موضوعات پژوهشی روز در فیزیک سیاه‌چاله‌ها

Research Topics in Black Hole Physics

شیخ جباری، شاهین

پژوهشگاه دانش های بنیادی

چکیده

سیاه‌چاله‌ها از معمولترین حلهای معادلات نسبیت عام با قدمتی به اندازه خود نظریه هستند که مانسته‌ای در نظریه نیوتنی گرانش ندارند. ویژگی این جوابها وجود افق و نواحی از فضازمان است که ارتباط علّی با یکدیگر ندارند. فهم فیزیک در حضور سیاچاله‌ها و تحول آنها از مسائل مطرح در چندین دهه گذشته در حوزه نسبیت عام و نظریه کوانتم بوده است. مشاهدات اخیر امواج گرانشی هم ابعاد رصدی سیاه‌چاله‌ها را پررنگ‌تر ساخته است. در این سخنرانی به چهار حوزه پژوهشی در فیزیک سیاه‌چاله‌ها: جنبه‌های کلاسیک، ترمودینامیکی و نیمه کوانتمی، کوانتمی و جنبه‌های مشاهداتی، خواهیم پرداخت

Near Horizon Symmetries of the Non-Extremal Black Hole Solutions of Generalized Minimal Massive Gravity

Setare ,Mohammad Reza

University of Kurdistan

Abstract

We consider the Generalized Minimal Massive Gravity (GMMG) model in the first order formalism. We show that all the solutions of the Einstein gravity with negative cosmological constants solve the equations of motion of considered model. Then we find an expression for the off-shell conserved charges of this model. By considering the near horizon geometry of a three dimensional black hole in the Gaussian null coordinates, we find near horizon conserved charges and their algebra. The obtained algebra is centrally extended. By writing the algebra of conserved charges in terms of Fourier modes and considering the BTZ black hole solution as an example, one can see that the charge associated with rotations along $\mathcal{Y}_{0}$ coincides exactly with the angular momentum, and he charge associated with time translations $\mathcal{T}_{0}$ is the product of the black hole entropy and its temperature. As we expect, in the limit when the GMMG tends to the Einstein gravity, all the result

we obtain in this paper reduce to the result of the paper
L. Donnay, G. Giribet, H. A. Gonzalez, M. Pino, Phys. Rev. Lett. 116
(2016) 091101.

ماده تاریک و کاندیداهای مختلف برای آن

فرزان، یاسمن

پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

چکیده

پس از مروری کوتاه بر شواهد دال بر وجود ماده تاریک، به طور گذرا روش های آشکارسازی مستقیم و غیرمستقیم ماده تاریک را توضیح خواهم داد. سپس برخی از کاندیداهای مطرح و شناخته شده برای ماده تاریک را برمی شمارم. در انتها یکی از سناریوهای مدل سازی ماده تاریک را -که توسط گروه ما ساخته و پرداخته شده است- معرفی می نمایم.

Dark matter and its various candidates

Farzan,Yasaman

IPM

Abstract

After a brief review of the hints in favor of the existence of dark matter, I will explain various methods for direct and indirect dark matter detection. I will then enumerate some of the most popular dark matter candidates. In the end, I will introduce one of the scenarios for dark matter model building that our own group has developed.

دینامیک کهکشانهای مارپیچی در غیاب هاله ماده تاریک

روشن، محمود

دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

موضوعات متفاوتی در دینامیک کهکشانهای مارپیچی وجود دارد که هنوز بدرستی حل نشده اند. بعضی از آنها مستقیما به مشکل ماده تاریک مربوطند. به عنوان مثال پایداری کهکشانها و تحول میله های ستاره ای ازاین دست مشکلات اند. در اینجا بعد از مروری کوتاه بر پژوهش های مربوطه، نتایج شبیه سازیهایی را گزارش می دهیم که در آنها تحول میله های ستاره ای مورد مطالعه قرار گرفته است. بعضی از این مدل های شبیه سازی از مدل استاندارد پیروی می کنند و دارای هاله ماده تاریک صلب و یا ذره ای هستند. این مدلها با مدلی مقایسه شده اند که در آن هیچ مولفه ماده تاریکی وجود ندارد، و در عوض نیروی گرانشی بین ذرات، مطابق با آنچه که در نظریه تانسور-نرده ای- برداری گرانش معرفی شده است، تعمیم یافته است. نشان داده می شود که تفاوتهای اساسی بین این دو دیدگاه وجود دارد. این اختلاف از نظر رصدی نیز مورد مقایسه قرار میگیرد.

DYNAMICS OF SPIRAL GALAXIES IN THE ABSENCE OF DARK MATTER HALO

Roshan,Mahmood

Ferdowsi University of Mashhad

Abstract

There are several unresolved issues in the dynamics of spiral galaxies. Some of them are directly linked to the dark matter problem. For instance in the stability of the galaxies, and the evolution of the stellar bar in spiral galaxies, the dark matter plays the dominant role. Here, after a brief review on the relevant literature we report the results of some high-resolution N-body simulations in which the evolution of stellar bar is measured in isolated galactic models. Some models follow the standard view and possess rigid/live dark matter halos. These models are compared to a galactic model in which there is no dark matter component. Instead, the gravitational force is modified following the different prescriptions introduced in scalar-tensor-vector theory of gravity. We show that the galactic dynamics in modified gravity theories can be substantially different from the standard picture. Finally we compare these two different paths from observational point of view.

استفاده از اپتیک موجی برای مشاهده پدیده‌ی اختلالی در کیهان شناسی و اختر فیزیک

راهوار، سهراب

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

در این سخنرانی اثرات اپتیک موجی چشمه های نقطه تحت تاثیر موانعی که می توانند به صورت گازهای میان ستاره ای، عدسی های گرانشی و یا امواج گرانشی باشند بررسی خواهند شد. پدیده های فوق در صورت تاخیر فاز جبهه ی موج از مرتبه ی طول موج می توانند باعث ایجاد طرح تداخلی در مقیاس نجومی شوند. در قسمت دوم سخنرانی، با توجه به اهمیت کشف امواج گرانشی، مطالعه ی منحنی نوری اختروش ها در برهمکنش نور ساطع شده با امواج گرانشی سیستم های دوتایی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

Using Wave optics for observation of perturbative effects in Astrophysics and Cosmology

Rahvar, Sohrab

Department of Physics, Sharif University of Technology

Abstract

In this talk, the wave optics effects of interstellar medium, gravitational lensing and gravitational waves on point-like sources at astrophysical and cosmological distance will be discussed. This effect manifest itself through phase-shifting on wave front and result is producing diffraction pattern in the astronomical scales. Finally, I will emphasis on gravitational wave effect of a binary system on the light curve of a distant Quasar.

آزمون‌های اخترفیزیکی گرانش تعمیمی یافته

میرترابی، محمدتقی

دانشگاه الزهرا

چکیده

دهه آخر قرن بیستم در تاریخ کیهان شناسی شاخص خواهد ماند. در این دهه مشاهدات ابرنواخترهای دور نشان داد که آهنگ انبساط جهان شتابی مثبت دارد. شتابی ناسازگار با دست آورد های نظریه نسبیت عام. شواهد رصدی بر شتاب مثبت در کنار مشاهدات دقیق تابش زمینه کیهانی که مبین تخت بودن عالم بود کیهان شناسان را به سمت پذیرفتن وجود مولفه ای غیر عادی به نام انرژی تاریک و یا حتی پیش کشیدن نظریاتی جدید برای تعمیم نسبیت عام رهنمون کرد. ساده ترین شکل تعمیم نسبیت عام اضافه کردن میدانی اسکالر با فشار منفی است که می تواند در مقیاس های بزرگ شتاب مثبت ایجاد کند. چنین میدان اسکالری باید در مقیاس های کوچک هم چون منظومه شمسی مخفی یا محدود شود تا با تجربیاتی که همه مبین صحت نظریه نسبیت عام در این مقیاس ها بوده اند ناسازگار نباشد. کیهان شناسان برای تطبیق نظریه تعمیم یافته با مشاهداتی که در منظومه شمسی انجام شده مکانیزم اسکرینینگ را اختراع کردند. اسکرینینگ دامنه برهمکنش میدان اسکالر را در نواحی پر چگال محدود می کند.

در این سخنرانی من نشان خواهم داد که چگونه اجرام اخترفیزیکی می توانند هم چون آزمایشگاه هایی برای تحقیق حضور و یا دامنه برهم کنش درجات آزادی بیشتر در نظریات گرانش عمل کنند. ما به کمک شبیه سازی تحول ستاره های غول نشان داده ایم که مراحل نهایی تحول ستاره ها حد بالایی را بر قوت جفت شده بین میدان اسکالر و ماده معمولی اعمال می کند.

Astrophysical Test of Modified Gravity

Mirtorabi, Mohammadtaghi

Alzahra Of University

Abstract

The last decade of twenty century is distinctive in history of cosmology. Observation of distant supernova showed that the universe is expanding with positive acceleration which was not expected by standard theory of general relativity. Strong evidence on positive acceleration accompanied with CMB observation which indicate that universe is spatially flat encouraged cosmologist that the entire universe is filled with an exotic matter called dark energy or even motivate those newly born ideas that the gravity must be modified. The simplest modification could be introducing of a scalar field with negative pressure which can turn the gravity to a repulsive force in large scale. But this newly found pervasive component must turn to be hidden in smaller scale like solar system when it confronted with solar system test of general relativity. To make the new ingredient consistent with solar system observation cosmologist invent the screening mechanism. Screening can restrict the scalar field form long range interaction with matter in high density regions. In this talk I explain how astrophysical objects can be implemented as laboratories to unveil the existence of extra degree of freedom in gravity theories or test the strength or extension of screening. We have simulated a low mass giant evolution in presence of scalar filed and found that the late stage evolution of low mass star can set constrain on coupling of scalar field with normal matter.

فرایندهای مارکوف و تابش سیاهچاله‌ها در روش پاریخ-ویلچک

انجم‌شعاع، همایون؛ میرزا، بهروز

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶

چکیده

بررسی تبخیر سیاهچاله از مباحث مهم و جالب در فیزیک سیاهچاله‌ها می‌باشد. داشتن یک نگاه آماری و بکار بردن روش‌های آماری در بررسی ویژگی‌های سیاهچاله‌ها می‌تواند مفید باشد. روش فرایندهای مارکف برای بررسی و مطالعه سیستم‌های آماری مفید و کاربردی هستند. ما در این مقاله با کمک احتمال‌های داده شده برای تابش سیاهچاله به روش پاریخ-ویلچک و بکار بردن فرایند مارکف به مطالعه رابطه تعداد گام زمانی تبخیر سیاهچاله با جرم ذرات تابش شده از آن خواهیم پرداخت و نشان می‌دهیم که جرم ذرات تابش شده نسبت به هم باید به چه صورت باشند تا سیاهچاله سریعتر تبخیر شود.

کلید واژه‌ها: روش پاریخ-ویلچک، فرایند مارکوف

Markov processes and radiation of black hole in Parich-Wilzcek method

Anjomshoa, Homayon; Mirza, Behrouz

Department of Physics, Isfahan University of Technology, Isfahan 84156-83111, Iran

Abstract

The study of black hole's evaporation is one of the most important and interesting subject in physics of black holes. Having a statistical look and applying statistical methods for studying the characteristics of black holes can be useful. The Markov Process Methods are useful and applicable for studying and analyzing statistical systems. In this paper, by using the given probabilities for the black hole's radiation and applying Markov Process, we will study the relation between the time steps numbers of black hole evaporation and the mass of its radiated particles. At last we will show that how the mass of radiated particle should be to one another that the black hole evaporates faster.

key words: Parikh-Wilczek method, Markov Process

مقدمه

در طبیعت تمام سیستم‌ها تمایل دارند در کوتاه ترین زمان ممکن به حالت پایه خودشان یا یک حالت با انرژی کمتر از انرژی اولیه بروند. سیاهچاله با تابش هر ذره جرم از دست می‌دهد و به یک حالت پایین‌تر برانگیخته می‌رسد، این روند به قدری ادامه پیدا می‌کند تا سیاهچاله به طور کامل تبخیر شود. برای بررسی تبخیر سیاهچاله روش‌های مختلفی وجود دارد مانند روش هامیلتون-ژاکوبی و روش پاریخ-ویلچک. ما در این مقاله با کمک احتمال تونل زنی که در روش پاریخ-ویلچک برای ذرات خروجی از افق رویداد سیاهچاله ارائه می‌شود و استفاده از فرایندهای مارکف رابطه بین جرم دو ذره تابش شده از سیاهچاله را به گونه‌ای مشخص می‌کنیم که سیاهچاله با کمترین تعداد گام زمانی به حالت بعدی خوش با جرم کمتر برود.

روش پاریخ-ویلچک برای محاسبه احتمال تونل زنی ذرات و تبخیر سیاهچاله.

روشی که استفان هاوکینگ در ساله ۱۹۷۶ برای تبخیر سیاهچاله به دست آورد، منجر به یک تابش گرمایی برای سیاهچاله‌ها می‌شود. گرمایی بودن تابش هاوکینگ باعث از بین رفتن اطلاعات مربوط به ذره فروپاشی شده به داخل سیاهچاله می‌شود که این موضوع با اصل پایستگی اطلاعات که یکی از اصول مهم مکانیک کوانتومی است در تناقض است [۱]. در سال ۲۰۰۱ مالیوک پاریخ و فرانک ویلچک با محاسبه ژئودزی پوچ و استفاده از تقریب WKB احتمال تونل زنی ذرات را برای تابش هاوکینگ یک سیاهچاله محاسبه کردند [۲]. در روش پاریخ-ویلچک، ذره به وجود آمده با انرژی منفی هنگام تولید

جفت ذرات در نزدیک افق رویداد با تونل زنی به داخل افق باعث کاهش جرم سیاهچاله می‌شود و ذره با انرژی مثبت که جفتی برای باز ترکیب ندارد باعث ایجات تابش می‌شود. تولید جفت ذرات در روی افق رویداد هم صورت می‌گیرد و ذرات با انرژی مثبت با تونل زنی به خارج افق رویداد باعث ایجاد تابش می‌شوند و ذرات با انرژی منفی باقیمانده جرم سیاهچاله را کم می‌کنند. بنابراین باید متریکی را برای محاسبه احتمال تونل زنی ذرات استفاده کنیم که در افق رویدادش غیر تکین باشد.

برای محاسبه احتمال تونل زنی در روش پاریخ-ویلچک با کمک تقریب WKB ابتدا قسمت موهومی کنش را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\mathrm{ImS} = \int_{r_{in}}^{r_{out}} p_r \, dr \tag{۱}$$

یک سیاه‌چاله شوارتز شیلد را با متریک زیر در نظر بگیرید و با کمک آن ژئودزی پوچ کنش را محاسبه می‌کنیم [۲].

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2M}{r}\right)dt^2 + 2\sqrt{\frac{2M}{r}}\,dtdr + dr^2 + r^2 d\varphi^2 \tag{۲}$$

با محاسبه $\dot{r}$ از فرمول (۲) و قرار دادن آن به کمک هامیلتونی در رابطه (۱) قسمت موهومی کنش این متریک به صورت زیر در می‌آید [۲].

$$\mathrm{ImS} = 4\pi a\left(M-\frac{a}{2}\right) \tag{۳}$$

که در آن M جرم سیاه‌چاله و a جرم ذره تابش شده است. احتمال تونل زنی ذرات با تقریب WKB از قرار دادن قسمت موهومی کنش در رابطه زیر بدست می‌آید [۲].

$$\Gamma(a) = e^{-2\mathrm{ImS}} \tag{۴}$$

احتمال تونل زنی برای ذره‌ای به جرم a از سیاه‌چاله‌ای به جرم M به صورت زیر است.

$$\Gamma(a) = e^{-8\pi a\left(M-\frac{a}{2}\right)} \tag{۵}$$

فرایندهای مارکوف

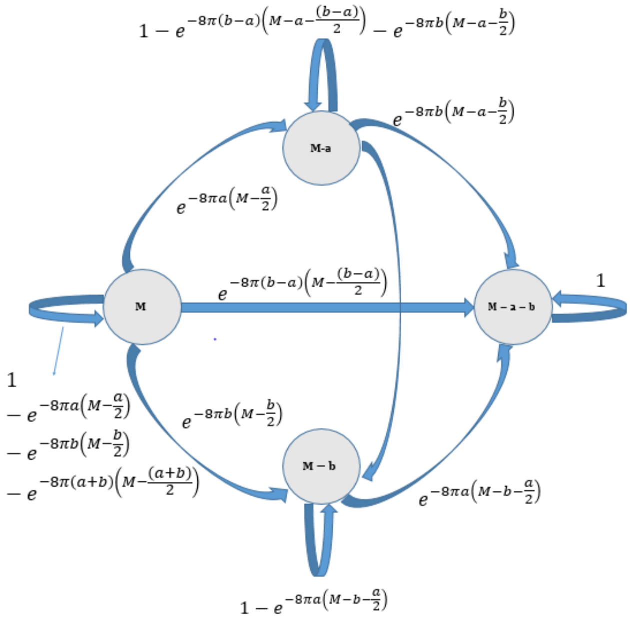
به فرایندی تصادفی که بتوان به طور احتمالاتی حالت آینده آن را از طریق مقادیر فعلی آن محاسبه کرد، فرایند مارکوف می‌گویند. این فرایند از روی نام ریاضیدان روسی به نام آندری مارکوف نامگذاری شده است. در فرایندهای مارکوف حالت فعلی سیستم فقط به یک حالت قبل از خودش بستگی دارد. تمام احتمالات ممکن در یک فرایند مارکوف را با کمک ماتریس گذار می‌توانیم محاسبه کنیم. با رسم نمودار برای فرایندهای مارکوف درک بهتری از مسئله پیدا می‌کنیم [۳].

ما در این مقاله با کمک احتمال بدست آمده از روش-پاریخ ویلچک برای یک سیاهچاله شوارتزشیلد به جرم M که دو ذره به جرم a و b تابش می‌کند و به سیاهچاله‌ای با جرم $M-a-b$ تبدیل می‌شود ماتریس گذار می‌نویسیم و به بررسی رابطه جرم ذرات تابش شده با تعداد گام‌های زمانی لازم برای رسیدن سیاهچاله از حالت اولیه به حالت نهایی می‌پردازیم.

فرایند مارکوف برای تبخیر یک سیاهچاله شوارتزشیلد در روش پاریخ-ویلچک

برای نوشتن ماتریس گذرا فرایند مارکوف توصیف کنند تبدیل سیاهچاله‌ای با جرم M به سیاهچاله‌ای با جرم $M-a-b$ چهار حالت را برای این فرایند در نظر می‌گیریم، سیاهچاله با جرم M، سیاهچاله با جرم $M-a$، سیاهچاله‌ای با جرم $M-b$ و حالت نهایی سیاهچاله‌ای با جرم $M-a-b$. سیاهچاله از حالت اولیه با تابش ذرات با جرم a و b و $a+b$ می‌تواند به هر یک از این حالت‌ها برسد. در اینجا با قرار دادن احتمال تابش هر یک از این ذرات به کمک روش پاریخ-ویلچک ماتریس گذرا را می‌نویسیم.

نمودار این فرایند به صورت زیر می‌باشد.



شکل (۱): نمودار فرایند مارکوف تبدیل یک سیاهچاله به جرم M به سیاهچاله با جرم M − a − b.

حال می‌خواهیم ماتریس گذرا این فرایند را بنویسیم. در ماتریس گذرا عناصر هر سطر نشان دهنده احتمال رفتن سیستم از حالت مربوط به آن سطر به حالت‌های دیگر سیستم است [۳]. ما عناصر این ماترس را با کمک احتمال‌های بدست آمده از روش پاریخ–ویلچک می‌نویسیم. چون ماتریس گذرا یک ماتریس تصادفی است بنابراین باید مجموع احتمالات روی هر سطر آن برابر با یک باشد، با توجه به این نکته در هر سطر احتمال ماندن در همان حالت را می‌نویسیم. بنابراین ماتریس گذار را به صورت رابطه (۳) می‌نویسیم که در انتهای مقاله نشان داده شده. در ماتریس گذار درایه p_{11} نشان دهنده احتمال ماندن سیاهچاله در حالتی با جرم M است، درایه p_{12} نشان دهنده احتمال گذار از حالت سیاهچاله با جرم M به سیاهچاله به جرم M − a است، درایه p_{13} نشان دهنده احتمال گذار از حالت سیاهچاله با جرم M به سیاهچاله به جرم M − b است و درایه p_{14} نشان دهنده احتمال گذار از حالت سیاهچاله با جرم M به سیاهچاله به جرم $M-a-b$ است. سایر سطرهای ماتریس گذار به همین روش نوشته شده‌اند.

حالت اولیه‌ای که برای این سیستم در نظر می‌گیریم به صورت زیر است.

$$u_0=\begin{array}{r}M\\M-a\\M-b\\M-a-b\end{array}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}\qquad(۴)$$

که اگر ماتریس گذار n مرتبه بر روی آن عمل کند سیستم را به حالت‌های دیگر می‌برد.

$$u_n=\begin{array}{r}M\\M-a\\M-b\\M-a-b\end{array}\begin{pmatrix}u_{n1}\\u_{n2}\\u_{n3}\\u_{n4}\end{pmatrix}\qquad(۵)$$

اگر ماتریس گذار به تعداد دفعات کافی بر روی حالت اولیه عمل کند آن را به حالت نهایی مورد نظر که همان سیاهچاله‌ای به جرم M − a − b است می‌برد.

حالت نهایی سیستم به صورت زیر است.

$$u_f=\begin{array}{r}M\\M-a\\M-b\\M-a-b\end{array}\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}\qquad(۶)$$

حال با محاسبه تعداد گام‌های زمانی لازم برای رسیدن سیستم از حالت اولیه به حالت نهایی بر حسب جرم ذرات تابش شده که همان a و b هستند به بررسی تعداد گام‌های لازم برای تبخیر سیاهچاله بر حسب جرم ذرات تابش شده می‌پردازیم. برای به دست آوردن تعداد گام‌های زمانی ابتدا سطر و ستون مربوط به حالت جاذب یا همان حالت نهایی سیستم یعنی احتمالات توصیف کننده مربوط به سیاهچاله در حالتی که جرم آن M − a − b است را از ماتریس گذار حذف می‌کنیم (سطر چهارم و ستون چهارم) و نام این ماتریس جدید را Q می‌گذاریم. با کم کردن این ماتریس Q از ماتریس واحد و معکوس کردن آن ماتریس اساسی مربوط به این فرایند را بدست می‌آوریم [۳].

$$N=(I-Q)^{-1}\qquad(۷)$$

در رابطه (۷) N ماتریس اساسی و I ماتریسه یکه 3×3 است. با کمک ماتریس اساسی می‌توان تعداد گام زمانی رسیدن از هر حالت را به حالت جاذب محاسبه کرد. ما برای این کار یک ویژه حالت راست به نام C را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{۸}$$

برای بدست آوردن تعداد گام‌های زمانی این فرایند مارکوف ویژه حالت راست را در ماتریس اساس ضرب می‌کنیم [۳].

$$t = NC = \begin{array}{r} (M \to M - a - b) \\ (M - a \to M - a - b) \\ (M - b \to M - a - b) \end{array} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} \tag{۹}$$

در این رابطه t_1 تعداد گام زمانی است که سیستم از حالت M به حالت $\mathrm{M - a - b}$ می‌رود، t_2 تعداد گام زمانی است که سیستم از حالت $\mathrm{M - a}$ به حالت $\mathrm{M - a - b}$ می‌رسد و t_3 تعداد گام زمانی است که سیستم از حالت $\mathrm{M - b}$ به حالت $\mathrm{M - a - b}$ می‌رسد. حال برای بدست آوردن حداقل تعداد گام‌های زمانی لازم برای رسیدن از حالت M به حالت $\mathrm{M - a - b}$ با در نظر گرفتن جرم‌های مختلف برای سیاهچاله t_1 را برحسب a و b مینیمم می‌کنیم و رابطه بین آن‌ها را بدست می‌آوریم.

جدول ۱: تعداد گام زمانی فرایند مارکف برای جرم‌های مختلف
$(a + b = 0.005\ , \quad M \to M - 0.005)$

M	50	100	200	500
a	0.001668	0.001668	0.001668	0.00166
b	0.00332	0.00332	0.00332	0.0034
b/a	1.997	1.997	1.997	2
تعداد گام	20	191	12735	3×10^9

با توجه به جدول (۱) متوجه می‌شویم که برای سریعتر رسیدن این سیاهچاله از حالت M به حالت $\mathrm{M - a - b}$ باید جرم ذره b دو برابر جرم ذره a باشد و این موضوع بستگی به جرم سیاهچاله ندارد. از آنجایی که در سیاهچاله شوارتزشیلد هر چه جرم سیاهچاله بیشتر می‌شود دمای آن کاهش پیدا می‌کند بنابراین نرخ تابش در سیاهچاله‌های سنگینتر کمتر است. همانگونه در جدول شماره یک مشاهده می‌کنیم تعداد گام زمانی لازم برای تابش دو ذره در سیاهچاله‌های سنگینتر بیشتر است بنابراین همانگونه که انتظار می‌رفت مشاهده کردیم که تبخیر در سیاهچاله‌های سنگینتر کندتر صورت می‌گیرد.

