - R^4 + 100R^2 \quad (22)$$

تابعی همیشه مثبت و به صورت پیوسته افزایشی می‌باشد. خلاصه اینکه تمامی جملات تشکیل دهنده توابع ε_1 ، ε_2 و ε_3 همگی به صورت مطلق مثبت می‌باشند. کمترین مقدار برای توابع ε_i ها تنها

های زیر مثالهایی از سیستم‌های کلاین گوردون گسترش یافته می‌باشند:

$$\mathcal{L} = S + S^2 - V(\phi), \quad (5)$$

$$\mathcal{L} = [S - V(\phi)]^2. \quad (6)$$

باز برای مثال، برای تک میدان مختلط ϕ در نمایش قطبی یعنی $\phi_1 = R$ و $\phi_2 = \theta$ ، سیستم‌هایی با چگالی لاگرانژی‌های زیر نمونه‌های دیگری از سیستم‌های کلاین گوردون گسترش یافته می‌باشند:

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu R \partial_\mu R) + (\partial^\mu \theta \partial_\mu \theta)^3, \quad (7)$$

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu R \partial_\mu R)(\partial^\mu \theta \partial_\mu \theta) - V(R). \quad (8)$$

سیستم‌های کلاین گوردون گسترش یافته به دلیل اینکه به صورت غیرخطی به اسکالرهای جنبشی وابسته می‌باشند، بدون شک به معادلات حرکت غیرخطی ختم می‌شوند که بسیار پیچیده و بغرنج می‌باشند و عمولاً تا کنون در مدل‌های فیزیکی شناخته شده کاربرد نداشته‌اند. در این مقاله نشان می‌دهیم که گونه خاصی از این سیستم‌ها به جواب‌هایی سالیونی با جرم سکون صفر منتج می‌شوند.

یک سیستم کلاین گوردون گسترش یافته با یک جواب سالیونی بدون جرم

در اینجا نشان می‌دهیم که برای نوع خاصی از سیستم‌های کلاین گوردون گسترش یافته، وجود جواب‌های شبه ذره‌ای سالیونی پایدار امکان پذیر می‌باشد. به عنوان نمونه با به کارگیری میدانهای مختلط $\phi_1 = R$ ، $\phi_2 = \theta$ ، چگالی لاگرانژی زیر را معرفی می‌نماییم:

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^3 K_i^3, \quad (9)$$

که در آن

$$K_1 = R^2 [S_{22} - 100], \quad (10)$$

$$K_2 = K_1 + [S_{11} - R^6 + R^4], \quad (11)$$

$$K_3 = K_2 + 2R[S_{12}] \quad (12)$$

به نحوی که $S_{11} = \partial_\mu R \partial^\mu R$ و $S_{22} = \partial_\mu \theta \partial^\mu \theta$ و $S_{12} = \partial_\mu R \partial^\mu \theta$ با به کارگیری اصل کمترین کنش می‌توان معادلات دینامیکی مربوط به چگالی لاگرانژی (۹) را بدست آورد [۱۳]:

آنها را سیستم‌های کلاین گوردون گسترش یافته تعریف بنماییم. برای نوع خاصی از این سیستم‌ها، می‌توان نشان داد که وجود جواب‌های سالیوتونی شبه ذره‌ای پایدار با جرم سکون صفر، شدنی می‌باشند. چنین جواب‌هایی علی‌رغم اینکه جرم سکون صفر دارند ولی به صورت ریاضیاتی و نظری (در صورتی که هیچ گونه برهمکنش و ذره دیگری در جهان نباشد) با هر سرعتی می‌توانند حرکت کنند. به لحاظ فیزیکی چنین ذره‌ای (در صورت وجود) مجبور است با سرعت نور حرکت کند زیرا به دلیل جرم صفر، تحت تاثیر کوچکترین نیرو و برهمکنشی، با شتاب بی‌نهایت فوراً به سرعت نور دست خواهد یافت و اصولاً از آنجایی که در عالم طبیعت جایی وجود ندارد که برهمکنش و نیرو به صورت مطلق صفر بشود، لذا این ذره همیشه مجبور است با سرعت نور حرکت کند و از این رو هیچ منافاتی با نسبیّت خاص ندارد.

انرژی این جواب خاص (۱۵) سالیوتونی کمترین مقدار (یعنی صفر) در بین دیگر مقادیر انرژی‌های مربوط به سایر جواب‌های سیستم می‌باشد. به بیانی دیگر، انرژی‌های دیگر جواب‌های سیستم، فارغ از اینکه چه نوعی باشند، حتماً غیر صفر و مثبت خواهند بود و از این رو انرژی جواب خاص مورد نظر کمترین در بین آنها می‌باشد و این همان شرط پایداری برای این جواب خاص (۱۵) می‌باشد.

مرجع‌ها

- [۱] R. Rajaraman, *Solitons and Instantons*, North Holland, Elsevier, Amsterdam, (1982).
 [۲] A. Das, *Integrable Models*, World Scientific, (1989).
 [۳] D. K. Campbell and M. Peyrard, *Phys. D*, **18**, 47 (1986).
 [۴] R. H. Goodman and R. Haberman, *Siam J. Appl. Dyn. Syst.* **4**, 1195 (2005).
 [۵] M. Mohammadi, N. Riazi, *Prog. Theor. Exp. Phys.*, 023A03 (2014).
 [۶] A. R. Gharaati, N. Riazi and F. Mohebbi, *Int. J. Theor. Phys.* **45**, 53 (2006).
 [۷] M. Mohammadi, N. Riazi, *Prog. Theo. Phys.*, **128**, No. 4, (2012).
 [۸] T.H.R. Skyrme, *Proc. Roy. Soc.*, **A260**, 127, (1961).
 [۹] G. 't Hooft, *Nuclear Physics*, **B79** 276 (1974).
 [۱۰] A. M. Polyakov, *JETP Lett.* **20** 194 (1974).
 [۱۱] T.D. Lee and G.C. Wick, *Phys. Rev. D*, **9** 2291 (1974).
 [۱۲] S. Coleman, *Nucl. Phys.* **B262**, 263 (1985).
 [۱۳] M. E. Peskin, *An introduction to quantum field theory*, Addison Wesley Publishing Company (1996).

به ازای ویژه جواب (۱۵) محقق می‌شود که همان صفر می‌باشد. به عبارت دیگر، توابع فضا زمانی \mathcal{E}_i ها هیچ گاه منفی نمی‌شوند و تنها به ازای جواب خاص (۱۵)، در هر نقطه از فضا-زمان، به مقدار صفر ختم می‌شوند. یادآوری می‌شود که به ازای جواب خاص (۱۵)، عبارت‌های K_i ($i = 1,2,3$) همگی صفر می‌شوند. دقت شود که به ازای جواب بدیهی $R = 0$ (حالت خلا) باز اسکالره‌های K_i به طور هم زمان صفر می‌شوند.

در حالت کلی از آنجا که دو میدان مستقل اندازه R و فاز θ تعریف شده است و برحسب آنها سه اسکالر مستقل K_i ($i = 1,2,3$) معرفی شده‌اند، به جز تابع بسته موجی (۱۵)، این امکان وجود ندارد که بتوان توابع دیگری پیدا نمود که به ازای آنها، K_i ها همگی به طور هم زمان صفر بشوند. بنابراین برای دیگر جواب‌های سیستم جدید (۹) با معادلات دینامیکی (۱۳) و (۱۴)، همیشه حداقل یکی از اسکالره‌های K_i غیر صفر می‌باشد و بنابراین حداقل یکی از توابع \mathcal{E}_i ($i = 1,2,3$) به تابعی غیر صفر و مطلق مثبت بدل می‌شود که همین سبب می‌شود انرژی سکون هر جواب غیر بدیهی دیگری، غیر از جواب (۱۵)، همیشه مثبت و غیر صفر باشد. به عبارت دیگر، جواب خاص (۱۵) کمترین انرژی را در بین سایر جواب‌های معادلات دینامیکی (۱۳) و (۱۴) دارد. خلاصه اینکه جواب خاص (۱۵) یک جواب پایدار شبه ذره‌ای با انرژی سکون صفر می‌باشد.

به صورت ریاضیاتی، جواب خاص مورد نظر (۱۵)، با جرم سکون صفر، می‌تواند با هر سرعتی حرکت کند! اما به صورت فیزیکی، با فرض وجود چنین ذره‌ای در طبیعت، به دلیل اینکه جرم سکون صفر دارد، با اثر کمترین نیرو و برهمکنش محیطی خارجی، متحمل شتاب بی‌نهایت می‌شود و لذا فوراً سرعتش به سرعت نور می‌رسد.

نتیجه گیری

چگالی لاگرانژی سیستم‌های استاندارد کلاین گوردون خطی و غیر خطی که برای میدانهای اسکالر نسبیّت در فیزیک به کار برده می‌شوند را می‌توان در حالت کلی به صورت ترکیباتی خطی از اسکالره‌های جنبشی $S_{ij} = S_{ji} = \partial_\mu \phi_i \partial^\mu \phi_j$ تعریف نمود. در صورتی که برای میدان‌های اسکالر نسبیّت، شکل چگالی لاگرانژی به صورت غیر خطی به اسکالره‌های جنبشی وابسته باشد، می‌توانیم

نوسانگر هماهنگ ساده در یک اصل عدم قطعیت تعمیم یافته جدید

محمدیان ایوری، رمضانعلی^۱؛ یوسفی، کاظم^۱؛ پژوهش، رضا^۱

^۱گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند

چکیده

بعضی از رهیافت‌ها و نتایج مهم گرانش کوانتومی یک طول کمینه قابل اندازه‌گیری را پیشنهاد می‌کنند. این طول کمینه منجر به ارائه و اصلاح اصل عدم قطعیت تعمیم یافته هایزنبرگ می‌شود. ما شکل دیگری از اصل عدم قطعیت تعمیم یافته را پیشنهاد کردیم، اثرات این تصحیح را بر روی مسئله هماهنگ ساده را بررسی می‌کنیم و جابجایی انرژی تراز n حاصل از هامیلتونی اختلالی برای این مسئله را بدست می‌آوریم، بعد نتایج خودمان را با نتایج از GUP - DSR (عدم قطعیت تعمیم یافته از نسبت خاص دو گانه) مقایسه می‌کنیم، بطور جالبی مشاهده می‌کنیم که نتایج حاصله یکسان می‌باشد.

Harmonic Oscillator in a New Generalized Uncertainty Principle

Mohammadian evari, Ramzan Ali¹; Yoosefi, Kazem¹; Pazhouesh, Reza¹

¹ Department of physics, faculty of sciences, University of Birjand, Birjand.

Abstract

Some important approaches to quantum gravity suggested, that there should be a minimum measurable length. This minimal length leads to a modification of the Heisenberg uncertainty principle to a Generalized Uncertainty Principle (GUP). We introduced another form of the GUP and, we study the effects of this modification on the simple harmonic oscillator problem, we obtain corrected shift energy level by using the perturbed Hamiltonian, then, we compare our result by the GUP-DSR. Interestingly, we find that the results are same.

PACS No: 12

مقدمه

وجود یک طول کمینه منجر به تصحیح اصل عدم قطعیت هایزنبرگ می‌شود که به آن اصل عدم قطعیت تعمیم یافته یا GUP می‌گویند، همچنین باعث یک تصحیح متناظر از رابطه جابجایی بین عملگرهای مکان و تکانه می‌شود. در مرجع [۵] شکل دیگری از GUP را معرفی کردیم، برای GUP پیشنهادی ما، تصحیح متناظر از رابطه جابجایی بین مختصات مکان و عملگرهای تکانه می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$[X_i, P_j] = i\hbar \left\{ \delta_{ij} + \alpha \left(P\delta_{ij} + \frac{P_i P_j}{p} \right) + \alpha^2 P_i P_j \right\} \quad (2)$$

رهیافت‌های منتهی به گرانش کوانتومی مانند نظریه‌ی ریسمان^۱، فیزیک سیاهچاله^۲، گرانش کوانتومی حلقه‌ای^۳ و نسبت خاص دو-گانه^۴ [۱-۴]، یک طول کمینه قابل اندازه‌گیری از مرتبه طول پلانک را پیش‌بینی می‌کنند

$$l_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \sim 10^{-35} \quad (1)$$

³- quantum gravity loop

⁴ - doubly special relativity

¹ - string theory

²- black hole physics

$$\begin{aligned} \langle k^{(0)} | (a^\dagger - a)^2 | n^{(0)} \rangle \\ = \sqrt{(n+1)(n+2)}\delta_{k,n+2} + \sqrt{n(n-1)}\delta_{k,n-2} \\ - (2n+1)\delta_{k,n} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \langle k^{(0)} | (a^\dagger - a)^3 | n^{(0)} \rangle \\ = \sqrt{(n+1)(n+2)(n+3)}\delta_{k,n+3} \\ - (3n+3)\sqrt{(n+1)}\delta_{k,n+1} + 3n\sqrt{n}\delta_{k,n-1} \\ - \sqrt{n(n-1)(n-2)}\delta_{k,n-3} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \langle k^{(0)} | (a^\dagger - a)^4 | n^{(0)} \rangle \\ = \sqrt{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}\delta_{k,n+4} \\ - (4n+6)\sqrt{(n+1)(n+2)}\delta_{k,n+2} \\ - (4n-2)\sqrt{n(n-1)}\delta_{k,n-2} \\ + \sqrt{n(n-1)(n-2)(n-3)}\delta_{k,n-4} \\ + (6n^2 + 6n + 3)\delta_{k,n} \end{aligned} \quad (15)$$

اختلال مرتبه اول

اکنون با استفاده از روابط بالا اختلال مرتبه اول در انرژی تراز n م را بدست می آوریم.

$$\begin{aligned} \Delta E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | H^{(1)} | n^{(0)} \rangle \\ &= \frac{\alpha}{m} \langle n^{(0)} | P^3 | n^{(0)} \rangle + \frac{3\alpha^2}{2m} \langle n^{(0)} | P^4 | n^{(0)} \rangle + \mathcal{O}(\alpha^3) \\ &= \frac{3\alpha^2 m}{2} \frac{1}{4} \hbar^2 \omega^2 (6n^2 + 6n + 3) + \mathcal{O}(\alpha^3) \end{aligned} \quad (16)$$

رابطه بالا را می توانیم به صورت زیر باز نویسی کنیم:

$$\Delta E_n^{(1)} = \frac{9}{4} m \alpha^2 \left[\left(E_n^{(0)} \right)^2 + \left(E_0^{(0)} \right)^2 \right] \quad (17)$$

اختلال مرتبه دوم

برای محاسبه اختلال مرتبه دوم در انرژی ترازاها، از رابطه (۱۶-۱۵) مرجع [۷] شروع می کنیم.

$$\Delta E_n^{(2)} = \left\langle n^{(0)} \left| H^{(1)} \frac{\Phi_n}{E_n^{(0)} - H_0} H^{(1)} \right| n^{(0)} \right\rangle \quad (18)$$

که در آن، Φ_n عملگر تصویر مکمل بوده و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Phi_n \equiv 1 - |n^{(0)}\rangle\langle n^{(0)}| = \sum_{k \neq n} |k^{(0)}\rangle\langle k^{(0)}| \quad (19)$$

با این تعریف رابطه (۱۸) بصورت زیر در می آید.

همچنین مانند مرجع [۶] ساده ترین شکل معادله بالا را می توانیم به صورت زیر بنویسیم.

$$[X, P] = i\hbar\{1 + 2\alpha P + \alpha^2 P^2\} \quad (3)$$

همچنین، از بسط عملگرهای انرژی بالا، P_j نسبت به انرژی های پایین، P_{0j} تا مرتبه دوم α نیز بدست می آوریم:

$$P_j = P_{0j}(1 + \alpha P_0 + \alpha^2 P_0^2) \quad (4)$$

بنابراین می توانیم هامیلتونی عدم قطعیت تعمیم یافته را به صورت زیر بنویسیم:

$$\begin{aligned} H_{GUP} &= \frac{P^2}{2m} + V(\vec{X}) \\ &= \frac{P_0^2}{2m} + \frac{\alpha P_0^3}{m} + \frac{3\alpha^2 P_0^4}{2m} + V(\vec{X}) \end{aligned} \quad (5)$$

نوسانگر هماهنگ ساده

حال مسئله نوسانگر هماهنگ ساده را با استفاده از روش هامیلتونی تعمیم یافته حل می کنیم و اثر هامیلتونی GUP را روی تراز های انرژی آن بررسی می کنیم.

برای ذره ای به جرم m که حرکت نوسانی یک بعدی با فرکانس ω دارد، هامیلتونی آن عبارتست از:

$$H_0 = \frac{P_0^2}{2m} + \frac{m\omega^2 X_0^2}{2} \quad (6)$$

ویژه مقادیر انرژی آن نیز به این صورت است:

$$\Delta E_n^{(0)} = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (7)$$

هامیلتونی تعمیم یافته سیستم را می توان به صورت جملات اختلالی که به H_0 اضافه می شوند تا مرتبه α^2 به صورت زیر بنویسیم:

$$H_{GUP} = H_0 + H^{(1)} \quad (8)$$

که در آن،

$$H^{(1)} = \frac{\alpha P_0^3}{m} + \frac{3\alpha^2 P_0^4}{2m} \quad (9)$$

است. در این جا با کمک عملگرهای بالابر و پایین بر محاسبات

ما آسان تر انجام خواهد شد.

$$a|n^{(0)}\rangle = \sqrt{n}|(n-1)^{(0)}\rangle \quad (10)$$

$$a^\dagger|n^{(0)}\rangle = \sqrt{n+1}|(n+1)^{(0)}\rangle \quad (11)$$

برای محاسبه اختلال مرتبه اول و دوم در انرژی ترازاها، به

محاسبه چند مقدار چشمداشتی نیاز داریم:

$$\begin{aligned} \langle k^{(0)} | (a^\dagger - a) | n^{(0)} \rangle \\ = \sqrt{(n+1)}\delta_{k,n+1} - \sqrt{n}\delta_{k,n-1} \end{aligned} \quad (12)$$

جابجایی انرژی در این GUP با جابجایی انرژی در GUP-DSR (عدم قطعیت تعمیم یافته از نسبت خاص دو گانه) برای نوسانگر هماهنگ ساده یکسان است.

$$\Delta E_n^{(2)} = \sum_{k \neq n} \frac{\langle n^{(0)} | H^{(1)} | k^{(0)} \rangle \langle k^{(0)} | H^{(1)} | n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}} \quad (20)$$

مطابق مرجع [۷] رابطه (۲۰) برای عملگر های هرمیتی به رابطه زیر تبدیل می شود:

$$\Delta E_n^{(2)} = \sum_{k \neq n} \frac{|\langle k^{(0)} | H^{(1)} | n^{(0)} \rangle|^2}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}} \quad (21)$$

همچنین عملگر تکانه در نوسانگر هماهنگ ساده علاوه بر هرمیتی، خود الحاقی نیز هست.

با استفاده از رابطه بالا اختلال مرتبه دوم در انرژی ترازها را محاسبه می کنیم و تنها جملات تا مرتبه α^2 نگه می داریم.

$$\Delta E_n^{(2)} = -\frac{15}{4} m \alpha^2 \left[\left(E_n^{(0)} \right)^2 + \frac{7}{15} \left(E_0^{(0)} \right)^2 \right] \quad (22)$$

حال جابجایی انرژی تراز n حاصل از هامیلتونی اختلالی را تا مرتبه α^2 بدست می آوریم.

$$\begin{aligned} \Delta E_n &= \Delta E_n^{(1)} + \Delta E_n^{(2)} + \mathcal{O}(\alpha^3) \\ &= -\frac{3}{2} m \alpha^2 \left[\left(E_n^{(0)} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(E_0^{(0)} \right)^2 \right] + \mathcal{O}(\alpha^3) \quad (23) \end{aligned}$$

در رابطه بالا، $\alpha = \frac{\alpha_0}{M_p c}$ است که در آن، M_p جرم پلانک و α_0 پارامتری بدون بعد می باشد.

تصحیح جابجایی انرژی تراز n نوسانگر هماهنگ ساده در GUP-DSR (عدم قطعیت تعمیم یافته از نسبت خاص دو گانه) مرجع [۸] به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \Delta E_n &= -\frac{m}{4K^2} \hbar^2 \omega^2 (6n^2 + 6n + 1) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{K^4}\right) \\ &= -\frac{3}{2} \frac{m}{K^2} \left[\left(E_n^{(0)} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(E_0^{(0)} \right)^2 \right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{K^4}\right) \quad (24) \end{aligned}$$

که در رابطه بالا، K معادل α در فرم پیشنهادی در این مقاله می باشد، از مقایسه رابطه (۲۴) با رابطه (۲۳) نتیجه می شود که تصحیح جابجایی انرژی در هر دو فرم عدم قطعیت تعمیم یافته برای نوسانگر هماهنگ ساده یکسان می باشد.

نتیجه گیری

ما یک GUP جدید در مرجع [۵] پیشنهاد کردیم، در این جا با استفاده از روش هامیلتونی تعمیم یافته مسئله نوسانگر هماهنگ ساده در یک بعد را با این GUP حل کردیم و اثر هامیلتونی تصحیح شده را روی تراز های انرژی نوسانگر هماهنگ ساده بررسی کردیم

مرجع ها

- [1] D. Amati, M. Ciafaloni and G. Veneziano, *Phys. Lett.* **B216**, 41 (1989).
 [2] A. Kempf, G. Mangano and R. B. Mann, *Phys. Rev.* **D52**, 1108 (1995) [hep-th/9412167].
 [3] A. Kempf, *J. Phys.* **A30**, 2093 (1997) [hep-th/9604045].
 [4] L.J. Garay, Quantum gravity and minimum length, *Int. J. Mod. Phys.* **A10**, 145 (1995) [arxiv: gr-qc/9403008].
 [5] محمدیان ابوری رمضانعلی، پژوهش رضا-گرانش کوانتومی، اصل عدم قطعیت تعمیم یافته- مقاله شماره ۳۹ همایش گرانش و کیهان شناسی دانشگاه تحصیلات تکمیلی زنجان
 [6] K. Nozari, S. Namdari, and J. Vahedi, *Natural cutoffs and Dynamics of Harmonic oscillations*, *Chinese Journal Of Physics* Vol.50, No.4

[۷] جی جی ساکورایی- مکانیک کوانتومی مدرن - ترجمه دکتر مسعود

علیمحمدی، دکتر حمید رضا مشفق

[۸] won sang chung, Hassan hassanabadi, *new generalized uncertainty principle from the doubly special relativity*, *physics letters B* 785 (2018) 127-131

آنسامبل کانونی بزرگ در یک اصل عدم قطعیت تعمیم یافته جدید

محمدیان ایوری، رمضانعلی^۱؛ یوسفی، کاظم^۱؛ پژوهش، رضا^۱

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند

چکیده

بعضی از رهیافت‌ها و نتایج مهم گرانش کوانتومی یک طول کمینه قابل اندازه‌گیری را پیشنهاد می‌کنند. این طول کمینه منجر به ارائه و اصلاح اصل عدم قطعیت تعمیم یافته هایزنبرگ می‌شود. ما شکل دیگری از اصل عدم قطعیت تعمیم یافته را پیشنهاد کردیم، اثرات این تصحیح بر روی ترمودینامیک یک گاز ایده آل با آنسامبل کانونی بزرگ را بررسی می‌کنیم و نشان می‌دهیم تعداد میکرواحالت‌ها در نزدیکی مقیاس پلانک به شدت افزایش می‌یابند.

Grand Canonical Ensemble in a New Generalized Uncertainty Principle

Mohammadian evari, Ramzan Ali¹; Yoosefi, Kazem¹; Pazhouesh, Reza¹

¹ Department of physics, faculty of sciences, University of Birjand, Birjand.

Abstract

Some important approaches and results of quantum gravity suggested, that there should be exist a minimum measurable length. This minimal length leads to a modification of the Heisenberg uncertainty principle to a Generalized Uncertainty Principle (GUP). We perused another form of the GUP and the effects of this modification on the thermodynamics of an ideal gas with the grand canonical ensemble are studied. Interestingly, we will show that the number of accessible microstates for a given system increases drastically in the near Planck scale.

PACS No: 12

GUP می‌گویند، همچنین باعث یک تصحیح متناظر از رابطه جابجایی بین عملگرهای مکان و تکانه می‌شود. در مرجع [۵] شکل دیگری از GUP را معرفی کردیم، برای GUP پیشنهادی ما تصحیح متناظر از رابطه جابجایی بین مختصات مکان و عملگرهای تکانه می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$[X_i, P_j] = i\hbar \left\{ \delta_{ij} + \alpha (P \delta_{ij} + \frac{P_i P_j}{p}) + \alpha^2 P_i P_j \right\} \quad (2)$$

در رابطه بالا، $\alpha = \frac{\alpha_0}{M_p c}$ است که در آن، M_p جرم پلانک و، α_0 پارامتری بدون بعد می‌باشد. همچنین مانند مرجع [۶] ساده ترین شکل معادله بالا را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم.

$$[X, P] = i\hbar \{1 + 2\alpha P + \alpha^2 P^2\} \quad (3)$$

مقدمه

رهیافت‌های منتهی به گرانش کوانتومی مانند نظریه ی ریسمان، فیزیک سیاهچاله، گرانش کوانتومی حلقه‌ای و نسبیت خاص دوگانه [۴-۱]، یک طول کمینه قابل اندازه‌گیری از مرتبه طول پلانک را پیش‌بینی می‌کنند

$$l_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \sim 10^{-35} \quad (1)$$

وجود یک طول کمینه منجر به تصحیح اصل عدم قطعیت هایزنبرگ می‌شود که به آن اصل عدم قطعیت تعمیم یافته یا

$$+ P_p^{\frac{3}{2}} M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -P_p\right) - \frac{1}{10} P_p^{\frac{5}{2}} M\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, -P_p\right)]^N \quad (۸)$$

با تعریف تابع $F(T)$ به صورت:

$$F(T) = \left(\frac{2\pi mKT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \times$$

$$[-\alpha(2mKT)^{\frac{1}{2}} P_p^3 M(3,4,-P_p)$$

$$+ P_p^{\frac{3}{2}} M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -P_p\right) - \frac{1}{10} P_p^{\frac{5}{2}} M\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, -P_p\right)] \quad (۹)$$

می‌توانیم رابطه (۸) را به صورت،

$$Q_{N_r}(Z, V, T, \alpha) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{[ZVF(T)]^N}{N!} = e^{ZVF(T)} \quad (۱۰)$$

بازنویسی کنیم. در روابط فوق، $M(a, b, x)$ تابع فوق هندسی همشار کامر^۱ می‌باشد. چنانچه می‌دانیم، کمیت q که رابط بین آنسامبل کانونی بزرگ و ترمودینامیک سیستم است به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$q = \ln Q_N(Z, V, T, \alpha) = ZVF(T) \quad (۱۱)$$

و تمام کمیت‌های ترمودینامیکی سیستم، از جمله فشار و تعداد ذرات سیستم، از این تابع پارش بزرگ بدست می‌آیند.

$$P = \frac{KT}{V} q = KTZF(T) \quad (۱۲)$$

$$\bar{N} = z \left(\frac{\partial}{\partial z} \ln Z\right)_{V,T} = zVF(T) \quad (۱۳)$$

میانگین انرژی درونی سیستم را نیز می‌توان به صورت زیر بر حسب این تابع پارش نوشت:

$$\bar{E} = KT^2 \left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_{z,V} \quad (۱۴)$$

و در انتها، با ترکیب روابط (۱۲)-(۱۴) می‌توان آنتروپی سیستم را به شکل،

$$S = K(a\bar{N} + \beta\bar{E} + q)$$

$$S = K(\eta zVF(T) + \beta KT^2 \left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_{z,V} + q) \quad (۱۵)$$

از بسط عملگرهای انرژی بالا (P_j) نسبت به انرژی‌های پایین (P_{0j}) تا مرتبه دوم α نیز بدست آوردیم

$$P_j = P_{0j}(1 + \alpha P_0 + \alpha^2 P_0^2) \quad (۴)$$

بنابراین می‌توانیم هامیلتونی یک سیستم را بر اساس این اصل عدم قطعیت تعمیم یافته، به صورت زیر بنویسیم:

$$H_{GUP} = \frac{P^2}{2m} + V(\vec{X})$$

$$= \frac{P_0^2}{2m} + \frac{\alpha P_0^3}{m} + \frac{3\alpha^2 P_0^4}{2m} + V(\vec{X}) \quad (۵)$$

آنسامبل کانونی بزرگ

در آنسامبل کانونی بزرگ علاوه بر انرژی، ذره نیز مبادله می‌شود، بنابراین، میکروحالت‌های سینم بستگی به تعداد ذرات و انرژی آن‌ها دارد، در ادامه سعی خواهد شد برخی از جنبه‌های مربوط به استفاده از این GUP جدید برای گاز ایده آل در یک آنسامبل کانونی بزرگ مورد مطالعه قرار گیرد.

با الهام از مرجع [۷] تابع پارش آنسامبل کانونی بزرگ در GUP را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$Q_N(Z, V, T, \alpha) = \sum_{N=0}^{\infty} Z^N Q_N(V, T, \alpha) \quad (۶)$$

با کمی اصلاح از مرجع [۸] داریم

$$A(V, N, T) = -KT \ln Q_N(q, P, \alpha)$$

$$= -NKT \left\{ \ln \frac{V}{N} \left(\frac{2\pi mKT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} + \ln \alpha + 1 \right.$$

$$+ \ln \frac{1}{\alpha} [-\alpha(2mKT)^{\frac{1}{2}} P_p^3 M(3,4,-P_p)$$

$$+ P_p^{\frac{3}{2}} M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -P_p\right) - \frac{1}{10} P_p^{\frac{5}{2}} M\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, -P_p\right)] \left. \right\} \quad (۷)$$

بنابراین،

$$Q_N(q, P, \alpha) = \frac{V^N}{N!} \left(\frac{2\pi mKT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}N} \times$$

$$[-\alpha(2mKT)^{\frac{1}{2}} P_p^3 M(3,4,-P_p)$$

^۱ Kummer's confluent hypergeometric function

^۲ تابع فوق هندسی همشار کامر، به صورت $M(a, b, x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n x^n}{b_n n!}$ تعریف می‌شود که در آن، $a_0 = b_0 = 1$ و $a_n = \prod_{i=0}^{n-1} (a+i)$ و $b_n = \prod_{i=0}^{n-1} (b+i)$ است.

نوشت.

و در ادامه، جمله دوم در رابطه بالا را بررسی خواهیم کرد.

دقتی مشخص خواهد بود آمد. در نهایت وقتی اثرات گرانش کوانتومی از بین بروند یعنی در حد $\alpha \rightarrow 0$ ، شکل استاندارد ترمودینامیک از رابطه (۱۷) بدست خواهد آمد بنابراین، مدل پیشنهادی ما در حد میدان های ضعیف گرانشی توانایی بازتولید نتایج مکانیک کوانتومی استاندارد را دارد.

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} S = \frac{5}{2} K Z V \left(\frac{2\pi m K T}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} - N K \ln Z \quad (18)$$

در مرجع [۵] مقدار $P_p \cong 6.5 \frac{j.s}{m}$ را بدست آوردیم، بنابراین می‌توانیم بنویسیم،

$$P_p^{\frac{3}{2}} M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -P_p\right) - \frac{1}{10} P_p^{\frac{5}{2}} M\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, -P_p\right) \cong 1 \quad (19)$$

نتیجه گیری

ما یک GUP جدید در مرجع [۵] پیشنهاد کردیم، در این جا با استفاده از روش هامیلتونی تعمیم یافته مسئله گاز ایده آل را در آنسامبل کانونی بزرگ حل کردیم و نشان دادیم که در انرژی های بالا یعنی در حد $T \rightarrow T_p$ ، آنتروپی شدت افزایش می یابد و به بینهایت میل می کند ولی در مدل دیگر در مرجع [۷] در این حد به صفر میل می کند.

مرجع‌ها

- [1] D. Amati, M. Ciafaloni and G. Veneziano, Phys. Lett. B216, 41 (1989).
 [2] A. Kempf, G. Mangano and R. B. Mann, Phys. Rev. D52, 1108 (1995) [hep-th/9412167].
 [3] A. Kempf, J. Phys. A30, 2093 (1997) [hep-th/9604045].
 [4] L.J. Garay, Quantum gravity and minimum length, Int. J. Mod. Phys. A10, 145 (1995) [arxiv: gr-qc/9403008].
 [۵]. محمدیان ایوری رضاعلی، پژوهش رضا-گرانش کوانتومی، اصل عدم قطعیت تعمیم یافته- مقاله شماره ۳۹ همایش گرانش و کیهان شناسی دانشگاه تحصیلات تکمیلی زنجان
 [6] K. Nozari, S. Namdari, and J. Vahedi, *Natural cutoffs and Dynamics of Harmonic oscillations*, Chinese Journal Of Physics Vol.50, No.4
 [7] B. Vakili and M.A. Gorji, Thermostatistics with minimal length uncertainty relation, (2012), arxiv: 1207.1049v2 [gr-qc].
 [۸]. محمدیان ایوری رضاعلی، یوسفی کاظم، پژوهش رضا-آنسامبل کانونی در یک اصل عدم قطعیت تعمیم یافته-مقاله شماره ۲۸ همایش گرانش و کیهان شناسی دانشگاه صنعتی اصفهان

$$\begin{aligned} \beta K T^2 \left(\frac{\partial z V F(T)}{\partial T} \right)_{z,V} &= T z V F'(T) = \\ & \frac{3}{2} z V F(T) \\ & + \frac{1}{2} z V \left(\frac{2\pi m K T}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} [-\alpha (2mKT)^{\frac{1}{2}} P_p^3 M(3,4,-P_p)] \\ S &= K [(\eta z V F(T) + \frac{3}{2} z V F(T))_{z,V}] \\ & + \frac{1}{2} z V \left(\frac{2\pi m K T}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} [-\alpha (2mKT)^{\frac{1}{2}} P_p^3 M(3,4,-P_p)] \\ & + z V F(T) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= K (\eta z V F(T) + \frac{5}{2} K z V F(T))_{z,V} \\ & - \frac{\alpha}{2} K z V \left(\frac{2\pi m K T}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (2mKT)^{\frac{1}{2}} P_p^3 M(3,4,-P_p) \quad (16) \end{aligned}$$

در رابطه بالا به ازای $\eta = -\ln z$ و $N = z V F(T)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} S &= -N K \ln z + \frac{5}{2} K z V F(T)_{z,V} \\ & - \frac{\alpha}{2} K z V \left(\frac{2\pi m K T}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (2mKT)^{\frac{1}{2}} P_p^3 M(3,4,-P_p) \quad (17) \end{aligned}$$

در حد $T \rightarrow T_p$ ، آنتروپی شدت افزایش می یابد (α به صورت اختلالی وارد شد و کوچک است)

رابطه (۱۸) نشان می دهد که در انرژی های بالا یعنی در حد $T \rightarrow T_p$ ، آنتروپی شدت افزایش می یابد و به سمت بینهایت میل خواهد کرد، با توجه به نظریه انفجار بزرگ، این رفتار همان رفتار معمول و مورد انتظار از کمیت ترمودینامیکی آنتروپی در نزدیکی مقیاس پلانک خواهد بود. زیرا وقتی $S \rightarrow \infty$ میل می کند، معنی اش این است که سیستم بینهایت میکروحالت قابل دسترسی دارد و این معادل این است که احتمال اشغال هر میکروحالت توسط سیستم به سمت صفر میل کرده و بنابراین هیچ اطلاعات فیزیکی از سیستم نخواهیم داشت (برعکس وقتی $S = 0$ باشد، معنی آن این است که تنها یک میکروحالت قابل دسترس برای سیستم وجود دارد و بنابراین وضعیت سیستم به طور

رابطه‌ی آهنگ کاهش جرم و درخشندگی ستاره‌های تحول یافته در دیسک کهکشان M33

مرتضوی، سیدعلیرضا^۱؛ جوادی، عاطفه^۲؛ عابدینی، یوسفعلی^۳

^۱ گروه فیزیک دانشگاه زنجان، بلوار دانشگاه، زنجان

^۲ پژوهشکده نجوم پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، ابتدای بزرگراه ارتش، باغ لارک، تهران

^۳ پژوهشکده تغییر اقلیم و گرمایش زمین دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان

چکیده

در این مقاله، آهنگ کاهش جرم و تولید غبار ستاره‌های تحول یافته در دیسک کهکشان M33 از طریق مدل‌سازی با کد DUSTY مورد بررسی قرار گرفته است. این امر منجر به درک بهتر فرآیند تشکیل غبار و تاثیر آن بر روی تحول شیمیایی کهکشان می‌شود. ما نشان داده‌ایم آهنگ کاهش جرم ستاره‌های تحول یافته با دامنه نوسان و درخشندگی این ستاره‌ها رابطه‌ای مستقیم دارد. این رابطه نشان می‌دهد که این دو پارامتر نقش بسیار مهمی در کاهش جرم بالای این ستاره‌ها ایفا می‌کنند.

Relation between mass-loss rate and luminosity of evolved stars across a galactic disc of M33

Mortazavi, Seyedalireza¹; Javadi, Atefeh²; Abedini, Yousefali^{1,3}

¹ Department of Physics, University of Zanjan, Zanjan

² School of Astronomy, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), P.O. Box 19395-5531, Tehran

³ Center for Research in Climate Change and Global Warming (CRCC), IASBS, Zanjan

Abstract

In this paper, we have studied the mass-loss rate and dust production of evolved stars across a galactic disc of M33 via spectral energy distribution modelling. This work leads us to a better understanding of the process of mass-loss and dust formation process and its effects on the chemical evolution of the galaxy. We have shown that the mass-loss rates of evolved stars are approximately proportional to luminosity and amplitude. This relation indicates that the luminosity and amplitude play very important roles in mass-loss rate of these stars.

PACS No. 98

مقدمه

است) گزینه‌ی بسیار مناسبی برای بررسی و شناسایی این ستاره‌ها است. مکانیسم کاهش جرم ستاره‌های AGB هنوز به طور کامل درک نشده است. اما دو فرآیند در این کاهش جرم نقش موثری دارند: اول، انبساط لایه‌های بیرونی ستاره که باعث تولید غبار می‌شود؛ دوم، فشار تابشی بر روی دانه‌های غبار که منجر به شارش آن می‌شود. نوسانات ستاره تنها می‌توانند آهنگ کاهش جرمی به مقدار $10^{-7} M_{\odot} yr^{-1}$ ایجاد کنند^۲، بنابراین آهنگ کاهش جرم بالای ستاره‌های AGB از فشار تابشی روی دانه‌های غبار ایجاد می‌شود. حدود ۴۰۰۰ ستاره متغیر در دیسک و بخش مرکزی کهکشان M33

ستاره‌های شاخه مجانبی غول‌ها معروف به ستاره‌های AGB^۱، ستاره‌های تحول یافته‌ای هستند که سوخت هیدروژنی خود را در مرکز به پایان رسانده و از رشته‌ی اصلی جدا شده‌اند. این ستاره‌ها ابزار قدرتمندی برای بررسی ستاره‌سازی و تحول شیمیایی کهکشان‌ها به شمار می‌آیند. از آن‌جا که بیشینه‌ی تابش ستاره‌های AGB در طول موج‌های فرو سرخ است، این ستاره‌ها به راحتی در کهکشان‌های مختلف قابل تفکیک هستند. کهکشان M33 با توجه به موقعیتی که در آن قرار دارد (زاویه‌ی تمایل این کهکشان ۵۶ درجه

^۲ در این مقاله، M_{\odot} و L_{\odot} به ترتیب بیانگر جرم خورشید و درخشندگی خورشید هستند.

^۱ Asymptotic giant branch

دوره رصد بین سال‌های ۲۰۰۵ تا ۲۰۰۷ توسط تصویرگر WFCAM از تلسکوپ UKIRT^۱ شناسایی شده‌اند. کاتالوگ داده‌های نوری شامل ۴۰۳۷۳۴ ستاره است که شامل ۴۶۴۳ ستاره‌ی متغیر با دوره تناوب بلند^۲، ستاره‌ی AGB و ابرغول قرمز (RSG) است. همچنین مک‌کوئین و همکاران در سال ۲۰۰۷ داده‌های فرسرخ وسط را در ۵ دوره توسط تلسکوپ اسپیتزر در طول موج‌های ۳/۶، ۴/۵، ۸ میکرومتر تصویربرداری و تحلیل کرده‌اند [۲]. رصد آن‌ها بین سال‌های ۲۰۰۴ تا ۲۰۰۶ انجام شده است که در نتیجه با داده‌های WFCAM همپوشانی دارد.