نتیجه

ما با کمک فرایند مارکوف نشان دادیم که تبخیر سیاهچاله با تابش دو ذره هنگامی سریعتر رخ می‌دهد که جرم یکی از این دو ذره تابش شده نصف جرم ذره دیگر باشد و این موضوع به جرم سیاهچاله بستگی ندارد. همان طور که انتظار می‌رفت ما با کمک فرایندهای مارکوف نشان دادیم که تبخیر سیاهچاله‌های سنگینتر کند تر از تبخیر سیاهچاله‌های سبکتر است.

$$P = \begin{array}{r} M \\ M-a \\ M-b \\ M-a-b \end{array} \begin{pmatrix} 1 - e^{-8\pi a\left(M-\frac{a}{2}\right)} - e^{-8\pi b\left(M-\frac{b}{2}\right)} - e^{-8\pi(a+b)\left(M-\frac{(a+b)}{2}\right)} & e^{-8\pi a\left(M-\frac{a}{2}\right)} & e^{-8\pi b\left(M-\frac{b}{2}\right)} & e^{-8\pi(a+b)\left(M-\frac{(a+b)}{2}\right)} \\ 0 & 1 - e^{-8\pi(b-a)\left(M-a-\frac{(b-a)}{2}\right)} - e^{-8\pi b\left(M-a-\frac{b}{2}\right)} & e^{-8\pi(b-a)\left(M-a-\frac{(b-a)}{2}\right)} & e^{-8\pi b\left(M-a-\frac{b}{2}\right)} \\ 0 & 0 & 1 - e^{-8\pi a\left(M-b-\frac{a}{2}\right)} & e^{-8\pi a\left(M-b-\frac{a}{2}\right)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{۳}$$

منابع

[۱] Hawking, S. W. 1975. Particle creation by black holes. Communications in mathematical physics 43: 199-220

[۲] Parikh, M. K. and F. Wilczek. 2000. Hawking radiation as tunneling. *Physical Review Letters* 85: 5042.

[3] Haken, Hermann. *Synergetics: Introduction and advanced topics*. Springer Science & Business Media, 2013.

حل‌های دقیق سیاه‌چاله در نظریه پیمانه‌ای لورنتس گرانشی

امینی، مرضیه[۱]؛ خدادادی فرد، مهرداد[۱]؛ برزو، احمد[۱و۲]؛ میرزا، بهروز[۱]

[۱]دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶

[۲]دانشکده فیزیک، دانشگاه بیلور، ویکو ۷۳۱۶-۷۶۷۹۸

چکیده

اخیرا نظریه‌ی پیمانه‌ای لورنتس گرانشی به عنوان نامزدی برای یک نظریه گرانش کوانتومی معرفی شده است. برای نشان دادن تطابق این نظریه با مشاهدات تجربی موجود، به دست آوردن حل‌های دقیق مربوط به سیاه‌چاله‌ها حائز اهمیت است. در این مقاله به بررسی برخی از حل‌های متریک سیاه‌چاله‌ها نظیر شوارتس‌شیلد، استوانه‌ای، سیاه‌چاله با افق چنبره‌ای در d بعد و سیاه‌چاله بی‌تی‌زی چرخان در سه بعد اشاره می‌کنیم. نشان داده‌ایم که این فضا-زمان‌ها برای این نظریه حل دقیق می‌باشند.

Exact Solutions of the Black Holes in the Lorentz Gauge Theory of Gravity

Amini, Marzieh [1]; Khodadadi Fard, Mehrdad [1]; Borzou, Ahmad [1,2]; Mirza, Behrouz [1]

[1]Department of physics, Isfahan University of Technology, Isfahan ٨٤١٥٦-٨٣١١١, Iran
[2]Physics Department, Baylor University, Waco, TX ٧٦٧٩٨-٧٣١٦, USA

Abstract

Recently the Lorentz gauge theory of gravity has been introduced as a candidate for a quantum gravity theory. In order to show that this theory is consistent with existing experimental observations, it is important to obtain exact solutions for black holes. In this paper, we will consider some of the metric solutions of black holes such as Schwarzschild, Cylindrical black hole with toroid horizon, all in d-dimensions and rotating BTZ black hole in three dimensions. We have shown that these space-times are exact solutions for this theory.

مقدمه

نظریه نسبیت عام که در سال ۱۹۱۵ توسط آلبرت انشتین ارائه شد تا به امروز دستاوردهای فراوانی داشته است و به علت سازگاری با نتایج آزمایشات متعدد توانسته جایگاه محکمی بدست آورد[۱]، [۲]، [۳]. با این وجود برای توصیف انبساط عالم با شتاب مثبت ثابت کیهان شناسی که بیانگر انرژی تاریک است وارد معادلات می‌شود اما مقدار پیش بینی شده برای آن توسط نظریه میدان‌های کوانتومی با مشاهدات همخوانی ندارد. همچنین میدان اینفلیتون که هنوز نظریه میدان‌های کوانتومی توصیف مناسبی برای آن ندارد وارد معادلات می‌شود تا تورم در زمان اولیه کیهان به خوبی توضیح داده شود. علاوه بر اینها نظریه نسبیت عام قابلیت کوانتومی شدن و بازبهنجارش را ندارد. این عدم بازبهنجارش از نمودارهای فاینمن مشخص است. از این رو همواره نظریه‌های جدیدی پیشنهاد می‌شود که نقایص گفته شده را نداشته باشد. یکی از این نظریه‌ها، نظریه پیمانه‌ای لورنتس گرانشی است. در نظریه نسبیت عام متریک دینامیک دارد، اما در نظریه پیمانه‌ای لورنتس هموستارها متغیرهای دینامیکی‌اند و میدان‌های پیمانه‌ای این نظریه نیز هستند. در نسبیت عام بوزون‌ها اما در نظریه پیمانه‌ای لورنتس گرانشی، فرمیون‌ها

چشمه گرانش هستند. در نظریه پیمانه‌ای لورنتس گرانشی با اینکه بوزون‌ها در قسمت لاگرانژی مادی سهمی ندارند و گرانش تولید نمی‌کنند، اما فضای خمیده در حرکت بوزون ها مطابق معمول اثر می‌گذارد.

در نظریه پیمانه‌ای لورنتس گرانشی با استفاده از تتردها و تغییر نحوه وردش‌گیری دینامیک بودن را از متریک گرفته و میدان پیمانه‌ای این نظریه که هموستار اسپین نامیده می‌شود دینامیکی است. همچنین برای توصیف انبساط عالم نیازی به معرفی ثابت کیهان شناسی نیست [۴].

در این مقاله به مطالعه سیاهچاله‌های چرخان می‌پردازیم. بررسی این سیاهچاله‌ها از این نظر حائز اهمیت است که برای توضیح بعضی آزمایش‌های تجربی نظیر انحراف اسپین ژیروسکوپ نیاز به دانستن حل دقیق متریک سیاهچاله‌های چرخان داریم. همچنین منابع گرانشی چرخان به وسیله متریک کر توصیف می‌شود. به علاوه نشان می‌دهیم متریک سیاه‌چاله استوانه‌ای در فضا–زمان d بعدی حل دقیق نظریه است. همچنین فضا–زمان شوارتس‌شیلد را به دلیل اهمیتی که در مطالعه میدان‌های ضعیف و آزمایشات مربوط به منظومه شمسی دارد، بررسی کردیم و نشان می‌دهیم که این فضا–زمان در چهار بعد و همچنین در ابعاد بالاتر حل دقیق این نظریه است.

در نظریه پیمانه‌ای لورنتس گرانشی برای بدست آوردن حل‌هایی دقیق سیاهچاله‌ها می‌بایست معادله زیرا حل کنیم

$$D^{\nu}F_{\mu\nu ij}=0 \qquad (۱)$$

که در آن تعریف مشتق هموردا این نظریه، $D_{\mu}=(\partial_{\mu}-gS^{ij}A_{ij\mu})$ ، g ثابت جفت‌شدگی این نظریه و همچنین مولد گروه لورنتس همگن (S^{ij}) از جابجاگر ماتریس‌های دیراک، به این صورت بدست می‌آید:

$$S^{ij}=\frac{1}{4}\left[\gamma^{i},\gamma^{j}\right].$$

$F_{\mu\nu ij}$ تانسور شدت این نظریه بصورت زیر می‌باشد

$$F_{\mu\nu ij}=\partial_{\nu}A_{ij\mu}-\partial_{\mu}A_{ij\nu}+A_{i}{}^{m}{}_{\mu}A_{mj\nu}-A_{i}{}^{m}{}_{\nu}A_{mj\mu}. \qquad (۲)$$

هموستار اسپین این نظریه را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$A_{ij\mu}=e_{j}{}^{\nu}\,\partial_{\mu}e_{i\nu}-\Gamma^{\alpha}{}_{\mu\nu}e_{i\alpha}e_{j}{}^{\nu}. \qquad (۳)$$

نماد کریستوفل بصورت زیر می‌باشد

$$\Gamma^{\rho}{}_{\mu\nu}=\frac{1}{2}g^{\rho\alpha}\left(\partial_{\nu}g_{\mu\alpha}+\partial_{\mu}g_{\nu\alpha}-\partial_{\alpha}g_{\mu\nu}\right). \qquad (۴)$$

با داشتن ترد متریک اینگونه بدست می آید

$$g_{\mu\nu}=\eta^{ij}e_{i\mu}e_{j\nu}. \qquad (۵)$$

حال با داشتن این کمیت‌ها می توانیم متریک فضا–زمان را محاسبه کنیم.

بررسی حل سیاه‌چاله استوانه‌ای

متریک استوانه‌ای در سال ۱۹۴۹ میلادی توسط کورت گودل از معادله اینشتین به دست آمد. به دلیل طولانی بودن روابط در d بعد، این حل دقیق را در ۴ بعد بررسی می‌کنیم [۵]، [۶] .

ترد در چهار بعد

$$e_{i\mu}=\begin{bmatrix}-\sqrt{a(r)}\epsilon & 0 & 0 & b\sqrt{a(r)}\\ 0 & \frac{1}{\sqrt{a(r)}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & r & 0\\ -br & 0 & 0 & \epsilon r\end{bmatrix}$$

که

$$\epsilon=\sqrt{1+\frac{b^{2}}{L^{2}}}$$

و طول ای‌دی‌اس (Ads) را برابر با یک (L=۱) می گیریم و b پارامتر چرخش است.

و با استفاده از رابطه (۵) المان طول در فضا–زمان استوانه‌ای می‌شود

$$ds^{2}=-a(r)(\epsilon dt-bd\phi)^{2}+\frac{dr^{2}}{a(r)}+r^{2}(bdt-\epsilon d\phi)^{2}+r^{2}dz^{2}. \qquad (۶)$$

با محاسبه مولفه‌های کریستوفل از رابطه (۴) داریم

$$\Gamma^{0}{}_{01}=\frac{-b^{2}}{r}+\frac{\epsilon^{2}}{2a(r)}a'(r),\ \Gamma^{1}{}_{11}=\frac{-a'(r)}{2a(r)},$$

$$\Gamma^{1}{}_{00}=\frac{1}{2}a(r)(-2b^{2}r+\epsilon^{2}a'(r)),\ \Gamma^{1}{}_{22}=-ra(r),$$

$$\Gamma^{1}{}_{30}=\frac{1}{2}b\epsilon a(r)(2r-a'(r)),\ \Gamma^{2}{}_{12}=\frac{1}{r},$$

$$\Gamma^{1}{}_{33}=\frac{1}{2}a(r)(-2\epsilon^{2}r+b^{2}a'(r)),$$

$$\Gamma^{0}{}_{13}=-b\epsilon\left(\frac{-2a(r)+ra'(r)}{2ra(r)}\right),$$

$$\Gamma^{3}{}_{10}=b\epsilon\left(\frac{-2a(r)+ra'(r)}{2ra(r)}\right),\ \Gamma^{3}{}_{13}=\frac{\epsilon^{2}}{r}-\frac{b^{2}a'(r)}{2a(r)}.$$

منظور از مشتق a بقرار زیر است

$$a'(r)=\frac{da(r)}{dr}.$$

مولفه‌های هموستار اسپین را با استفاده از رابطه (۳) می‌توان بدست آورد

$$A_{۰۱۰} = \frac{۱}{۲}\epsilon a'(r), A_{۱۰۳} = \frac{۱}{۲}ba'(r),$$
$$A_{۱۲۲} = \sqrt{a(r)}, A_{۱۳۳} = \epsilon\sqrt{a(r)},$$
$$A_{۳۱۰} = b\sqrt{a(r)}.$$

مولفه‌های تانسور شدت را از رابطه (۲) بدست می‌آوریم

$$F_{۱۰۱۰} = \frac{۱}{۲}\epsilon a''(r), F_{۱۰۱۳} = \frac{ba'(r)}{۲\sqrt{a(r)}},$$
$$F_{۱۲۲۱} = \frac{a'(r)}{۲\sqrt{a(r)}}, F_{۱۳۰۱} = \frac{۱}{۲}ba''(r),$$
$$F_{۱۳۳۱} = \frac{\epsilon a'(r)}{۲\sqrt{a(r)}}, F_{۲۰۲۰} = \frac{۱}{۲}\epsilon\sqrt{a(r)}a'(r),$$
$$F_{۲۰۲۳} = ba(r), F_{۲۳۰۲} = \frac{۱}{۲}b\sqrt{a(r)}a'(r),$$
$$F_{۲۳۳۲} = \epsilon a(r), F_{۳۰۳۰} = \frac{۱}{۲}\sqrt{a(r)}a'(r).$$

با حل کردن این معادله (۱) معادلات میدان این نظریه در دستگاه مختصات استوانه‌ای بدست می آید.

$$۲a(r) - r^{۲}a''(r) = ۰,$$
$$۲a'(r) - r(۲a''(r) + ra'''(r)) = ۰.$$

پاسخ معادلات بصورت زیر است.

$$a(r) = r^{۲} - \frac{m}{r}.$$

بنابراین متریک مربوط به معادله (۶)، متریک سیاه چاله استوانه‌ای است.

بررسی حل سیاه‌چاله شوارتس‌شیلد

با داشتن تترد [۷] و رابطه (۵) المان طول در فضا-زمان شوارتس‌شیلد می‌شود

$$ds^{۲} = -a(r)dt^{۲} + \frac{۱}{a(r)}dr^{۲} + r^{۲}d\theta_{۱}{}^{۲} + r^{۲}\sin^{۲}(\theta_{۱}) \\ +r^{۲}\sin^{۲}(\theta_{۱})\sin^{۲}(\theta_{۲})d\theta_{۳} + \cdots \\ +r^{۲}\sin^{۲}(\theta_{۱})\ldots\sin^{۲}(\theta_{d-۳})d\theta^{۲}{}_{d-۲}. \quad (۷)$$

مولفه‌های نماد کریستوفل از رابطه (۴) می‌شود

$$\Gamma^{t}{}_{tr} = \frac{a'(r)}{۲a(r)}, \Gamma^{r}{}_{tt} = \frac{۱}{۲}a(r)a'(r),$$
$$\Gamma^{r}{}_{rr} = \frac{-a'(r)}{۲a(r)},$$
$$\Gamma^{r}{}_{\theta_n\theta_n} = -ra(r)\prod_{i=۱}^{i<n}\sin^{۲}\theta_i, \Gamma^{\theta_n}{}_{r\theta_n = \frac{۱}{r}},$$
$$\Gamma^{\theta_m}{}_{\theta_n\theta_n} = -\cos\theta_m\sin\theta_m\prod_{m'=m+۱}^{m'<n}\sin^{۲}\theta_{m'},$$
$$\Gamma^{\theta_m}{}_{\theta_n\theta_m} = \cot\theta_m .$$

مولفه‌های هموستار اسپین با استفاده از رابطه (۳) به صورت زیر بدست می‌آید

$$A_{rtt} = \frac{a'(r)}{۲}, A_{r\theta_n\theta_n} = \sqrt{a(r)}\prod_{i=۱}^{i<n}\sin\theta_i,$$
$$A_{\theta_m\theta_n\theta_n} = \cos\theta_m\prod_{m\prime=m+۱}^{m\prime<n}\sin\theta_{m'},$$

همچنین مولفه‌های تانسور شدت نیز با استفاده از رابطه (۲) محاسبه می‌شود

$$F_{trtr} = \frac{-۱}{۲}a''(r),$$
$$F_{t\theta_n t\theta_n} = \frac{-۱}{۲}\sqrt{a(r)}a'(r)\prod_{i=۱}^{i<n}\sin\theta_i,$$
$$F_{r\theta_n r\theta_n} = \frac{-a'(r)}{۲\sqrt{a(r)}}\prod_{i=۱}^{i<n}\sin\theta_i,$$
$$F_{\theta_m\theta_n\theta_m\theta_n} = (۱ - a(r))\prod_{m}^{m<n}\sin\theta_{m'}\prod_{i=۱}^{i<n}\sin^{۲}\theta_i.$$

در همه‌ی مولفه‌های نماد کریستوفل‌ها، هموستارهای اسپین و تانسورهای شدت میدان اعداد n و m در روابط زیر صدق می‌کنند

$$۱ \leqslant n \leqslant d - ۲, ۱ \leqslant m \leqslant d - ۳, m < n.$$

به این ترتیب معادله (۱) بصورت زیرمی‌شود

$$(d-۲)a'(r) - r((d-۲)a''(r) + ra'''(r)) = ۰,$$
$$\frac{۲(d-۳)}{r^{۲}} - \frac{۲(d-۳)}{r^{۲}}a(r) + \frac{(d-۴)}{r}a'(r) + a''(r) = ۰.$$

و پاسخ این معادلات به صورت زیر است

$$a(r) = ۱ - \frac{۲GM}{(d-۳)r^{(d-۳)}} + \frac{۱}{۲}r^{۲}.$$

جمله سوم مربوط به فضای ای‌دی‌اس (Ads) است.

با داشتن این پاسخ متریک شوارتس‌شیلد بدست می‌آید.

بررسی حل سیاه‌چاله با افق چنبره ای

با در نظر گرفتن تترد در d بعد

$$e_{i\mu} = \begin{bmatrix} -\sqrt{a(r)} & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & \frac{۱}{\sqrt{a(r)}} & ۰ & ۰ & ۰ \\ \vdots & \vdots & r & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & r \end{bmatrix}$$

و بدست آوردن متریک از رابطه (۵) و محاسبه نماد کریستوفل از رابطه (۴) و هموستار اسپین از رابطه (۳) و تانسور شدت از رابطه(۲) می‌توان معادلات میدان از رابطه (۱) بصورت زیر بدست می‌آید

$$\frac{-(d-۲)}{۲\,r^{۲}}a'(r)+\frac{(d-۲)}{۲\,r}a''(r)+\frac{۱}{۲}a'''(r)=۰,$$

$$\frac{۲(d-۳)a(r)-(d-۴)ra'(r)-r^{۲}a''(r)}{۲r^{۴}}=۰.$$

پس از حل معادلات $a(r)$ می‌شود

$$a(r)=r^{۲}-\frac{m}{r^{(d-۳)}}.$$

با جایگذاری مقدار $a(r)$، متریک سیاه‌چاله چنبره‌ای بدست می‌آید.

بررسی حل سیاه‌چاله بی‌تی‌زی چرخان

با داشتن ترد

$$e_{i\mu}=\begin{bmatrix}-\sqrt{a(r)} & ۰ & ۰\\ ۰ & \frac{۱}{\sqrt{a(r)}} & ۰\\ -\frac{J}{۲r} & ۰ & r\end{bmatrix}$$

و بدست آوردن متریک از رابطه (۵) و محاسبه نماد کریستوفل از رابطه (۴) و مولفه‌های هموستار اسپین از رابطه (۳) بشکل زیر بدست می‌آید

$$A_{۰۱۰}=\frac{۱}{۴}\left(\frac{J^{۲}}{r^{۳}}+۲a'(r)\right),A_{۱۰۲}=\frac{J}{۲r},$$

$$A_{۲۰۱}=\frac{J}{۲r^{۲}\sqrt{a(r)}},A_{۱۲۲}=\sqrt{a(r)}.$$

J تکانه زاویه‌ای سیاه‌چاله است.

بعد از محاسبه تانسور شدت از رابطه (۲)، معادلات میدان از رابطه (۱) بصورت زیر بدست می‌آید

$$\frac{۴J^{۲}-r^{۳}a'(r)+r^{۴}a''(r)+r^{۵}a'''(r)}{۲r^{۵}}=۰,$$

$$(J^{۲}+۴r^{۲}a(r))\frac{(۲J^{۲}+r^{۳}a'(r)-r^{۴}a''(r))}{۸r^{۸}\sqrt{a(r)}}=۰.$$

پاسخ معادلات می‌شود

$$a(r)=r^{۲}-m+\left(\frac{J}{۲\,r}\right)^{۲}.$$

تمامی پاسخ‌های معادلات نشان از سازگاری نظریه دارد.

نتیجه گیری

در نظریه پیمانه‌ای لورنتس گرانشی هموستارهای اسپین نقش ایجاد میدان گرانشی را دارند. در این نظریه فرمیون‌ها بعنوان چشمه در نظر گرفته می‌شوند. در این مقاله ما نشان داده شد که متریک سیاه چاله‌های استوانه‌ای، سیاه‌چاله با افق چنبره‌ای و شوارتس‌شیلد در d بعد و متریک بی‌تی‌زد چرخان حل‌های دقیق در این نظریه هستند. بواسطه حل بودن متریک شوارتس‌شیلد این نظریه با تمام آزمایش‌های تجربی در منظومه شمسی سازگاری دارد.

مرجع ها

[۱] T.Johannsen; *"Testing General Relativity in the Strong-Field Regime with Observations of Black Holee in the Electromagnetic Spectrum"*; The University of Arizona.

[۲] C.Bambi; *"Testing the Kerr black hole hypothesis using X-ray reflection spectroscopy"*; Fundan University (۲۰۱۷)

[۳] L.Ryder; *"Introduction* to General Relativity*"*; Cambridge University Press (۲۰۰۹)

[۴] A.Borzou; *"A Lorentz Gauge Theory Of Gravity"*; Class. Quantum Grav. ۳۳(۲۰۱۶) ۰۲۵۰۰۸ [arXiv:۱۴۱۲,۱۱۹۹]

[۵]M.B.Gaete, L.Guajardo, M.Hassaine; *" A Cardy-like formula for rotating black holes with planar horizon"*; Preprint typeset in JHEP style - HYPER VERSION. (۲۰۱۷). [arXiv :hep-th ۱۷۰۲,۰۲۴۱۶]

[۶] A. Awad; *" Higher Dimensional Charged Rotating Solutions in (A)dS Space-times"*; Class.Quant.Grav. ۲۰ (۲۰۰۳) ۲۸۲۷-۲۸۳۴. [arXiv:hep-th /۰۲۰۹۲۳۸]

[۷] O. Aursj; *"Microscopic Black Holes and Extra Dimensions"*; (۲۰۰۵)

پست الکترونیکی:

marzieh.amini@ph.iut.ac.ir
mehrdad.khodadadi@ph.iut.ac.ir
ahmad_borzou@baylor.edu
b.mirza@cc.iut.ac.ir

بررسی تحلیلی وعددی ابررسانای هولوگرافیک در ابعاد بالا با الکترودینامیک غیرخطی لگاریتمی

هاشمی اصل، دعا ؛ شیخی، احمد؛ ده‌یادگاری، امین

بخش فیزیک و رصد خانه ابوریحان بیرونی، دانشگده علوم ، دانشگاه شیراز

چکیده

در این مقاله با استفاده از رهیافت ابررسانای هولوگرافیک به بررسی ویژگی های این ابررسانا در ابعاد بالا پرداخته می‌شود. از جمله ویژگی‌های مهم ابررساناها، دمای بحرانی T_c و فرکانس گاف ω_g هستند. چگونگی تغییر این ویژگی‌ها با تغییر پارامتر غیرخطی الکترودینامیک لگاریتمی و اثر تغییر بعد بررسی می‌شود و دیده می‌شود که در هر بعد با افزایش پارامتر غیرخطی دمای بحرانی ابررسانا کاهش پیدا می‌کند، رسانندگی این ابررسانا بررسی می‌شود و مشاهده می شود که با بیشتر شدن پارامتر غیرخطی مقدار فرکانس گاف نیز بیشتر می‌شود.

Analytical and Numerical Study on Holographic Superconductor in Higher Dimensions with Logarithmic Nonlinear Electrodynamics

Hashemi Asl, Doa ; Sheykhi, Ahmad; Dehyadegari, Amin

Physics Department and Biruni Observatory, College of Sciences, Shiraz University

Abstract

In this paper the behavior of the holographic superconductor in the presence of Logarithmic nonlinear electrodynamics in higher dimensions is studied. The most important properties of this system, are the critical temperature and the frequency gap. It is seen that the critical temperature of the holographic superconductor decreases by increasing the nonlinear parameter. The conductivity of the holographic superconductor is studied and the frequencies of the gap are obtained. It is observed that the frequency gap increases by increasing the nonlinear parameter and the dimension of the system.