جرم قابل قبول ستاره‌های کربنی $M_{\odot} = (1/5 - 4) m$ است؛ بنابراین ستاره‌هایی را که در این محدوده جرمی قرار دارند کربنی فرض نموده‌ایم و آهنگ کاهش جرم را با فرض وجود غبار کربنی (کربن بی‌شکل و SiC) به دست آورده‌ایم. ستاره‌هایی که جرم کمتر از $M_{\odot} 1/5$ و بیش از $M_{\odot} 4$ دارند، اکسیژنی هستند [۳]. بنابراین، توزیع انرژی طیفی با در نظر گرفتن غبار اکسیژنی (سیلیکاتی) برای این ستاره‌ها به دست آمده است.

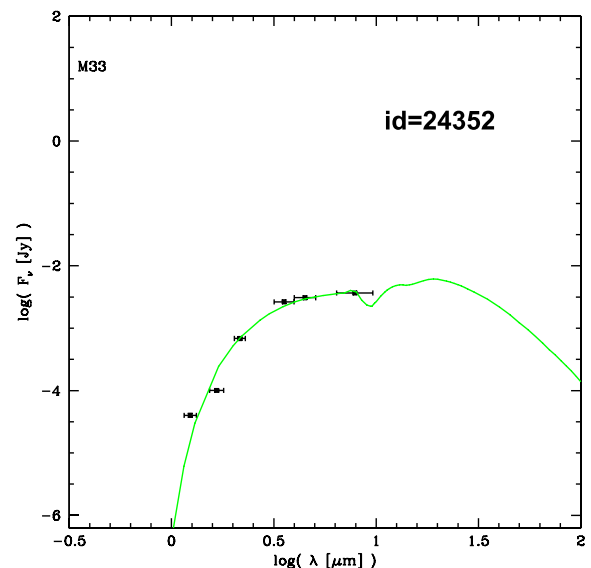
جدول ۱: مشخصات برخی از ستاره‌های مدل‌سازی شده کهکشانی M33

شناسه	عمق نوری	درخشندگی (L_{\odot})	کاهش جرم ($M_{\odot} \text{yr}^{-1}$)
۴۴۷	۰/۰۱	۲۸۰۰۰۰	$4/25 \times 10^{-6}$
۶۴۰	۰/۳	۲۵۲۰۰۰	$7/89 \times 10^{-5}$
۳۰۵۰	۰/۰۰۰۲	۳۰۸۰۰	$2/72 \times 10^{-9}$
۴۹۱۲	۰/۰۸	۲۲۴۰۰	$7/28 \times 10^{-7}$

مدل‌سازی DUSTY

کد DUSTY در دانشگاه کنتاکی توسط ماریا ننگوا، موشه الیتزور و زلیکو ایوزیچ^۳ نوشته شده است [۱۰]. این کد به بررسی تابش ناشی از جسمی (ستاره، هسته کهکشانی و غیره) می‌پردازد که با غبار پوشانده شده است و نور آن پس از عبور از این غبار مشاهده می‌شود. در واقع DUSTY معادله‌ی انتقال تابش را حل می‌کند [۴]. در این مقاله، ابتدا ستاره‌های متغیری که در هر دو کاتالوگ اسپیتزر و

شناسایی شده است که نیمی از این ستاره‌ها داده‌های فرسرخ وسط را نیز دارند [۱۱]. بدین ترتیب ما می‌توانیم برای تعداد زیادی ستاره‌ی تحول‌یافته میزان کاهش جرم و تولید غبار را با مدل‌سازی مستقیم به دست آوریم. در این مقاله قصد داریم میزان تولید غبار ستاره‌های تحول‌یافته در دیسک و بخش مرکزی کهکشانی M33 را به دست آوریم. همچنین، رابطه‌ی میان درخشندگی و دامنه‌ی نوسان را با آهنگ کاهش جرم به دست می‌آوریم. این رابطه به این پرسش پاسخ خواهد داد که کدام متغیر نقش مهم‌تری را در کاهش جرم این ستاره‌ها ایفا می‌کند. به علاوه، آیا ستاره‌های درخشان‌تر کاهش جرم بالاتری دارند؟ آیا میزان کاهش جرم با دامنه نوسان ارتباط مستقیم دارد؟



شکل ۱: نمودار توزیع انرژی طیفی برای یکی از ستاره‌های کهکشانی M33. نقطه‌های سیاه، قدرهای رصدی ستاره هستند.

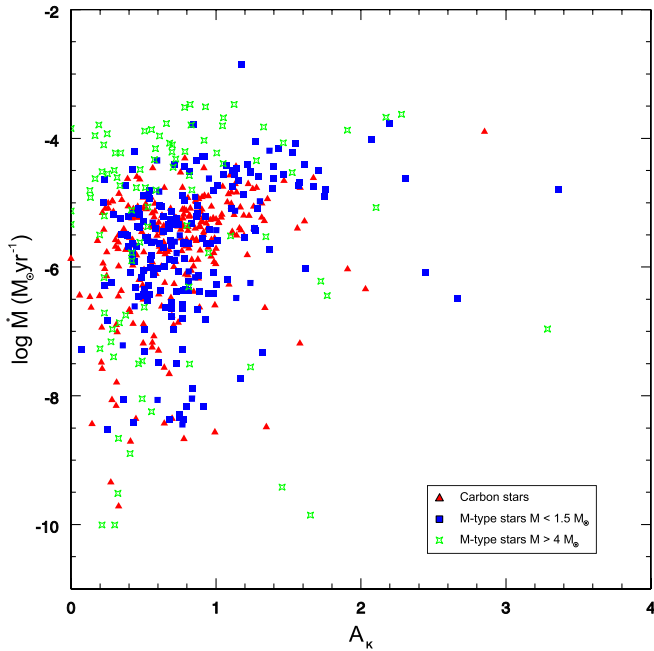
داده‌ها

در این مقاله، برای به دست آوردن آهنگ کاهش جرم ستاره‌های تحول‌یافته، دو مجموعه داده شامل داده‌های مربوط به فرسرخ نزدیک در باندهای J، H و K [۱] و همچنین داده‌های آرشیوی فرسرخ وسط در باندهای ۳/۶، ۴/۵، ۸ میکرومتر مورد استفاده قرار گرفته است [۲]. داده‌های فرسرخ نزدیک در ۵ تا ۸

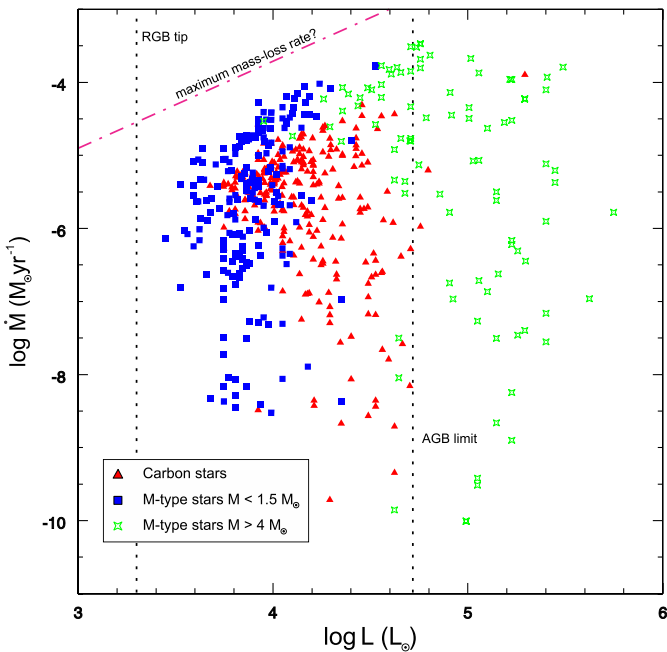
^۳ Maria Nenkova, Željko Ivezić, Moshe Elitzur

^۱ United Kingdom Infrared Telescope

^۲ Long period variables, LPVs



شکل ۲: آهنگ کاهش جرم - دامنه نوسان برای ستاره‌های اکسیژنی و کربنی. ستاره‌های کربنی با مثلث قرمز و ستاره‌های اکسیژنی با مربع آبی و چهارگوش سبز در شکل مشخص شده‌اند. مربع آبی ستاره‌هایی با جرم $M < 1/5 M_{\odot}$ و چهارگوش سبز ستاره‌هایی با جرم $M > 4 M_{\odot}$ را نشان می‌دهند.



شکل ۳: آهنگ کاهش جرم - درخشندگی برای ستاره‌های اکسیژنی و کربنی. نوع ستاره‌ها مانند شکل ۲ است. خطوط نقطه‌چین عمودی اول و دوم به ترتیب نشان‌دهنده‌ی محدوده‌ی درخشندگی برای اولین حالت شاخه‌ی غول قرمز (RGB) و حد مجاز AGB است. خطوط نقطه-خط صورتی حد کلاسیک آهنگ کاهش جرم و حداکثر آهنگ کاهش (؟) را نشان می‌دهد.

UKIRT هستند، بدست آمده است. سپس قدر هر یک از ستاره‌ها در باند $3/6$ ، $4/5$ ، 8 میکرومتر و باند J، H و K به شار در واحد جانسکی تبدیل شده است. انتخاب ستاره‌های متغیر از آن جهت است که این ستاره‌ها در مراحل انتهایی تحول خود هستند و به احتمال زیاد کاهش جرم زیادی دارند. سایر ستاره‌های کهکشان M_{\odot}^{33} کاهش جرم نداشته یا اینکه مقدار کاهش جرم آنقدر اندک است که توزیع انرژی طیفی این ستاره‌ها چندان تحت تاثیر غبار قرار نمی‌گیرد. شکل ۱، توزیع انرژی طیفی را برای یکی از ستاره‌های کهکشان M_{\odot}^{33} نشان می‌دهد. مقادیر قدر به صورت نقاطی در نمودار شار بر حسب طول موج نشان داده شده‌اند. همچنین، خروجی کد DUSTY به شار در واحد جانسکی تبدیل و در این نمودار رسم شده است. کد DUSTY برای مقادیر مختلف عمق نوری اجرا شده است تا شار ستاره روی نقاط کاملاً برازش شود (شکل ۱). مدل‌سازی برای ۲۵۲ ستاره کربنی و ۲۹۵ ستاره اکسیژنی صورت گرفته است.

نتایج

رابطه‌ی آهنگ کاهش جرم - دامنه نوسان در شکل ۲ نشان داده شده است. ستاره‌های کربنی با رنگ قرمز و ستاره‌های اکسیژنی با جرم کمتر از $1/5 M_{\odot}$ با رنگ آبی و ستاره‌های اکسیژنی با جرم بیشتر از $4 M_{\odot}$ با رنگ سبز نشان داده شده‌اند. به طور کلی با افزایش دامنه‌ی نوسان، آهنگ کاهش جرم افزایش یافته است. این رابطه نشان می‌دهد که نوسان ستاره نقش مهمی را در کاهش جرم ستاره‌های متغیر ایفا کرده است. همچنین برای ستاره‌هایی با دامنه‌ی نوسان مشخص پراکندگی زیادی در کاهش جرم دیده شده است که بخشی از آن می‌تواند مربوط به تخمین تقریبی دامنه‌ی نوسان باشد. بخش دیگر این پراکندگی می‌تواند به دلیل تغییر در پارامترهای ذاتی ستاره‌ها باشد. به عنوان مثال، تغییرات گرانش در نزدیکی سطح ستاره که ناشی از تغییرات جرم و شعاع است. با توجه به شکل، ستاره‌ها با دامنه‌ی کم ($A < 0.5 \text{ mag}$) می‌توانند به آهنگ کاهش جرم بسیار زیادی در حدود $10^{-4} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ دست یابند. این‌ها ستاره‌های پرجرم و بسیار درخشان هستند [۵].

ممکن است که دقیق نباشند. علاوه بر این، در شکل مشاهده می‌کنیم که پراکندگی آهنگ کاهش جرم ستاره‌های کم جرم اکسیژنی در یک درخشندگی معین در حدود $\text{dex } 2/5$ و برای ستاره‌های کربنی در حدود $\text{dex } 1/5$ است. همچنین، انبوه جمعیت ستاره‌های کربنی و ستاره‌های اکسیژنی یک فضای خالی را در اطراف $\log \frac{L}{L_{\odot}} = 4/9$ و $\log \dot{M} = 5/1$ در شکل ایجاد کرده‌اند. این رخداد ناشی از عدم طبقه‌بندی صحیح تمام ستاره‌ها به دلیل نامعلوم بودن ثابت‌های نوری ستاره‌های کربنی و اکسیژنی و در نتیجه تفاوت در نتایج مدل‌سازی است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، نشان داده‌ایم:

- آهنگ کاهش جرم ستاره‌های AGB و RSG با افزایش درخشندگی و دامنه نوسان، افزایش می‌یابند.
- به علت محدودیت‌های فتومتری قادر به شناسایی ستاره‌های کربنی با کاهش جرم بسیار زیاد نخواهیم بود.
- با توجه به کاهش جرم بسیار بالای این ستاره‌ها، واضح است که این ستاره‌ها نقش بسیار مهمی در تحول شیمیایی و ستاره‌زایی کهکشان ایفا می‌کنند.

مرجع‌ها

- [۱] Javadi A., Saberi M., van Loon J. Th., Khosroshahi H., Golabatooni N., Mirtorabi M. T., ۲۰۱۵, MNRAS, ۴۴۷, ۳۹۷۳ (PaperIV)
- [۲] McQuinn K. B. W. et al., ۲۰۰۷, ApJ, ۶۶۴, ۸۵۰
- [۳] Atefeh Javadi, Jacco Th. van Loon and Mohammad Taghi Mirtorabi, ۲۰۱۱, ۰۰۰۰۰۰, ۴۱۴, ۳۳۹۴
- [۴] Ivezić, Z., Elitzur, M. ۱۹۹۷, MNRAS ۲۸۷, ۷۹۹; Erratum: MNRAS ۳۰۲, ۸۶۴ (۱۹۹۹)
- [۵] van Loon J. Th., Cohen M., Oliveira J. M., Matsuura M., McDonald I., Sloan G. C., Wood P. R., Zijlstra A. A., ۲۰۰۸, AA, ۴۸۷, ۱۰۵۵
- [۶] van Loon J. Th., Groenewegen M. A. T., de Koter A., Trams N. R., Waters L. B. F. M., Zijlstra A. A., Whitelock P. A., Loup C., ۱۹۹۹b, AA, ۳۵۱, ۵۵۹
- [۷] Wood, P. R.; Bessell, M. S.; Fox, M. W., ۱۹۸۳, p. ۹۹-۱۱۵
- [۸] Wood et al. ۱۹۹۲; Marshall et al. ۲۰۰۴; Goldman et al. ۲۰۱۷, ۲۰۱۸
- [۹] van Loon J. Th., Cohen M., Oliveira J. M., Matsuura M., McDonald I., Sloan G. C., Wood P. R., Zijlstra A. A., ۲۰۰۸, AA, ۴۸۷, ۱۰۵۵
- [۱۰] Ivezić, Z., Nenkova, M., Elitzur, M., User Manual for DUSTY, Department of Physics and Astronomy, University of Kentucky, ۱۹۹۹.
- [۱۱] Atefeh Javadi, Jacco Th. van Loon, Habib Khosroshahi and Mohammad Taghi Mirtorabi, ۲۰۱۳, MNRAS, ۴۳۲, ۲۸۲۴

رابطه‌ی آهنگ کاهش جرم - درخشندگی در شکل ۳ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیشینه‌ی آهنگ کاهش جرم ستاره‌های AGB با افزایش درخشندگی این ستاره‌ها افزایش یافته‌است. همچنین، ستاره‌های RSG آهنگ کاهش جرم کمتری را از خود نشان داده‌اند. تعداد اندکی ستاره‌ی کربنی بسیار درخشان در شکل ۳ دیده می‌شود که نشان می‌دهد در ستاره‌های پر جرم ته‌سوزی داغ^۱ مانع از تشکیل ستاره‌ی کربنی شده‌است. همچنین، آهنگ کاهش جرم با افزایش درخشندگی، افزایش یافته‌است و به طور کلی بیش‌ترین آهنگ کاهش جرم توسط ستاره‌های متغیر درخشان و پر جرم با دامنه‌ی نوسان بالا به دست آمده است.

به علاوه؛ هیچ‌یک از ستاره‌ها به خط maximum mass-loss rate نرسیده‌اند. این خط یک حالت بسیار شدید از کاهش جرم است که در گذشته محاسبه شده است و با توجه به عدم اطمینان از داده‌ها و فرضیه‌های مدل‌سازی آن، ممکن است که حد واقعی تا حدودی پایین‌تر باشد [۶]. از این رو علامت سوالی در انتهای آن قرار داده شده است. همچنین در شکل ۳ دیده می‌شود که ستاره‌های RSG (به طور مشخص آن‌هایی که بالاتر از حد مجاز AGB $\log L/L_{\odot} = 4/9$ هستند [۷]) به طور کلی اکسیژنی و با حداقل درخشندگی هستند. ستاره‌های اکسیژنی با آهنگ کاهش جرم بسیار زیاد که درخشندگی کم‌تری نسبت به RSG دارند، ستاره‌های AGB پر جرم مشابه با ستاره‌های OH/IR در ابر ماژلانی بزرگ هستند [۸]. بیش‌تر پراکندگی آهنگ کاهش جرم در یک درخشندگی معین مربوط به تحول ستاره‌ها است [۶]. هرچه ستاره به نقطه پایانی تحول خود نزدیک می‌شود، آهنگ کاهش جرم افزایش می‌یابد.

به صورت کلی، به نظر نمی‌رسد هیچ‌یک از ستاره‌های کربنی به کاهش جرم مشابه‌ای با ستاره‌های اکسیژنی در یک درخشندگی یکسان برسند. از آنجایی که گرد و غبار کربنی کدرتر از سیلیکات است، در یک آهنگ کاهش جرم مشابه (و درخشندگی)، ستاره‌های کربنی، قرمزتر از ستاره‌های AGB اکسیژنی هستند [۹]. بنابراین محدودیت‌های فتومتری می‌تواند منجر به عدم شناسایی ستاره‌های کربنی با آهنگ کاهش جرم بسیار زیاد در نمونه‌ی ما شود. به طور خلاصه، خواص نوری غبار (چه غبار کربنی و چه غبار سیلیکاتی)

^۱ Hot bottom burning

تولید اسکالرهای شوینگر در فضا-زمان پاد-دوسیتته (۱+۳) بعدی

منعمی، فاطمه؛ زمانی، فرهاد

دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کیلومتر ۶ بلوار قطب راوندی، کاشان

چکیده

در این مقاله به مسأله تولید زوج‌های اسکالر شوینگر در فضا-زمان پاد-دوسیتته در (۳+۱) بعد می‌پردازیم. کنش میدان اسکالر بارداری که به فضا-زمان زمینه پاد-دوسیتته جفت شده و با میدان الکتریکی ثابتی برهم‌کنش دارد را می‌نویسیم. برای کوانتس کردن میدان، با توجه به جواب‌های معادله میدان کلاسیک، مدهایی را در نظر می‌گیریم که پدیده تونل‌زنی از سد در پیمانه‌های وابسته به مکان را توجیه می‌کنند. در واقع، با توجه به تصویر فاینمن-استوکلبیرگ، حالت خلاء *in* را متناظر با دریای دیراک که زوج‌های مجازی نابود می‌شوند در نظر می‌گیریم در حالی که حالت خلاء *out* را با تولید زوج از میدان الکتریکی معادل می‌گیریم. در نتیجه می‌توان بطور تقریبی میدان کوانتومی را بر حسب عملگرهای خلق و فنا نوشت و ضرایب بوگلیوبف را به دست آورد و تولید اسکالرهای شوینگر را مطالعه نمود.

Schwinger scalars production in (1+3) dimensional Anti-de Sitter spacetime

Monemi, Fatemeh; Zamani, Farhad

Department of Physics, University of Kashan, Kashan

Abstract

In this paper, we consider Schwinger scalars production in 1+3 dimensional anti-de Sitter spacetime. We start with the QED action of a charged scalar field coupled to the background AdS_4 that interacts with a constant electric field. To quantize the field, we choose those modes from the solutions of the field equation that describe the tunneling effect from the barrier in a space-dependent gauge. Indeed, according to the Feynman-Stueckelberg picture, we identify the “in” and “out” vacuum states with the states that, respectively, describe the virtual pair annihilation in Dirac Sea and pair production from the electric field. Consequently, we can approximately express the quantized field in terms of the creation and annihilation operators and compute the Bogoliubov coefficients that determine the Schwinger pair production.

PACS No. 4, 11, 98

اسکالر و اسپینوری بررسی شده است [۳، ۴، ۵]. اثر شوینگر در فضا-زمان پاد-دوسیتته (۱+۳) بعدی در مراجع [۶]، [۷] و [۸] بررسی شده است. در اثر شوینگر در فضا-زمان پاد-دوسیتته دو میدان درگیر هستند: الکتریکی و گرانشی. در نتیجه، تولید ذره از هر دو میدان متأثر می‌شود. فضا-زمان پاد-دوسیتته فضا-زمانی با تقارن بیشینه و انحنا منفی است و در حدی که انحنا به سمت صفر میل کند، فضا-زمان پاد-دوسیتته به فضا-زمان تخت مینکوفسکی تبدیل می‌شود. در این مقاله ما اثر شوینگر در فضا-زمان (۱+۳) بعدی AdS_4 را

مقدمه

تولید ذره در یک میدان الکتریکی قوی را اثر شوینگر می‌گویند که یک پدیده غیراختلالی نظریه میدان کوانتومی است [۱]. هنوز مهیا کردن یک میدان الکتریکی به قدر کافی بزرگ برای دیدن این اثر کار مشکلی است، اما انتظار می‌رود که چنین میدان بزرگی در کیهان اولیه وجود داشته باشد. این اثر در فضا-زمان مینکوفسکی در حضور میدان الکتریکی وابسته به زمان و مکان با مکانیسم‌های متفاوت مطالعه شده است [۲]. اخیراً با رویکرد مطالعه پیامدهای کیهان‌شناسی آن، این اثر در فضا-زمان دوسیتته برای میدان‌های

با جای‌گذاری متریک (۲) و پتانسیل پیمانه‌ای (۵) در معادله (۶)، و با در نظر گرفتن جواب به صورت

$$\varphi(X) = \Omega^{-1}(Z) e^{\pm ik_x x \pm ik_y y \mp i\omega t} f^{\pm}(Z) \quad (7)$$

به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$f'' + \Lambda^2 f = 0 \quad (8)$$

$$\Lambda^2 = \frac{1}{Z^2} \left(\frac{e^2 E^2}{K^4} - \frac{m_{ads}^2}{K^2} - 2 \right) \mp \frac{2eE\omega}{K^2 Z} + \omega^2 - k_x^2 - k_y^2$$

که علامت منفی (مثبت) برای جواب بسامد-مثبت (منفی) است. با معرفی متغیر ζ و k_{\perp} به صورت زیر:

$$\zeta = 2iZ \sqrt{\omega^2 - k_{\perp}^2} = 2iZ\delta, \quad k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$$

معادله (۸) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{d^2 f}{d\zeta^2} + \left[\frac{1}{\zeta^2} \left(\frac{1}{4} - \mu^2 \right) + \frac{\gamma}{\zeta} - \frac{1}{4} \right] f = 0, \quad (9)$$

$$\mu = i \sqrt{-\frac{9}{4} + \frac{e^2 E^2}{K^4} - \frac{m_{ads}^2}{K^2}} = i|\mu| = i\tilde{\mu}, \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{ieE\omega}{K^2 \sqrt{\omega^2 - k_{\perp}^2}} = i|\gamma| = i\tilde{\gamma}. \quad (11)$$

معادله (۹) معادله دیفرانسیل معروف ویتاکر است که جواب‌های آن برحسب توابع ویتاکر داده می‌شوند [۱۰].

توابع مد و ضرایب بوگولیووف

برای کوانتس میدان اسکالر در فضای AdS₄، با توجه به این‌که پیمانه وابسته به فضا است، از همان روش کوانتس QED که برای رفع پارادوکس کلاین استفاده شده است، بهره می‌بریم [۱۱، ۱۲]. برای این منظور، در تصویر فاینمن-استکلبرگ، مدهایی که حالت خلأ $|0\rangle_{in}$ را تعریف می‌کنند مدهای متناظر با شار فرودی به ناحیه سد پتانسیل هستند. در مقابل، مدهای تعریف کننده خلأ $|0\rangle_{out}$ را مدهای متناظر با شار خروجی در نظر می‌گیریم [۱۳، ۱۴].

با توجه به بسط‌های مجانبی توابع ویتاکر [۱۰]، توابع مد را در افق کیلینگ (در حد $|\zeta| \rightarrow \infty$) به شکل زیر انتخاب می‌کنیم:

$$f_{in}^{(+)} = \frac{e^{\pi\tilde{\gamma}/2}}{\sqrt{2}(\omega^2 - k_{\perp}^2)^{1/4}} W_{\gamma, -\mu}(\zeta) \quad (12)$$

$$f_{out}^{(+)} = \frac{e^{\pi\tilde{\gamma}/2}}{\sqrt{2}(\omega^2 - k_{\perp}^2)^{1/4}} W_{-\gamma, -\mu}(e^{-i\pi}\zeta)$$

و در مرز پاددوسیه (در حد $|\zeta| \rightarrow 0$) نیز داریم:

بررسی کرده و چگالی تعداد ذرات تولید شده را با به دست آوردن ضرایب بوگولیووف محاسبه می‌کنیم. نشان می‌دهیم در حد انحنا صفر، نتایج مینکوفسکی بدست می‌آید.

معادله کلاین-گوردن در AdS₄

متریک فضازمان پاد-دوسیه در (۱+۳) بعد به صورت زیر است:

$$ds^2 = e^{2Kz} [-dt^2 + dx^2 + dy^2] + dz^2 \quad (1)$$

که $t, x, y, z \in (-\infty, +\infty)$ و K^{-1} شعاع پاد-دوسیه است. مختصات پوانکاره [۹]، با تغییر مختصه $Z = K^{-1} e^{-Kz}$ ، متریک را به شکل زیر می‌توان بیان کرد:

$$ds^2 = \Omega^2(Z) [-dt^2 + dx^2 + dy^2 + dZ^2] \quad (2)$$

$$\Omega^2(Z) = \frac{1}{K^2 Z^2} \quad (3)$$

که $Z \in (0, \infty)$ مختصه شعاعی است. $Z=0$ مرز و $Z=\infty$ افق کیلینگ است. بردار کیلینگ زمان‌گونه در افق پوچ می‌شود و مختصات پوانکاره نصف فضای AdS₄ را می‌پوشاند [۶].

به منظور بررسی اثر شوینگر در AdS₄ یک میدان اسکالر φ به جرم m و بار e را در نظر بگیرید که در حضور یک میدان الکتریکی ثابت به یک میدان گرانشی جفت می‌شود. لاگرانژی الکترودینامیک کوانتومی اسکالر در فضازمان زمینه پاد-دوسیه را در نظر می‌گیریم:

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} \{ -g^{\mu\nu} (\partial_{\mu} - ieA_{\mu}) \varphi^* (\partial_{\nu} + ieA_{\nu}) \varphi - (m^2 + \xi R) \varphi^* \varphi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \} \quad (4)$$

ξ ضریب ثابت بدون بعد جفت شدگی میدان به خمش اسکالر $R = -12K^2$ است.

برای بیان یک میدان الکتریکی یکنواخت در زمینه فضازمان پاد-دوسیه، پتانسیل برداری زیر را در نظر می‌گیریم:

$$A_{\mu}(Z) = \frac{E}{K^2 Z} \delta_{\mu}^0 \quad (5)$$

با استفاده از لاگرانژی (۴)، معادله کلاین-گوردن برای میدان اسکالر به دست می‌آید ($m_{ads} := m^2 + \xi R$)

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_{\mu} (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_{\nu} \varphi) + 2ie g^{\mu\nu} A_{\nu} \partial_{\mu} \varphi - e^2 g^{\mu\nu} A_{\mu} A_{\nu} \varphi - m_{ads}^2 \varphi = 0 \quad (6)$$

پس با دانستن ضرایب C_1 و C_2 ضرایب بوگلیوف به سادگی محاسبه می‌شوند. ابتدا به کمک رابطه (۱۷) داریم:

$$f_{out}^{(+)} = -\frac{C_1}{C_2} f_{in}^{(+)} + \frac{1}{C_2} f_{in}^{(-)}.$$

در نتیجه، به دست می‌آوریم:

$$\alpha_{\sigma,\sigma'} = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \delta(\omega - \omega') \alpha_{\omega,k}, \quad (20)$$

$$\beta_{\sigma,\sigma'} = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} + \vec{k}') \delta(\omega - \omega') \beta_{\omega,k},$$

که ضرایب $\alpha_{\omega,k}$ و $\beta_{\omega,k}$ با عبارت زیر داده می‌شوند:

$$\alpha_{\omega,k} = \frac{\Gamma(1/2 - \mu + \gamma)}{\Gamma(1/2 - \mu - \gamma)} e^{\pi\tilde{\mu} - i\pi/2}, \quad (21)$$

$$\beta_{\omega,k} = \sqrt{2\tilde{\mu}} \frac{\Gamma(1/2 - \mu + \gamma)}{\Gamma(1 - 2\mu)} e^{\frac{\pi}{2}(\tilde{\mu} - \tilde{\gamma}) - \frac{i\pi}{4}},$$

که در شرط بهنجارش $|\alpha_{\omega,k}|^2 - |\beta_{\omega,k}|^2 = 1$ صدق می‌کند.

میانگین ذرات تولیدشده

با توجه به رابطه

$$a_{out,\sigma} = \sum_{\sigma'} (\alpha_{\sigma,\sigma'}^* a_{in,\sigma'} - \beta_{\sigma,\sigma'}^* b_{in,\sigma'}^\dagger), \quad (22)$$

تعداد ذرات تولید شده در هر مد، در حالت خلاء $|0\rangle_{in}$ با مقدار چشم‌داشتی زیر داده می‌شود:

$$\frac{{}_{in}\langle 0|N_{out,\sigma}|0\rangle_{in}}{(2\pi)^3 \int d^3x} = \frac{{}_{in}\langle 0|a_{out,\sigma}^\dagger a_{out,\sigma}|0\rangle_{in}}{(2\pi)^3 \int d^3x} = |\beta_{\omega,k}|^2 \quad (23)$$

$$= e^{\pi(\tilde{\mu} - \tilde{\gamma})} \frac{\sinh(2\pi\tilde{\mu})}{\cosh(\tilde{\mu} + \tilde{\gamma})} = \frac{e^{2\pi(\tilde{\mu} - \tilde{\gamma})} - e^{-2\pi(\tilde{\mu} + \tilde{\gamma})}}{1 + e^{-2\pi(\tilde{\mu} + \tilde{\gamma})}}.$$

با انتگرال‌گیری از عبارت بالا روی همه مدها، با شرط $\omega > k_\perp$

یعنی، $(2\pi)^{-3} \int_{k_\perp} d\omega \int d^2\vec{k} |\beta_{\omega,k}|^2$ ، چگالی تعداد کل زوج‌های

تولید شده در حالت خلاء $|0\rangle_{in}$ از $Z = \infty$ تا $Z = 0$ ، به دست

می‌آید که واگراست. به جای آن ما به چگالی زوج‌های شوئینگر

تولید شده در واحد Z علاقه‌مندیم. برای محاسبه آن، با تغییر متغیر

با استفاده از شرط آدیاباتیکی انتگرال روی k_\perp را به انتگرال روی Z

تبدیل می‌کنیم. با این کار به دست می‌آوریم:

$$(2\pi)^{-3} \int_{k_\perp} d\omega \int d^2\vec{k} |\beta_{\omega,k}|^2 = \int_{-\infty}^0 \Omega^4 \Gamma dZ$$

$$f_{in}^{(-)} = \frac{e^{i\pi/4} e^{-\pi\tilde{\mu}/2}}{2\sqrt{\tilde{\mu}}(\omega^2 - k_\perp^2)^{1/4}} M_{\gamma,-\mu}(\zeta) \quad (13)$$

$$f_{out}^{(-)} = \frac{e^{i\pi/4} e^{\pi\tilde{\mu}/2}}{2\sqrt{\tilde{\mu}}(\omega^2 - k_\perp^2)^{1/4}} M_{\gamma,\mu}(\zeta)$$

این مدها به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که در شرط کوانتش زیر

$$Wr_{(z)}[f_{in}, f_{out}] = f_{in} \partial_z f_{out} - f_{out} \partial_z f_{in} = i$$

صدق می‌کنند.

بر حسب هر دسته از مدهای **in** یا **out** می‌توان میدان اسکالر

کوانتومی را به صورت زیر بیان کرد:

$$\varphi(X) = \sum_{\sigma} (\varphi_{out,\sigma}^{(+)} a_{out,\sigma} + \varphi_{out,\sigma}^{(-)} b_{out,\sigma}^\dagger) \quad (14)$$

$$\varphi(X) = \sum_{\sigma} (\varphi_{in,\sigma}^{(+)} a_{in,\sigma} + \varphi_{in,\sigma}^{(-)} b_{in,\sigma}^\dagger)$$

به طوری که داریم:

$$a_{out}|0\rangle_{out} = b_{out}|0\rangle_{out} = a_{in}|0\rangle_{in} = b_{in}|0\rangle_{in} = 0, \quad (15)$$

و σ نماینده همه اعداد کوانتومی (ω, k_x, k_y) است. هر مجموعه از

مدها را می‌توان بر حسب بقیه مدها به کمک ضرایب بوگلیوف

نوشت؛ مثلاً می‌توان نوشت [۱۵]

$$\varphi_{out,\sigma}^{(+)} = \sum_{\sigma'} (\alpha_{\sigma,\sigma'} \varphi_{in,\sigma'}^{(+)} + \beta_{\sigma,\sigma'} \varphi_{in,\sigma'}^{(-)}). \quad (15)$$

برای محاسبه ضرایب بوگلیوف، از روابط استاندارد بین توابع

ویتاکر کمک می‌گیریم. مثلاً با استفاده از رابطه زیر [۹]

$$M_{\gamma,-\mu}(\zeta) = \frac{\Gamma(1-2\mu)}{\Gamma(1/2 - \mu - \gamma)} e^{-i\pi\gamma} W_{-\gamma,-\mu}(e^{-i\pi}\zeta) + \quad (16)$$

$$\frac{\Gamma(1-2\mu)}{\Gamma(1/2 - \mu + \gamma)} e^{-i\pi(\gamma + \mu - 1/2)} W_{\gamma,-\mu}(\zeta)$$

به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$f_{in}^{(-)} = C_1 f_{in}^{(+)} + C_2 f_{out}^{(+)}, \quad (17)$$

که ضرایب C_1 و C_2 به صورت زیر داده می‌شوند:

$$C_1 = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\tilde{\mu}}} \frac{\Gamma(1-2\mu)}{\Gamma(1/2 - \mu + \gamma)} e^{\pi(\tilde{\mu} + \tilde{\gamma})/2} \quad (18)$$

$$C_2 = \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\tilde{\mu}}} \frac{\Gamma(1-2\mu)}{\Gamma(1/2 - \mu + \gamma)} e^{\pi(\tilde{\gamma} - \tilde{\mu})/2} \quad (19)$$

که در رابطه $|C_1|^2 - |C_2|^2 = 1$ صدق می‌کند.

مرجع‌ها

- [1] J. Schwinger, Phys. Rev. **82**, 664 (1951).
 [2] F. Gelis and N. Tanji, Prog. Part. Nucl. Phys. **87**, 1 (2016).
 [3] M. B. Frob, J. Garriga, S. Kanno, M. Sasaki, J. Soda, T. Tanaka and A. Vilenkin, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **04**, 009 (2014).
 [4] T. Kobayashi and N. Afshordi, *J. High Energy Phys.* **10**, 166 (2014).
 [5] E. Bavarsad, C. Stahl, and S.-S. Xue, Phys. Rev. D **94**, 104011 (2016).
 [6] B. Pioline, and J. Troost, *J. High Energy Phys.* **03**, 043 (2005).
 [7] S. P. Kim and Don N. Page, Phys. Rev. D **78**, 103517 (2008).
 [8] R.-G. Cai and S. P. Kim, *J. High Energy Phys.* **09**, 072 (2014).
 [9] H. Nastase, "Introduction to the AdS/CFT Correspondence", Cambridge University Press (2015).
 [10] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik "Table of Integrals, Series and Products", 7th Ed., Academic Press (2007).
 [11] A. I. Nikishov, Nucl. Phys. B **21**, 34 (1970).
 [12] A. Hansen and F. Ravndal, Phys. Scr. **23**, 1036 (1981).
 [13] S. P. Kim, arXiv:1105.4382
 [14] S. P. Kim, W.-Y. Pauchy Hwang and T. C. Wang, arXiv:1112.0888v1.
 [15] N. D. Birrell and P. C. W. Davies, "Quantum Fields in Curved Space" Cambridge University Press (1984).

که Γ تعداد زوج‌های تولید شده در بازه dZ ، یا آهنگ زوج‌های تولید شده در واحد چهار-حجم فیزیکی است و با عبارت

$$\Gamma = \frac{K^6 (\tilde{\mu} + 1/4)^{3/2} e^{2\pi\tilde{\mu}} \sinh(2\pi\tilde{\mu}) \ln(1 + e^{-2\pi(\tilde{\mu} + |eE|/K^2)})}{4\pi^3 |eE|}$$

داده می‌شود. در نهایت، چون Γ مستقل از Z است، چگالی تعداد فیزیکی n زوج‌ها در نقطه Z ، به آسانی محاسبه می‌شود:

$$n = \frac{1}{\Omega(Z)^3} \int_{-\infty}^Z \Omega(Z')^4 \Gamma dZ' = \frac{\Gamma}{3K}. \quad (24)$$

می‌توان نشان داد که آهنگ تولید زوج در حد انحنای صفر

$$(K \rightarrow 0) \text{ به نتیجه زیر منجر می‌شود}$$

$$\lim_{K \rightarrow 0} \Gamma = \frac{|eE|}{(2\pi)^3} e^{-m^2/|eE|^2}, \quad (25)$$

که همان آهنگ تولید زوج‌های شوئینگر در فضا-زمان مینکوفسکی است [۲]. منتهی حد $K \rightarrow 0$ به‌خاطر خصوصیت مقیدکنندگی فضا-زمان پاد-دوسیه، یعنی وجود حالت مقید برای تونر-فریدمان [۶، ۸]، وجود ندارد و باید معادل آن به حد میدان‌های الکتریکی خیلی بزرگ نگاه کرد. در این حد هم همان نتیجه (۲۵) به‌دست می‌آید.

نتیجه‌گیری

در این مقاله ما به محاسبه آهنگ تولید زوج اسکالره‌ای شوئینگر در فضا-زمان پاد-دوسیه (۳+۱) بعدی در حضور یک میدان الکتریکی زمینه یکنواخت پرداختیم. برای این کار با انتخاب مدهای مناسب برای کوانتش میدان اسکالر، با توجه به مسأله تونل‌زنی از یک پتانسیل وابسته به مکان، ضرایب بوگولیف را به‌دست آوردیم. به‌کمک ضریب بوگولیف، تعداد زوج‌های شوئینگر تولید شده در هر مد را محاسبه کردیم که با نتیجه مرجع [۸] در دو بعد یکی است. به‌کمک شرط آدیاباتیکی، آهنگ تولید زوج و چگالی فیزیکی تعداد ذرات تولید شده را به‌دست آوردیم و دیدیم که این نرخ تولید ذرات در حد انحنای صفر (معادل با میدان‌های الکتریکی قوی) به آهنگ شوئینگر در فضا-زمان مینکوفسکی میل می‌کند.

جایگزیده کردن میدان اسپینوری الکو با جفتیدگی غیر کمین در مدل جهان شامه ای دو سیتتر تاکیونی

موذن سرخی معصومه ، قلعه نوی زهرا

دانشگاه کوثر بجنورد

چکیده

میدان اسپینوری الکو یک میدان کوانتومی جدید در ماورای مدل استاندارد ذرات بنیادی است که به عنوان کاندیدای ماده تاریک معرفی شده است. در این مقاله به مطالعه جنبه های مختلف جایگزیدگی میدان اسپینوری الکو بر روی شامه دوسیتتر تاکیونی می پردازیم. ما با بررسی پتانسیل موثر نشان خواهیم داد که یک میدان بدون جرم الکو بر روی این شامه جایگزیده نمی گردد. برای رفع این مشکل از یک جمله جفتیدگی غیر کمین در کنش میدان الکو استفاده می کنیم و در می یابیم که مد صفر میدان الکو می تواند با این مکانیزم جایگزیده گردد.