PACS No.

مقدمه

پدیده ابررسانایی یکی از زمینه‌های قابل توجه در فیزیک ماده چگال است. مواد ابررسانا به ازای دماهای پایین‌تر از یک دمای بحرانی دارای رسانندگی بینهایت هستند. برای توجیه پدیده‌ی ابررسانایی، نظریه میکروسکوپیکی *BCS* یکی از موفق‌ترین نظریه‌های مطرح شده است. اما یکی از مسائل حل نشده در فیزیک ماده چگال، ابررساناهای دمای بالا هستند. به عبارتی هم‌اکنون ابررساناهایی وجود دارند که دمای بحرانی آن‌ها بالاتر از مقدار پیش‌بینی شده توسط نظریه‌های مطرح شده می‌باشد. با به کار بردن تناظر *AdS/CFT* نشان داده شد که بسیاری از معادلات و پارامترها برای ابررسانا که پیش از این تنها در قلمرو فیزیک ماده چگال بررسی می‌شدند، با استفاده از این رهیافت جدید که ابررسانا هولوگرافیک نامیده می شود، بدست می‌آیند[1]. این رهیافت با برقراری ارتباط بین پارامترهای فیزیک ماده چگال و یک نظریه گرانشی به بررسی ویژگی‌های ابررسانا می‌پردازد. تاکنون پژوهش‌هایی با استفاده از این رهیافت با در نظرگرفتن الکترودینامیک ماکسولی به عنوان الکترودینامیک حاکم بر مسئله صورت گرفته [2]، هم چنین با در نظر گرفتن الکترودینامیک‌های غیرخطی مانند بورن فیلد، لگاریتمی و نمایی به بررسی اثر پارامتر غیرخطی بر دمای بحرانی و فرکانس گاف ابررسانا پرداخته شده[3,4]. در این مقاله به بررسی رفتار ابررسانای هولوگرافیک در ابعاد *4* و بالاتر پرداخته می‌شود و به عبارتی اثر بعد روی کمیت های ابررسانا قابل مشاهده است. همچنین با در نظر گرفتن الکترودینامیک حاکم به صورت الکترودینامیک غیرخطی لگاریتمی، مشاهده می‌شود که هرچه که پارامتر غیرخطی لگاریتمی بیشتر

شود، آنگاه دمای بحرانی کاهش می‌یابد و فرکانس مربوط به گاف ابررسانا بیشتر می‌شود.

ابررسانای هولوگرافیک در ابعاد بالا در حضور الکترودینامیک لگاریتمی

نقطه شروع، نوشتن کنش برای توصیف یک فضای گرانشی است که بنابر تناظر AdS/CFT می تواند با یک ابررسانا روی مرز فضای گرانشی معادل باشد. این کنش با در نظر گرفتن الکترودینامیک لگاریتمی به صورت زیر است،

$$S=\int d^d x\sqrt{-g}[\mathcal{R}-2\Lambda+\mathcal{L}_m] \,, \tag{1}$$

که در آن،

$$\mathcal{L}_m=-\frac{1}{b}\ln\left(1+\frac{b\mathcal{F}}{4}\right)-|\nabla\psi-iqA\psi|^2-m^2|\psi|^2, \tag{2}$$

$\mathcal{R}$ اسکالر ریچی، $\Lambda=\frac{-(d-1)(d-2)}{2L^2}$ ثابت کیهان‌شناسی، L طول فضای AdS، d بعد فضا-زمان، $\mathcal{F}=\mathcal{F}^{\mu\nu}\mathcal{F}_{\mu\nu}$ و $\mathcal{F}_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$ تانسور الکترومغناطیسی است که A میدان پیمانه است. b پارامتر غیرخطی الکترودینامیک لگاریتمی و ψ میدان اسکالر با جرم m و بار q است. متریک فضای پس زمینه به صورت متریک شواتزشیلد-پاددوسیته در نظر گرفته می‌شود،

$$ds^2=-f(r)dt^2+\frac{1}{f(r)}dr^2+r^2h_{ij}dx^i dx^j \,, \tag{3}$$

h_{ij} المان خطی یک فضای $(d\text{-}2)$ بعدی است و $f(r)$ به شکل $f(r)=\frac{r^2}{L^2}-\frac{1}{r^{d-3}}\left(\frac{r_+^{d-1}}{L^2}\right)$ می‌باشد، که در آن r_+ شعاع افق رویداد است. اولین پارامتر مهم در ابررسانا دمای گذار فاز از فاز نرمال به فاز ابررسانایی است که دمای بحرانی گفته می‌شود. معادل گرانشی این کمیت دمای سیاهچاله است که به صورت $T_H=\frac{f'(r)}{4\pi}=\frac{(d-1)r_+}{4\pi L^2}$ تعریف می‌شود. به منظور بررسی فضای گرانشی مورد نظر بدون از دست دادن کلیت مسئله، میدان پیمانه و اسکالر به صورت زیر فرض شده،

$$A_\mu=\varphi(r)dt \,, \quad \psi=\psi(r) \,. \tag{4}$$

با وردش گیری از کنش نسبت به این دو میدان معادلات میدان به صورت زیر خواهند بود،

$$(2+b\varphi'^2)\varphi''(r)+\frac{d-2}{r}(2-b\varphi'^2)\varphi'(r) -\frac{q^2\varphi(r)}{f(r)}\psi^2(r)(2-b\varphi'^2)^2=0 \,, \tag{5}$$

$$\psi''(r)+\left(\frac{f'(r)}{f(r)}+\frac{d-2}{r}\right)\psi'(r) +\left(\frac{q^2\varphi^2(r)}{f^2(r)}-\frac{m^2}{f(r)}\right)\psi(r)=0 \,. \tag{6}$$

برای حل این معادلات نیاز است رفتار مجانبی آنها شناخته شود، که در $r=r_+$ به شکل

$$\varphi(r_+)=0 \,, \quad \psi(r_+)=\frac{f'(r_+)\psi'(r_+)}{m^2}. \tag{7}$$

و برای $r\to\infty$ به شکل زیر است ،

$$\varphi(r)=\mu-\frac{\rho}{r^{d-3}} \quad , \quad \psi(r)=\frac{\psi_-}{r^{\Delta_-}}+\frac{\psi_+}{r^{\Delta_+}}, \tag{8}$$

که در آن $\Delta_\pm=\frac{(d-1)\pm\sqrt{(d-1)^2+4m^2L^2}}{2}$ و پارامترهای μ و ρ، به ترتیب با پتانسیل شیمیایی و چگالی بار روی مرز متناظر هستند. روی مرز عملگر $\langle O\rangle$ به عنوان پارامتر نظم در نظر گرفته می‌شود که میتواند با هریک از $\psi_\pm$ در حجم معادل باشد. در این مقاله $\psi_-=0$ فرض شده و $\langle O\rangle$ با ψ_+ معادل است.

دمای بحرانی

در این قسمت با استفاده از معادلات میدان، رابطه‌ای بین دمای بحرانی T_c و چگالی بار ρ به دست می‌آید. اگر حالتی در نظر گرفته شود که دما بیش از دمای بحرانی است در این صورت چگالش صفر می‌شود. و بنابراین می‌توان در معادله (5)، $\psi=0$ قرار داد. بعد از حل معادله ساده شده و بدست آوردن رفتار $\varphi(r)$ در نقطه بحرانی، می‌توان از نتیجه‌ی حاصل برای جایگذاری در معادله‌ی میدان ψ استفاده کرد ودر نهایت با استفاده از روش اشتروم-لیوویل، عبارت بدست آمده برای دمای بحرانی ابررسانا به صورت $T_c=\frac{(d-1)}{4\pi}\left(\frac{\rho}{\lambda}\right)^{\frac{1}{d-2}}$ خواهد بود، که در آن λ ویژه مقدار مسئله ویژه مقداری اشتروم-لیوویل است. با جایگذاری مقادیر بدست آمده برای λ رابطه ای بین دمای بحرانی و چگالی بار بدست می‌آید. همچنین با حل عددی معادلات میدان(5) و(6) به روش شوتینگ متد می‌توان دمای بحرانی را برای ابررسانا از این روش نیز محاسبه کرد. نتایج حاصله برای این دما هم به روش تحلیلی و هم به روش عددی در جدول زیر آورده شده است.

b	d=۴		d=۵		d=۶	
	$\frac{T_c}{\rho^{1/2}}\|_A$	$\frac{T_c}{\rho^{1/2}}\|_N$	$\frac{T_c}{\rho^{1/3}}\|_A$	$\frac{T_c}{\rho^{1/3}}\|_N$	$\frac{T_c}{\rho^{1/4}}\|_A$	$\frac{T_c}{\rho^{1/4}}\|_N$
۰	۰/۱۱۷	۰/۱۱۸	۰/۱۹۶	۰/۱۹۸	۰/۲۶۹	۰/۲۷۱
۰/۱	۰/۰۹۹	۰/۱۰۳	۰/۱۵۹	۰/۱۴۵	۰/۲۱۴	۰/۱۶۰
۰/۲	۰/۰۸۶	۰/۰۹۲	۰/۱۳۰	۰/۱۱۳	۰/۱۶۹	۰/۱۰۴
۰/۳	۰/۰۷۶	۰/۰۸۲	۰/۱۰۵	۰/۰۹۰	۰/۱۱۸	۰/۰۶۷

جدول۱: مقادیر بدست آمده برای دمای بحرانی بر حسب چگالی بار در ابعاد مختلف و به ازای مقادیر مختلف از پارامتر غیرخطی. A به معنی نتیجه حاصله از حل تحلیلی به روش اشتروم لیوویل و N نتیجه حاصله از حل عددی به روش شوتینگ متد است.

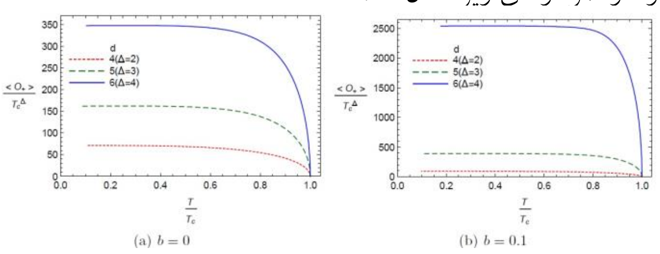
همانطور که دیده می‌شود نتایج حاصله از دو روش با یکدیگر مطابقت دارند. در هر بعد دمای بحرانی با چگالی بار به صورت $\rho^{\frac{1}{d-2}}$ متناسب است، نتیجه مهم دیگر این است که دمای ابررسانا با افزایش پارامتر غیرخطی کاهش میابد.

پارامتر نظم

در قسمت قبل حالتی بررسی شد که سیستم در نقطه‌ی بحرانی قرار داشت، اما اگر در دمایی کمتر از T_c ، در نزدیکی نقطه‌ی بحرانی باشد، یعنی جایی که چگالش دیگر صفر نباشد، در این حالت، بسطی برای رفتار میدان φ بر حسب مقدار آن در دمای بحرانی می‌توان نوشت. با استفاده از این بسط و با انجام محاسبات می‌توان عبارتی برای عملگر چگالش $\langle O_+\rangle$ بدست آورد،

$$\langle O_+\rangle = \beta T_c^{\Delta_+}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (9)$$

که درآن β ضریبی وابسته به بعد و پارامتر غیرخطی است که محاسبه می‌شود. می‌توان نحوه‌ی تغییرات پارامتر نظم برحسب دما را در نمودارهای زیر نشان داد.



شکل۱: مقایسه پارامتر نظم بر حسب دما برای ابعاد و b متفاوت.

نمودارها حاکی از آن هستند که چگالش برای دمای بیشتر از دمای بحرانی صفر و با رسیدن به این نقطه شروع به افزایش میکند. با مقایسه این دو نمودار دیده میشود که با افزایش بعد و همچنین b مقدار چگالش بیشتر خواهد شد.

رسانندگی

در این قسمت به بررسی پدیده‌های انتقالی در ابررسانای هولوگرافیک پرداخته شده است. پدیده‌های انتقالی توصیف کننده‌ی پاسخ سیستم به چشمه‌های خارجی هستند. همان طور که از الکترودینامیک میدانیم چنین چشمه‌هایی را می‌توان با توابع گرین مدل‌سازی کرد. در تناظر AdS/CFT این توابع گرین با درنظر گرفتن پاسخ خطی سیستم به اختلالات ناشی از میدان‌های A_x در داخل حجم محاسبه می‌شود. این اختلال هم ارز با عملگر جریان الکتریکی J^x در نظریه میدان است. به عبارتی با در نظر گرفتن اختلال $\delta A = A_x(r)\,e^{i\omega t}$ در حجم فضای گرانشی می توان جریانی معادل روی مرز و به عبارتی در ابررسانا داشت[2]. پس از اضافه کردن این مولفه از میدان و وردش گیری از کنش نسبت به A_x و تنها با در نظر گرفتن قسمت خطی، معادله میدان بدست آمده به صورت

$$\left(2-b\varphi'^2\right)A_x''(r)+\left[2b\varphi'\varphi''+\left(\frac{d-4}{r}+\frac{f'(r)}{f(r)}\right)(2-b\varphi'^2)\right]A_x'(r)+\frac{\omega^2}{f^2(r)}(2-b\varphi'^2)A_x(r)-\frac{\psi^2}{f(r)}(2-b\varphi'^2)A_x(r)=0\ , \qquad (9)$$

رفتار مجانبی این میدان در $r\to\infty$ برای ابعاد مختلف به صورت زیر بدست می‌آید،

$$A_x=\begin{cases} A^{(0)}+\dfrac{A^{(1)}}{r^{d-3}}+\dfrac{\omega^2A^{(0)}}{2r^2}+\dots, & for\ d=4,6\ ,\\[2mm] A^{(0)}+\dfrac{A^{(1)}}{r^2}+\dfrac{\omega^2A^{(0)}\ln(kr)}{2r^2}+\dots, & for\ d=5\ ,\end{cases} \qquad (10)$$

که در آن $A^{(0)}$ و $A^{(1)}$ ثابت هستند. همچنین k یک ثابت با بعد طول است که برای بی بعد کردن آرگومان لگاریتم در نظر گرفته شده است. بنابر تناظر پیمانه-گرانش جریان روی مرز با استفاده از کنش به صورت زیر بدست می‌آید[5]

$$J_x=\frac{\delta S_{o.s.}}{\delta A^{(0)}}=\frac{\partial(\sqrt{-g}\mathcal{L}_m)}{\partial A_x'}\Big|_{r\to\infty}\ , \qquad (11)$$

در حالتی که $A^{(0)}$ با چشمه در تئوری روی مرز متناظر باشد. وکنش آنشل به شکل

$$S_{o.s}=\int_{r_+}^{\infty}dr\int d^{d-1}x\sqrt{-g}\,\mathcal{L}_m \qquad (12)$$

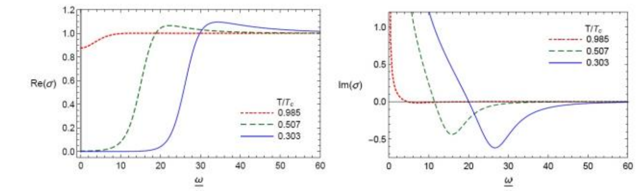
است. با انجام محاسبات از رابطه‌ی (11) نتیجه‌ای که برای جریان J^x ، در ابعاد مختلف حاصل می‌شود به صورت

$$J^x = \begin{cases} (d-3)A^{(1)} & , for \quad d=4,6, \\ 2A^{(1)} - \dfrac{\omega^2 A^{(0)}}{2} & , for \quad d=5 \, . \end{cases} \tag{13}$$

بدست می‌آید. رسانندگی از رابطه $\sigma = \dfrac{J_i}{E_i}$ پیروی می‌کند و با توجه به اینکه $E_x = -\partial_t \delta A_x = i\omega A_x^{(0)}$ بنابراین رابطه‌ی به دست آمده برای رسانندگی در ابعاد مختلف به شکل

$$\sigma = \begin{cases} \dfrac{(d-3)A^{(1)}}{i\omega A^{(0)}} & , for \quad d=4,6, \\ \dfrac{2A^{(1)}}{i\omega A^{(0)}} + \dfrac{i\omega}{2} & , for \quad d=5 \, . \end{cases} \tag{14}$$

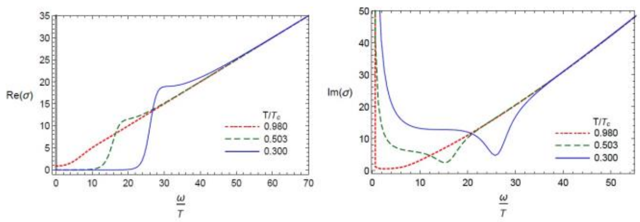
است. قابل ذکر است که جملاتی از کنش که در حد $r \to \infty$ واگرا می‌شوند، با اضافه کردن کانترترم مناسب حذف می‌شوند. اکنون با حل عددی معادله (9) می‌توان اندازه رسانندگی را به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرخطی و برای ابعاد مختلف بدست آورد. نمودارهای حاصل از این محاسبات به صورت رسانندگی بر حسب فرکانس میدان اعمال شده، برای b و دماهای متفاوت رسم شده است.

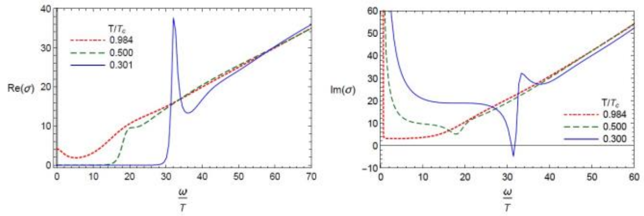


(a) Re(σ) for $d=4$, $b=0$ — (b) Im(σ) for $d=4$, $b=0$

(a) Re(σ) for $d=4$, $b=0.1$ — (b) Im(σ) for $d=4$, $b=0.1$

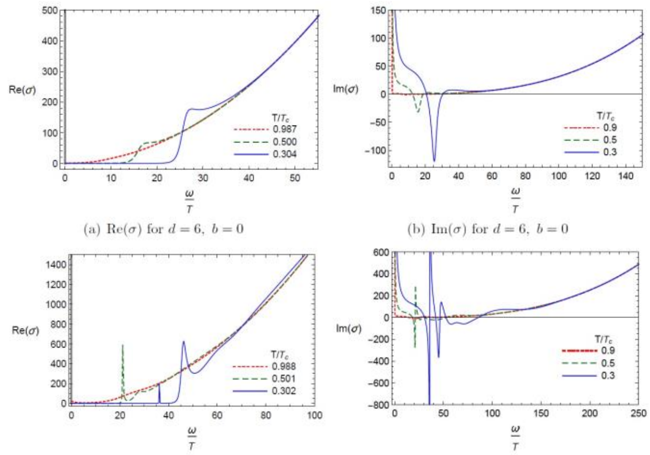
شکل۲: قسمت حقیقی و موهومی رسانندگی برای $d=4$.





(a) Re(σ) for $d=5$, $b=0.1$ — (b) Im(σ)for $d=5$, $b=0.1$

شکل۳: قسمت حقیقی و موهومی رسانندگی برای $d=5$.



(a) Re(σ) for $d=6$, $b=0$ — (b) Im(σ) for $d=6$, $b=0$

(a) Re(σ) for $d=6$, $b=0.1$ — (b) Im(σ) for $d=6$, $b=0.1$

شکل۴: قسمت حقیقی و موهومی رسانندگی برای $d=6$.

همان طور که از مقایسه نمودارها مشاهده می‌شود، فرکانس گاف ابررسانا با افزایش b بیشتر می‌شود.

نتیجه گیری

ویژگی‌های ابررسانای هولوگرافیک با در نظر گرفتن الکترودینامیک لگاریتمی در ابعاد بالا بررسی شد، تاثیر پارامتر غیرخطی الکترودینامیک به این صورت محاسبه شد که با افزایش این پارامتر دمای گذار ابررسانا به فاز ابررسانایی کمتر می‌شود و بنابراین به عبارتی چگالش سخت‌تر اتفاق می‌افتد. نتایج رسانندگی به عنوان تابعی از فرکانس میدان اعمال شده نشان می‌دهد که سیستم به‌ازای مقادیر خاصی از فرکانس این میدان رفتار ابررسانایی از خود نشان می‌دهد و به عبارتی به ازای آن فرکانس خاص، که فرکانس گاف ω_g، نامیده می‌شود یک افزایش ناگهانی در رسانندگی وجود دارد. این فرکانس با افزایش مقدار پارامتر غیرخطی افزایش پیدا کرد.

مرجع‌ها

[1] S. A. Hartnoll, C. P. Herzog, G. T. Horowitz, Class. Phys. Rev. Lett. **101** (2008) 031601.
[2] S. A. Hartnoll, C. P. Herzog, G. T. Horowitz , JHEP **12,** 015 (2008) .
[3] S. Gangopadhay, D. Roychowdhury, JHEP **05,** 156 (2012) .
[4] A. Sheykhi, F. Shaker, Int. J. Mod. Phys. D **26**, 1750050 (2017)
[5] D. Tong, Lecture on holographic conductivity,Presented at Cracow School of Theorical Physics,(2013).

ناهمسانگردی فضازمان در حضور یک سیال کامل

قلی پور فرامرزی، هدی[۱] ؛ غفارنژاد ، حسین[۲]

[۱و۲]دانشکده فیزیک دانشگاه سمنان - سمنان -۳۵۱۳۱-۱۹۱۱۱-ایران

چکیده

با توجه به بررسی های انجام شده در زمینه ی عناصر بجا مانده از ابتدای عالم و توزیع کنونی کهکشان ها و اندازه گیره هایی که در سالهای اخیر توسط ماهواره های ناسا ، پلانک و دبلیو مپ از تابش زمینه ی کیهانی انجام شده است، ردپایی از ناهمسانگردی در عالم، مشاهده شده است. لذا این مقاله ناهمسانگردی عالم را مورد مطالعه قرار می دهد. برای این منظور از کنش اسکالر-بردار-تانسوری برانزدیک استفاده شده که آن را در یک فضای ناهمسانگرد بیانکی و در حضور یک سیال ناهمسانگرد کامل و با روش سیستم های دینامیکی مورد بررسی قرار دادیم. پس از حل معادلات حرکت توانستیم، در بررسی فاز دوسیته ی عالم شکست همسانگردی را در یک بعد به دست آوریم در پاسخ هایی که به دست آمده است، اثر ناهمسانگردی فقط در یک راستا از سه راستای فضا گونه مشاهده می شود .

Space-time anisotropy in the presence of perfect fluid

Gholipour Faramarzi, Hoda[1] ; Ghaffarnejad, Hossein[2]

[1,2] Department of Physics, Semnan University, Semnan,-35131-19111-Iran

Abstract

According to the studies of elements remaining from the beginning of the universe and the distribution of galaxies and clusters and the current measurements by NASA, Planck and Wmap satellite from cosmic microwaves background, there is a footmark of anisotropy in the universe. In this paper we study the anisotropy of the universe. For this purpose,by applying the generalized Brans-Dicke Scalar-vector-Tensor gravity via dynamical system approach to solve Bianchi I cosmological metric equations in the presence of perfect anisotropic fluid . Our solutions present ΛCDM phase of the expanding universe with isotropy breaking in only one spatial direction.

مقدمه

مدل استاندارد کیهان شناسی هنوز بر این اصل تکیه دارد که در بزرگ مقیاس، می توان فضا را همگن و همسانگرد در نظر گرفت. اما لزوماً مجبور به ادامه دادن این راه نیستیم. شواهدی تجربی دال بر ناهمسانگردی عالم ارائه شده. اوایل سال۲۰۰۰ که اندازه گیری های سفینه ی فضایی دبلیو مپ ناسا پیشنهاد کرد که برخی از افت و خیزهای بسیار کوچکی که درطیف دمایی تابش پس زمینه کیهانی CMB وجود دارد [۱۷] ،ناهمسانگردی فضا زمان را نشان می دهد. در سال های اخیر داده های پلانک[۳۶] و دبلیومپ[۳۵] یک راستای مرجع را نشان می دهد که آن را محور اویل می نامند. در حالی است که بعضی از محققان این اتفاق را خطای آماری می دانند و آنرا جدی نمی گیرند. مطالعات تجربی از همسانگردی تابش زمینه ی کیهانی[۳۵و۳۶]، ناهمسانگردی در شتاب عالم [۴۰و۴۱و۴۲و۴۳و۴۴] و ناهمسانگردی آشکاری که درتوزیع کنونی ستارگان و کهکشان ها وجود دارد، ما را ترغیب می کند تا مدل های کیهانی ناهمسانگرد را مطالعه کنیم. ناهمسانگردی کیهانی همچنین در

هم ترازی بردارهای چرخش کهکشان ها[۳۷] و زوایای قطبش کوازارها[۳۸و۳۹] مشاهده شده است. مدل های ناهمسانگرد که به منظور حل و بررسی مسائل کیهانشناسی مورد مطالعه قرار گرفت را میتوان در مقالات [۲۳و۲۶ و۲۵و۲۶و۲۲و۲۰و۱۹و۲۱و۲۲] دنبال کرد. چندی پیش ساده و پونتزن و همکارانشان روش هایی را برای بررسی ناهمسانگردی بکار گرفتند، از جمله اینکه فضا می تواند در سرعت های متفاوت و در طول محورهای مختلف منبسط شود. چنین انبساطی باعث این شد که تابش از برخی جهات به طول موج های بلندتری کشیده شودواین امر یک الگو برای تابش ریز موج کیهانی CMB می باشد. یا اینکه فضا می تواند حول یک محور خاص بچرخد و الگوی مارپیچ را برای CMB به وجود بیاورد. و آخرین مورد اینکه عالم تازه متولد شده می تواند توسط اختلالاتی در فضای خودش که معروف به امواج گرانشی است آشفته شود، بطوریکه همه ی کیهان را در یک جهت میکشد و در جهت عمود بر آن فشرده می کند چنین حرکتی باعث مارپیچ های پیچیده تری در CMB می شود[۳۳و۳۴].

در این مقاله تأثیر چارچوب مرجع مرجع را نیز بررسی نمودیم که برای این کار از میدان های برداری دینامیکی برای توصیف چهار بردار سرعت بهره گرفتیم. دلیل استفاده از چارچوب مرجع مرجع نیز این است که طبق اصل هم ارزی ضعیف که در آن به طور محلی می توان ناظری انتخاب کرد که گرانش حذف شود و لذا به طور محلی ناظر مذکور فضا زمان را مینکوفسکی دریافت می دارد لذا می توان استدلال کرد که نسبیت عام اینشتین ادعا می کند که ناوردایی لورنتسی محلی برقرار است، اما مشکل اصلی نسبیت عام این است که در مقیاس های زیر اتمی که سیستم های فیزیکی در وضعیت انرژی های بالا به سر می برند و در نتیجه فضا زمان از مقیاس پلانک است نسبیت عام نمی تواند فیزیک قابل قبولی را توضیح دهد، همین امر باعث شده است که نظریه مهبانگ حاصل از پیشگویی نسبیت عام اینشتن که در آن انتظار می رود مبدأ انبساط شتابدار عالم از یک نقطه ی فضایی به مقیاس صفر با انرژی بینهایت (معادل با کل تابش و ماده موجود در عالم) آغاز شده باشد دور از انتظار واقعی باشد. زیرا در مقیاس های اتمی و زیر اتمی می دانیم که اصل عدم قطعیت مانع از پذیرش این پیشگویی نسبیت می گردد. از اینرو دانشمندان برای توصیف مبدأ پیدایش انبساط شتابدار عالم به دنبال ابداع نظریه های گرانش کوانتومی شدند. که به طور کلی می توان آنها تحت عنوان نظریه های کوانتومی[۱] بیان کرد،. مدل های فراوانی برای گرانش کوانتومی ارائه شده و هر یک به نوبه خود دارای مشکلات عدیده ای هستند و هر یک به نوعی احتمال شکسته شدن ناوردایی لورنتسی را حتی به طور محلی وقتی که با میدان های کوانتومی اندر کنش می کند را نشان می دهند [۳۲و۱۵] . معمولا به لحاظ نظری نحوه ی شکسته شدن این تقارن لورنتسی را با وارد کردن کنش میدان برداری دینامیکی زمانگونه به کنش معرفی می کنند [۵و۶و۷و۸]. در مقالات [۲۹و۱۵و۸و۱۴و۱۰و۴] هر یک شکست تقارن لورنتسی را بررسی کرده اند.

مدل

کنشی که در این مقاله از آن استفاده نمودیم بصورت زیر می باشد:

$$I_{tot} = I_{BD} + I_N + I_m + I_r \qquad (1)$$

$$I_{BD} = \frac{1}{16\pi}\int dx^4 \sqrt{g}\left\{R\varphi - \frac{\omega}{\varphi} g^{\mu\nu}\nabla_\mu\varphi\nabla_\nu\varphi + U(\varphi)\right\} \qquad (2)$$

این کنش، بدون پتانسیل به کنش اسکالر تانسوری *برانز* دیک معروف است.

$$I_N = \frac{1}{16\pi}\int dx^4 \sqrt{g}\left\{\xi(x^\nu)(g^{\mu\nu}N_\mu\varphi N_\nu + 1) + 2\varphi F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \varphi N_\mu N^\nu(2F^{\mu\lambda}\Omega_{\nu\lambda} + F^{\mu\lambda}F_{\nu\lambda} + \Omega^{\mu\lambda}\Omega_{\nu\lambda} - 2R^\nu_\mu + \frac{2\omega}{\varphi^2}\nabla_\mu\varphi\nabla^\nu\varphi)\right\} \qquad (3)$$

$$, \quad F_{\mu\nu} = 2(\nabla_\mu N_\nu - \nabla_\nu N_\mu)$$

$$\Omega_{\mu\nu} = 2(\nabla_\mu N_\nu + \nabla_\nu N_\mu) \qquad (4)$$

دترواقع چهار بردار دینامیکی چارچوب مرجع مرجع $N_\mu(x^\nu)$ است.

$$I_m = \frac{1}{16\pi}\int dx^4\sqrt{g}L_m \qquad (5)$$

$$I_r = \frac{1}{16\pi}\int dx^4\sqrt{g}L_r \qquad (6)$$

$$T_{\mu\nu} = \frac{۲}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}(L_m+L_r))}{\delta g^{\mu\nu}} \qquad (7)$$

در این روابط(۲) $\xi(x^{۱})$ کنترل می کند که N_μ زمانگونه بماند. کنش (۲) نشان دهنده ی آن است که میدان برداری N_μ به صورت ناکمینه با میدان اسکالر φ جفتیده شده است. در این مقاله از چند فرض استفاده شده است که عبارتند از:۱. $c = ۱$ باشد و ۲. نمادگذاری لورنتزی(+ + + −) در نظر گرفته شده باشد. ۳. برای فضازمان ناهمسانگرد زمینه از متریک بیانکی نوع۱ استفاده شود که به صورت زیر می باشد:

$$ds^{۲} = -dt^{۲} + A^{۲}dx^{۲} + B^{۲}dy^{۲} + C^{۲}dz^{۲} \qquad (8)$$

به طوریکه Aو B و C توابعی فقط بر حسب زمان هستند. φ دارای دیمانسیون $\frac{۱}{L^{۲}}$ میباشد. طبق اصل کمترین کنش پس از اینکه از کنش بالا نسبت به متغیرهایش یعنی $\xi(x^{۱})$ و φ و N^μ و $g^{\mu\nu}$ وردش گرفته و مساوی صفر قرار دادیم شش معادله خواهیم داشت که از وردش نسبت به φ و N^μ هر کدام یک معادله و از وردش نسبت به $g^{\mu\nu}$ چهار معادله حاصل می شود. پس از اینکه دو تا از معادلات را باهم تلفیق کرده بی بعد سازی انجام شد نهایتا پنج معادله دیفرانسیل خواهیم داشت که برای حل دینامیکی مسأله احتیاج است، تا نقاط بحرانی محاسبه شود. برای این منظور نقاط اکسترمم برای حالت دوسیته محاسبه شد سپس ماتریس ژاکوبی را در این نقاط بحرانی به دست آورده و معادله ویژه مقداری را حل کردیم. حل ما شامل چهار ویژه مقدار بوده که منفی بودن ویژه مقدارها نشان دهنده پایداری سیستم خواهد بود. توضیح کامل حل دینامیکی را میتوانید در مقدمه ی مقاله ی [3] که در سال ۲۰۱۶ توسط غفارنژاد و یارایی ارائه شد مطالعه نمایید (در آن مقاله مدل گرانشی اسکالر بردار تانسوری برانزدیکی(VBD)را در حضور یک پتانسیل خود برهمکنشی برانزدیکی و یک سیال کامل بررسی کردند و $\left|\frac{\dot G}{G}\right| < ۳ \times ۱۰^{-۱۱}(yr^{-۱})$را به دست آوردند و همچنین حد $\lim_{\omega\to\infty}\left|\frac{\dot G}{GH_۰}\right| = |۰.۸۲ \pm ٦.۱۸|$ علی رغم کارهای قبلی انجام شده به دست آوردند.) معادله ی بعدی از حل معادله پایستگی انرژی به دست می آید

$$\nabla_\mu T^\mu_\nu = ۰ \qquad (9)$$

با درنظر گرفتن تغییر متغیرهای زیر می توان پارامترها را بدون بعد کرد تا بتوانیم حل دینامیکی معادلات را به درستی انجام دهیم. پارامتر حجم را به صورت $V(t) = \frac{۴\pi}{۳}ABC = \frac{۴\pi}{۳}a^{۳}$ در نظر گرفتیم بطوریکه a فاکتور مقیاس و ویژه زمان $\tau = \ln(\frac{a}{a_i})$ می باشد به این ترتیب پارامتر هابل میانگین عبارتست از:

$$H = \frac{\dot a}{a} = \frac{۱}{۳}\left(\frac{\dot A}{A} + \frac{\dot B}{B} + \frac{\dot C}{C}\right) \qquad (10)$$

$$' = \frac{d}{d\tau} = \frac{۱}{H}\frac{d}{dt} \qquad (11)$$

و اما پارامترهای بی بعد شده عبارتند از:

$$x = \frac{\dot\psi}{H}, \quad \psi = \frac{\dot\varphi}{\varphi} \text{ و } q = \frac{\dot\xi}{\varphi H^{۲}} \text{ و } qy = \frac{۸\pi\rho_m}{\varphi H^{۲}} \text{ و } \quad z = \frac{۸\pi\rho_r}{\varphi H^{۲}}$$

$$m = \frac{V(\varphi)}{\varphi H^{۲}} \qquad (12)$$

$s = \frac{\dot H}{H^{۲}} = \frac{\dot H}{H}$ و $u = \frac{H_x}{H}$ و $v = \frac{H_y}{H}$ و $w = \frac{H_z}{H}$ بطوریکه

$H_x = \frac{\dot A}{A}$ و $H_y = \frac{\dot B}{B}$ و $H_z = \frac{\dot C}{C}$

$$\frac{p_x}{\rho_r} = \alpha \text{ و } \frac{p_y}{\rho_r} = \beta \quad \frac{p_z}{\rho_r} = \gamma \qquad (13)$$

در روابط بالا ρ_r و ρ_m چگالی و $p_{x,y,z}$ فشار در راستاهای x , y, z می باشد.

پس از جایگذاری روابط بالاعبارت زیر را خواهیم داشت:

$$u + v + w = ۳ \qquad (14)$$

در ادامه حل فاز دوسیته را مطالعه خواهیم کرد.

فاز دوسیته

در این فاز که همان فاز خلأ می باشد، $y = z = ۰$ است.و پارامتر هابل باید ثابت باقی بماند و این مطلب به معنای آن است که $s = ۰$ باشد. پس از حل دینامیکی

، چهار نقطه ی بحرانی محاسبه شد که دوتا از آنها قابل قبول تر بوده واز چهار ویژه مقدار حاصله سه مقدار منفی حاصل می شود که به معنای نقطه ای زینی است یعنی نقاط تقریبا پایداری را ناشی می شوند:

جدول۱: ویژگی های نقاط بحرانی در فاز دوسیته. n:شماره ، nature:ویژگی نقطه کهspiral:حلزونی یا مارپیچ و saddle: نقطه ی زینی می باشد.

N	نقاط بحرانی	ویژه مقادیر	Nature
۱	x=49.8177 u=11.3852 v=11.3852 m=-3844.48 ω=0.409468	19.89 -104.37+89.69i -1.5 104.37—89.69i	شبه پایدار (مارپیچی)

۲	x=14.1361 u= -1.20185 v= -1.2018 m= -3844.48 ω=0.409468	1.5 18.52 -1.5 104.37—89.69i	شبه پایدار (مارپیچی)
۳	x= -6.4233 u= 3.87 v=3.874 m= -63.9729 ω= 0.812507	7 -1.5 -4.45 -48.37	نقطه ی زینی
۴	x= -3.42585 u= 5.3835 v=5.3835 m= -30.7154 ω= 3.72425	4.34 -1.5 -21.58 -60.03	نقطه ی زینی

پس از محاسبه ی خطا دیده شد که مورد ۳ و ۴ جوابهای بهتری هستند همانطور که ملاحظه می شود پارامتر هابل در راستای x ,y یکی شده یعنی در این جهات همسانگردی داریم و طبق معادله(۱۴) در مورد۳:

$$w = -٤.٧٤٨ \tag{15}$$

و در مورد۴:

$$w = -٧.٧٦٧ \tag{16}$$

می باشد و این مطلب نشان می دهد که در این مدل در راستای z شاهد ناهمسانگردی می باشیم.

نتیجه گیری

این مقاله رهیافتی دینامیکی از یک مدل اسکالر-بردار-تانسوری است که دریک پس زمینه ی ناهمسانگرد بیانکی نوع اول و با حضور یک سیال ناهمسانگرد مطالعه شده است.پس از اینکه معادلات حرکت را در فاز دوسیته به صورت دینامیکی حل نمودیم نهایتا به دو نقطه ی اکسترمم یا بحرانی رسیدیم که رفتار زینی داشتند ویژگی ای که هر دو این نقاط داشتند این بود که در دو راستای x و y همسانگردی و در راستای z ناهمسانگردی مشاهده شد و این پاسخ می تواند پنجره ای برای کارهای بسیاری باشد. برای گام بعدی علاقمند هستیم تا این مدل گرانشی را در عالم تابش غالب و ماده غالب نیز مورد مطالعه قرار دهیم.

مرجع ها

[1]. T. Jaconson and D. Mattingly,// Phys. Rev.D64, 024028 (2001)
[2]. T. Jacobson, S. Liberti and D. Mattingly,// gr-qc/0303001 (2003).
[3]. D. Mattingly and T. Jacobson// gr-qc/0112012 (2001).
[4]. J. Fernando Barbero G and E duardo J. S. Villasenor,// Phys. Rev.D68, 087501 (2003);grqc/0307066
[5]. H. Ghaffarnejad// Class. Quantum, Grav, 27, 015008 (2010).
[6]. H. Ghaffarnejad,// Gen, Relativ. Gravit, 40, 2229 (2008).
[7]. H.Ghaffarnejad,// Gen. Relativ. Gravit, 27, 2941 (2009).
[8]. Ghaffarnejad, H., and E. Yaraie// arXiv preprint arXiv:1604.06269 (2016).(Will be appeared in General Relativity and gravitational journal)
[9]. J. Fernando Barbero G._ and Eduardo J. S. Villase˜nor // Phys.Rev. D68 (2003) 087501 gr-qc/0307066
[10]. Sean M. Carroll1,3 and Eugene A // Phys.Rev. D70 (2004) 123525 hep-th/0407149 EFI-04-26
[11]. Saha B // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 124006.
[12]. Saha B. Spinor Field with Induced Nonlinearity in Bianchi VI Cosmology // Grav. Cosmol. 2010. V. 16, No. 2. C. 160-167.
[13]. Thorne K. S //Bull. Am. Phys. Soc. 1966. V. 11. P. 340.
[14]. D. MATTINGLY AND T. JACOBSON // gr-qc/0112012
[15]. M.A. Clayton 1, J.W. Moffat // Physics Letters B 460 _1999. 263–270
[16]. John D. Barrow, Richard A. Matzner;// Mon Not R Astron Soc 1977; 181 (4): 719-727. doi: 10.1093/mnras/181.4.719
[17]. Fixsen, D. J.// The Astrophysical Journal. 707 (2): 916–920. arXiv:0911.1955
[18]. Kristian J., Sachs R. K // Astrophys. J. 1966. V. 143.P. 379-399
[19]. Perlmutter S. et al // Nature. 1998. V. 391. P. 51-54.
[20]. Zeldovich Ya. B. Particle Creation in Cosmology // J. Exp. Theor. Phys. Lett. 1970.V. 12. P. 443-447
[21]. Hu B. L. Gravitational Waves in a Bianchi Type-I Universe // Phys. Rev. D. 1978.V. 18, No. 4. P. 969-982.
[22]. Kantowski R., Sachs R. K // J. Math. Phys. 1966. V. 7. P. 443-446.
[23]. Lemaitre G.H. l'Univers en Expansion // Ann. Soc. Sci. Brux. A. 1933. V. 53.P. 51-85.
[24]. Lukas V. N., Starobinskii A. A // J. Exp. Theor. Phys. 1974. V. 66. P. 1515-1527.
[25]. Zeldovich Ya. B // J. Exp. Theor. Phys. 1970.V. 48. P. 986-988.
[26]. Thorne K. S // Astrophys. J. 1967. V. 148, No. 1. P. 51-68.
[27]. Saha B // Central Eur. J.Phys. 2011. V. 9. P. 939-941, DOI: 10.2474/s11534-011-0017-4.
[28]. Saha B // Grav. Cosmol. 2013. V. 19, No.P. 65-69
[29]. Hristu Culetu, Arxiv:/ /0711.0062v3.
[30]. Uzumaki Ashura, Gift Jesubalan // physics.gen-ph. 2017.1604.03786v2.
[31]. V. Alan Kostelecký and Stuart Samuel // Phys. Rev. Lett. 1989. 63, 224 .
[32]. S. Coleman and S. Glawshow, Phys. Rev.D59, 116008 (1999).
[33]. Daniela Saadeh, Stephen M. Feeney, Andrew Pontzen, Hiranya V. Peiris, and Jason D. McEwen // Phys. Rev. Lett. 2016.117, 131302.
[34]. Saadeh, Daniela, et al// Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 462.2 (2016): 1802-1.
[35]. D. N. Spergel, et al. (WMAP Collaboration), Astrophys. J. Suppl. 148, 175 (2003); E. Komatsu et al. (WMAP Collaboration), Astrophys. J. Suppl. 192, 18 (2011); G. F. Hinshaw et al. (WMAP Collaboration), Astrophys. J. Suppl. 208, 19 (2013).
[36]. P. A. R. Ade et al. (Planck Collaboration), A&A 571, A1 (2014); P. A. R. Ade et al. (Planck Collaboration), A&A 571, A16 (2014); N. Aghanim et al. (Planck Collaboration), arXiv:1507.02704.
[37] Zhe Chang, Ming-Hua Li, Xin Li,Hai-Nan Lin a, Sai Wang //astro-ph.GA.2013. 10.1140/epjc/s10052-013-2447-1
[38]. D. Hutsemekers, A&A, 332, 410 (1998)
[39]. C. D. Impey and S. Tapia, THE OPTICAL POLARIZATION PROPERTIES OF QUASARS// The Astrophysical Journal, 354:124-139,1990 May 1.1990
[40]. I. Antoniou and L. Perivolaropoulos,// JCAP 12, 012 (2010)
[41]. R. G. Cai and Z. L. Tou,// JCAP 02, 004 (2012)
[42]. X. Yang, F. Y.Wang and Z. Chu,// MNRAS 437, 1840 (2014)
[43]. Z. Chang and H. N. Lin, MNRAS 446, 2952 (2015)
[44]. C. A. P. Jr. Bengaly,A. Bernui and J. S. Alcaniz,// Astrophys. J. 808, 39 (2015).

تشکیل حباب در دوران تورم کیهانی

رستمی ، طاهره[۱] ؛ فیروزجاهی ، حسن[۱] ؛ کرمی، آسیه[۱]
[۱]پژوهشکده نجوم، پژوهشگاه دانشهای بنیادی، تهران

چکیده

در این تحقیق به بررسی اثرات حباب‌زایی در دوران تورم می‌پردازیم. در ابتدا فرض می‌کنیم ایجاد حباب ناشی از تونل‌زنی یک میدان کمکی از خلا مجازی پتانسیلش به خلا حقیقی است. همچنین حالتی را در نظر می‌گیریم که کره CMB در ابتدا خارج از حباب بوده و بعد به علت گسترش حباب به داخل آن می‌افتد. مدهایی که در طول تورم در زمان برخورد دیواره حباب با کره CMB ، افق را ترک می‌کنند بیشترین تاثیر را می‌پذیرند. حضور حباب تصحیحاتی وابسته به مقیاس و ناهمسانگرد به تابع دو نقطه‌ای اختلالات انحنا وارد می‌کند. با فرض اینکه شعاع کره CMB از اندازه نهایی حباب بسیار کوچکتر باشد به‌طور تقریبی این تصحیحات به دست می‌آوریم. همچنین پایداری مدل را نیز بررسی می‌کنیم.

Bubble nucleation during inflation

Rostami, Tahereh[1] ; Firouzjahi, Hassan[1]; Karami, Asieh[1];

1 School of Astronomy, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM) P. O. Box 19395-5531, Tehran, Iran

Abstract

In this work we study the imprints of bubble nucleation on primordial inflationary perturbations. We assume that in the middle of inflation a spectator field tunnels from the false vacuum of its potential to its true vacuum and a spherical bubble forms. In our setup, as the bubble expands and the observable CMB sphere which is initially outside the bubble falls into the interior of the bubble. When the bubble wall collides with the observable CMB sphere, non-trivial anisotropic and scale dependent corrections are induced in the two point function of the curvature perturbation. We estimate the corrections to the diagonal and non-diagonal elements of the CBM power spectrum in some limits e.g. when the size of the CMB sphere is much smaller than the final size of the bubble at the end of inflation. We also study the stability of this model.

مقدمه

حباب‌زایی نا شی از تونل‌زنی کوانتومی در فضای میدان‌ها که با کار کولمن[۱]و همکارانش [۱-۳] آغاز شد، نقش مهمی در توسعه مدل‌های تورمی داشته است. همچنین کارهای بسیاری با در نظر گرفتن مکانیسم تونل‌زنی کولمن-دلوچیا[۲] [۳]، CL، به عنوان مرحله آغازین تورم کیهانی در مدل‌های تورمی باز صورت گرفته است [٤]. در این مدل‌ها یک جهان اولیه دوسیته وجود دارد که میدان اینفلاتون در آن در خلا کاذب است. در این جهان ناحیه‌ای وجود دارد که ناشی از تونل‌زنی میدان اینفلاتون به خلا دیگری با انرژی پایین‌تر است که در نزدیکی آن، پتانسیل اینفلاتون برای شروع تورم مناسب است. در این مدل‌ها فرض بر این است که جهان قابل مشاهده از این تونل‌زنی به وجود آمده است.

در کار حاضر سناریوی متفاوتی را بررسی می‌کنیم که در آن حباب‌زایی به علت تونل‌زنی یک میدان کمکی (میدان دیگری به غیر از میدان اینفلاتون) صورت می‌گیرد. همچنین فرض می‌کنیم که تونل‌زنی در طی دوران تورم اتفاق می‌افتد و جهان قابل مشاهده نیز لزوما در ابتدای ایجاد حباب داخل آن نبوده است.

---

[۱] Coleman

[۲] Coleman-De Luccia

بررسی اثرات مشاهده‌پذیر تشکیل حباب از واپاشی خلا مجازی در طیف توان تابش ریزموج زمینه کیهانی (CMB)بسیار مورد توجه است. در حقیقت، نشانه‌هایی از انحراف از مقیاس ناوردایی و همگنی طیف توان اولیه همانطور که بعضی مدلهای تورمی پیش بینی می‌کنند در مقیاس افق وجود دارد مانند کاهش توان و عدم تقارن نیم کره‌ها [۵]. همچنین داده‌های پلانک و WMAP وجود عدم تقارن نیم کره‌ای را نشان می‌دهد. با این حال مکانیزم توصیف کننده چنین عدم تقارن نیم کره‌ای مشخص نیست و این که آیا مشاهده چنین اثری ناشی از واریانس کیهانی و داده‌هاست و یا اینکه دلیلی فیزیکی در این مسئله نهفته است هنوز جای سوال دارد. اما اگر داده های دقیق‌تر آینده چنین اثری را پیش بینی کنند باید به دنبال منشأ فیزیکی آن بود.

در آنچه پیش رو است اثرات گرانشی حباب روی نوسانات میدان اینفلاتون و تصحیحات روی طیف توان اختلالات انحنا بررسی می‌کنیم[٦].

شرح مدل

سیستمی با دو میدان، میدان اینفلاتون ϕ و میدان کمکی ψ که جفت شده نیستند را در نظر می‌گیریم. باید توجه داشت که هرچند این دو میدان به طور مستقیم به هم جفت نشده‌اند ولی حضور گرانش سبب می‌شود که غیر مستقیم بر هم اثر بگذارند.