Localization of Elko spinor fields with non-minimal coupling in a tachyonic de Sitter braneworld model

Moazzen Sorkhi, Masoumeh, Zahra Ghalehovi

Kosar University of Bojnord, Iran

Abstract

The Elko spinor field is a new quantum field beyond the standard model which was introduced as a candidate of dark matter. In this work, we study the localization of Elko field on a tachyonic de Sitter thick brane constructed by a tachyonic bulk scalar field. By presenting the mass-independent potentials of Kaluza-Klein (KK) modes in the corresponding Schrödinger equations it is shown that the massless Elko spinor field cannot be localized on this brane. In order to circumvent this problem, we employ a non-minimal coupling term in the 5D Elko spinor field action and find that the Elko field can be localized on the tachyonic de Sitter brane with this mechanism.

PACS No. 10, 11, 12

این معناست که میدان الکو فقط با خودش، گرویتون و میدان هیگز می تواند بر همکنش داشته باشد.

جایگزیده شدن میدان الکو با بعد بالاتر، در مدل های جهان شامه ای موضوع قابل توجهی است که توسط مراجع [۵-۲] با استفاده از مکانیزم های مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است. در مرجع [۶] نشان داده شد که مد صفر میدان اسپینوری الکو می تواند از طریق جفتیدگی یوکاوا با میدان اسکالری پس زمینه یا با استفاده از جفتیدگی هندسی با میدان اسکالری ریچی روی یک شامه تخت جایگزیده گردد. علاوه بر این در مرجع [۵] ، با معرفی یک نوع

مقدمه

میدان اسپینوری الکو در سال ۲۰۰۵ به عنوان یک میدان کوانتومی جدید در ماورای مدل استاندارد ذرات بنیادی معرفی شد [۱]. این میدان، ویژه اسپینور عملگر همیوگ بار است که دارای اسپین $\frac{1}{2}$ می باشد و دارای خواص متفاوتی نسبت به اسپینور دیراک است. میدان اسپینوری الکو در معادله کلاین-گوردون صدق می کند و بعد جرمی آن یک می باشد و دارای بعد $\frac{3}{2}$ در فضا و زمان چهاربعده نمی باشد از این رو برهمکنش های میان میدان اسپینوری الکو و میدان های پیمانه ای در مدل استاندارد، شدیداً متوقف می شود. این مطلب به

$$s = -\frac{6H^2}{\kappa_5^2 \Lambda_5} \quad (6)$$

در ادامه به بررسی مکانیزم جایگزیده شدن میدان اسپینوری الکو بر روی شامه فوق الذکر می پردازیم.

جایگزیده کردن میدان اسپینوری الکو

در این بخش، مکانیزم جایگزیده شدن یک میدان اسپینوری الکو بدون جرم پنج بعدی را بررسی می کنیم که با کنش زیر توصیف می شود [۶]

$$S = \int d^5x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{4} (D_M \lambda D^M \bar{\lambda} + D_M \bar{\lambda} D^M \lambda) \right] \quad (7)$$

که λ یک میدان اسپینوری الکو را نمایش می دهد و $M = 0, 1, 2, 3, 4$ مشتق هموردای D_M به فرم زیر داده می شود:

$$D_M \lambda = \partial_M \lambda + \Omega_M \lambda \quad (8)$$

که مولفه غیر صفر بستگی اسپینی Ω_M به فرم زیر داده می شود

$$\Omega_M = \frac{1}{2} \dot{A}(z) \gamma_\mu \gamma_5 \quad (9)$$

معادله حرکت میدان اسپینوری الکو با توجه به متریک (۲) و روابط (۷-۹) به فرم زیر داده می شود

$$\dot{\alpha}_n(z) - [V_0(z) - m_n^2 + im_n \dot{A}(z)] \alpha_n(z) = 0 \quad (10)$$

که در آن

$$V_0(z) = \frac{13}{4} \dot{A}^2 + \frac{3}{2} \ddot{A} \quad (11)$$

همچنین لازم به ذکر است که برای بدست آوردن رابطه (۱۰) از جداسازی $\lambda = \lambda_+ + \lambda_-$ با

$$\lambda_\pm = e^{-\frac{3}{2}A} \sum_n \alpha_n(z) [\zeta_\pm^n(x) + \tau_\pm^n(x)] \quad (12)$$

استفاده نموده ایم که $\zeta_\pm^n(x)$ و $\tau_\pm^n(x)$ دو میدان اسپینوری الکو چهار بعدی هستند که در معادله کلاین گوردونی جرم‌دار چهار بعدی $\partial^2 \zeta_\pm^n(x) = m_n^2 \zeta_\pm^n(x)$ ، $\partial^2 \tau_\pm^n(x) = m_n^2 \tau_\pm^n(x)$ و روابط $\gamma^5 \zeta_\pm = \pm \tau_\pm$ و $\gamma^5 \tau_\pm = \mp \zeta_\pm$ صدق می کنند. لازم به ذکر است که m_n جرم ξ -بعدی میدان اسپینوری است. مدهای برانگیخته

در شرط نرمالیزاسیون زیر باید صدق کنند

$$\int \alpha_n^* \alpha_m dz = \delta_{n,m} \quad (13)$$

در ادامه با قرار دادن $m_n = 0$ در رابطه (۱۰) مد صفر میدان الکو $\alpha_0(z)$ را بطور خاص بر روی شامه دوسپتر تاکیونی مورد بررسی

جدید از جفتیدگی غیر کمین میان میدان اسپینوری الکو با شامه تخت، جایگزیدگی مد صفر میدان مذکور مورد بررسی قرار گرفت. جایگزیدگی الکو بر روی شامه های غیر تخت دسپتر که متقارن می باشند در مرجع [۶] مورد مطالعه قرار گرفت. در این مقاله، میدان بدون جرم الکو در مدل جهان شامه ای دوسپتر که توسط یک میدان اسکالر تاکیونی بنا می گردد، بررسی می گردد.

طرح این مقاله بدین شرح است. در بخش دوم به طور خلاصه به معرفی مدل جهان شامه ای دوسپتر تاکیونی می پردازیم. در بخش سوم، جایگزیدگی میدان اسپینوری الکو را بررسی کرده و نشان خواهیم داد مد صفر بر روی شامه جایگزیده نمی گردد. در بخش چهارم با استفاده از مکانیزم مرجع [۵] به حل مشکل جایگزیدگی پرداخته و در پایان خلاصه ای از نتایج خود را ارائه می دهیم.

مدل جهان شامه ای دو سپتر تاکیونی

برای ساختن شامه دوسپتر تاکیونی از کنش یک میدان اسکالری تاکیونی T که با گرانش پس زمینه به صورت کمین جفت گردیده است، استفاده می کنیم:

$$S = \int d^5x \sqrt{-g} \left(\frac{R}{2\kappa_5^2} - \Lambda_5 - V(T) \sqrt{1 + g^{AB} \partial_A T \partial_B T} \right) \quad (1)$$

که R اسکالر ریچی پنج بعدی و Λ_5 ثابت کیهانشناخت توده است. T نمایانگر ماده در فضای پنج بعدی و $V(T)$ اشاره به پتانسیل خود برهمکنشی آن دارد. $A, B = (0, 1, 2, 3, 5)$ و فضا-زمان با متریک زیر توصیف می گردد

$$ds^2 = e^{2A(z)} (ds_4^2 + dz^2) \quad (2)$$

که $ds_4^2 = -dt^2 + e^{Ht} dx^i dx^i$ متریک شامه دوسپتر چهاربعدی با $H > 0$ می باشد. همچنین ما فرض می کنیم که میدان اسکالری T و فاکتور خمش A صرفاً به بعد اضافه Z وابسته باشند که بعد از حل معادلات حرکت منتج از کنش (۱)، به صورت زیر حاصل می گردند [۷]

$$A(z) = \frac{1}{2} \ln[s \operatorname{sech}(H(2z+c))] \quad (3)$$

$$T(z) = \pm \sqrt{\frac{-3}{2\kappa_5^2 \Lambda_5}} \ln \left[\tanh \left(\frac{H(2z+c)}{2} \right) + \sqrt{1 + \tanh^2 \left(\frac{H(2z+c)}{2} \right)} \right] \quad (4)$$

و پتانسیل تاکیونی دارای فرم زیر است

$$V(T) = -\Lambda_5 \sqrt{1 + \operatorname{sech}^2[H(2z+c)]} \left(1 + \frac{3}{2} \operatorname{sech}^2[H(2z+c)] \right) \quad (5)$$

که پارامترهای c و s مثبت و Λ_5 منفی هستند و

قرار می‌دهیم. مد صفر میدان اسپینوری الکو از معادله زیر حاصل می‌شود

$$\dot{\alpha}_0(z) - V_0(z)\alpha_0(z) = 0 \quad (14)$$

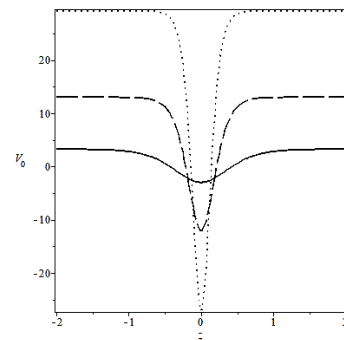
که در آن $V_0(z)$ با توجه به روابط (۳) و (۱۱) برابر است با

$$V_0(z) = \frac{H^2}{4} [13 - 25 \operatorname{sech}^2(2Hz)] \quad (15)$$

که برای سادگی فرض کردیم $c=0$. رفتار پتانسیل (۱۵) به ما اطلاعات مهمی در مورد مد صفر میدان اسپینوری الکو می‌دهد لذا رفتار پتانسیل را در $z = 0$ و $z \rightarrow \pm\infty$ مورد بررسی قرار می‌دهیم که برابر است با

$$V_0(z=0) = -3H^2 \quad V_0(z \rightarrow \pm\infty) = +\frac{13}{4}H^2 \quad (16)$$

همان‌طور که در روابط فوق پیداست، پتانسیل (۱۷) در مبدا دارای مقدار کمینه منفی می‌باشد که به این معناست که مد صفر میدان اسپینوری الکو می‌تواند بر روی شامه دوسیترا تاکیونی جایگزیده گردد. همچنین مقدار پتانسیل در بی‌نهایت به یک مقدار ثابتی میل می‌کند که نشان‌گر این مطلب است که شکل پتانسیل از نوع Pöschl-Teller است. در شکل (۱)، به ازای مقادیر مختلف H ، پتانسیل موثر رسم شده است. عمق چاه پتانسیل، با افزایش پارامتر H افزایش می‌یابد که به معنای افزایش قدرت گیراندازی میدان الکو توسط پتانسیل موثر است. همچنین دیده می‌شود که ارتفاع پتانسیل با افزایش پارامتر H زیادتر می‌شود در حالیکه فاصله میان دو ماکزیمم کم می‌گردد. این مطلب در مطالعه مدهای رزونانس میدان اسپینوری الکو حائز اهمیت است زیرا این مدها در بازه‌ی میان دو ماکزیمم مورد مطالعه قرار می‌گیرند.



شکل (۱): پتانسیل موثر میدان اسپینوری الکو به ازای $H=0.5$ (منحنی خطی)، $H=1$ (منحنی خط چین) و $H=1.5$ (منحنی نقطه چین)

پاسخ مد صفر میدان اسپینوری بی جرم الکو، $\alpha_0(z)$ را می‌توان از معادله (۱۴) با توجه به رابطه (۱۵) به دست آورد که به فرم زیر می‌باشد.

$$\alpha_0(z) = c_1 P_V^\mu(\tanh(kz)) + c_2 Q_V^\mu(\tanh(kz)) \quad (17)$$

که در آن $c_{1,2}$ ثابت‌های انتگرالگیری و P_V^μ و Q_V^μ توابع لژاندر وابسته نوع اول و نوع دوم هستند که مرتبه و درجه آن‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$\mu = \frac{\sqrt{13}}{4} \quad \nu = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{29}}{4} \quad (18)$$

برای داشتن مد جایگزیده می‌بایست $\alpha_0(z \rightarrow \pm\infty)$ به سمت صفر میل کند اما با استفاده از خواص تابع لژاندر وابسته که در مرجع [۸] مطرح گردید ما در می‌یابیم که به ازای مقادیر μ ، ν این امر امکان پذیر نیست لذا مد صفر میدان بدون جرم الکو نمی‌تواند بر روی شامه جایگزیده گردد.

جایگزیده کردن میدان الکو با جمله جفتیدگی غیر کمین

اخیرا نویسندگان مرجع [۵] از یک مکانیزم جدید برای جایگزیده کردن میدان اسپینوری الکو بدون جرم بر روی شامه تخت استفاده کردند که شامل یک جفتیدگی غیر کمین در کنش میدان الکو پنج بعدی می‌شود. در این بخش، مکانیزم مذکور را به منظور جایگزیده نمودن مد صفر میدان الکو بدون جرم بر روی شامه دوسیترا تاکیونی بکار می‌بریم. میدان الکو بدون جرم پنج بعدی با جفتیدگی غیر کمین از طریق کنش زیر توصیف می‌شود

$$S = \int d^5x \sqrt{-g} f(\phi) \left[-\frac{1}{4} (D_M \lambda D^M \bar{\lambda} + D_M \bar{\lambda} D^M \lambda) \right] \quad (19)$$

که $f(\phi)$ یک تابعی از میدان اسکالری پس زمینه است. با استفاده از متریک (۲) معادله شبه شرویدینگری حاکم بر مد صفر $\alpha_0(z)$ به

$$\dot{\alpha}_0(z) - v_0(z)\alpha_0(z) = 0 \quad (20)$$

که در آن

$$v_0(z) = -\frac{f^2}{4f^2} + \frac{3A\dot{f}}{2f} + \frac{\ddot{f}}{2f} + \frac{3\dot{A}}{2} + \frac{13A^2}{4} \quad (21)$$

بعد از اندکی محاسبات جبری که در مرجع [۶] از آن بهره بردیم و با استفاده از پاسخ فاکتور خمش شامه تاکیونی (۳) پاسخ مد صفر به فرم زیر بدست می‌آید

نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی جایگزیدگی یک میدان اسپینوری پنج بعدی الکو بر روی شامه دوسیتر تاکیونی پرداختیم. نشان داده شد مد صفر میدان اسپینوری بدون جرم الکو درون توده، نمی تواند بر روی این شامه جایگزیده گردد. برای رفع این مشکل از یک جمله جفتیدگی غیر کمین در کنش میدان الکو استفاده گردید و با بررسی پتانسیل موثر میدان اسپینوری الکو، مد صفر جایگزیده بر روی شامه دوسیتر تاکیونی حاصل گردید. بررسی میدان های الکو جرم‌دار در این مدل جهان شامه ای به عنوان ایده ایی برای مطالعات آتی مطرح می گردد.

مراجع

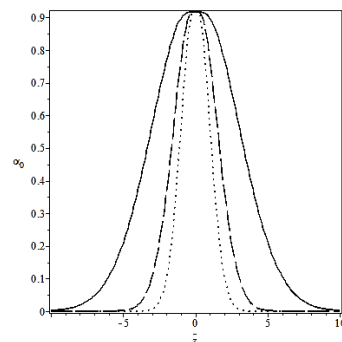
- [۱] D. V. Ahluwalia and D. Grumiller, Phys. Rev. D **72**, 06770 (2005).
 [۲] I. C. Jardim, G. Alencar, R. R. Landim, and R. N. Costa Filho, Phys. Rev. D 91 no.4, 048501, (2015)
 [۳] I. C. Jardim, G. Alencar, R. R. Landim, and R. N. Costa Filho, Phys. Rev. D 91, no.8, 085008, (2015).
 [۴] Y. X. Liu, X. N. Zhou, K. Yang, and F. W. Chen, Phys. Rev. D 86 (2012) 064012.
 [۵] X-N. Zhou, Y-Zh. Du, and H-Z. Zhao, Y-X. Liu, Eur.Phys.J. C 78, 493 (2018)
 [۶] M. Moazzen sorkhi and Z. Ghalenovi, IJMP A, Vol. 33, No. 29, 1850172 (2018)
 [۷] A. Díaz-Furlong, A. Herrera-Aguilar, R. Linares, et al., Gen. Relativity Gravitation 46 (2014) 1815.
 [۸] Sebastian Bielski, Integral Transforms and Special Functions, 24:4, 331-337, (2013).

$$\alpha_0(z) = \frac{\exp[-\frac{1}{4}(Hz)^2 + \frac{1}{2}Hz - \frac{Hz}{2e^{4Hz+1}}]}{(e^{4Hz+1})^{\frac{1}{8}}} \quad (22)$$

لازم به ذکر است که از تابع جفتیدگی $f(\phi)$ به فرم زیر در رابطه (۲۱) استفاده کرده ایم

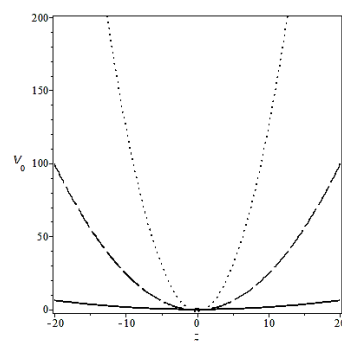
$$f(\phi) = \cosh^{\frac{3}{2}}(kz) z^2 \frac{\exp[-\frac{1}{2}(Hz)^2 + Hz - \frac{Hz}{2e^{4Hz+1}}]}{(e^{4Hz+1})^{\frac{1}{4}}} \quad (23)$$

توجه کنید که شرط جایگزیدگی از قرار دادن پاسخ مد صفر (۲۲) در کنش (۱۹) به صورت $\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha_0^2(z) dz < \infty$ می باشد. از آنجا که $\alpha_0^2(z)$ دارای شکل گوسی است پس انتگرال آن در تمام بازه ی بعد اضافی Z متناهی است و این شرط برآورده می شود. رفتار مدصفر و پتانسیل به ازای مقادیر مختلف H به ترتیب در شکل (۲) و (۳) رسم گردیده است.



شکل (۲): مد صفر میدان اسپینوری الکو به ازای H=0.5 (منحنی خطی)، H=1

(منحنی خط چین) و H=1.5 (منحنی نقطه چین) و s=1



شکل (۳): پتانسیل موثر $V_0(z)$ به ازای H=0.5 (منحنی خطی)، H=1 (منحنی

خط چین) و H=1.5 (منحنی نقطه چین) و s=1

همان طور که در شکل (۲) دیده می شود مد صفر با افزایش پارامتر H جایگزیده تر می گردد. از شکل (۳) نیز می توان دریافت که $V(\pm\infty) \rightarrow \infty$ این مطلب بدین معناست که مدهای جرم‌دار برانگیخته نامتناهی بر روی شامه وجود دارند.

اندازه‌گیری‌های گرانشی در ابعاد بالاتر

کریم‌آبادی، مجید؛ علوی، سید علی اصغر؛ مهدویان یکتا، داوود

گروه فیزیک دانشگاه حکیم سبزواری، توحید شهر، سبزوار

چکیده

اندازه‌گیری‌های گرانشی از اهمیت ویژه‌ای در فیزیک، چه در مقیاس درون کهکشانی و چه در مقیاس کهکشانی، برخوردار هستند. از طرفی حجم عظیمی از مطالعات اخیر به بررسی پدیده‌های فیزیکی مختلف در ابعاد بالاتر اختصاص یافته است. در این مقاله، گذار به سرخ‌گرانشی و تاخیر زمانی شاپیرو در متریک شوارتزشیلد در ابعاد اضافی مطالعه شده است. روابط مربوط به این کمیت‌ها را در ابعاد بالاتر بدست آورده‌ایم و با نتایج موجود در فضا-زمان چهار بعدی معمولی مقایسه کرده‌ایم. نشان داده‌ایم که به ازای یک جرم مشخص، انحناي فضا زمان در ابعاد بالاتر نسبت به چهار بعد معمولی به طور قابل توجهی کمتر است که در گذار به سرخ‌گرانشی و تاخیر زمانی قابل مشاهده است.