فرض می‌کنیم پتانسیل ψ دارای دو کمینه با شد که اختلاف اندکی با هم دارند و در ابتدا در تمام جهان، ψ در خلا کاذب خود است. همچنین فرض می‌کنیم که ψ میدانی سنگین باشد و اندازه آن با تقریب خوبی به علت اثر میدان اینفلاتون تغییر نکند. ϕ نیز در حال غلتش آرام است. در این حالت جهان شبه دو سیته است که ثابت کیهانشناسی آن مجموع پتانسیل‌های ψ و ϕ است. به این دلیل که ψ در خلا کاذب است می‌تواند از طریق مکانیسم CL به خلا حقیقی تونل‌زنی کند و باعث ایجاد حباب کروی شود. بنابراین داخل حباب نیز شبه دوسیته است که ثابت کیهانشناسی آن اندکی با خارج حباب تفاوت دارد. برای سادگی از اثرات غلتش آرام روی هندسه فضا–زمان صرفنظر می‌کنیم و فرض می‌کنیم داخل و خارج حباب دقیقا دوسیته با دو ثابت کیهانشناسی متفاوت که ناشی از اختلاف انرژی دو خلا میدان ψ است، باشد. همچنین از تقریب دیواره نازک نیز استفاده می‌کنیم. این تقریب بدین معنی است که ناحیه‌ای که ψ مقداری مابین مقدار آن در خلا کاذب و خلا حقیقی دارد بسیار نازک است و می‌توان آن را به صورت رویه سه بعدی در نظر گرفت. در این حالت ساده شده، یک رویه کروی در حال رشد داریم که داخل و خارج آن دو فضای دوسیته متفاوت است.

بعلاوه فرض می‌کنیم که اختلاف بین دو پارامتر هابل در داخل، H_- و در خارج، H_+، کوچک باشد. در این صورت تعریف می‌کنیم $H_+ = H_-(1+\epsilon) = H(1+\epsilon)$ که ϵ پارامتر کوچک بدون بعد است. بنابراین اختلاف بین دو کمینه پتانسیل، ΔV به صورت زیر است

$$\Delta V = 3M_P^2\,(H_+^2 - H_-^2\,) = 6M_P^2\epsilon\, H^2 = 2\epsilon V.$$

چون شکل پتانسیل ψ را تعیین نکرده‌ایم، شعاع اولیه حباب نامشخص است و می توانیم آن را به صورت $R_0 = \beta/H$ بنویسیم که β پارامتری بی بعد است.

از طرفی شعاع اولیه حباب به اختلاف انرژی دو خلا به صورت $R_0 = 3\sigma/\Delta V$ وابسته است که σ تنش سطح رویه است. با استفاده از این رابطه داریم $\sigma = 2\epsilon M_P^2 H_-^2\beta$.

دینامیک حباب

معادله حرکت پوسته را با استفاده از معادلات شرط اتصال [۷] بدست می‌آوریم.

فرض می‌کنیم فضا زمان M به دو ناحیه M+ و M_ تقسیم شده و ابررویه زمان‌گونه Σ مرز بین این دو ناحیه باشد. با استفاده از انحنای خارجی و معادلات اینشتین، شرط اتصال پرش را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$[k_{ij}] = -8\pi\, G(S_{ij} - \frac{1}{2}h_{ij}Tr\, S) \quad (۱.۱)$$

که h_{ij} متریک ابررویه سه بعدی Σ است. در مدل ارایه شده متریک رویه حباب، Σ، فضای خارج، M+، و فضای داخل حباب، M_، برابر هستند با

$$ds^2 = -d\tau^2 + R^2(\tau)(d\theta^2 + sin^2\theta d\varphi^2) \quad (۲.۱)$$

$$ds^2 \;=\; -\,dt_+^2 + a_+^2dr_+^2 + a_+^2r_+^2(d\theta^2 + sin^2\theta d\varphi^2), \quad (۳.۱)$$

$$ds^2 \;=\; -\,dt_-^2 + a_-^2dr_-^2 + a_-^2r_-^2(d\theta^2 + sin^2\theta d\varphi^2), \quad (٤.۱)$$

که $a_{\pm} = \exp(H_{\pm}t_{\pm})$.

از شرط پیوستگی متریک داریم

$$d\tau^2 = dt_+^2 - e^{2H_+t_+}dr_+^2 = dt_-^2 - e^{2H_-t_-}dr_-^2 \; , \quad (۵.۱)$$

$$R^2(\tau) = e^{2H_+t_+}r_+^2 = e^{2H_-t_-}r_-^2 \; . \quad (۶.۱)$$

همچنین تانسور انرژی–ممنتوم روی ابرسطح Σ با تنش σ برابر است با

$$S_{ij} = -\sigma h_{ij} \; , \quad (۷.۱)$$

و بنابراین شرط اتصال پرش را به صورت زیر می‌توان نوشت

$$k_{\theta\theta}^{+} - k_{\theta\theta}^{-} = -4\pi G\sigma R^2 \quad (۸.۱)$$

در انتها معادله حرکت پوسته از رابطه زیر بدست می‌آید

$$\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^2 + 1 = A^2R^2 \quad (۹.۱)$$

که در آن

$$A^2 = \frac{\sigma^2}{16M_P^4} + \frac{H_+^2 + H_-^2}{2} + \frac{M_P^4}{\sigma^2}(H_+^2 + H_-^2)^2.$$

همچنین سرعت حدی حرکت پوسته در داخل و خارج به صورت زیر خواهد بود

$$v_{\pm} = a_{\pm}\frac{dr_{\pm}}{dt_{\pm}} \to \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}} \pm \frac{\beta^4\epsilon}{2(1+\beta^2)^{3/2}}. \quad (۱۰.۱)$$

در بخش بعدی به بررسی تصحیحات ناشی از حضور پوسته با استفاده از فرمالیسم in-in خواهیم پرداخت.

اثرات حباب بر روی اختلالات انحنا

در این بخش به محاسبه طیف توان اختلالات انحنا ناشی از تشکیل حباب می‌پردازیم.

متریک خارج حباب به شکل متریک پیش از تشکیل حباب است درصورتی که متریک داخل حباب با متریک خارج آن تفاوت دارد. برای محاسبه کنش کلی باید متریک داخل را بر حسب متریک خارج از حباب بدست آوریم.

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2H_+t}(dr^2 + r^2d\Omega^2) + \delta g_{\mu\nu}\,\theta\,(t - t_0)\theta(R(t) - r)dx^\mu dx^\nu \; ,$$

(۱۱.۱)

که

$$\delta g_{00} = -2\epsilon$$
$$\delta\, g_{rr} = 2a^2\epsilon(1+\beta^2) \simeq\; 2a^2\epsilon$$
$$\delta g_{\theta\theta} = sin^{-2}\theta\,\delta g_{\phi\phi} \simeq\; 2a^2r^2\epsilon\left(1 - \frac{\beta}{2Hr}\right)$$

(۱۲.۱)

هامیلتونی اندرکنش تا مرتبه اول ϵ و β بصورت زیر است

$$H_I(t) = 2\epsilon\theta(t - t_0)\int_0^{r_W(t)} a^3r^2drd\Omega\,\left[\frac{\delta\dot{\phi}^2}{2}\left(-1 + \frac{\beta}{2Hr}\right) + \frac{(\nabla\delta\phi)^2}{2a^2} - \frac{\beta(\partial_r\delta\phi)^2}{4a^2Hr}\right]$$

(۱۳.۱)

که t_0 لحظه تشکیل حباب و $r_W(t)$ شعاع همراه وابسته به زمان حباب است.

هامیلتونی اندرکنش در فضای فوریه بصورت زیر نوشته می‌شود

$$\begin{aligned}
H_I^{(1)} &= \frac{2\pi}{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|^3}\partial_\eta\delta\phi_{\mathbf{k}}\,\partial_\eta\delta\phi_{\mathbf{q}}\Big[\frac{\beta|\mathbf{k}+\mathbf{q}|}{2H}\big(1 - \cos(|\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W)\big) + |\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W\cos(|\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W - \sin(|\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W)\Big],\\
H_I^{(2)} &= -\frac{\pi kq\beta}{H|\mathbf{k}+\mathbf{q}|^4}\delta\phi_{\mathbf{k}}\delta\phi_{\mathbf{q}}\Big[\,2kq + (k^2+q^2)\cos\alpha + \cos(|\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W)\,(kq + kq\cos^2\alpha + (k^2+q^2)\cos\alpha) - \frac{2\sin(|\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W)}{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W}\left(\frac{3}{2}kq + \frac{1}{2}kq\,cos^2\alpha + (k^2+q^2)\cos\alpha\right)\Big]\,,\\
H_I^{(3)} &= -2\pi kq\frac{\cos\alpha}{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|^3}\delta\phi_{\mathbf{k}}\delta\phi_{\mathbf{q}}\big[\sin(|\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W) - |\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W\cos(|\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_W)\big],
\end{aligned}$$

(۱۴.۱)

که α زاویه بین $\mathbf{k}$ و $\mathbf{q}$ است.

برای به دست آوردن طیف توان از تابع موج میدان نرده‌ای استفاده می‌کنیم

$$\phi_{\mathbf{k}} = \frac{H}{\sqrt{2k^3}}(1 + ik\eta)e^{-ik\eta}.$$

(۱۵.۱)

در این رابطه η زمان کانفرمال است. برای انجام محاسبات اختلالی به روش in-in با توجه به رابطه (۱۴.۱) انجام آن به‌صورت تحلیلی بسیار پیچیده است. بنابراین انتگرال‌ها را در حدودی که بتوان بصورت تحلیلی محاسبه کرد و از لحاظ فیزیکی جالب‌تر هستند بررسی می‌کنیم.

در حد $\mathbf{k}+\mathbf{q} \to 0$ سهم این تصحیحات در طیف توان بصورت زیر خواهد بود

$$\lim_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\to 0} \Delta\langle \delta\phi_{\mathbf{k}}\delta\phi_{\mathbf{q}}\rangle = -\frac{2\pi\epsilon H^2 r_f^3}{3k^3}\left(2+\frac{7}{k^2 r_f^2}\right), \qquad (۱۶.۱)$$

r_f شعاع همراه نهایی حباب است.

حالت فیزیکی دیگری که جالب توجه است حالتی است که اندازه کره CMB از اندازه نهایی حباب بسیار کوچکتر باشد. در این صورت مشاهده‌گر CMB مدهای کوچکی با شرط $|\mathbf{k}+\mathbf{q}|r_f \gg 1$ اندازه گیری می‌کند. در این حد بخش نوسانی طیف توان به صورت

$$\Delta\langle \delta\phi_{\mathbf{k}}\delta\phi_{\mathbf{q}}\rangle^{\mathrm{osc}} = -2\pi\epsilon\frac{H^2 r_f \sin^2\alpha}{kqK^4} cos(Kr_f) \times [\, K \ln(\frac{K+k+q}{K-k-q}) + \frac{2(k+q)(k^2+q^2+kq-K^2)}{K^2-(k+q)^2}] \qquad (۱۷.۱)$$

و بخش غیر نوسانی آن به صورت

$$\Delta\langle \delta\phi_{\mathbf{k}}\delta\phi_{\mathbf{q}}\rangle^{\mathrm{non-osc}} = -\frac{4\pi\epsilon r_f H^2}{K^2(k+q)kq} + \frac{4\pi\epsilon r_f H^2}{k^2q^2K^4(k+q)}(k^2\cos\alpha + q^2\cos\alpha + 2kq)(k^2+q^2+kq) \qquad (۱۸.۱)$$

است. همانطور که از رابطه بالا مشاهده می‌شود، این تصحیحات ناهمسانگرد و وابسته به مقیاس هستند.

بررسی پایداری مدل

در ادامه به بررسی پایداری مدل می‌پردازیم. بدین منظور اختلالات فضا زمان را مد نظر قرار می‌دهیم. از آنجا که در حضور حباب فضازمان را به دو قسمت مجزا تقسیم شده، بررسی این اختلالات پیچیده می‌باشد. بطور معادل اختلالات نرده‌ای فضازمان را می‌توان با اختلالات یک میدان نرده‌ای در کل فضازمان بررسی کرد.

برای اختلالات میدان نرده‌ای بر روی پوسته شرایط مرزی بصورت زیر است

$$\varphi_-(x_-^\mu)|_\Sigma = \varphi_+(x_+^\mu)|_\Sigma \,, \qquad (۱۹.۱)$$

و

$$\{n_+^\mu\partial_\mu\varphi_+(x_+^\mu) - n_-^\mu\partial_\mu\varphi_-(x_-^\mu)\}|_\Sigma = 0, \qquad (۲۰.۱)$$

که n^μ بردار نرمال ابررویه Σ است. از روی این شرایط مرزی بدست می‌آوریم

$$\varphi|_{\{\Sigma\}} = cte. \qquad (۲۱.۱)$$

تابع موج میدان نرده‌ای را با توجه به این شرط مرزی می‌توان در کل فضا زمان بدست آورد و پایداری آن را مطالعه نمود. این بررسی‌ها در حال انجام است.

نتیجه گیری

در این مطالعه اثرات حباب که از واپاشی خلا مجازی به خلا حقیقی صورت گرفته را در طیف توان اختلالات انحنا مورد بررسی قرار دادیم. موضوع واپاشی خلا و تونل‌زنی در فضای میدان بصورت گسترده‌ای مورد بررسی قرار گرفته بنابراین بررسی اثرات مشاهده-پذیر تشکیل حباب از واپاشی خلا مجازی بسیار مورد توجه است. تشکیل حباب ناوردایی انتقال را می‌شکند در صورتیکه فضا زمان همچنان همسانگرد باقی می‌ماند. همچنین، با رشد حباب در خلا مجازی نواحی بیشتری داخل حباب می‌شوند. مشاهده گر در انتهای تورم برای مدهای خاصی که افق را در زمان عبور دیواره حباب از کره CMB ترک کرده‌اند، تصحیحاتی در طیف توان مشاهده خواهد کرد که ناهمسانگرد بوده و وابستگی به مقیاس غیر بدیهی دارد.

مرجع‌ها

[1] S. R. Coleman, Phys. Rev. D 15, 2929 (1977), Erratum: [Phys. Rev. D. 16, 1248 (1977)].

[2] C. G. Callan, Jr. and S. R. Coleman, Phys. Rev. D 16, 1762 (1977).

[3] S. R. Coleman and F. De Luccia, Phys. Rev. D 21, 3305 (1980).

[4] K. Yamamoto, M. Sasaki and T. Tanaka, Astrophys. J. 455, 412 (1995), [astroph/9501109], M. Sasaki, T. Tanaka, K. Yamamoto and J. Yokoyama, Phys. Lett. B 317, 510 (1993), J. Garriga, X. Montes, M. Sasaki and T. Tanaka, Nucl. Phys. B 551, 317 (1999), [astro-ph/9811257].

[5] P. A. R. Ade et al. [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. 571, A23 (2014), P. A. R. Ade et al. [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. 594, A16 (2016).

[6] H. Firouzjahi, S. Jazayeri, A. Karami, T. Rostami, [arXiv:1707.07550 [gr-qc]].

[7] W. Israel, Nuovo Cim. B 44S10, 1 (1966) [Nuovo Cim. B 44, 1 (1966)] Erratum: [Nuovo Cim. B 48, 463 (1967)].

کاربرد فرمالیزم δMدر یک مدل تورمی ناهمسانگرد

طالبیان اشکذری ، علیرضا[۱]؛ احمدی، ناهید[۱]

[۱]دانشکده فیزیک دانشگاه تهران ، انتهای خیابان کارگر شمالی ، تهران

چکیده

ما یک مدل تورمی ناهمسانگرد را که در آن یک میدان اسکالر به جمله جنبشی یک میدان برداری با تقارن $U(1)$ کوپل می‌شود مرور می کنیم. با محاسبه توابع همبستگی دو نقطه ای مربوط به مدهای فیزیکی مختلف این سیستم اثرات مشاهداتی این مدل روی تابش زمینه کیهان معلوم میشود. با بکارگیری فرمالیسم δM که قبلا توسط نویسندگان این مقاله معرفی شده همبستگیهای تانسور- تانسور، تانسور- اسکالر و اسکالر- اسکالر مربوط به این مدل تورمی ناهمسانگرد محاسبه می شود. نتایج ما دقیقا با نتایج بدست آمده از فرمالیسم in-in همخوانی دارد. این مطالعه نشان می دهد که سادگی محاسبات ویژگی مشخصه فرمالیسم δM است .

Application of δM formalism in anisotropic inflation

Talebian Ashkezari, Alireza[1]; Ahmadi, Nahid[1]

[1] *Department of Physics, University of Tehran, Tehran,*

Abstract

We review a model of anisotropic inflation driven by a scalar field, coupled to the kinetic term of a vector field with a $U(1)$ symmetry. Calculating the two point correlation functions between physical modes of the system provides us the observational features of the model on the CMB. By employing δM formalism introduced by the authors, tensor- tensor, tensor- scalar as well as scalar- scalar correlations from the anisotropic expansion model are calculated. Our results coincide exactly with the results obtained from in- in formalism. This study shows that the simplicity in the calculations is a characteristic feature of the δM formalism.
PACS No.

مقدمه

اخیراً ناهنجاری‌های موجود در نقشه آماری تابش زمینه کیهانی توجه طیف گسترده ای از نظریه پردازان این حوزه را به سوی مدل‌های تورمی ناهمسانگرد جلب کرده است. محاسبه اختلالات در این مدل‌ها مخصوصا در قسمت اختلالات تانسوری کار نسبتاً دشوار و پر دردسری است که با معرفی فرمالیزم δM این کار با سهولت و سرعت بیشتری انجام‌پذیر است[۱]. در این مقاله سعی شده است نمونه‌ای از موفقیت این فرمالیزم در محاسبه طیف توان اختلالات اسکالر و تانسوری مدل تورمی ناهمسانگرد را نشان دهیم.

در بخش اول مرور بسیار مختصری از یک نمونه از مدل‌های تورمی ناهمسانگرد را خواهیم داشت. در بخش دوم اختلالات انحنا و تانسوری متریک را با استفاده از فرمالیزم δM محاسبه خواهیم کرد و در بخش سوم نیز طیف توان ناشی از این اختلالات را محاسبه کرده و با نتایج به دست آمده در [۲] مقایسه می‌کنیم.

مدل تورمی ناهمسانگرد

کنش زیر را برای یک میدان اینفلاتون ϕ و میدان برداری A_μ درنظر بگیرید

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{M_P^2}{2}\mathrm{R}-\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi-\frac{f^2(\phi)}{2}\mathrm{F}_{\mu\nu}\mathrm{F}^{\mu\nu}-\mathrm{V}(\phi)\right] \quad (۱)$$

در این مدل ها تابع $f^2(\phi)$ نقش جفت شدگی میدان ها را دارد و در شرایط خاصی می تواند جواب های جاذب را به دست دهد. شدت میدان برداری را با $\mathrm{F}_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$ نشان داده ایم و $\mathrm{V}(\phi)$ پتانسیل میدان اینفلاتون است. متریک g و اسکالر ریچی

R نیز از روی المان طول یک فضا-زمان بیانکی نوع اول به دست می‌آید:

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2N}(e^{2M})_{ij}dx^i dx^j \ . \qquad (۲)$$

با استفاده از مشتق زمانی دو تابع اسکالر N و ماتریس 3×3 متقارن M_{ij} به ترتیب نرخ انبساط و نرخ برش این فضازمان همگن ولی ناهمسانگرد را تعریف می‌کنیم:

$$H \equiv \dot{N} \ , \qquad \sigma_{ij} \equiv \dot{M}_{ij} \qquad (۳)$$

اگر از کنش نسبت به میدان های اینفلاتون، میدان برداری و متریک وردش بگیریم به معادلات پس زمینه حاکم بر ایـن جهـان همگـن ناهمسانگرد خواهیم رسید. در ادامه ما به $\hat{\gamma}_{ij} \equiv (e^{2M})_{ij}$ متریـک همدیس فضایی می‌گوییم. اگـر مقـدار ناهمسـانگردی را کوچـک بگیریم، یعنی به فضازمانهایی علاقه مند باشیم که تقریبا همسانگرد هستند در این صورت با معرفی پارامتر

$$m \equiv \frac{\sqrt{\sigma_{ij}\sigma^{ij}}}{H} \qquad (٤)$$

معادلات حاکم بر این فضازمان به صورت زیر به دست خواهند آمد

$$\partial_t (e^{3N} f^2 \dot{A}^i) = 0 \qquad (٥)$$

$$\ddot{\phi} + 3\dot{N}\dot{\phi} + V_{,\phi} - ff_{,\phi}\dot{A}^2 = 0 \qquad (٦)$$

$$\dot{N} = \frac{1}{6M_P^2} f^2 \dot{A}^2 + \frac{1}{6}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{3M_P^2}V + O(m^2) \qquad (٧)$$

(۸)

$$\ddot{N} + \dot{N}^2 = -\frac{1}{6M_P^2} f^2 \dot{A}^2 - \frac{1}{3M_P^2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{3M_P^2}V + O(m^2)$$

$$\ddot{M}_{ij} + 3\dot{N}\dot{M}_{ij} = -\frac{f^2}{M_P^2}(\dot{A}_i\dot{A}_j - \frac{1}{3}\dot{A}^2\delta_{ij}) + O(m^2) \qquad (۹)$$

در حالتی که به حل های جاذب این مدل تورمی علاقه مند باشیم، این معادلات را می‌توان به صورت تحلیلی حل کرد. این حل ها با انتخاب تابع f به صورت

$$f = e^{-2cN} \qquad (۱۰)$$

به دست خواهند آمد که c یک پارامتر ثابت بزرگتر از واحد است. در واقع این انتخاب به ما کمک می‌کند میدان برداری به اندازه کافی در طول تورم زنده بماند و بتواند اثرات ناهمسانگردی قابل مشاهده‌ای را به جای بگذارد. با این انتخاب و همینطور در نظر گرفتن پتانسیل

$$V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 \qquad (۱۱)$$

می‌توان جواب های معادلات فوق را برای میدان‌های تورمی و برداری و پارامترهای متریک به صورت زیر به دست آورد:

$$\phi_e^2 - \phi^2 = 4M_P^2(1-\mathrm{I})(N - N_e) \qquad (۱۲)$$

$$\dot{A}^i = p^i f^{-2} e^{-3N} \qquad (۱۳)$$

$$M_{ij} = I\varepsilon_H N(\frac{\dot{A}_i\dot{A}_j}{\dot{A}^2} - \frac{1}{3}\delta_{ij}) \qquad (١٤)$$

که در آنها اندیس e بیانگر زمان پایان تورم است، $I = \frac{c-1}{c}$ به نوعی بیانگر مقدار ناهمسانگردی فضازمان است و p^i ها هم ثابت‌های انتگرال‌گیری هستند که در راستای بردار یکه

$$\hat{n}_i = \frac{p_i}{p} = (\cos\theta, \sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi) \qquad (١٥)$$

می باشند. برای این مدل تورمی می‌توان نشان داد که در حل جاذب، اگر پارامتر غلتش آهسته ε_H را به صورت $\varepsilon_H = \frac{\dot{H}}{H^2}$ تعریف کنیم، پارمتر ناهمسانگردی m با آن رابطه مستقیم دارد،

$$m \approx I\,\varepsilon_H \ . \qquad (١٦)$$

همچنین در فاز جاذب، رابطه

$$\dot{A}^2 f^2 = I\varepsilon_H V \qquad (۱۷)$$

برقرار خواهد بود. از این رابطه در ادامه استفاده خواهیم کرد.

اگر در این فضازمان یک جهت مرجع داشته باشیم، مثلاً جهتی که قرار است یک اخـتلال در آن راسـتا انتشـار یابـد، آنگـاه مناسـب خواهد بود که کمیت های بدون رد فضایی مثـل M_{ij} را در پایـه های موضعی مربوط به آن جهت انتشـار تجزیـه کـنیم. مـثلا اگـر راستای $\hat{k}_i$ را جهت مذکور انتخاب کنیم و دو بردار عمود بـر آن

را $\{\hat{e}_i^2, \hat{e}_i^3\}$ بنامیم، در این صورت می‌توانیم بـا تعریـف تانسـور پلاریزاسیون

$$e_{ij}^{\lambda} = \frac{e_i^2 e_j^2 - e_i^3 e_j^3}{\sqrt{2}} \delta_{+}^{\lambda} + \frac{e_i^2 e_j^3 + e_i^3 e_j^2}{\sqrt{2}} \delta_{\times}^{\lambda} \qquad (۱۸)$$

ماتریس M_{ij} را به پنج مولفه مستقل تقسیم نمـود. مولفـه ای کـه ویژگـی‌هـای تانسـوری در ایـن سـه‌فضـا را دارد بـه صـورت $M_{\lambda} = e_{\lambda}^{ij} M_{ij}$ به دست می‌آید. لازم به ذکر است که بین دوبردار یکه $\{\hat{e}_i^2, \hat{e}_i^3\}$ که صفحه عمود بر $\hat{k}_i$ را جاروب می‌کنند، روابطه زیر وجود دارد

$$P_{ij} \equiv \sum_{a=2,3} \hat{e}_i^a \hat{e}_j^a = \hat{\gamma}_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j \qquad (۱۹)$$

که ما از آن در محاسبات بخش‌های بعدی از آن استفاده می‌کنیم.

می توان به راحتی نشـان داد کـه اگـر $\hat{k}_i = (1,0,0)$ را انتخـاب کنیم، آنگاه

$$M_{+} = \frac{1}{\sqrt{2}} I \varepsilon_H N \left(\frac{\dot{A}_z \dot{A}_z - \dot{A}_y \dot{A}_y}{\dot{A}^2}\right) \qquad (۲۰)$$

$$M_{\times} = \sqrt{2} I \varepsilon_H N \left(\frac{\dot{A}_z \dot{A}_y}{\dot{A}^2}\right) \qquad (۲۱)$$

اختلالات در تورمی ناهمسانگرد

در این بخش تمام میدان‌های اسکالر و برداری و متریک به صورت جزئی مختل می‌شوند

$$\phi(t, \mathrm{x}) = \phi(t) + \delta\phi(t, \mathrm{x}) \qquad (۲۲)$$

$$A_{\nu}(t, x) = A_{\nu}(t) + \delta A_{\nu}(t, x) \qquad (۲۳)$$

$$g_{\mu\nu}(t, x) = g_{\mu\nu}(t) + \delta g_{\mu\nu}(t, x)\ . \qquad (۲٤)$$

در بخش قبلی ما جواب قسمت‌های همگن میدان ها را به دست آوردیم. در فضا-زمان بیانکی اختلالات انحنا $\psi(\mathrm{t}, \mathrm{x})$ و امواج گرانشی $h_{ij}(\mathrm{t}, \mathrm{x})$ به صورت زیر در بخش فضایی متریک وارد می‌شوند

$$N(\mathrm{t}, \mathrm{x}) = N(\mathrm{t}) + \psi(\mathrm{t}, \mathrm{x}) \qquad (۲۵)$$

$$M_{ij}(\mathrm{t}, \mathrm{x}) = M_{ij}(\mathrm{t}) + h_{ij}(\mathrm{t}, \mathrm{x}) \qquad (۲٦)$$

همانطور که در [۱] نشان داده شده است، برقرار بودن یک تصویر سازگار برای فضا-زمان بیانکی منجر به این می‌شود که برای محاسبه این اختلالات فقط کافی باشد که از پارامترهای متریک فضایی پس‌زمینه (مختل نشده) نسبت به میدان‌های اسکالر و برداری وردش بگیریم:

$$\zeta = \frac{\partial N}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\partial N}{\partial \dot{A}_i} \delta \dot{A}_i \qquad (۲۷)$$

$$h_{\lambda} = \frac{\partial M_{\lambda}}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\partial M_{\lambda}}{\partial \dot{A}_i} \delta \dot{A}_i \qquad (۲۸)$$

در روابط فوق ζ همان اختلال انحناست که در پیمانه انرژی یکنواخت محاسبه شده و کمیتی پیمانه ناورداست. اندیس λ نیز به پلاریزاسیون‌های $\times$ و $+$ اشاره دارد. نکته مهم در اینجا این است که حتما باید توجه کنیم در تعریفی است که ما از امواج گرانشی به عنوان اختلالات فضازمان داریم و آن را به ذره بنیادی گراویتون نسبت می‌دهیم $\bar{h}_{\lambda}$، در حالت کلی به اختلالات میدان‌ها یا ذرات بنیادی دیگری ربط ندارد و گراویتون یک ذره بنیادی مستقل است. ولی رابطه (۲۸) بیانگر وجود اختلالات تانسوری است که ناشی از اختلالات میدان‌های مادی موجود هستند. یعنی اختلال تانسوری کلی حاصل جمع امواج گرانشی آزاد و این بخش است،

$$H_{\lambda} = \bar{h}_{\lambda} + h_{\lambda}\ . \qquad (۲۹)$$

با استفاده از رابطه (۱۷) می‌توان δI را محاسبه کرد

$$\delta I = I\left(2\frac{\delta \dot{A}}{\dot{A}} - 4\delta N\right) \qquad (۳۰)$$

اگر رابطه بالا را در هنگام وردش‌گیری از رابطه (۱۲) مورد استفاده قرار دهیم به رابطه زیر می‌رسیم

$$\begin{aligned} \zeta &= \delta N \\ &= -\frac{\phi}{2M_P^2} \delta\phi + 2IN \frac{\delta \dot{A}}{\dot{A}}\ . \end{aligned} \qquad (۳۱)$$

همچنین برای محاسبه اختلال تانسوری، با استفاده از رابطه

$$\frac{\delta(I\varepsilon_H N)}{I\varepsilon_H N} = 2\frac{\delta \dot{A}}{\dot{A}} + O\left(\frac{\sqrt{I}}{N}\right) \qquad (۳۲)$$

به راحتی می‌توان نشان داد که

$$h_+ = \delta M_+$$
$$= \sqrt{2} I \varepsilon_H N \sin\theta (\sin\varphi \frac{\delta \dot{A}_z}{\dot{A}} - \cos\varphi \frac{\delta \dot{A}_y}{\dot{A}}) \quad (۳۳)$$
$$h_\times = \delta M_\times$$
$$= \sqrt{2} I \varepsilon_H N \sin\theta (\cos\varphi \frac{\delta \dot{A}_z}{\dot{A}} + \sin\varphi \frac{\delta \dot{A}_y}{\dot{A}}) \quad (۳٤)$$

همانطور که می‌بینید با یک وردش‌گیری ساده توانستیم اختلالات اسکالر و تانسوری متریک را محاسبه کنیم. در ادامه ما طیف توان حاصل از این اختلالات را محاسبه خواهیم کرد.

محاسبه طیف توان

برای محاسبه طیف توان در مدل تورمی ناهمسانگرد خالی از لطف نیست اگر طیف توان در فضازمان فریدمن را یادآوری کنیم. در ادامه برای سادگی ما از طیف توان بدون‌بعد شده استفاده می‌کنیم و آن را با $\mathrm{P}_\delta(k)$ نشان می‌دهیم که با طیف توان اختلالات δ_k به صورت زیر رابطه دارد

$$< \delta_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}'} >= (2\pi)^3 \delta^3(\vec{k}+\vec{k}') \frac{2\pi^2}{k^3} \mathrm{P}_\delta(\mathrm{k}) \quad (۳٥)$$

برای این فضازمان همگن و همسانگرد، اختلالات کوانتومی میدان سبک اینفلاتون با پارمتر هابل رابطه دارند

$$\mathrm{P}_{\delta\phi} = (\frac{H}{2\pi})^2 \quad (۳٦)$$

همچنین برای اختلال انحنا در پیمانه انرژی ثابت و اختلال تانسوری در فضازمان فریدمن خواهیم داشت

$$\mathrm{P}_\zeta^{iso} = \frac{1}{2\varepsilon_H M_P^2} (\frac{H}{2\pi})^2 \ , \qquad \mathrm{P}_h^{iso} = \frac{4}{M_P^2} (\frac{H}{2\pi})^2 . \quad (۳۷)$$

در ادامه لازم است ما طیف توان اختلالات میدان برداری را نیز داشته باشیم. خوشبختانه در فاز جاذب این نوع از مدل‌های ناهمسانگرد، برای اختلالات فراافق می‌توان نشان داد [۲]

$$\mathrm{P}_{\delta\dot{A}} = \frac{3}{I \varepsilon_H M_P^2} (\frac{H}{2\pi})^2 P_{ij} \quad (۳۸)$$

برای محاسبه این اختلالات در فضازمان بیانکی نوع اول، با استفاده از روابط فوق به رابطه زیر می‌رسیم

$$\mathrm{P}_\zeta = \mathrm{P}_\zeta^{iso} (1 + 24 I N^2 \sin^2\theta) \quad (۳۹)$$

که دقیقا همان نتیجه‌ای که در [۲] به دست آمده است. همچنین برای بخش تانسوری بزرگترین جمله به صورت

$$\mathrm{P}_\times \approx \mathrm{P}_+ \approx \frac{3}{2} I \varepsilon_H N^2 \mathrm{P}_h^{iso} \sin^2\theta \quad (٤٠)$$

خواهد بود که همان نتیجه مقاله [۲] است که با رویکرد فرمالیزم $in-in$ محاسبه شده است. برای طیف توان اسکالر-تانسور نیز به عبارت

$$\mathrm{P}_{+\zeta} \approx -\frac{6\sqrt{2}}{M_P^2} I N^2 (\frac{H}{2\pi})^2 \sin^2\theta \quad (٤١)$$

می‌رسیم. می‌بینیم دوباره همان نتایج [۲] توسط فرمالیزم δM به دست آمد.

نتیجه گیری

همانطور که در این مقاله دیدیم، فرمالیزم δM روش بسیار ساده و سر راستی را برای محاسبه اختلالات تانسوری در مدل‌های ناهمسانگرد ارائه می‌دهد. به این معنی که تنها دانستن حل‌های پس‌زمینه غیرمختل برای محاسبه اختلالات انحنا و تانسوری کفایت می‌کند. در مقایسه با فرمالیزم‌های مشابه این رویکرد همان محاسن فرمالیزم δN را داراست. رویکردی که فرمالیزم δM دارد، به مراتب ساده‌تر از رویکردهایی مثل فرمالیزم $in-in$ است چه از جهت حجم و چه از جهت نوع محاسبات.

مرجع‌ها

[۱] A. Talebian-Ashkezari, N. Ahmadi and A. A. Abolhasani, arXiv:۱٦۰۹.۰٥۸۹۳ [gr-qc]..

[۲] X. Chen, R. Emami, H. Firouzjahi and Y. Wang, JCAP ۱٤۰۸, ۰۲۷ (۲۰۱٤) doi:۱۰.۱۰۸۸/۱٤۷٥-۷٥۱٦/۲۰۱٤/۰۸/۰۲۷ [arXiv:۱٤۰٤.٤۰۸۳ [astro-ph.CO]].

بررسی رشد ساختار در مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی

اصغری، مهناز [۱] ؛ بلتران خیمنز، خوزه [۲] ؛ خسروی، شهرام [۱] ؛ موتا، دیوید [۳]

[۱] دانشکده‌ی فیزیک، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

[۲] موسسه‌ی فیزیک نظری، دانشگاه مستقل مادرید، کنتوبلنکو، مادرید، اسپانیا

[۳] موسسه‌ی اخترفیزیک نظری، دانشگاه اسلو، اسلو، نروژ

چکیده

این مقاله به مطالعه‌ی تأثیر برهم‌کنش در بخش تاریک بر رشد ساختار در کیهان می‌پردازد. با توجه به نتایج به دست آمده از مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی، این مدل رشد ساختار کمتری برای کیهان نسبت به داده‌های ماهواره‌ی پلانک برآورد می‌کند، که این مسئله می‌تواند اختلاف بین داده‌های به دست آمده در اندازه‌گیری‌های مربوط به انتقال به سرخ کم و انتقال به سرخ بالا را کاهش دهد.

Study of structure growth in the interacting dark energy model

Asghari, Mahnaz[1]; Beltrán Jiménez, Jose[2]; Khosravi, Shahram[1]; Mota, David F.[3]

[1]Department of Physics, Kharazmi University, Tehran, Iran
[2]Institute of Theoretical Physics UAM-CSIC, Autonomous University of Madrid, Cantoblanco, Madrid, Spain
[3]Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo, Oslo, Norway

Abstract

In this paper, we study the influence of interaction in the dark sector on the structure growth in the universe. According to our results, interacting dark energy model would predict lower values of growth rate compared to the Planck data, and therefore reduces discrepancies between low red shift and high red shift measurements.

PACS No.

مقدمه

اطلاعات به دست آمده در زمینه‌ی کیهان‌شناسی رصدی، نشان می‌دهند که انبساط کیهان در حال شتاب گرفتن است. رصدهایی نظیر اندازه‌گیری‌های فاصله‌ی ابرنواختر نوع Ia [۲،۱]، ناهمسانگردی دمایی تابش زمینه‌ی ریزموج کیهانی (CMB) [۳]، نوسانات آکوستیکی باریون (BAO) [۴]، ساختار بزرگ مقیاس در کیهان (LSS) [۵] و همگرایی گرانشی ضعیف [۶]، ثابت می‌کنند که کیهان وارد فاز انبساط شتابدار شده است.

انبساط شتابدار کیهان به انرژی تاریک نسبت داده می‌شود. انرژی تاریک که دارای فشار منفی است، بر گرانش غلبه می‌کند و حدود ۷۰ درصد از محتوای کیهان را تشکیل داده است. مولفه‌ی دیگری که در کیهان امروز مورد توجه است، ماده‌ی تاریک غیر نسبیتی می‌باشد. ماده‌ی تاریک مسئول شکل‌گیری ساختار در کیهان است. ساده‌ترین مدل برای کیهان که در بر گیرنده‌ی دو مولفه‌ی غالب ماده‌ی تاریک و انرژی تاریک باشد، مدل ΛCDM است. طبق این مدل، انرژی تاریک، ثابت کیهان‌شناسی Λ دارای معادله‌ی حالت ثابت $w_\Lambda = -1$ است. مدل ΛCDM تا حد زیادی توانسته ویژگی‌های کیهان را توضیح دهد و با داده‌های رصدی هم‌خوانی پیدا کند [۷]. اما این مدل مشکلاتی نیز دارد. از این جمله می‌توان به مسئله‌ی ثابت کیهان‌شناسی [۸] و مسئله‌ی انطباق [۹] اشاره کرد. مشکل دیگر مدل ΛCDM، به اختلاف در مقدار به دست آمده برای پارامترهای کیهان‌شناسی، در انتقال به سرخ کم

و انتقال به سرخ بالا برمی‌گردد. داده‌های CMB به دست آمده از ماهواره‌ی پلانک [۱۰]، با رصدهای انجام شده در انتقال به سرخ کم برای اندازه‌گیری برخی پارامترهای کیهان‌شناسی، تفاوت‌هایی دارد [۱۲،۱۱]. این اختلاف می‌تواند ناشی از این واقعیت باشد که مدل ΛCDM مدل کاملی برای توصیف ویژگی‌های کیهان نیست و نیاز به معرفی مدل‌های جایگزین داریم. مدل‌های برهم‌کنشی انرژی تاریک می‌توانند تا حدی تنش بین داده‌های CMB و اندازه‌گیری‌های محلی[۱] را از بین ببرند. در ادامه، مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی مورد بحث در این مقاله را معرفی می‌کنیم و نتایج به دست آمده برای پارامترهای کیهان‌شناسی، بر پایه‌ی مدل برهم‌کنشی را بیان خواهیم کرد.

مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی

همان‌طور که می‌دانیم، کیهان‌شناسی نوین بر پایه‌ی معادلات میدان نسبیت عام است.

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \qquad (۱)$$

G ثابت گرانش نیوتن، $G_{\mu\nu}$ تانسور اینشتین و $T_{\mu\nu}$ تانسور انرژی-تکانه‌ی کل است. اگر اتحاد بیانکی $\nabla_{\mu} G^{\mu}_{\nu} = 0$ را در رابطه‌ی (۱) استفاده کنیم، به پایستگی تانسور انرژی-تکانه‌ی کل منجر می‌شود.

$$\nabla_{\mu} T^{\mu}_{\nu} = 0 \qquad (۲)$$

در مدل‌های برهم‌کنشی انرژی تاریک، تانسور انرژی-تکانه برای مولفه‌های دارای برهم‌کنش -ماده‌ی تاریک (DM) و انرژی تاریک (DE)- به طور جداگانه پایسته نیست.

$$\nabla_{\mu} T^{\mu}_{\nu(DM)} = Q_{\nu(DM)} \qquad (۳-الف)$$

$$\nabla_{\mu} T^{\mu}_{\nu(DE)} = Q_{\nu(DE)} \qquad (۳-ب)$$

که Q_{ν} جمله‌ی برهم‌کنش نام دارد و طبق پایستگی تانسور انرژی-تکانه‌ی کل (۲)، داریم:

$$Q_{\nu(DM)} = -Q_{\nu(DE)} \qquad (۴)$$

در مدل برهم‌کنشی حاضر، جمله‌ی برهم‌کنشی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$Q^{\mu}_{(DM)} = \alpha_0 (\rho_{(DM)} + \rho_{(DE)})(u^{\mu}_{(DE)} - u^{\mu}_{(DM)}) \qquad (۵)$$

[۱] local

$u^{\mu}_{(A)}$ و $\rho_{(A)}$ به ترتیب چار-سرعت و چگالی انرژی مولفه‌ی (A) هستند. α_0 ثابت جفت‌شدگی می‌باشد. با توجه به رابطه‌ی (۵)، جمله‌ی برهم‌کنشی یک جمله‌ی اختلالی است و در زمینه‌ی بدون اختلال برابر با صفر خواهد بود. بنابراین برهم‌کنش در حالت زمینه وارد نمی‌شود و حالت زمینه‌ی مدل مورد بررسی، مشابه مدل ΛCDM خواهد شد. اگر برهم‌کنش در حالت زمینه وجود داشته باشد، تحول زمانی در زمینه‌ی بدون اختلال شبیه به مدل ΛCDM نخواهد بود، که این مسئله می‌تواند تحول اختلال‌های کیهان‌شناختی را نیز تحت تاثیر قرار دهد. در مدل برهم‌کنشی مورد بررسی، برهم‌کنش تنها در معادلات مربوط به اختلال‌های کیهان‌شناسی وارد شده است، و تحول زمینه‌ی کیهان مشابه مدل ΛCDM می‌باشد.

اگر جمله‌ی برهم‌کنشی (۵) را در روابط (۳) استفاده کنیم و تا مرتبه‌ی خطی اختلال پیش رویم، معادلات پیوستگی و اویلر برای مدل مورد بررسی به دست خواهد آمد. برای این محاسبات از متریک مختل شده‌ی FLRW[۲] در پیمانه‌ی نیوتنی همدیس استفاده می‌کنیم.

$$ds^2 = a^2(-(1+2\Phi)d\tau^2 + (1-2\Phi)\delta_{ij}dx^i dx^j) \qquad (۶)$$

a ضریب مقیاس، τ زمان همدیس و Φ پتانسیل اختلال نیوتنی هستند.

معادلات پیوستگی مولفه‌های تاریک در زمینه‌ی بدون اختلال به صورت زیر است:

$$\bar{\rho}'_{(DM)} + 3\frac{a'}{a}\bar{\rho}_{(DM)} = 0 \qquad (۷-الف)$$

$$\bar{\rho}'_{(DE)} + 3\frac{a'}{a}(1+w_{(DE)})\bar{\rho}_{(DE)} = 0 \qquad (۷-ب)$$

علامت بار زمینه‌ی بدون اختلال را نشان می‌دهد و علامت پریم مشتق نسبت به زمان همدیس است.

همان‌طور که از معادلات (۷) مشخص است، برهم‌کنش در حالت زمینه وارد نشده است و در نتیجه حالت زمینه به مدل ΛCDM نزدیک خواهد بود.

[۲] Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker

معادلات پیوستگی و اویلر را برای مولفه‌های تاریک تا مرتبه‌ی خطی اختلال می‌نویسیم:

$$\delta'_{(DM)} = -\theta_{(DM)} + 3\Phi' \quad \text{(۸–الف)}$$

$$\delta'_{(DE)} = -3\frac{a'}{a}(c^2_{s,(DE)} - w_{(DE)})\delta_{(DE)} + (1+w_{(DE)})(3\Phi' - \theta_{(DE)}) \quad \text{(۸–ب)}$$

$$\theta'_{(DM)} = -\frac{a'}{a}\theta_{(DM)} + k^2\Phi + \frac{\alpha_0 a(\bar{\rho}_{(DM)} + \bar{\rho}_{(DE)})}{\bar{\rho}_{(DM)}}(\theta_{(DE)} - \theta_{(DM)}) \quad \text{(۸–پ)}$$

$$\theta'_{(DE)} = -(1-3w_{(DE)})\frac{a'}{a}\theta_{(DE)} + k^2\Phi + \frac{k^2 c^2_{s,(DE)}}{1+w_{(DE)}}\delta_{(DE)} - \frac{\alpha_0 a(\bar{\rho}_{(DM)} + \bar{\rho}_{(DE)})}{\bar{\rho}_{(DE)}(1+w_{(DE)})}(\theta_{(DE)} - \theta_{(DM)}) \quad \text{(۸–ت)}$$

$\delta_{(A)}$ تباین چگالی مولفه‌ی A و $\theta_{(A)}$ واگرایی اختلال‌های سرعت مولفه‌ی A هستند.

تاثیر مدل برهم‌کنشی بر مقدار پارامترهای کیهان‌شناسی

برای مقید کردن پارامترهای کیهان‌شناسی در مدل مورد بررسی، از کد تصحیح شده‌ی CLASS[۳] [۱۳] بر اساس مدل برهم‌کنشی، و نیز کد مونته پایتون[۴] [۱۴] استفاده کردیم. معادلات تحول (۸) برای ماده‌ی تاریک و انرژی تاریک، با استفاده از کد CLASS، به روش عددی و با در نظر گرفتن شرایط اولیه‌ی بی‌دررو که در کد CLASS تعریف شده است، حل شده اند. مجموعه پارامترهای کیهان شناسی استفاده شده در تحلیل MCMC[۵] به شرح زیر است:
$\{100\Omega_{(B)}h^2, \Omega_{(DM)}h^2, 100\theta_s, \ln(10^{10}A_s), n_s, \tau, w_{(DE)}, \alpha_0\}$

$\Omega_{(B)}h^2$ و $\Omega_{(DM)}h^2$ به ترتیب پارامتر چگالی باریون و ماده‌ی تاریک هستند. θ_s نسبت افق صوتی به فاصله‌ی قطر زاویه‌ای در زمان گسستگی فوتون، A_s دامنه‌ی طیف اختلالات اسکالر اولیه، n_s ضریب طیفی اسکالر و τ عمق اپتیکی می‌باشند. $w_{(DE)}$ و α_0 نیز به ترتیب معادله‌ی حالت انرژی تاریک و ثابت جفت‌شدگی مدل برهم‌کنشی هستند.

داده‌های استفاده شده در این تحلیل، شامل داده‌های پلانک[۶] [۱۰] (Planck)، اندازه‌گیری‌های اثر SZ[۷] توسط پلانک [۱۵] (SZ)، داده‌های اثر همگرایی گرانشی ضعیف [۱۶] (WL) و داده‌های ابرنواختر [۱۷] (SN) می‌باشند.

جدول‌های (۱) و (۲) نشان دهنده‌ی بهترین مقدار به همراه خطای یک–سیگمای به دست آمده برای پارامترهای کیهان‌شناسی، به ترتیب بر اساس مدل برهم‌کنشی و مدل ΛCDM می‌باشند.

جدول۱ : بهترین مقدار و خطای یک–سیگما برای پارامترهای کیهان‌شناسی مدل برهم‌کنشی برای مجموعه داده‌های (Planck + SZ + WL + SN)

پارامتر	بهترین مقدار	خطای یک–سیگما
$\Omega_{(DM)}h^2$	0.11668	$0.11764^{+0.0016618}_{-0.0017374}$
$w_{(DE)}$	-0.99928	$-0.97298^{+0.0047439}_{-0.026954}$
α_0	$9.8780e-5$	$9.3976e-5^{+2.3100e-5}_{-2.5693e-5}$
$\Omega_{(m)}$	0.29172	$0.30361^{+0.0096448}_{-0.012877}$
H_0	69.021	$67.949^{+1.1566}_{-0.77829}$
σ_8	0.76633	$0.75514^{+0.012262}_{-0.012885}$

جدول۲ : بهترین مقدار و خطای یک–سیگما برای پارامترهای کیهان‌شناسی مدل ΛCDM برای مجموعه داده‌های (Planck + SZ + WL + SN)

پارامتر	بهترین مقدار	خطای یک–سیگما
$\Omega_{(DM)}h^2$	0.11284	$0.11364^{+0.0014906}_{-0.001327}$
$\Omega_{(m)}$	0.26903	$0.27422^{+0.007733}_{-0.0076792}$
H_0	71.000	$70.494^{+0.6084}_{-0.69123}$
σ_8	0.80602	$0.80718^{+0.0076012}_{-0.0073837}$

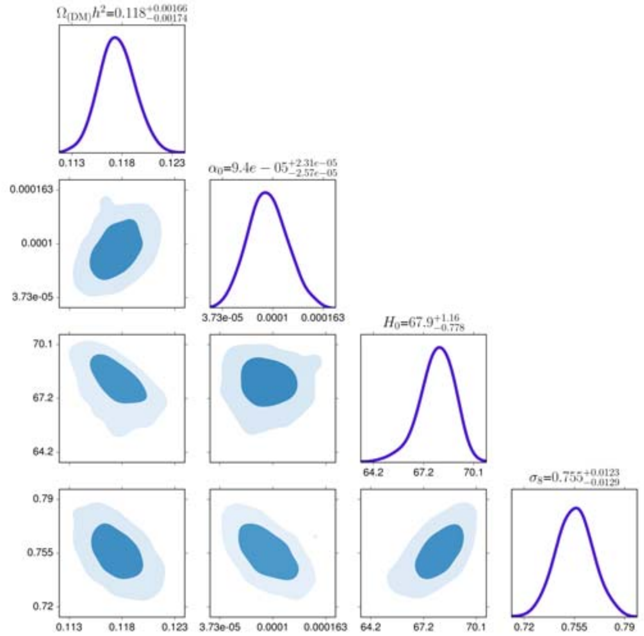
[۳] Cosmic Linear Anisotropy Solving System
[۴] Monte Python
[۵] Markov Chain Monte Carlo
[۶] http://pla.esac.esa.int/pla/#cosmology
[۷] Sunyaev-Zeldovich

در جدول‌های (۱) و (۲)، H_0 ثابت هابل بر حسب کیلومتر بر ثانیه بر مگاپارسک، $\Omega_{(m)}$ پارامتر چگالی ماده‌ی غیر نسبیتی، و σ_8 ریشه‌ی میانگین مربعی افت و خیزهای جرمی در مقیاس ۸ Mpc/h می‌باشند. طبق نتایج به دست آمده، مقدار σ_8 در مدل برهم‌کنشی ۰/۷۶۶۳۳ است که نسبت به مقدار مربوط به مدل ΛCDM (۰/۸۰۶۰۲)، رشد ساختار کمتری را برای کیهان پیش بینی می‌کند. بنابراین مقدار به دست آمده برای σ_8 بر اساس مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی، با مقدار به دست آمده از اندازه‌گیری‌های مربوط به انتقال به سرخ کم برای این پارامتر ($\sigma_8 = 0.695 \pm 0.042$ [۱۱])، همخوانی بیشتری دارد. همانطور که در مقدمه اشاره شد و در جدول (۲) نیز دیده می‌شود، پیش بینی مدل ΛCDM برای پارامتر رشد ساختار، تفاوت زیادی با داده‌های حاصل از اندازه‌گیری‌های انجام شده در انتقال به سرخ کم دارد.