Gravitational measurements in higher dimensions

Karimabadi, Majid ; Alavi, Seyed Ali Asghar ; Mahdavian Yekta, Davood

Hakim Sabzevari university, Sabzevar

Abstract

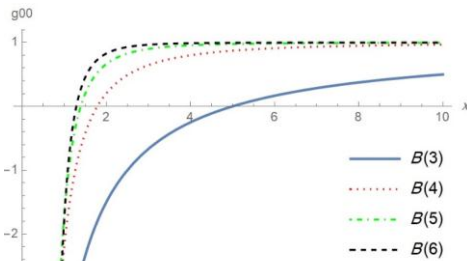
Gravitational measurements are of special importance in physics, both in intergalactic and galactic scales. On the other hand, a large number of recent studies have been devoted to the investigation of different physical phenomena in higher dimensions. In this paper, we study the gravitational red shift and Shapiro time delay for Schwarzschild metrics in higher dimensions. We obtain their relations in higher dimensions and compare them with the ones in ordinary four-dimensional (4D) space-time. We show that for a given value of mass the curvature of space-time in higher dimensions is considerably less than the 4D case, which is observable in red shift and time delay.

مقدمه

نظریه‌ی نسبیت عام اینشتین تحولی شگرف در نگرش ما نسبت به مفهوم فضا-زمان، جرم و انرژی ایجاد کرده است. این نظریه جنبه‌های متفاوتی از فیزیک، از وجود سیاهچاله‌ها به عنوان یکسری از موجودات شگفت‌انگیز در عالم تا امکان وقوع رویدادهایی نظیر گذار به سرخ‌گرانشی، تاخیر زمانی شاپیرو و عدسی‌های گرانشی را پیش‌بینی کرد که در سال‌های بعد بوسیله‌ی نتایج آزمایشگاهی تایید شدند. آنچه که در این مقاله مورد مطالعه قرار می‌گیرد، بررسی گذار به سرخ‌گرانشی و پدیده‌ی تاخیر زمانی شاپیرو در اطراف سیاهچاله‌ها در ابعاد بالاتر است. گذار به سرخ‌گرانشی یکی از قدرتمندترین ابزارها در نجوم است که بوسیله‌ی آن می‌توانیم اطلاعات بسیار سودمندی، به عنوان مثال، اطلاعاتی راجع به ساختار برخی ستارگان که متفاوت از خورشید هستند به دست

بیاوریم [۱]. تاخیر زمانی گرانشی یکی دیگر از پیش‌بینی‌های نسبیت عام است که به دلیل خمش فضا-زمان در اطراف اجرام ایجاد می‌شود. به طور کلی بنا بر نسبیت عام، ساعت‌هایی که در پتانسیل گرانشی قوی‌تر قرار دارند، نسبت ساعت‌هایی که در پتانسیل ضعیف‌تر هستند، کندتر کار می‌کنند [۲]. از سوی دیگر یکی از سوالات رایج در فیزیک این است که چرا گرانش نسبت به سایر نیروهای بنیادی طبیعت، یعنی نیروی الکترومغناطیس، نیروی هسته‌ای ضعیف و قوی، ضعیف‌تر است؟ شاید بهترین پاسخی که به این سوال داده شده است، پاسخ نیما ارکانی-حامد باشد که گرانش بر خلاف سایر نیروهای بنیادی، مقید به فضا-زمان چهار بعدی نیست و به ابعاد بالاتر انتشار می‌یابد [۳]. در واقع گرانش تنها نیرویی است که قادر به دیدن ابعاد اضافی است.

بالا تر است و با افزایش r متریک ابعاد بالاتر به سرعت از فضای خمیده به متریک مینکوفسکی می‌رسد. اینطور به نظر می‌رسد که فضا زمان در ابعاد بالاتر به ازای یک جرم مشخص، نسبت به فضا زمان معمولی، سخت‌تر انحنای می‌یابد و برای این که در ابعاد بالاتر سیاهچاله تشکیل شود، نسبت به چهار بُعد، مقدار جرم بیشتری لازم است.



نمودار ۱: مولفه‌ی زمانی متریک در ابعاد مختلف فضا که عدد داخل پرانتز بُعد فضا را نشان می‌دهد.

گذار به سرخ گرانشی در ابعاد بالاتر

در فیزیک، انتقال به سرخ گرانشی زمانی رخ می‌دهد که نور در مسیری مخالف جاذبه‌ی گرانشی قوی حرکت کند و برای اینکه بتواند از میدان جاذبه فرار کند باید انرژی مصرف کند.

این کاهش انرژی منجر به افزایش طول موج می‌شود در نتیجه نور از فرکانس بالا و طول موج کوتاه به سمت نور قرمز با فرکانس پایین و طول موج بلند سوق پیدا می‌کند و در واقع یک جابجایی در خطوط طیفی نور به علت گرانش صورت می‌گیرد [۴]:

$$z = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 = \sqrt{\frac{B(r_1)}{B(r_2)}} - 1 \quad (۴)$$

ω_1 و ω_2 فرکانسی است که به ترتیب ناظر دریافت و چشمه گسیل می‌کند. $B(r)$ نیز مولفه‌ی زمانی متریک عام (۱) است. با جایگذاری رابطه‌ی (۳) در رابطه‌ی (۴) و با در نظر گرفتن $r_2 \rightarrow \infty$ ، رابطه‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$z = \sqrt{1 - \frac{8GL^{d-3}M\pi^{1-\frac{d}{2}}\Gamma[\frac{d}{2}]}{(d-1)r_1^{d-2}}} - 1 \quad (۵)$$

البته واضح است که گرانش در مقیاس بزرگ، نیروی ضعیفی نیست اما در مقیاس کوچک در مقایسه با سایر نیروهای بنیادی ضعیف‌تر است. بنابراین ظاهراً جهان چهار بعدی است. اما ممکن است در فواصل کوتاه‌تر از مقیاس‌هایی که تاکنون مورد بررسی قرار گرفته‌اند، جهان توسط یک نظریه با بیش از یک بُعد زمان و سه بُعد فضایی معمول، توصیف گردد. یک مدل ساده از چنین ابعاد اضافی، نظریه‌ای از میدان‌ها است که در فضا زمانی با چهار بُعد تعمیم یافته به اضافه یک یا چند بُعد فشرده دیگر، زندگی می‌کنند.

متریک شوارتزشیلد در ابعاد بالاتر

در نسبت عام متریک شوارتزشیلد فضای اطراف یک سیاهچاله غیر باردار با تقارن کروی را توصیف می‌کند. اگر متریک را در کلی‌ترین حالت به صورت زیر در نظر بگیریم [۴]:

(۱)

$$ds^2 = B(r) dt^2 - B^{-1}(r) dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

آنگاه مولفه‌ی زمانی متریک فوق اطراف سیاهچاله‌ی شوارتزشیلد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$B(r) = 1 - \frac{2MG}{r} \quad (۲)$$

این مولفه برای ابعاد بالاتر به صورت زیر بازنویسی می‌شود [۵، ۶]:

$$B(r) = 1 - \frac{8GL^{d-3}M\pi^{1-\frac{d}{2}}\Gamma[\frac{d}{2}]}{(d-1)r^{d-2}} \quad (۳)$$

که در آن d بُعد فضایی و M جرم سیستم گرانشی و L پارامتری مربوط به اندازه‌ی ابعاد اضافی است. این متریک در حد $d \rightarrow 3$ به متریک شوارتزشیلد در فضا-زمان معمولی کاهش می‌یابد. اکنون برای بررسی بهتر رابطه‌ی (۳) را برای مقادیر مختلف d رسم می‌کنیم (نمودار ۱: مولفه‌ی زمانی متریک در ابعاد مختلف فضا). که در آن نسبت x به طول پلانک (ℓ_p) است. این منحنی‌ها برای پارامترهای بدون بُعد $\alpha = \frac{L}{\ell_p} = 1.5$ و $\eta = \frac{M}{\ell_p} = 2.5$ و برای مقادیر مختلف d رسم شده است. ملاحظه می‌شود که برای $d=3$ (فضا-زمان معمولی) افق رویداد سیاهچاله به مراتب بزرگتر از ابعاد

(۷)

$$t(r_0, r) = \int_{r_0}^r \frac{1}{B(r)} \left(1 - \frac{B(r) r_0^2}{B(r_0) r^2} \right)^{\frac{1}{2}} dr$$

در رابطه‌ی بالا r_0 نزدیکترین فاصله‌ی نور به سیستم گرانشی است.

با جایگذاری (۲) در (۷) و سپس استفاده از (۶) پیشبینی نسبت عام از تاخیر زمانی بدست می‌آید [۴]:

$$\Delta t_{GR} = 4GM \left(1 + \ln \left[\frac{4r_2 r_1}{r_0^2} \right] \right) = 240 \mu s = 72000 m \quad (۸)$$

که M ، r_0 ، r_1 و r_2 به ترتیب جرم خورشید، شعاع خورشید، فاصله‌ی زمین تا خورشید و فاصله‌ی عطارد تا خورشید است.

برای بدست آوردن رابطه‌ی تاخیر زمانی در ابعاد بالاتر، رابطه‌ی (۳) را در رابطه‌ی (۷) جایگذاری می‌کنیم. با در نظر گرفتن این

واقعیت که مقادیر $\frac{GM}{r}$ و $\frac{GM}{r_0}$ کوچک هستند، از توان دوم

این مقادیر صرف نظر کرده و همچنین در انجام محاسبات به علت کوچک بودن ضرایب از بسط دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم. در

نتیجه رابطه‌ی (۷) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$t(r_0, r) = \int_{r_0}^r \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_0^2}{r^2}} + \frac{4r_0^{4-d} G L^{-3+d} M \pi^{-\frac{d}{2}} \Gamma\left[\frac{d}{2}\right]}{(-1+d)(1 - \frac{r_0^2}{r^2})^{3/2} r^2}} + \frac{8G L^{-3+d} M \pi^{-\frac{d}{2}} r^{2-d} \Gamma\left[\frac{d}{2}\right]}{(-1+d)\sqrt{1 - \frac{r_0^2}{r^2}}} - \frac{4r_0^{4-d} G L^{-3+d} M \pi^{-\frac{d}{2}} r^{-d} \Gamma\left[\frac{d}{2}\right]}{(-1+d)(1 - \frac{r_0^2}{r^2})^{3/2}} \right) dr \quad (۹)$$

تابع گاما موجود در رابطه‌ی بالا را نیز می‌توانیم با استفاده از

خواص تابع گاما به صورت زیر بنویسیم:

(۱۰)

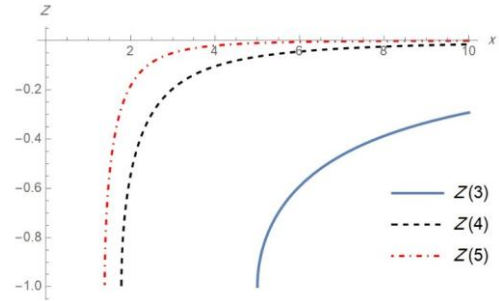
$$\begin{cases} \Gamma\left(\frac{d}{2}\right) = \left(\frac{d}{2} - 1\right)! & d \text{ even} \\ \Gamma\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}(d-2)!!}{2^{\frac{(d-1)}{2}}} & d \text{ odd} \end{cases}$$

اکنون با حل انتگرال (۹) به ازای مقادیر مختلف d و جایگذاری در

رابطه‌ی (۶)، روابط زیر را خواهیم داشت:

رابطه‌ی بالا را به ازای مقادیر مختلف d و برای $\eta = \frac{M}{\ell_p} = 2.5$

رسم می‌کنیم (نمودار ۲). $\alpha = \frac{L}{\ell_p} = 1.5$



نمودار ۲: گذار به سرخ گرانشی در ابعاد مختلف فضا

ملاحظه می‌شود که نمودارهای گذار به سرخ به ازای $d=5$ و $d=4$ (نمودارهای خط چین) نسبت به منحنی آبی که به ازای $d=3$ (فضای چهار بعد معمولی) رسم شده است، بسیار سریع تر به سمت $z=0$ سوق پیدا می‌کنند که این نتیجه نیز تایید کننده‌ی خم کمتر صفحه‌ی فضا زمان در ابعاد بالاتر نسبت به چهار بُعد، برای یک مقدار جرمی، است.

تاخیر زمانی شاپیرو

در نسبیت عام، اجرام باعث خمیدگی فضا-زمان می‌شوند. حرکت اجسام نیز متأثر از هندسه‌ی فضا-زمان است. در نتیجه خمش در صفحه‌ی فضا زمان باعث خمش در مسیر حرکت نور می‌شود. هر مقدار جسم سنگین تر باشد این خمش بیشتر است.

خم شدن مسیر حرکت نور باعث طولانی تر شدن این مسیر نسبت به مسیر مستقیم می‌شود و چون سرعت نور ثابت است بنابراین طولانی تر شدن مسیر منجر به کند شدن زمان می‌شود و تاخیر

زمانی بوجود می‌آید.

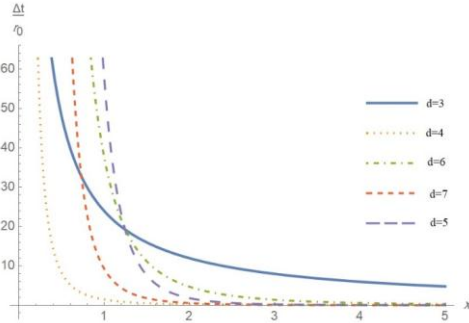
تاخیر زمانی حول سیستمی که با متریک عام (۱) توصیف می‌شود از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

(۶)

$$(\Delta t)_{\max} = 2 \left[t(r_0, r_1) + t(r_0, r_2) - \sqrt{r_1 - r_0} - \sqrt{r_2 - r_0} \right]$$

که در آن:

$d > 3$ ، برخلاف $d=3$ ، بسیار سریع‌تر به سمت صفر میل می‌کنند و این نتیجه تاکید کننده‌ی این مطلب است که خم فضا-زمان به‌ازای یک مقدار جرمی، در ابعاد بالا، کمتر از چهار بُعد معمولی است.



نمودار ۳: تاخیر زمانی شاپیرو در ابعاد مختلف فضایی

نتیجه‌گیری

در این مقاله روابطی برای گذار به سرخ گرانشی و تاخیر زمانی شاپیرو در اطراف سیاهچاله شوارتزشیلد در ابعاد بالاتر بدست آورده‌ایم. نتایج و نمودارهای موجود نشان می‌دهند که به‌ازای یک مقدار مشخص از جرم، فضا-زمان در ابعاد بالاتر نسبت به چهار بعد معمولی، دارای انحنای کمتری است و به همین دلیل است که منحنی‌های گذار به سرخ و تاخیر زمانی در ابعاد بالا با شیب بسیار تندتری نسبت به منحنی‌های چهار بعدی به سمت صفر (مقادیر مربوط به فضا-زمان تخت) میل می‌کنند. نتیجه‌ی فوق در نمودار ۱ نیز تایید شده است، چرا که افق رویداد در ابعاد بالا، به‌ازای یک مقدار جرم مشخص در فواصل کوچکتری پدید می‌آید.

مراجع

1. Delva, P., et al., *Gravitational Redshift Test Using Eccentric Galileo Satellites*. *Physical Review Letters*, 2018. **121**(23): p. 231101.
2. Shapiro, I.I., *Fourth test of general relativity*. *Physical Review Letters*, 1964. **13**(26): p. 789.
3. Antoniadis, I., et al., *New dimensions at a millimeter to a Fermi and superstrings at a TeV*. *Physics Letters B*, 1998. **436**(3-4): p. 257-263.
4. Weinberg, S., *Gravitational and Cosmology*. 1972, Wiley: New York.
5. Myers, R.C. and M.J. Perry, *Black holes in higher dimensional space-times*. *Annals of Physics*, 1986. **172**(2): p. 304-347.
6. Scardigli, F. and R. Casadio, *Generalized uncertainty principle, extra dimensions and holography*. *Classical and Quantum Gravity*, 2003. **20**(18): p. 3915.

(۱۱)

$$\Delta t = \frac{8GLM \text{ArcCos}\left(\frac{r_0}{r_1}\right)}{r_0 \pi} + \frac{8GLM \text{ArcCos}\left(\frac{r_0}{r_2}\right)}{r_0 \pi} \quad d = 4$$

$$\Delta t = \frac{6GL^2M \sqrt{-r_0^2 + r_1^2}}{\pi r_0^2 (r_0 + r_1)} + \frac{9GL^2M \sqrt{-r_0^2 + r_1^2}}{2\pi r_0 r_1 (r_0 + r_1)} \quad (12)$$

$$+ \frac{6GL^2M \sqrt{-r_0^2 + r_2^2}}{\pi r_0^2 (r_0 + r_2)} + \frac{9GL^2M \sqrt{-r_0^2 + r_2^2}}{2\pi r_0 r_2 (r_0 + r_2)} \quad d = 5 \quad (13)$$

$$\Delta t = \frac{8GL^3M \text{ArcCos}\left(\frac{r_0}{r_1}\right)}{\pi^2 r_0^3} + \frac{8GL^3M \text{ArcCos}\left(\frac{r_0}{r_2}\right)}{\pi^2 r_0^3}$$

$$+ \frac{24GL^3M \sqrt{-r_0^2 + r_1^2}}{5\pi^2 r_0^2 r_1^2} + \frac{24GL^3M \sqrt{-r_0^2 + r_2^2}}{5\pi^2 r_0^2 r_2^2} \quad d = 6$$

$$\Delta t = \frac{10GL^4M \sqrt{-r_0^2 + r_1^2}}{\pi^2 r_0^4 (r_0 + r_1)} + \frac{5GL^4M \sqrt{-r_0^2 + r_1^2}}{2\pi^2 r_0 r_1^3 (r_0 + r_1)}$$

$$+ \frac{5GL^4M \sqrt{-r_0^2 + r_1^2}}{2\pi^2 r_0^2 r_1^2 (r_0 + r_1)} + \frac{15GL^4M \sqrt{-r_0^2 + r_1^2}}{2\pi^2 r_0^3 r_1 (r_0 + r_1)} \quad (14)$$

$$+ \frac{10GL^4M \sqrt{-r_0^2 + r_2^2}}{\pi^2 r_0^4 (r_0 + r_2)} + \frac{5GL^4M \sqrt{-r_0^2 + r_2^2}}{2\pi^2 r_0 r_2^3 (r_0 + r_2)}$$

$$+ \frac{5GL^4M \sqrt{-r_0^2 + r_2^2}}{2\pi^2 r_0^2 r_2^2 (r_0 + r_2)} + \frac{15GL^4M \sqrt{-r_0^2 + r_2^2}}{2\pi^2 r_0^3 r_2 (r_0 + r_2)} \quad d = 7$$

برای بررسی بهتر روابط بالا، به جای رسم نمودار Δt ، نمودار $\frac{\Delta t}{r_0}$

که یک کمیت بدون بعد است را رسم می‌کنیم.

$$\text{با تغییر متغیر } \nu = \frac{r_2}{\ell_p} \text{ و } \mu = \frac{r_1}{\ell_p}, x = \frac{r_0}{\ell_p}, \alpha = \frac{L}{\ell_p}, \eta = \frac{M}{\ell_p}$$

نمودار $\frac{\Delta t}{r_0}$ را با استفاده از ۱۱ تا ۱۴ رسم می‌کنیم (نمودار ۳). این

منحنی‌ها به‌ازای $\alpha = 1.5, \eta = 2.5$ ، $\mu = x + \varepsilon$ و $\nu = \mu + \varepsilon$

رسم شده‌اند. باز هم مشاهده می‌شود که منحنی‌های $\frac{\Delta t}{r_0}$ برای

رهیافت جدید به رفتار بحرانی سیاهچاله‌های گوس بونه

یزدی کریمی، هما؛ شیخی، احمد؛ دیانی، زینب

بخش فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز

رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشگاه شیراز

چکیده

رفتار بحرانی سیاهچاله بارداد در فضای آنتی دوسیتیه و تشابه آن با رفتار بحرانی شاره واندروالس قبلا مطالعه شده است، که در آن ثابت کیهان شناسی به عنوان متغیر ترمودینامیکی (فشار) در فضای فاز گسترش یافته در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله ما رهیافتی جدید برای بررسی رفتار بحرانی سیاهچاله بارداد در گرانش گوس بونه ارائه می‌کنیم که در آن مربع بار سیاهچاله Q^2 به عنوان متغیر در نظر گرفته می‌شود و ثابت کیهان شناسی ثابت می‌ماند. در این رهیافت گذار فاز و تشابه آن با سیستم واندروالس در نمودار $Q^2 - \psi$ دیده می‌شود.