خطای یک–سیگما و دو–سیگما برای پارامترهای مدل برهم‌کنشی، در نمودار شکل (۱) نمایش داده شده است.

نتیجه گیری

در این مقاله، با استفاده از مجموعه داده‌های (Planck + SZ + WL + SN)، پارامتر رشد ساختار σ_8 را برای دو مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی و ΛCDM به دست آوردیم. بر اساس نتایج به دست آمده، مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی با پیش بینی مقدار کمتری برای پارامتر رشد ساختار σ_8 نسبت به مدل ΛCDM، همخوانی بهتری با اندازه‌گیری‌های انجام شده در انتقال به سرخ کم برای این پارامتر دارد.



شکل۱ : خطای یک–سیگما و دو–سیگما برای پارامترهای کیهان‌شناسی مدل برهم‌کنشی برای مجموعه داده‌های (Planck + SZ + WL + SN)

مرجع‌ها

[۱] Riess, A. G. et al. (1998). Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *Astron. J.*, **116**:1009–1038.

[۲] Perlmutter, S. et al., (1999). Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *Astrophys. J.*, **517**:565–586.

[۳] Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. *Astronomy & Astrophysics,* **571**:A1, 2014.

[۴] Lampeitl H. et al., 2009, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **401**: 2331–2342.

[۵] M. Tegmark et al., Cosmological parameters from SDSS and WMAP, *Phys. Rev.*, D **69**:103501, 2004.

[۶] C. R. Contaldi, H. Hoekstra, and A. Lewis, *Phys. Rev. Lett.*, **90**:221303, 2003.

[۷] G. Hinshaw et al., *Astrophys. J. Suppl.*, **208**:19, 2013.

[۸] Steven Weinberg, *Rev. Mod. Phys.*, **61**:1-23, 1989.

[۹] H. E. S. Velten, R. F. vom Marttens, and W. Zimdahl. *The European Physical Journal* C, **74**:3160, 2014.

[۱۰] Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, **594**:A13, 2016.

[۱۱] S. W. Allen, R. W. Schmidt, A. C. Fabian, and H. Ebeling . *Mon. Not. Roy. Astron. Soc*., **342**:287, 2003.

[۱۲] Adam G. Riess, et al., *The Astrophysical Journal*, **826**:56, 2016.

[۱۳] Diego Blas, Julien Lesgourgues, and Thomas Tram . *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **1107**:034, 2011.

[۱۴] Benjamin Audren, Julien Lesgourgues, Karim Benabed, and Simon Prunet. *JCAP*, **1302**:001, 2013.

[۱۵] Planck 2015 results. XXIV. Cosmology from Sunyaev-Zeldovich cluster counts. *Astronomy & Astrophysics*, **594**:A24, 2016.

[۱۶] Martin Kilbinger, et al., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc*., **430**:2200, 2013.

[۱۷] M. Betoule, et al., *Astronomy & Astrophysics*, **568**:A22, 2014.

بررسی کانترترم در گرانش دیلاتونی اینشتین

دیانی ، زینب[۱]؛ شیخی،احمد[۱و۲] ؛ دهقانی، محمدحسین[۱و۲]

[۱] بخش فیزیک، دانشکده علوم دانشگاه شیراز

[۲] مرکز تحقیقات نجوم و اخترفیزیک مراغه

چکیده

در این مقاله به معرفی و محاسبه جملات کانترترم در گرانش اینشین در حضور میدان دیلاتونی می پردازیم.این جملات واگرایی های مربوط به کنش را برای مرزهای منحنی گرانش دیلاتونی حذف کرده و آن را متناهی و خوش تعریف می کند. استفاده از روش کانترترم به ما کمک می کند تا بتوانیم کمیت های پایستار سیستم را محاسبه محاسبه کنیم.

Counterterm method in Einstein dilaton gravity

Dayyani, Zeinab[1]; Sheykhi, Ahmad[1,2]; Dehghani, Mohamad Hosein[1,2]

[1]Physics Department and Biruni Observatory, College of Sciences, Shiraz University, Shiraz
[2]Research Institute for Astronomy and Astrophysics of Maragha, Maragha

Abstract

In this paper, we introduce for the first time the counterterms that remove the divergences of the action in dilaton gravity for the solutions with curved boundary. Using the counterterm method, we will be able to calculate the conserved quantities and the action.

PACS No. *(11 Times New Roman, italic)*

مقدمه

همانطور که می دانیم کنش کلی در تمام نظریه های گرانشی مقداری واگرا و نامتناهی می باشد. واگرایی کنش منجر به واگرایی تمام کمیتهای پایستاری که از طریق کنش به دست می آیند خواهد شد. یکی از روشهای حذف واگرایی ها استفاده از روش متریک زمینه برون-یورک است [۱]. در این فرآیند مقدار کمیت های فیزیکی به انتخاب متریک زمینه وابسته می شوند، به ویژه در مورد گرانش دیلاتونی محاسبات ما بیانگر این نکته است که کنش به دست آمده از این روش صحیح نمی باشد. شیوه دیگری که برای برطرف کردن واگرایی های کنش و کمیت های پایستار وجود دارد، استفاده از روش کانترترم است. در این روش واگرایی های کنش برای جواب های دوسیته یا آنتی دوسیته را با اضافه کردن توابعی از انحنای مرزی ناوردا از بین می بریم. این جملات اضافه شده در واقع همان کانترترمها هستند. با به کارگیری این روش می توانیم کنش و سایر کمیت های پایسته را مستقیما و بدون نیاز به هیچ فضا زمان مرجعی به دست آوریم [۵-۲]. این واقعیت موجب شده که روش کانترترم به طور گسترده برای انواع وسیعی از سیاهچاله ها مورد استفاده قرار گیرد [۸-۶]. ما در اینجا تلاش خواهیم کرد که روش کانترترم را به گرانش اینشتین در حضور میدان دیلاتونی با مرزهای دارای انحنا تعمیم دهیم. در گرانش اینشتین هرچند که تعداد جملات ناوردای ممکن مربوط به انحنای مرزی زیاد است اما فقط تعداد کمی از آنها روی مرز در بی نهایت غیر صفر هستند. هنگامی که میدان دیلاتونی را با گرانش جفت کنیم رفتار مجانبی جوابها لزوما تخت یا (آنتی) دوسیته

نخواهد بود. بنابراین تعداد نامتناهی از جملات غیر صفر مرزی در بی نهایت برای این افق منحنی وجود خواهد داشت که باعث می شود تعداد جملاتی که باید به عنوان کانترترم به کنش اضافه شوند نیز نامتناهی شود. این امر سبب می شود که استفاده از روش کانترترم برای محاسبه کنش دیلاتونی بسیار مشکل باشد و بر همین اساس تا کنون مورد استفاده قرار نگرفته است. در این مقاله ما برای اولین بار می خواهیم روش کانترترم را برای محاسبه کنش متناهی و سایر کمیت های پایستار گرانش دیلاتونی مورد استفاده قرار دهیم [۹].

روش کانترترم در گرانش دیلاتونی

در این بخش می خواهیم روش کانترترم در مورد گرانش اینشتین را به حالت گرانش دیلاتون-اینشتین در حضور پتانسیلهایی از نوع لیوویل تعمیم دهیم. کنش $(n+1)$ بعدی جفت شده با میدان دیلاتونی به صورت زیر نوشته می شود

$$\mathrm{I}_{\mathrm{bulk}}=-\frac{1}{16\pi}\int d^{n+1}x\sqrt{-g}\left\{R-\frac{4}{n-1}(\nabla\phi)^2-V(\phi)\right\} \quad (۱)$$

که R اسکالر ریچی، ϕمیدان دیلاتونی و $V(\phi)$ پتانسیلی برای ϕ است. این کنش نسبت به اصول وردشی خوش تعریف نیست. برای خوش تعریف شدن باید به کنش توده جمله سطحی گیبونز-هاوکینگ را اضافه کنیم،

$$I_{GH}=-\frac{1}{8\pi}\int_{\partial M}d^nx\sqrt{-\gamma}K \quad (۲)$$

که γ_{ij} و K به ترتیب به متریک کاهش یافته و انحنای خارجی روی مرز ∂M اشاره دارند. کاملا واضح است که $I_{bulk}+I_{GH}$ متناهی نیست. همانند کنش اینشتین-هیلبرت لازم است که به اینها کانترترم اضافه کنیم تا کنشی با مقدار متناهی به دست آید. می دانیم که کانترترم در حالت حدی $\alpha=0$ باید به کانترترم اینشتینی منجر شود، بنابراین باید همانند گرانش اینشتین کانترترمها را با اسکالرهای انحنای متریک مرزی بسازیم. ضرایب جملات مرزی باید به گونه ای انتخاب شوند که واگرایی موجود در توده را برای تمام مرزهای توپولوژیکی که از نظر معادله حرکت مجاز هستند، برطرف کنند.

کانترترم های چهار بعدی

با در نظر گرفتن تعریف $\ell\equiv[(\alpha^2-3)/\Lambda]^{1/2}$ کانترترمها در چهار بعد به صورت زیر نوشته می شوند:

$$I_{ct}=\frac{1}{8\pi}\int d^3x\sqrt{-\gamma}\left\{\frac{2}{\ell e^{-\alpha\phi}}+\frac{\ell e^{-\alpha\phi}}{2(1-\alpha^4)}R-\sum_{s=2}^{\infty}\frac{A_s}{2(\alpha^4-1)^s}\left(\frac{\ell e^{-\alpha\phi}}{2}\right)^{2s-1}R^s\right\} \quad (۳)$$

به گونه ای که

$$A_2=1 \quad , \quad A_3=2$$
$$A_s=A_{s-2}+2A_{s-1};\quad s\geq 4 \quad (۴)$$

لازم است بر این نکته تاکید کنیم که در غیاب دیلاتون $\alpha=0$ تمام ترمهای موجود در سری صفر هستند و بنابراین کانترترم به صورت کانترترم آنتی دوسیته درمی آید[۱]. در حضور دیلاتون جملات موجود در سری لزوما در بی نهایت صفر نیستند. با افزایش مقدار α در محدوده $0<\alpha<1$ تعداد جملات غیرصفر سری افزایش می یابد. برای مثال وقتی $\alpha<\frac{1}{3}$ است ، تمام جملات سری صفر شده و بنابراین کانترترم اینشتین می تواند تمام واگرایی ها را ازبین ببرد. وقتی که $\frac{1}{3}\leq\alpha<\frac{3}{5}$ فقط جمله اول سری غیر صفر است. در حالت کلی جملات غیر صفر سری برای $\alpha<\frac{2N-1}{2N+1}$ برابر با N می باشد. خوشبختانه در بینهایت جمع روی تمام جملات واگرای کنش $(I_{bulk}+I_{GH}+I_{ct})$ وقتی که s به سمت بی نهایت می رود برابر با صفر می شود. بنابراین برای محاسبه کنش نامتناهی و فیزیکی تنها لازم است که دو جمله اول معادله (۲) را محاسبه کنیم. یعنی فقط کافی است که همان کانترترمهای اینشتین که به حالت دیلاتونی تعمیم یافته اند را در نظر بگیریم. بدین ترتیب کنش کل از جمع جملات نامتناهی رابطه زیر به دست می آید.

$$I_{total}=I_{bulk}+I_{GH}+\frac{1}{8\pi}\int\sqrt{-\gamma}d^3x\left(\frac{2}{\ell e^{-\alpha\phi}}+\frac{\ell e^{-\alpha\phi}}{2(1-\alpha^4)}R\right) \quad (۵)$$

کانترترمها در حالت کلی $(n+1)$ بعدی

حال که کانترترم کنش دیلاتونی در چهار بعد را می دانیم به سادگی می توان آن را به حالت کلی فضا زمان $n+1$ بعدی تعمیم دهیم. برای این کار ابتدا ℓ را به شکل زیر تعریف می کنیم

$$\ell \equiv \left(\frac{(\alpha^2-n)(n-1)}{2\Lambda}\right)^{1/2} \tag{۶}$$

اکنون می توانیم کانترترم را به صورت زیر بنویسیم.

$$I_{ct}=\frac{1}{8\pi}\int d^n x\sqrt{-\gamma}\left\{\frac{n-1}{\ell e^{-\alpha\phi}}+\frac{\ell e^{-\alpha\phi}}{2(1-\alpha^2)(n-2+\alpha^2)}R+\frac{\ell^3 e^{-3\alpha\phi}}{2(n-4)(1-\alpha^2)(n-2+\alpha^2)^2}\left[R_{ab}R^{ab}-\frac{n}{4(n-1)}R^2\right]+\ldots-\sum_{s=[(n+1)/2]}^{\infty}\frac{B_s}{[(\alpha^2-1)(n-2+\alpha^2)]^s}\left(\frac{\ell e^{-\alpha\phi}}{2}\right)^{2s-1}R^s\right\} \tag{۷}$$

لازم به یادآوری است که منظور از جمله مربوط به حد پایین سری یعنی $s=[(n+1)/2]$ جزء صحیح عبارت $(n+1)/2$ می باشد.همانند بخش قبل می بینیم که اگرچه شاید هیچ کدام از جملات سری (۷) صفر نباشند اما جمع تمام جمله های واگرا در بی نهایت برابر با صفر خواهد شد، به شرطی که B_s را به درستی انتخاب کنیم. بنابراین برای محاسبه کنش متناهی فقط کافی است که جملات متناهی کانترترم را که همان جملات تعمیم یافته اینشتین هستند، در نظر بگیریم. به عبارتی کنش فیزیکی از جمع قسمت های متناهی رابطه زیر به دست می آید.

$$I_{total}=I_{bulk}+I_{GH}+\frac{1}{8\pi}\int d^n x\sqrt{-\gamma}\left\{\frac{n-1}{\ell e^{-\alpha\phi}}+\frac{\ell e^{-\alpha\phi}}{2(1-\alpha^2)(n-2+\alpha^2)}R+\frac{\ell^3 e^{-3\alpha\phi}}{2(n-4)(1-\alpha^2)(n-2+\alpha^2)^2}\left[R_{ab}R^{ab}-\frac{n}{4(n-1)}R^2\right]+\ldots\right. \tag{۸}$$

در عمل نیازی به محاسبه ضرایب B_s نداریم. زیرا این ضرایب تاثیری در مقدار کنش فیزیکی ندارند. ما در مورد چهاربعد نشان دادیم که اگر این ضرایب به صورت معادله (۴) انتخاب شوند همه واگرایی های موجود در کنش که شامل واگرایی های خود کانترترمها نیز هست ازبین می روند. در حالت کلی $n+1$ نیز انتخاب صحیح این ضرایب منجر به حذف تمام واگرایی ها می شود. از آنجا که محاسبه آنها دشوار و از طرفی غیر ضروری است، در اینجا آن را محاسبه نمی کنیم.

نتیجه گیری

ما در این مقاله برای اولین بار به محاسبه کانترترمهای گرانش دیلاتونی اینشتین پرداختیم. مشاهده کردیم که هرچند تعداد حملاتی که به عنوان کانترترم باید در نظر گرفته شوند بی نهایت است اما تعداد بسیار محدودی از آنها در محاسبه کنش کل تاثیر دارند. محاسبه کنش در به دست آوردن کمیت های پایستار سیستم نقش اساسی دارد. لذا با در دست داشتن کنش می توانیم بسیاری از ویژگی های سیستم گرانشی را محاسبه کنیم.

مرجع‌ها

[۱] J. D..Brown and J. W.. York; "Quasilocal energy and conserved charges derived from the gravitational action"; *Phys. Rev. D* **47**, 1407 (1993).

[۲] V.. Balasubramanian and P.. Kraus; "A stress tensor for anti-de Sitter gravity"; *Commun. Math. Phys*. **208**, 413 (1999).

[۳] P.. Kraus, F.. Larsen, and R.. Siebelink "The gravitational action in asymptotically AdS and flat space-times"; *Nucl. Phys. B* **563**, 259 (1999).

[۴] M.. Hennigson and K. .Skenderis; "The holographic Weyl anomaly"; *High Energy Phys.* **7**, 023 (1998) .

[۵] S.. Nojiri and S. D.. Odintsov; "Conformal anomaly for dilaton coupled theories from AdS/CFT correspondence"; *Phys. Lett. B* **444**, 92 (1998).

[۶] M. H.. Dehghani; "Thermodynamics of rotating charged black strings and (A) dS/CFT correspondence"; *Phys. Rev. D* **66**, *044006 (2002).*

[۷]] M. H.. Dehghani; "Rotating topological black branes in various dimensions and AdS/CFT correspondence"; *Phys. Rev. D* **65**, *124002 (2002).*

[۸] M. H.. Dehghani and A.. Khodam-Mohammadi; "Thermodynamics of a d-dimensional charged rotating black brane and the AdS/CFT correspondence"; *Phys. Rev. D* **67**, *084006 (2003).*

[۹] Z.. Dayyani, A..Sheykhi and M. H..Dehghan; "Counterterm method in Einstein dilaton gravity and the critical behavior of dilaton black holes with a power-Maxwell field"; *Phys. Rev. D* **95**, 084004 (2017).

تحول غول های سرخ در حضور گرانش تعمیم یافته

نجفی، شیدا[۱]؛ میرترابی ، محمدتقی[۱]؛ انصاری، زکیه[۱]؛ موتا، دیوید[۲]

[۱] دانشکده فیزیک دانشگاه الزهرا ، خیابان ده ونک ، تهران

[۲] مرکز اخترفیزیک نظری، دانشگاه اسلو، نروژ

چکیده

در این مقاله تحول میدان اسکالر کامیلئون در ستارگان شاخه‌ی غول سرخ با استفاده از کد مسا بررسی شده و مشخص می‌شود که تقریب شبه-ایستا فرض مناسبی در بررسی رفتار میدان کامیلئون در مقیاس‌های زمانی اخترفیزیکی نیست بلکه میدان کامیلئون به سرعت به کمینه‌ی پتانسیل مؤثر غلتیده و نیروی پنجم محدود به تغییرات کوچک چگالی درون ستاره غول خواهد بود. همچنین با توجه به تحول و پایداری ستاره در حضور نیروی پنجم با استفاده از کد مسا، ثابت کوپل‌شدگی میدان اسکالر مقید شده‌است.

Red Giant evolution in Modified Gravity

Najafi, Sheyda[1]; Mirtorabi, Mohammad Taghi[1]; Ansari, Zakieh[1]; Mota, David[2]

[1] Department of Physics, University of Alzahra, Tehran,
[2] Institute for theoretical Astrophysics, University of Oslo, Norway

Abstract

In this paper the evolution of chameleon scalar field inside Red Giant Branch star is considered using MESA code. It is shown that the quasi-static approximation is not an appropriate assumption for chameleon behavior in astrophysical scales. The chameleon scalar field rolls down the effective potential quickly therefore the effect of fifth force is limited to small gradients of density inside Red Giant Branch star. Furthermore, considering the evolution and stability of star in the presence of fifth force using MESA code, an approximate constraint on the coupling constant is found.

PACS No. 04.50.Kd

مقدمه

داده‌های کیهان‌شناسی دلالت بر این دارد که مدل استاندارد کیهان‌شناسی بهترین مدل سازگار با اندازه‌گیری‌های ماهواره پلانک است[1]. با این وجود این مدل همچنان با مسائلی بی‌پاسخ روبه‌رو است. از جمله منشا انرژی تاریک و ماده تاریک. بنابراین تعدادی مدل‌های جایگزین نیز مطرح شده‌است که سعی در توضیح پدیده‌ها و مسائل متعدد در مقیاس های مختلف به خصوص انبساط شتاب مثبت کیهانی دارد. از جمله تعمیم های نسبیت عام می توان به اضافه کردن درجات آزادی به تئوری اشاره کرد. یکی از انواع چنین نظریه‌هایی در قالب مدل های اسکالر-تانسور معرفی می شوند که در آنها میدان اسکالر به صورت غیرکمینه به اسکالر انحنا کوپل می شود و حضور میدان اسکالر کوپل شده به انحنا و یا به عبارتی به تانسور انرژی-تکانه‌ی ماده، نیروی جدیدی به عنوان نیروی پنجم معرفی خواهد کرد. باتوجه به آزمون های نسبیت عام، گرانش اینشتین در منظومه شمسی با دقت خوبی با مشاهدات سازگار است، بنابراین حضور چنین نیرویی در نظریه های گرانش تعمیم یافته، این نظریه ها را با خطر کنار گذاشته شدن مواجه می کند. بنابراین چنین نظریه‌هایی نیاز به مکانیزمی دارند که

از طریق آن درجات آزادی اضافی حداقل در منظومه شمسی اثری قابل صرف نظر داشته باشد.یکی از راه های پنهان کردن نیروی پنجم استفاده از وابستگی جرم میدان اسکالر به چگالی محیط است که به عنوان مکانیزم کامیلئون شناخته می شود به گونه‌ای که در نواحی پرچگال، جرم موثر میدان اسکالر بزرگ بوده و نیروی پنجم، نیرویی کوتاه برد خواهد بود و در نواحی کم چگال نیروی پنجم بلند برد بوده و اثری قابل ملاحظه خواهد داشت . کنش این مدل به‌صورت زیر در نظرگرفته‌شده‌است.

$$s=\int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{M_p^{\,2}}{2}R-\frac{M_p^{\,2}}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi-V(\varphi)\right)+S_m\left[\mathrm{A}^2(\varphi)g_{\mu\nu},\psi_i\right] \tag{1}$$

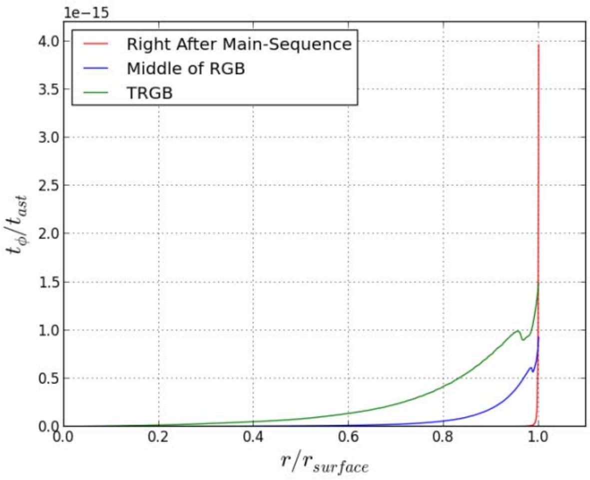
که در آن $A(\varphi)=e^{\beta\varphi}\simeq 1+\beta\varphi$ تابع کوپل‌شدگی است. همچنین جرم پلانک برابر با $M_p=\sqrt{c^3/8\pi G}$ بوده و میدان اسکالر φ کمیتی بدون بعد درنظرگرفته‌شده‌است. بنابراین معادله حرکت میدان اسکالر با وردش‌گیری از کنش نسبت به میدان اسکالر به صورت زیر خواهد بود

$$\Box\varphi=\frac{1}{M_p^{\,2}}\frac{dV(\varphi)}{d\varphi}+\frac{\beta\rho c}{M_p^{\,2}}$$
$$\beta=\frac{A_{,\varphi}}{A} \tag{2}$$

بنابراین با درنظرگرفتن پتانسیل معکوس توانی $V(\varphi)=\frac{M^{4+n}}{M_p^{\,n}\varphi^n}$، کمینه میدان اسکالر برابر است با

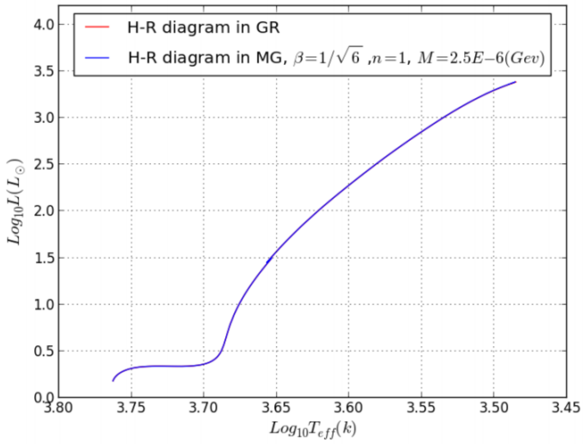
$$\varphi_{\min}=\left(\frac{nM^{4+n}}{M_p^{\,n}\beta\rho c}\right)^{1/(n+1)} \tag{3}$$

که درآن ثابت M با توجه به مرجع [2]،ازمرتبه $10^{-6}\,\mathrm{Gev}$ درنظرگرفته‌شده‌است . نیروی پنجم در واحد جرم با استفاده از قانون بقای تانسور انرژی-تکانه برابر با $F_\varphi=\beta c^2\nabla\varphi$ است. با اضافه کردن نیروی میدان اسکالر به معادله تعادل هیدرواستاتیک ستاره در کد مسا، می‌توان تحول ستاره را در حضور میدان اسکالر بررسی کرد. نسبت مقیاس زمانی نوسان میدان اسکالر حول کمینه پتانسیل مؤثر به مقیاس زمانی تحول ستاره غول توسط کد مسا برای ستاره $1M_\odot$ محاسبه شده است. همانطور که در شکل (۱) نشان داده‌شده‌است، این نسبت بسیار کوچکتر از واحد است که بیانگر نوسان سریع میدان حول کمینه پتانسیل مؤثر نسبت به تحول ستاره بوده و اجازه می‌دهد میدان اسکالر را به طور متوسط در کمینه پتانسیل مؤثر درنظر بگیریم.