Alternative approach toward critical behavior of Gauss-Bonnet black holes

Yazdikarimi, Homa; Sheykhi, Ahmad; Dayani, Zeinab

Physics Department, College of Sciences, Shiraz University

Biruni Observatory, Shiraz University

Abstract

It has been shown that charged anti-de Sitter (AdS) black holes have critical behavior similar to the Van der Waals system, provided one treats the cosmological constant as a thermodynamic variable (pressure) in an extended phase space. In this paper we propose an alternative approach for studying the critical behavior of charged AdS black holes by treating the squared of charge of black hole as a thermodynamic variable and keeping cosmological constant as a constant parameter. We investigate the phase transition and it's similarity with Van der Waals system by plotting the diagram.

PACS No.

سیاهچاله شوارتزشیلد آنتی دوسیتیه بوده است. گذار فاز یعنی انتقال سیستم از یک حالت به حالتی دیگر. این تغییر در خواص ماده، در دما و فشار ثابت انجام می‌شود و در نتیجه پتانسیل گیبس سیستم ثابت باقی می‌ماند. گذار فاز مرتبه اول بین فازهای ترمودینامیکی مجزایی انجام می‌شود [4]. مثال ساده‌ی آن گذار گاز به مایع است و ساده‌ترین مدلی که برای توصیف گذار فاز مایع و گاز به کار می‌رود معادله حالت گاز واندروالس است.

با کاوش در رفتار $P-V$ می‌توان دید گذار فاز سیاهچاله بزرگ-کوچک اتفاق می‌افتد که شبیه رفتار شاره واندروالس است. با توجه به مقاله بررسی رفتار بحرانی سیاهچاله بارداد در فضای آنتی دو سیتیه [5]، ما در این مقاله Λ ثابت در نظر می‌گیریم و طبیعی‌تر است که بار را متغیر در نظر بگیریم با توجه به این که در تمام معادلات بار به صورت Q^2 ظاهر شده است، کمیت بار به این صورت به کار می‌رود و متغیر وابسته آن نیز ψ نام‌گذاری می‌کنیم. ما این کار را برای تمام ابعاد بزرگتر یا مساوی با پنج بعد انجام داده‌ایم، اما در ادامه تنها به بررسی حالت پنج بعدی با تقارن کروی می‌پردازیم.

مقدمه

خواص ترمودینامیکی سیاهچاله‌ها سال هاست مورد مطالعه فیزیکدانان قرار گرفته و در این مدت متغیرهای ترمودینامیکی نظیر دما و آنتروپی برای فضا-زمان سیاهچاله‌ای تعریف شده است. طبق نظریه هاوکینگ بین دمای سیاهچاله و گرانش سطحی آن رابطه برقرار است [1]. بعد از آن بکنشتاین رابطه‌ای برای آنتروپی سیاهچاله پیشنهاد کرد که در آن آنتروپی متناسب با مساحت افق رویداد سیاهچاله است [2]. با داشتن دما T و آنتروپی S سیاهچاله می‌توان رابطه قانون اول ترمودینامیک سیاهچاله را در حضور ثابت کیهان شناسی نوشت. می‌توان نتیجه گرفت که در حضور ثابت کیهان شناسی جرم سیاهچاله به عنوان آنتالپی در نظر گرفته می‌شود [3]. شبیه آنچه برای سیستم‌های ترمودینامیکی رایج موجود در طبیعت داریم، با داشتن این اطلاعات می‌توان برای سیاهچاله‌ها نیز پدیده گذار فاز و رفتار بحرانی را نیز مشاهده کرد. این کار اولین بار توسط هاوکینگ و پیچ انجام شده است. نخستین کار آنها در این زمینه اثبات وجود یک گذار فاز در فضای

مشخصات سیاهچاله گوس بونه

برای شروع کنش مربوط به سیاهچاله گوس بونه را در نظر می‌گیریم [6]

$$s = \frac{1}{16\pi} \int d^d x \sqrt{-g} [R - 2\Lambda - \alpha_{GB} (R_{\mu\nu\gamma\delta} R^{\mu\nu\gamma\delta} - 4R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + R^2) - 4\pi F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}] \quad (1)$$

که در اینجا α_{GB} ضریب گوس-بونه است و $\Lambda = -\frac{(d-1)(d-2)}{2l^2}$ می‌باشد. متریک این فضا به صورت مقارن تعریف می‌شود

$$ds^2 = f(r)dt^2 - f^{-1}(r)dr^2 + r^2 d\Omega_{d-2}^2 \quad (2)$$

و تابع $f(r)$ به صورت زیر می‌باشد.

$$f(r) = k - \frac{r^2}{2\alpha} \left[1 - \left(1 - \frac{2\alpha Q^2}{(d-2)(d-3)r^{2d-4}} + \frac{6\pi\alpha M}{(d-2)\omega_{d-2}r^{d-1}} - \frac{64\pi\alpha P}{(d-2)(d-1)} \right)^{1/2} \right] \quad (3)$$

در اینجا k معیاری از توپولوژی افق رویداد سیاهچاله است که می‌تواند مقادیر $(0, +1, -1)$ را به خود بگیرد که برای سیاهچاله با افق رویداد کروی می‌باشد $k=0, k=-1$ به ترتیب مربوط به افق رویداد هذلولوی و تخت می‌باشد، ω_{d-2} نیز حجم سیاهچاله را مشخص می‌کند، فشار $P = -\frac{1}{8\pi}\Lambda$ و $\alpha = (d-4)(d-3)\alpha_{GB}$ می‌باشد. $f(r)$ روی افق رویداد سیاهچاله برابر با صفر خواهد بود $(f(r_+) = 0)$. با استفاده از این رابطه می‌توان آنتالپی یا جرم را محاسبه کرد

$$H \equiv M = \frac{(d-2)\omega_{d-2}\alpha}{r_+^2} + \frac{16\pi Pr_+^2}{(d-2)(d-1)} + \frac{\omega_{d-2}Q^2}{8\pi(d-3)r_+^{d-3}} \quad (4)$$

دمای سیاهچاله از رابطه هاوکینگ قابل محاسبه است

$$T = \frac{f'(r)}{4\pi} = \left(\frac{16\pi Pr_+^4}{(d-2)} + (d-3)kr_+^2 + (d-5)k^2\alpha - \frac{2Q^2}{(d-2)r_+^{2d-8}} \right) / 4\pi(r_+^2 + 2k\alpha) \quad (5)$$

و معادلات مربوط به حجم ترمودینامیکی V ، آنتالپی S و متغیر جدید ψ که سیاهچاله به شکل زیر بدست می‌آید

$$S = \int_0^{r_+} T^{-1} \left(\frac{\partial M}{\partial r} \right) Q_{2,P} dr = \frac{\omega_{d-2}r_+^{d-2}}{4} \left[1 + \frac{2(d-2)\alpha k}{(d-4)r_+^2} \right] \quad (6)$$

$$V = \left(\frac{\partial M}{\partial P} \right) Q_{2,S} = \frac{\omega_{d-2}r_+^{d-1}}{(d-1)} \quad (7)$$

$$\psi = \left(\frac{\partial M}{\partial Q^2} \right) = \frac{\omega_{d-2}r_+^{3-d}}{8\pi(d-3)} \quad (8)$$

متغیر جدید ψ و فشار P و دما T متغیرهای وابسته کمیت‌های Q^2 و V هستند که همه‌ی آنها در قانون اول ترمودینامیک صدق می‌کنند

$$dM = Tds + \psi dQ^2 + VdP + \Omega d\alpha \quad (9)$$

که در اینجا $\Omega = \left(\frac{\partial M}{\partial \alpha} \right)_{S, Q^2, P}$ است.

در صورتی که α پارامتر دارای بعد در نظر گرفته شود رابطه اسماربه صورت زیر در خواهد آمد

$$M = \frac{d-2}{d-3} TS + \psi Q^2 - \frac{2}{d-3} VP + \frac{2}{d-3} \Omega \alpha \quad (10)$$

رفتار بحرانی برای $k=1, d=5$

با در نظر گرفتن سیاهچاله با افق رویداد کروی ($k=1$) و $d=5$ بعد جرم سیاهچاله با توجه به معادله (۴) به صورت زیر در می‌آید

$$M = \frac{3}{8} \pi \alpha k^2 + \frac{3}{8} \pi k r^2 + \frac{1}{2} \pi^2 P r^4 + \frac{\pi Q^2}{32 r^2} \quad (11)$$

در اینجا رابطه بین ψ و Γ به صورت $r = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}\psi}$ می‌باشد. با از رابطه (۵) معادله Q^2 بر حسب Γ و ψ بدست خواهد آمد

$$\psi_r = \frac{\psi}{\psi_c} = 1 + \Psi, Q_r^2 = \frac{Q^2}{Q_c^2} = 1 + \phi, T_r = \frac{T}{T_c} = 1 + t \quad (18)$$

بسط تیلور معادله (۱۲) حول نقطه بحرانی و جایگذاری متغیرهای کاهش‌یافته روابط (۱۸) در آن به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\phi = At + B\Psi t - C\Psi^3 + O(t^2\Psi^2, \Psi^4) \quad (19)$$

$$که در اینجا \quad A = (-24 - \frac{576\alpha}{l^2}), \quad B = (60 + \frac{129\alpha}{l^2}), \quad C = (\frac{5}{2} + \frac{18\alpha}{l^2})$$

می‌باشند.

با اعمال قانون مساحت‌های برابر ماکسول و با توجه به اینکه بار سیاهچاله در طی گذار فاز ثابت باقی می‌ماند میتوان به روابط زیر دست پیدا کرد.

$$0 = \psi_c \int_{\Psi_L}^{\Psi_s} \Psi \left(\frac{\partial Q^2}{\partial \Psi} \right) d\Psi \quad (20)$$

$$= \psi_c \int_{\Psi_L}^{\Psi_s} \Psi (Bt - 3C\Psi^2) d\Psi$$

$$At + B\Psi_L t - C\Psi_L^3 = At + B\Psi_s t - C\Psi_s^3 \quad (21)$$

در اینجا Ψ_s و Ψ_L به ترتیب مربوط به سیاهچاله بزرگ و سیاهچاله کوچک در طی گذار فاز می‌باشند. با توجه به دو معادله (۲۰) و (۲۱) می‌توان به رابطه زیر رسید

$$\Psi_L = -\Psi_s \rightarrow |\Psi_L - \Psi_s| = 2\sqrt{\frac{-B}{C}} t^{1/2} \quad (22)$$

بنابراین با توجه به مقدار بدست آمده در معادله (۲۲) و اینکه پارامتر β با توان t رابطه دارد می‌توان نتیجه گرفت برای سیاهچاله گوس-بونه ($\beta = 1/2$) می‌باشد.

مولفه بحرانی بعدی γ است که از رابطه تراکم پذیری هم‌دما محاسبه می‌شود و با منفی توان t برابر است

$$\chi_T = \frac{\partial \Psi}{\partial Q^2} \Big|_T \propto \frac{\Psi_c}{BQ_c^2} \frac{1}{t} \Rightarrow \gamma = 1 \quad (23)$$

برای محاسبه سومین مولفه بحرانی در سیستم‌های ترمودینامیکی (δ) در معادله (۱۹) قرار گیرد

$$\phi - 1 = -C\Psi^3 \quad (24)$$

با توجه به معادله بالا مقدار ($\delta = 3$) خواهد بود.

در نهایت مولفه بحرانی α را بدست می‌آوریم که متناسب با توان t در رابطه گرمای ویژه سیستم می‌باشد ما در اینجا بدلیل تشابهی

$$Q^2 = \frac{\pi^2}{128\psi^3} (2\pi^2 P - 48\sqrt{2}\pi^{1/2}\psi^{3/2}\alpha T - 3\sqrt{2}\pi^{3/2}\psi^{1/2}T + 6\psi) \quad (12)$$

همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده است، برای فشار ثابت و $T = T_c$ یک نوسان در نمودار بوجود می‌آید که نشان می‌دهد سیستم دچار گذار فاز مرتبه اول شده است. در نقطه بحرانی روابط زیر برسیستم حاکم هستند

$$\frac{\partial Q^2}{\partial \psi} \Big|_{T_c} = 0, \quad \frac{\partial^2 Q^2}{\partial \psi^2} \Big|_{T_c} = 0 \quad (13)$$

از این طریق می‌توان کمیت‌های بحرانی را محاسبه نمود.

$$T_c = \frac{((3B + 25)l^2 - 162\alpha)}{100\sqrt{3}\pi\sqrt{\alpha}l^2} \sqrt{-B - \frac{54\alpha}{l^2} + 5} \quad (14)$$

$$\psi_c = \frac{\pi(54\alpha + (5 - B)l^2)}{96\alpha l^2} \quad (15)$$

$$Q_c^2 = \frac{-144\alpha^2 l^2 (126\alpha + (B - 5)l^2)}{5(54\alpha + (B - 5)l^2)^3} \quad (16)$$

که در این روابط $B = \sqrt{\frac{36\alpha(81\alpha - 25l^2)}{l^4} + 25}$ است.

رفتار بحرانی سیستم ترمودینامیکی همچنین از طریق نمودار انرژی گیبس سیستم قابل مشاهده است. بنابراین با توجه به رابطه $G = M - TS$ ، انرژی آزاد گیبس به صورت زیر خواهد بود

$$G = \frac{\pi}{32r_+^2} (Q^2 + 4r_+^2(3r_+^2 + \frac{3r_+^4}{l^2}) - 4\pi r_+^3 T + (3 - 24\pi r_+ T)\alpha) \quad (17)$$

رفتار انرژی آزاد گیبس برحسب Q^2 در شکل (۲) رسم شده است. همانطور که از شکل پیداست این نمودار برای $T > T_c$ رفتار دم چلچله‌ای از خود نشان می‌دهد که این رفتار بیانگر گذار فاز مرتبه اول در سیستم می‌باشد.

مولفه‌های بحرانی

برای محاسبه مولفه بحرانی β سیستم ابتدا باید کمیت‌های کاهش‌یافته ترمودینامیکی معرفی کنیم

که این مولفه با ضریب گوس بونه دارد نام آن را به $alpha$ تغییر می‌دهیم

$$C_V = t \frac{\partial S}{\partial t} |_{\Psi=0} \rightarrow \alpha = 0 \quad (25)$$

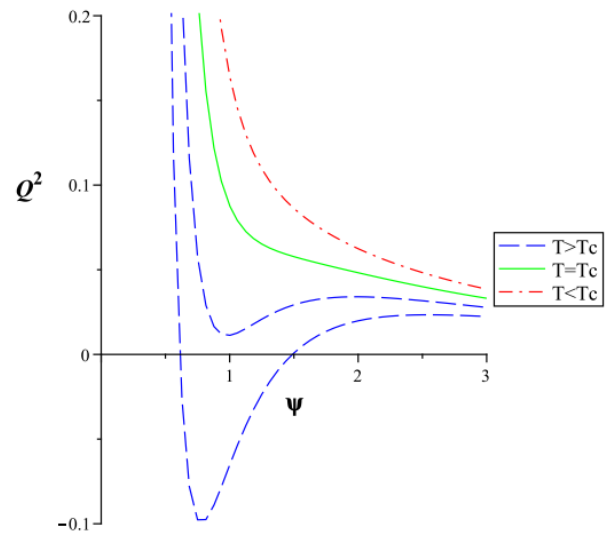
با محاسبه مولفه‌های بحرانی سیاهچاله گوس بونه در ۵ بعد و با در نظر گرفتن افق رویداد کروی زمانی که بار سیاهچاله نقش یک متغیر ترمودینامیکی را بازی می‌کند و ثابت کیهان‌شناسی (فشار) ثابت باقی می‌ماند، می‌توان دید که این مولفه‌های بحرانی کاملاً مشابه با مولفه‌های بحرانی سیستم واندروالس می‌باشند.

نتیجه‌گیری

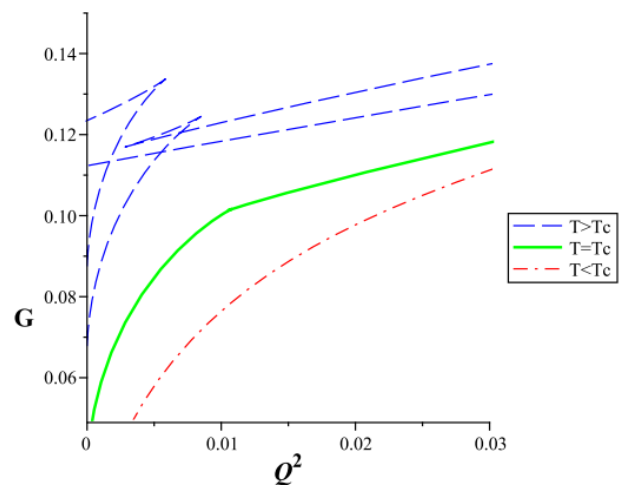
در این مقاله رفتار بحرانی سیاهچاله گوس-بونه را با روشی جدید بررسی کردیم. در این روش بجای آنکه ثابت کیهان‌شناسی را به عنوان فشار ترمودینامیکی، متغیر در نظر بگیریم، کمیت مربع بار سیاهچاله را به عنوان متغیر تعریف کردیم و سپس با رسم نمودارهای هم‌دما و انرژی آزاد گیبس به گذار فاز مرتبه اول سیستم پی بردیم. این کار را در حالتی انجام دادیم که سیاهچاله گوس-بونه در حالت خاص ۵ بعد و مقدار کوچک α (ضریب گوس-بونه) قرار داشت. پس از آن مقادیر بحرانی برای کمیت‌های دما T ، بار Q^2 و کمیت جدید ψ محاسبه کردیم. همچنین با مطالعه و بررسی مولفه‌های بحرانی سیاهچاله تشابه آن را با سیستم واندروالس ثابت نمودیم.

مرجع‌ها

- [1] S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. 43, 199 (1975).
- [2] J. D. Bekenstein, Phys. Rev. D7, 2333 (1973).
- [3] B. P. Dolan, Class. Quant. Grav. 28, 125020 (2011).
- [4] H. B. Callen, University of Pennsylvania, (1985).
- [5] A. Dehyadegari, A. Sheykhi, A. Montakhab, Phys. Lett. B 768, 02064 (2017).
- [6] Rong-Gen Cai, Li-Min Cao, Li Li, and Run-Qiu Yang, JHEP 9 (2013).



شکل (۱): نمودار هم‌دمای $Q^2 - \psi$ سیاهچاله گوس بونه ماکسول زمانی که $\alpha = 0.01, k = 1, d = 5, l = 1$



شکل (۲): نمودار انرژی آزاد گیبس $G - Q^2$ سیاهچاله گوس بونه ماکسول زمانی که $\alpha = 0.01, d = 5, l = 1$

نماهای هندسی کانتورهای هم‌چگالی دوبعدی در شبیه‌سازی میلیوم

یوسف‌زاده، مهدی^۱؛ وفایی‌صدر، علیرضا^۱؛ خاقانی، بهناز^۱؛ موحد، سیدمحمدصادق^۲

^۱ دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، ولنجک، تهران، ایران

^۲ پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، IPM، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله، نماهای مقیاسی مبتنی بر کانتورهای هم‌چگالی دوبعدی میدان چگالی ماده را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور از شبیه‌سازی N ذره‌ای میلیوم استفاده می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهد که نمای مقیاسی تابع دونقطه‌ای بدون وزن کانتورها در انتقال به سرخ‌های بالا با میدانهای تصادفی گوسی تطابق دارد. در کیهان متأخر به دلیل وجود عوامل غیرخطی، نمای مذکور از حالت گوسی منحرف خواهد شد. مقادیر تمام نماهای مقیاسی یک گذر همواری را در بازه $2.575 \leq z \leq 3.600$ برای تراز چگالی میانگین، تجربه می‌کنند.

Geometrical exponents of 2D iso-density contour from Millennium simulation

Yousefzadeh, Mehdi¹; Vafaei Sadr, Alireza²; Khagahni, Behnaz¹; Movahed, Seyed Mohammad Sadegh^{1,2}

¹ Department of Physics, Shahid Beheshti University, Velenjak, Tehran, IRAN

² School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences, (IPM), Tehran, Iran

Abstract

In this paper, we compute the scaling exponents based on the iso-density 2-dimensional contours for matter density field. To this end, we utilize Millennium N -body simulation. Results demonstrate that the scaling exponent for the unweighted Two-Point correlation function at high redshift is consistent with that of for Gaussian field. At late universe, due to nonlinear effect, mentioned exponent deviates from Gaussian case. In addition, the value of all scaling exponents experience a smooth transition in the $2.575 \leq z \leq 3.600$ interval for mean threshold.

PACS No: 98

مقدمه

یک سیستم پیچیده است که شبیه‌سازی‌های عددی زیادی روی آن انجام گرفته است. بررسی ویژگی این رشته‌ها و زنجیره‌ها ما را به نظریه تراوش (Percolation) سوق می‌دهد. اولین کاربرد آن در کیهان‌شناسی در مقاله زلدویچ (۱۹۸۲) انجام گرفت [۳]. از آنجا که در رصدهای آینده از کیهان داده‌های نسبتاً دقیقی ارایه خواهد شد لذا با انگیزه تمایز قایل شدن بین مدل‌های مختلف کیهانشناختی و همچنین یافتن ویژگی‌های عجیب و البته فیزیک جدید، الزاماً باید از ابزارهای جدید که به مشخصه‌یابی دقیق‌تر میدان مورد مطالعه کمک می‌کنند، توجه کرد. مطالعاتی شبیه به این رویکرد اما با توجه به پدیده تراوش اخیراً در مرجع [۴] انجام گرفته است. آنچه که حایز اهمیت است این است که آستانه چگالی تراوش برای نواحی

مطالعه چگونگی توزیع فضایی و تحول زمانی ساختارهای بزرگ‌مقیاس، اطلاعاتی از شرایط اولیه و فیزیک حاکم بر تحول کیهان فراهم می‌کند [۱]. با توجه به توزیع سه‌بعدی کهکشان‌ها که توسط مساح‌های مختلف ارایه شده است، مشخص شده است که می‌توان توپولوژی‌های مختلفی در انتقال به سرخ‌های مختلف و همچنین در ترازهای مختلف چگالی، متصور شد [۲]. نتایج اخیر نشان دهنده این است که کهکشان‌ها و خوشه‌های کهکشانی به صورت غیرتصادفی خوشه‌بندی شدند. خوشه‌ها و کهکشان‌ها توسط زنجیره‌ها (chains) و رشته‌ها (Filaments) به هم وصل شده و شبکه کیهان را می‌سازند. شبکه کیهان یک شبکه پیوسته و

$$R^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2] \quad (۱)$$

و (\bar{x}, \bar{y}) نشان دهنده مختصات مرکز جرم کانتور است. برای میدان‌های تصادفی گوسی نشان داده شده است که محیط (طول) کانتورها با شعاع آن‌ها به صورت توانی مرتبط است:

$$\langle s \rangle (R) \sim R^{D_f} \quad (۲)$$

که D_f همان بعد فراکتالی تک کانتور است و برای نقشه‌های دوبعدی این کمیت در بازه $1 \leq D_f \leq 2$ قرار می‌گیرد. ب: دومین نمای مورد بحث بعد فراکتالی تمام کانتورها است و به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$d = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{-\log(N(l))}{\log(l)} \quad (۳)$$

در واقع در حد $l \rightarrow 0$ مقدار $N(l)$ به صورت توانی رفتار می‌کند. در اینجا l طول یک سلول پس از تقسیم‌بندی شبکه است و $N(l)$ تعداد سلولهایی از شبکه است که شامل یک ویژگی خاص (در اینجا حضور کانتور) درون آن سلول هست. ج: سومین نمای هندسی، بعد فراکتالی تعمیم یافته است که به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰]:

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \lim_{l \rightarrow 0} \frac{-\log(Z(l, q))}{\log(l)} \quad (۴)$$

به طور خاص $D(q=0) = d$ همان بعد فراکتالی تمام کانتورها است و $D(q=1)$ نشان دهنده آنتروپی سیستم است [۱۱]. د: چهارمین نمای هندسی، نمای توزیع طول حلقه‌هاست که با η نمایش داده می‌شود و برای آنسامبلی از حلقه‌های خودمتشابه به صورت:

$$P(s) \sim s^{-(\eta-1)} \quad (۵)$$

تعریف می‌شود. ه: پنجمین نما از تابع توزیع تجمعی تعداد کانتورها بر حسب مساحت آن‌ها به دست می‌آید. برای کانتورهایی با بزرگی مساحت بیشتر از مقدار دلخواه A برقرار است:

$$P_{>}(A) \sim A^{-\frac{\xi}{2}} \quad (۶)$$

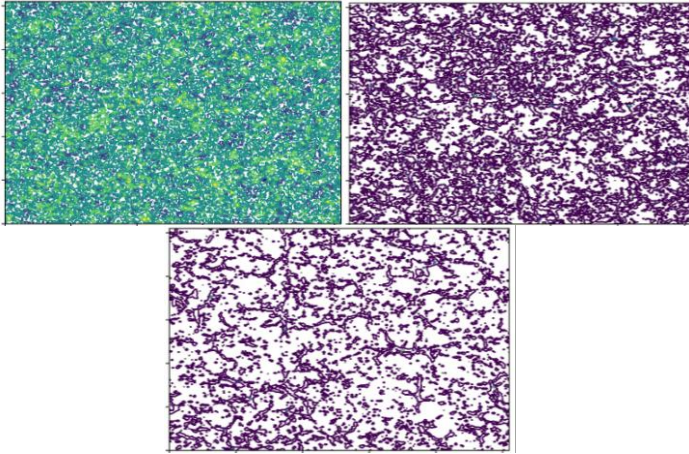
و: آخرین نمای مورد بحث، نمای همبستگی حلقه است. برای به دست آوردن این نما، تابع همبستگی $G(r)$ را به صورت احتمال یافتن دو نقطه با فاصله r بر روی یک کانتور، تعریف می‌کنیم. نمای

فراچگال و فروچگال متقارن نیست و از میدان کاملاً کاتوره‌ای انحراف دارد. از سویی دیگر مشخص شده است شبکه ساختارهای کیهانی به طور همزمان توسط توپولوژی پنیروسویسی (Swiss-cheese)، اسفنجی (Sponge) و کوفته‌قلقلی (meat ball) در آستانه‌های چگالی مختلف توصیف می‌شود [۵]. علاوه بر مشخصه‌یابی شبکه ساختارهای کیهانی، می‌توان از نتایج حاصل برای تمایز دادن مدل‌های مختلف کیهانی خصوصاً مدل‌های $f(R)$ استفاده کرد [۶].

غالباً مطالعات انجام شده پیرامون میدان‌های تصادفی کیهانی به مطالعه فراوانی و توابع همبستگی وزندار و بی‌وزن محدود می‌شود [۷]. جز در موارد معدودی خواص مقیاسی مانند بُعد فراکتالی یا حداکثر طیف تکینگی بررسی شده است [۹، ۸]. در این مقاله برآنیم تا با تکیه بر خواص خودمتشابهی میدان‌های تصادفی، کانتورهای هم‌چگالی تصویر شده در دو بُعد از میدان چگالی ساختارهای بزرگ مقیاس مستخرج از شبیه‌سازی بس‌ذره‌ای میلینیوم را بررسی نماییم. برای این منظور خاصیت مقیاسی و تحول نماهای مقیاسی هندسی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. این رهیافت حداقل دارای مزیت‌های زیر خواهد بود: الف: امکان بررسی وجود گذار فاز حین تحول کیهان را فراهم می‌کند. ب: ما را قادر می‌سازد تا با کمیت‌های جدید مشاهده‌پذیر به مشخصه‌یابی شبکه ساختارهای بزرگ مقیاس بپردازیم که در نتیجه آن امکان تفکیک قایل شدن بین مدل‌های مختلف تشکیل ساختار فراهم می‌شود. ج: این روش مکمل روش تابعی‌های مینکوفسکی است که در آنجا فراوانی معیار آماری بررسی می‌شود ولی اینجا رفتار مقیاسی تابع فراوانی و سایر کمیت‌های وابسته نیز تعیین می‌گردد.

نماهای هندسی حلقه‌های کانتوری

یک حلقه کانتوری در یک میدان تصادفی $2+1$ بعدی شامل تمام نقاطی است که ارتفاع‌های یکسان را به هم متصل کرده به نحوی که همدیگر را قطع نکنند (شکل ۱). در این مقاله ۶ نوع نمای مقیاسی را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. الف: بعد فراکتالی تک کانتور: برای هر حلقه کانتور به طول S (محیط کانتور) شعاع ژیراسیون به صورت زیر تعریف می‌شود:



شکل ۱: سمت چپ بالا: نمایش کانتورهای سطوح مختلف در $z=127$ سمت راست بالا: نمایش کانتورهای سطوح مختلف در $z=3.060$ پایین: نمایش کانتورهای سطوح مختلف در $z=0$

به طور خاص در این تحقیق داده‌های مورد بررسی ما ۶۴ تصویر لحظه‌ای به ابعاد $256 \times 256 \times 256$ از انتقال به سرخ صفر تا ۱۲۷ هستند که برای هر کدام از آنها برش‌های دوبعدی در جهت‌های مختلف در تراز متوسط فراهم کرده‌ایم (شکل ۱). سپس برای هر کدام از آنها نماهای مقیاسی معرفی شده را با تقاضای رفتار مقیاسی کمیت‌های آماری مرتبط محاسبه می‌کنیم. برای ارتقای نتایج آماری برای هر انتقال به سرخ داده‌شده بر روی 30 آنسامبل دوبعدی (بدین صورت بر روی مکعبی با اندازه $256 \times 256 \times 256$ در جهت محوره‌های X, Y, Z تعداد 10 برش مستقل می‌زنیم) پس هر نمونه دارای اندازه 256×256 هستند. نمایش کانتورهای سطوح مختلف برای یک برش در سه انتقال به سرخ مختلف در شکل ۱ نمایش داده شده است. برای پیدا کردن کانتورها از محیط برنامه نویسی پایتون و بسته نرم‌افزاری *skimage* استفاده کردیم. سپس محیط، مساحت، شعاع ژیراسیون و سایر کمیت‌های وابسته استخراج می‌شوند. شکل ۲ نتایج تحول زمانی نماهای مقیاسی مدل Λ CDM شبیه‌سازی شده، را نشان می‌دهد.

جمع‌بندی و بحث در نتایج

بُعد فراکتالی با اقسام مختلفی که دارد، نشان می‌دهد که میدان مورد مطالعه در کیهانهای اولیه دارای توزیعی هستند که فضای نمونه را نسبتاً اشغال می‌کند و به این معنی است که بُعد فراکتالی کیهان جوان‌تر، بزرگتر از بُعد فراکتالی داده‌های اخیر خواهد بود. همچنین نتایج ما نشان می‌دهد که در کیهان اولیه از آنجا که ساختارها دارای توزیع گوسی

همبستگی حلقه در حد $r \gg a$ (a ثابت شبکه است) از رابطه توانی زیر به دست می‌آید:

$$G(r) \sim \frac{1}{r^{2x}} \quad (7)$$

برای میدان‌های تصادفی، این نما برای تمام سطوح ناهموار تک فراکتال برابر $\frac{1}{2}$ است. برای سطوح ناهموار می‌توان روابط مقیاسی میان نماها را به صورت زیر به دست آورد [۱۰]:

$$D_f = \frac{2x - 2}{\eta - 3} \quad (8)$$

$$D_f = \frac{\xi}{\eta - 1} \quad (9)$$

اکنون با عنایت به موارد فوق می‌خواهیم کانتورهای حاصل از شبیه‌سازی N ذره‌ای برای ساختارهای بزرگ مقیاس کیهانی را در تراز میانگین استخراج کنیم. سپس مقادیر نماها را در هر انتقال به سرخ داده شده حساب کنیم و نهایتاً تحول این نماها را بررسی نماییم.

توصیف داده‌های مورد بررسی: شبیه‌سازی میلیوم

برای بررسی تحول کیهان و شکل‌گیری خوشه‌ها و کهکشان‌ها، شبیه‌سازی عددی یکی از روش‌های قابل اعتماد برای آزمودن مدل‌های تحول کیهان است. در اینجا از شبیه‌سازی N ذره‌ای بهره می‌گیریم که همه مواد را مانند ماده تاریک فرض می‌کنیم و دگرگونی ماده باریونی را بر اساس آن پایه ریزی می‌کنیم. شبیه‌سازی میلیوم شامل اطلاعاتی از کهکشان‌ها، خوشه‌ها و اختروش است. شبیه‌سازی میلیوم 10 میلیارد ذرات مجازی را به کار برده و حرکت آن‌ها را در 2 میلیارد سال نوری مکعب فضایی ترسیم کرده است. این فضا شامل 20 میلیون کهکشان مجازی است. این کار توسط ائتلاف سنبله^۱ که اولین و واقعی‌ترین نتایج و بزرگ‌ترین شبیه‌سازی که تاکنون تکامل ساختار کیهان و تشکیل کهکشان‌ها و اختروش‌ها را شبیه‌سازی می‌کند، انجام شد. اولین شبیه‌سازی میلیوم که در اینجا آن را MS می‌نامیم، در آن 10^{11} ذره‌ی ماده‌ی تاریک به جرم $h M_{\odot} \times 10^8$ با توان تفکیک 20 ذره را در جعبه‌ای به ابعاد $500 h^{-1} Mpc$ شبیه‌سازی می‌کند [۱۲ و ۱۳].

^۱ Virgo

یکی از روابط آبرمقیاسی برای نمونه‌های ما صدق نمی‌کند که ممکن به دلیل اثرات اندازه محدود باشد. از سویی دیگر در یک بازه انتقال به سرخ، تغییر آهسته‌ای در تمام مقادیر نماهای مقیاسی مشاهده می‌کنیم. این تغییر به طور مستقیم وابسته به خواص توپولوژیک میدان تصادفی مورد مطالعه است. بازه انتقال به سرخ تحول $2.575 \leq z \leq 3.600$ است. انتظار داریم که این بازه برای سایر مدل‌های کیهانشناختی متفاوت باشد. در صورت وجود رصدهای به اندازه کافی گسترده، می‌توان از آن به عنوان یک مشاهده‌پذیر مستقل از مدل، برای مقید کردن مدل‌های کیهانشناختی استفاده نمود. در مطالعات کنونی ما سهم اندازه محدود به نحو مناسبی حذف نشده‌است. لذا این کار را باید در مطالعات بعدی مد نظر دهیم. اما از آنجا که به صورت مقایسه‌ای نتایج را ارایه شده است، لذا این اثر در تمام مقادیر نقش یکسانی دارد.

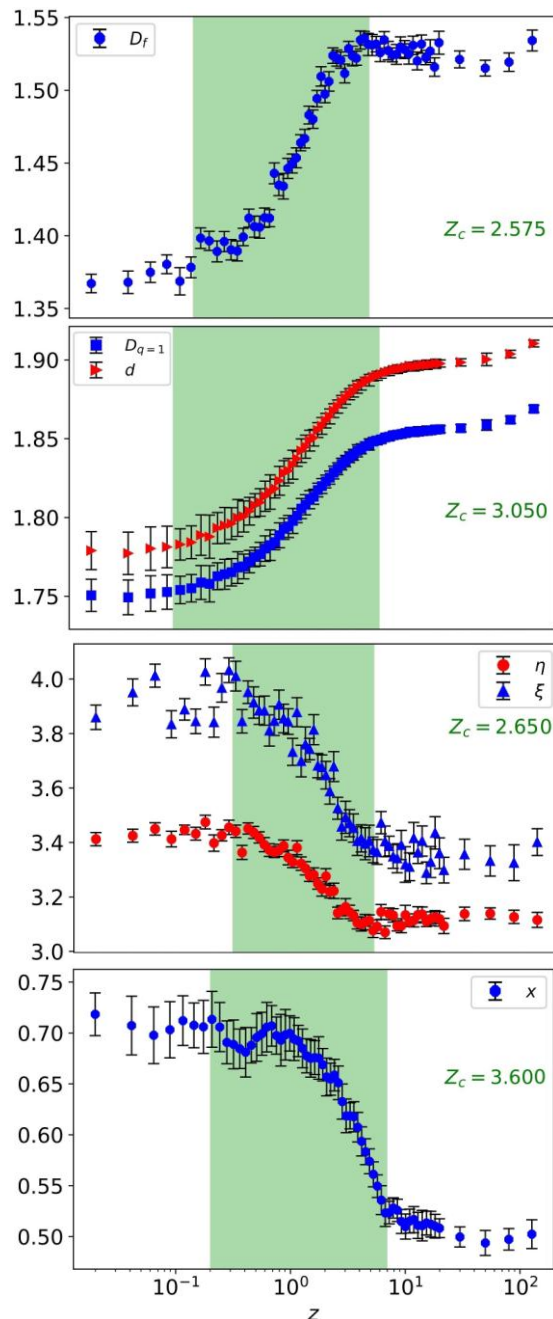
جدول ۱: بررسی روابط میان نماها

z	$\eta - 1$	$\frac{\xi}{D_f}$	$3D_f + 2x$	$D_f\eta + 2$
127	2.11 ± 0.15	2.21 ± 0.18	5.61 ± 0.12	6.77 ± 0.26
5.72	2.14 ± 0.14	2.26 ± 0.15	5.69 ± 0.10	6.81 ± 0.24
3.06	2.14 ± 0.13	2.29 ± 0.18	5.72 ± 0.14	6.75 ± 0.23
0.20	2.39 ± 0.16	2.75 ± 0.22	5.65 ± 0.22	6.74 ± 0.25
0	2.42 ± 0.12	2.89 ± 0.18	5.52 ± 0.21	6.65 ± 0.21

مرجع‌ها

- [1] Martinez, Vicent J., and Enn Saar. Statistics of the galaxy distribution. Chapman and Hall/CRC, 2001.
- [2] Einasto, J. & Saar, E. 1987, in IAU Symposium, Vol. 124, Observational Cosmology, ed. A. Hewitt, G. Burbidge, & L. Z. Fang, 349
- [3] Zeldovich, Y. B., Einasto, J., & Shandarin, S. F. 1982, Nature, 300, 407.
- [4] Einasto, J., et al., A&A 616, A141 (2018).
- [5] Park, Changbom, Juhan Kim, and J. Richard Gott III, The Astrophysical Journal 633.1 (2005): 1.
- [6] Fang, Wenjuan, Baojiu Li, and Gong-Bo Zhao, Physical review letters 118.18 (2017): 181301.
- [7] Matsubara, Takahiko, The Astrophysical Journal 584.1(2003):1.
- [8] Borgani, Stefano. "Scaling in the universe." Physics Reports 251.1-2 (1995): 1-152.
- [9] Movahed, M. Sadegh, et al., Physical Review E 84.2 (2011): 021103.
- [10] Kondev, Jané, and Christopher L. Henley, Physical review letters 74.23 (1995): 4580.
- [11] Halsey, Thomas C., et al. Physical Review A 33.2 (1986): 1141.
- [12] Particle Physics Astronomy Research Council. Millennium Simulation the Largest Ever Model of the universe ScienceDaily January 12, 2018).
- [13] Springel, Volker, et al. nature 435.7042 (2005): 629 .

هستند بنابراین کمیت x به مقدار نیم نزدیک خواهد بود اما در کیهانهای اخیر، این کمیت از پیش‌بینی نظریه برای میدان گوسی منحرف می‌شود.



شکل ۲: اولین تصویر: تحول بُعد فراکتالی تک کانتور بر حسب z دومین تصویر تحول بُعد فراکتالی تمام کانتورها و بُعد فراکتالی تعمیم یافته (در $q=1$). سومین تصویر: تحول

η و ξ بر حسب انتقال به سرخ. چهارمین تصویر: تحول نمای x .

در جدول ۱، نماهای مقیاسی محاسبه شده برای تعدادی از انتقال به سرخ‌های موجود گزارش شده است. از منظر فیزیک میدانهای تصادفی در دو بُعد رابطه‌های آبرهندسی (معادله‌های (۷) و (۸)) برای میدانهای گوسی تک فراکتال، صادق هستند. بر اساس جدول ۱، درمی‌یابیم که