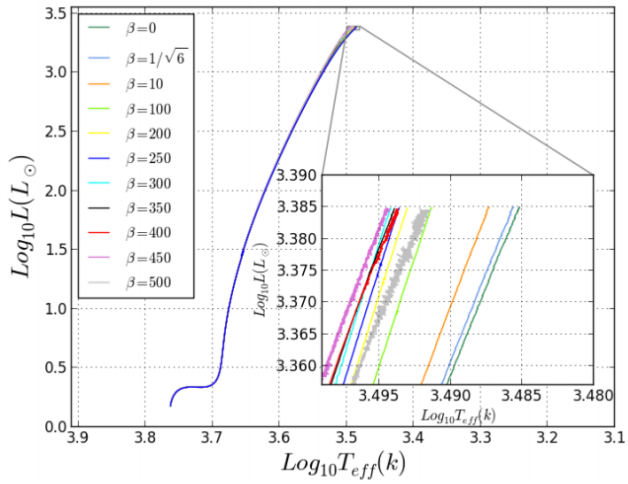
شکل۲ : نسبت مقیاس زمانی نوسان میدان اسکالر حول کمینه پتانسیل مؤثر به مقیاس زمانی تحول ستاره در شاخه غول در سه زمان متفاوت رسم شده‌است.

بنابراین همانطور که در نمودار هرتسپرانگ-راسل شکل (۲) نشان داده‌شده‌است به ازای کوپل‌شدگی از مرتبه $O(1)$، نیروی پنجم اثری ناچیز در تحول ستاره دارد.



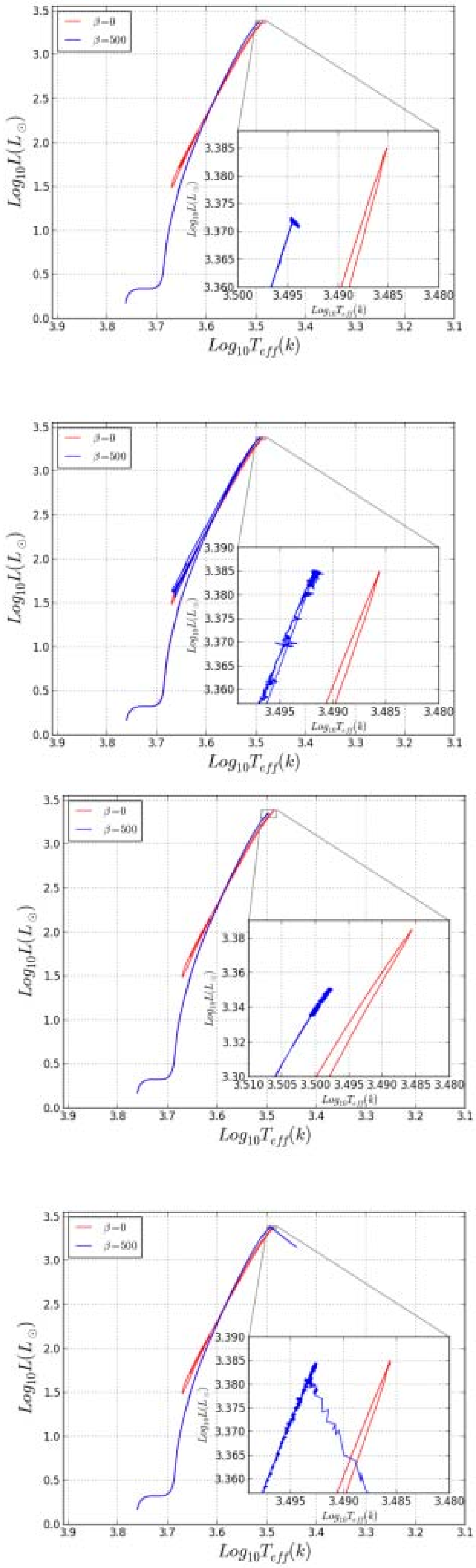
شکل۲ :نمودار هرتسپرانگ–راسل تحول ستاره $1M_{\odot}$ با کوپل‌شدگی $1/\sqrt{6}$.

همچنین با افزایش کوپل‌شدگی β در کد مسا، قیدی برای کوپل‌شدگی با توجه به تحول و پایداری ستاره به‌دست‌آورده‌ایم. همانطور که در شکل (۳) مشخص است با افزایش کوپل‌شدگی در مسیر تحولی ستاره ناپایداری نمایان می‌شود.



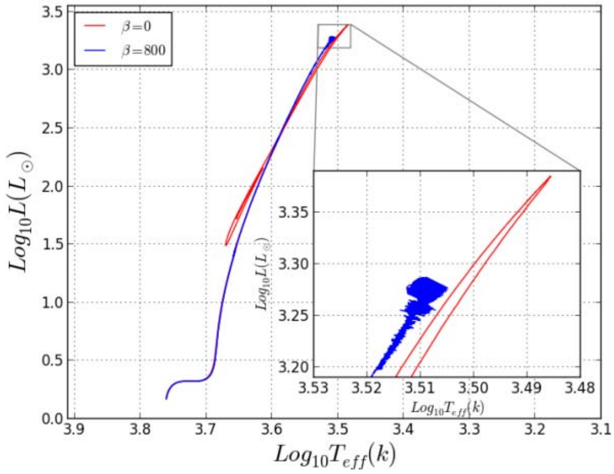
شکل۳ : نمودار هرتسپرانگ–راسل تحول ستاره به ازای مقادیر مختلف کوپل‌شدگی.

به منظور تعیین هویت این ناپایداری‌ها و تشخیص ناپایداری‌های عددی از ناپایداری فیزیکی، دقت کد برای تعدادی از مقادیر کوپل‌شدگی تغییر داده شده‌است. همانطور که در شکل(۴) برای کوپل‌شدگی $\beta = 500$ مشخص است، با تغییر دقت، ناپایداری همچنان حضور داشته و به طور کلی برطرف نمی‌شود.



شکل۴ : نمودار هرتسپرانگ–راسل ستاره مربوط به کوپل‌شدگی $\beta = 500$.

همچنین با افزایش کوپل‌شدگی، نه تنها ناپایداری در مسیر تحولی ستاره افزایش می‌یابد شکل(۵)، بلکه بازه‌ی همگرایی کد عددی نیز محدود شده که خود گواهی بر افزایش ناپایداری فیزیکی کد است.



شکل۲ : نمودار هرتسپرانگ–راسل ستاره مربوط به کوپل‌شدگی $\beta = 800$.

همچنین تقریبی برای مقدارتحلیلی کوپل‌شدگی β با توجه به مرجع[3] برای سیال غیرنسبیتی به‌دست آمده‌است که حد بالایی از مرتبه(۳) برای کوپل‌شدگی مشخص می‌کند که سازگار با قید عددی به‌دست آمده توسط کد مسااست.

نتیجه گیری

در این مقاله تحول میدان اسکالر کامیلئون در ستارگان شاخه غول بررسی شده و نشان داده شده است که تقریب شبه–ایستا تقریب خوبی در توصیف تحول ستاره در این شاخه نبوده و میدان اسکالر کمینه پتانسیل مؤثر را دنبال خواهد کرد. همچنین به صورت تحلیلی و با استفاده از کد مسا تخمینی برای کوپل‌شدگی میدان اسکالر با توجه به پایداری ستاره از مرتبه(۳) به‌دست آمده‌است.

مرجع‌ها

[1] Planck Collaboration, P. Ade et al, Planck 2013 results.I.; “*Overview of products and scientific results*”; *arXiv*:1303.5062.

[2] A. Hees, A. F ¨ uzfa, "*Combined cosmological and solar system constraints on chameleon mechanism*", *arXiv*:1111.4784[gr-qc].

[3] P. Brax, A. Davis, R. Jha, "*Neutron Stars in Screened Modified Gravity: Chameleon vs Dilaton*", *arXiv*:1702.02983 [gr-qc].

(نا)پایداری در اختلالات ماده میمتیک

حسینی منصوری ، سید علی[۲،۱] ؛ فیروزجاهی، حسن[۲] ؛ گرجی، محمدعلی[۲]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

[۲] پژوهشکده نجوم، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

چکیده

اخیرا نشان داده شده است که مدل میمتیک برای ماده تاریک سرد از وجود ناپایداری‌هایی از قبیل شبح و ناپایداری گرادیان رنج می‌برد. بنابراین در کارهای اخیر با اضافه نمودن مشتقات مراتب بالا به کنش میمتیک، ناپایداری‌های این مدل را رفع نمودند ولی در سطح پس‌زمینه این اقدامات منجر به توصیف درستی از ماده تاریک نمی‌شود. در این مقاله با معرفی مدل دو میدانی میمتیک در عدم حضور پتانسیل نشان می‌دهیم که معادلات پس‌زمینه همچنان رفتار ماده تاریک سرد را توصیف می کند. علاوه براین با تجزیه مدل‌های اسکالر به موئلفه‌های بی‌دررو و آنتروپی، مدل دو میدانی یک مدل آنتروپی سالم در حال انتشار در مرتبه اختلال را فراهم می‌سازد. اما در حضور پتانسیل، در مرتبه اختلالی ناپایداری استروگرودسکی به وجود می‌آید.

On (in)stabilities in Mimetic matter perturbations

Hosseini Mansoori, Seyed Ali[1,2]; Firouzjahi, Hassan[2]; Gorji, Mohammad Ali[2]

[1]Department of Physics, Shahrood University of Technology P. O. Box 3619995161, Shahrood, Iran
[2]School of Astronomy, Institute for search in fundamental Sciences (IPM)
P. O. Box 19395-5531, Tehran, Iran

Abstract

Recently, it has been shown that the Mimetic theory for the cold dark matter suffers from the ghost and gradient instabilities. Therefore, in recent works, these instabilities have been removed by adding the higher derivative terms to the Mimetic action, but at the background level these works don't lead to an accurate interpretation for the cold dark matter. In this paper, by introducing Mimetic two fields with a lack of the potential, we show that the background equations still produce cold dark matter behavior. Moreover, by decomposing scalar modes to the adiabatic and entropic components, two fields model provides healthy propagating entropic mode. But in the presence of the potential, Ostrogradsky-like instability would arise in our model at the level of perturbations.

PACS No. 04

مقدمه

اخیرا مدل ماده تاریک میمتیک توسط شمس‌الدین[۱] و موخانف[۲] با کنش زیر مطرح شد [۱].

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}R+\lambda\left(g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi+1\right)\right] \qquad (۱)$$

که φ میدان اسکالر و λ یک میدان کمکی (ضریب لاگرانژ) هستند. با در نظر گرفتن معادله حرکت برای λ به قید میمتیک خواهیم رسید ($g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi=-1$). می‌توان دید که قسمت ماده کنش بالا سیالی با رفتاری شبیه به ماده تاریک سرد را نشان می‌دهد. اما این مدل در مرتبه اختلالی دارای مدهای اختلالی انتشاری نیست. به همین علت با اضافه کردن ترم‌های با مشتق‌های بالا نظیر $\gamma(\Box\phi)^2/2$ به کنش می‌توان مدل منتشر شده‌ای با سرعت صوت $c_s^2=\gamma/(2-3\gamma)$ را ایجاد نمود [۲]. نکته قابل توجه این است که چنین جمله‌ای معادلات پس‌زمینه را تغییر نخواهد داد. اما علی رغم این رفتار، چنین مدلی دارای شبه و نیز ناپایداری‌های گرادیانی است [۳،٤]. در سال اخیر تلاش‌های زیادی در جهت سالم کردن این مدل انجام شده است. در این میان در بعضی کارها برای رفع ناپایداری‌ها، جفت‌شدگی میان مشتق دوم میدان اسکالر (دالامبری) و خمش اسکالر یعنی $\Box\phi R$ پیشنهاد شد [٦،٥]. گرچه این جمله مدل را سالم می‌کند ولی در مرتبه پس‌زمینه دیگر رفتار ماده تاریک سرد را توجیح نمی‌کند. به همین

[۱] Chamseddine
[۲] Mukahnov

علت در کار اخیرمان حتی با در نظر گرفتن تمام جفت‌شدگی‌های ممکن میان تانسورهای ریمان و مشتقات میدان اسکالر تلاشی برای باز تولید معادلات پس‌زمینه برای ماده تاریک را انجام دادیم [۷]. در تمام این مقالات، شکل و ماهیت کنش میمتیک دستخوش تغییر قرار گرفته است. حال این سوال مطرح می‌شود که آیا می-توان مدلی را پیشنهاد داد تا علاوه براین که به ماهیت کنش میمتیک احترام بگذارد عاری از هرگونه ناپایداری باشد؟ در پاسخ به این سوال، در این مقاله مدل میمتیک را به مدل دو میدانی بسط می‌دهیم و اختلالات کیهان‌شناسی این مدل را مورد بررسی قرار می دهیم. در این مدل اختلالات به دو مد بی دررو و آنتروپی تجزیه می‌شوند که اختلال بی دررو مماس بر مسیر کلاسیکی در حالی که مد آنتروپی عمود بر مسیر است. در موردی که تقارن انتقال در میدان اسکالر را در نظر بگیریم مد بی‌درو متوقف می شود و تنها مد آنتروپی با سرعت صوت برابر با سرعت نور منتشر می‌شود. اکنون زمانی که این تقارن از طریق اضافه نمودن تابع پتانسیل شکسته شود مد بی‌درو انتشار می یابد و باعث بروز ناپایداری استروگردسکی می‌شود.

مدل دو میدانی

در این بخش مدل دو میدانی میمتیک را معرفی می‌کنیم و سپس پایداری این مدل را مورد مطالعه قرار میدهیم. شکل کلی این مدل به صورت،

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}R+\lambda\left(\sum_{i=1}^{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi_i\partial_\nu\phi_i+1\right)\right] \quad (۲)$$

هست که φ_1 و φ_2 میدان‌های حقیقی و نیز معادله قیدی با رابطه،

$$g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi_1\partial_\nu\phi_1+g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi_2\partial_\nu\phi_2=-1 \quad (۳)$$

نشان داده می‌شود و همان‌طور که پیداست این مدل دارای تقارن انتقال[3] ($\varphi\to\varphi+c$) است. اکنون با وردش گرفتن از کنش نسبت به متریک و میدان‌های اسکالر به ترتیب به روابط زیر خواهیم رسید.

$$G_{\mu\nu}=T_{\mu\nu}=-2\lambda\left(\partial^\mu\phi_1\partial_\nu\phi_1+\partial^\mu\phi_2\partial_\nu\phi_2\right) \quad (٤)$$

$$\partial_\mu\left(\sqrt{-g}\,\lambda\partial^\mu\phi_i\right)=0; i=1,2 \quad (٥)$$

که با در نظر گرفتن متریک تخت FRW، مولفه‌های معادله اینشتین (رابطه ٤) به دسته معادلات زیر می‌انجامند.

$$3H^2=-2\lambda\ ;\ 2\dot{H}+3H^2=0 \quad (٦)$$

لازم به ذکر است که قید میمتیک (رابطه ۳) در معادلات بالا اعمال شده است. به طور واضح می‌توان دید که $\lambda=\dot{H}$ است. از سوی دیگر معادلات کلاین گوردن (رابطه ٥) نیز در پس‌زمینه متریک FRW به روابط زیر منجر می‌شود.

$$\lambda a^3\dot{\phi}_1=c_1;\ \lambda a^3\dot{\phi}_2=c_2 \quad (٧)$$

که c_1 و c_2 ثابت‌های انتگرال هستند. حال با گرفتن مشتق زمانی از معادلات بالا و ترکیب آنها به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$\frac{\ddot{\phi}_1}{\dot{\phi}_1}=\frac{\ddot{\phi}_2}{\dot{\phi}_2} \quad (٨)$$

همچنین معادله قیدی (رابطه ۳) در سطح پس‌زمینه نشان می‌دهد که،

$$\dot{\phi}_1^2+\dot{\phi}_2^2=1 \quad (۹)$$

حال با توجه به معادلات بالا، ضریب لاگرانژ با مقیاس طول با $\lambda\propto a^{-3}$ کاهش می‌یابد. از طرفی با توجه به تانسور انرژی تکانه (رابطه ٤) می‌توان دید که چگالی انرژی $\rho=-T_0^0\propto a^{-3}$ رفتاری شبیه به ضریب لاگرانژ دارد و نیز $P=T_i^i/3=0$ است که همان رفتار ماده تاریک سرد را نشان می‌دهد که در شباهت با مدل میمتیک معمول است. اما سیستم در مرتبه اختلالی به علت وجود یک درجه آزادی جدید مانند مدل میمتیک معمول نیست. در بخش بعد اختلال مورد به مدل دو میدانی میمتیک را با تجزیه مدهای اسکالر به مد بی‌دررو و مد آنتروپی مورد بررسی قرار خواهیم داد.

اختلال مدل دو میدانی

با مقایسه معادلات قیدی برای مدل دو میدانی (رابطه ۳) با معادله قیدی برای مدل تک میدان می‌توان مشاهده نمود که هیچ کدام از میدان‌های اسکالر φ_1 و φ_2 نقش میدان اسکالر در نظریه تک میدانی میمتیک را بازی نمی‌کنند. بنابراین با اعمال تبدیلاتی در فضای میدان‌های اسکالر می‌توان میدان جدیدی تعریف کرد که رفتاری مشابه با میدان اسکالر در مدل تک میدانی داشته باشد. برای این منظور تبدیلات زیر را در فضای میدان‌ها در نظر می‌گیریم.

[3] Shift symmetry

$$g^{\mu\nu}\partial_\mu\sigma\partial_\nu\sigma \equiv g^{\mu\nu}\left(\partial_\mu\phi_1\partial_\nu\phi_1+\partial_\mu\phi_2\partial_\nu\phi_2\right) \quad (۱۰)$$

$$g^{\mu\nu}\partial_\mu s\partial_\nu s \equiv g^{\mu\nu}\left(\partial_\mu\phi_1\partial_\nu\phi_1-\partial_\mu\phi_2\partial_\nu\phi_2\right) \quad (۱۱)$$

که به ترتیب σ و s مولفه‌های بی‌دررو و آنتروپی هستند. طبق مقاله [۸] سرعت مولفه بی‌دررو در فضای میدان‌ها که از دوران سرعت میدان‌های اسکالر به اندازه زاویه θ در فضای میدان‌ها حاصل می‌شود، با رابطه

$$\dot{\sigma}=(\cos\theta)\dot{\phi}_1+(\sin\theta)\dot{\phi}_2 \quad (۱۲)$$

مشخص می‌شود که به ترتیب $\cos\theta=\dot{\phi}_1/\sqrt{\dot{\phi}_1^2+\dot{\phi}_2^2}$ و $\sin\theta=\dot{\phi}_2/\sqrt{\dot{\phi}_1^2+\dot{\phi}_2^2}$ هستند. حال با اعمال قید میمتیک (رابطه ۹) سرعت موئلفه بی‌درو $\dot{\sigma}=1$ است. از طرفی دیگر سرعت موئلفه آنتروپی در مرتبه پس‌زمینه نیز با رابطه زیر تعریف می‌شود

$$\dot{s}=-(\sin\theta)\dot{\phi}_1+(\cos\theta)\dot{\phi}_2 \quad (۱۳)$$

که این مولفه در پس زمینه ثابت خواهد بود ($\dot{s}=0$). همچنین از رابطه (۸) و اعمال قید میمتیک می‌توان دید که $\dot{\theta}=0$ است. در مرتبه اختلال، اختلالات میدان‌های اسکالر یعنی $\delta\phi_1$ و $\delta\phi_2$ به اختلالات بی‌دررو $\delta\sigma$ و آنتروپی δs توسط روابط زیر تعیین می‌شوند

$$\delta\sigma=(\cos\theta)\delta\phi_1+(\sin\theta)\delta\phi_2 \quad (۱٤)$$

$$\delta s=-(\sin\theta)\delta\phi_1+(\cos\theta)\delta\phi_2 \quad (۱٥)$$

اکنون با انتخاب پیمانه همراه $\delta\sigma=0$ و تجزیه فضا زمان از طریق فرمالیسم ADM برای متریک،

$$ds^2=-N^2dt^2+h_{ij}(dx^i+N^idt)(dx^j+N^jdt) \quad (۱٦)$$

که N^i مولفه های بردار انتقال، N تابع گذر و نیز h_{ij} متریک فضای سه بعدی است، با اختلالات اسکالر،

$$N=1+\alpha;\quad N^i=\partial^i\psi;\quad h_{ij}=a^2e^{2R}\delta_{ij} \quad (۱۷)$$

و نیز استفاده از رابطه گاوس-کدوزی، می‌توان کنش (رابطه ۲) در مرتبه دوم اختلال نسبت به مدل‌های اسکالر به صورت زیر نوشت.

$$S^{(2)}_{\text{com}}=\int d^4xa^3\left(L^{(2)}_{EH}+L^{(2)}_M\right) \quad (۱۸)$$

که $L^{(2)}_{EH}$ مربوط به عبارت اینشتین- هیلبرت و نیز $L^{(2)}_M$ مربوط به میدان‌های میمتیک هستند. به علت بزرگی عبارت مربوط به $L^{(2)}_{EH}$ از نوشتن آن صرف نظر کردیم. اما عبارت $L^{(2)}_M$ با رابطه زیر داده می شود.

$$L^{(2)}_M=-\bar{\lambda}\left(\delta\dot{s}^2+\alpha^2-6\alpha R\right)+2\lambda^{(1)}\alpha \quad (۱۹)$$

در رابطه بالا $\bar{\lambda}$ مقدار پس‌زمینه و نیز $\lambda^{(1)}$ مرتبه اول اختلال از میدان کمکی است. حال با رفتن به فضای فوریه و در نظر گرفتن بردار تکانه در راستای محور z و اعمال انتگرال‌های جز به جز و روابط پس‌زمینه، نهایتا لاگرانژی مرتبه دوم اختلال به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}L^{(2)}_{\text{com}}&=\frac{3}{2}a^3H^2\delta\dot{s}^2-\frac{3}{2}aH^2k^2\delta s^2-3a^3\dot{R}^2\\&+2a^3(3H\alpha-k^2\psi)\dot{R}+ak^2R^2+2ak^2\alpha R\\&-\frac{3}{2}a^3H^2\alpha^2+2a^3Hk^2\psi\alpha+2a^3\lambda^{(1)}\alpha\end{aligned} \quad (۲۰)$$

همان‌گونه که پیداست مدهای $\lambda^{(1)}$ و ψ مدهای اسکالر غیر دینامیکی هستند. حال با در گرفتن وردش نسبت به مدهای اختلالی $\lambda^{(1)}$ و ψ به ترتیب به معادلات زیر خواهیم رسید.

$$\alpha=0\ ;\ \dot{R}=0 \quad (۲۱)$$

رابطه بالا نشان می‌دهد که اختلال خمش R یک مد انتشاری نیست که در تشابه با مد تک میدانی میمتیک است. اکنون با قرار دادن معادلات بالا در معادله حرکت حاصل از وردش نسبت به α به رابطه قیدی زیر می‌رسیم.

$$\psi=-\frac{R}{a^2H}-\frac{\lambda^{(1)}}{k^2H} \quad (۲۲)$$

سرانجام با جایگزینی معادلات قیدی بالا در لاگرانژی (۲۰)، لاگرانژی کاهش یافته مرتبه دوم اختلال به رابطه زیر تبدیل می-شود.

$$L^{(2)}_{\text{com}}=\frac{3}{2}a^3H^2\delta\dot{s}^2-\frac{3}{2}aH^2k^2\delta s^2+ak^2R^2 \quad (۲۳)$$

به منظور مطالعه پایداری این مدل، بایستی از فرمالیسم هامیلتونی استفاده کرد. تکانه کانونیک مربوط به مدهای اختالالی با $\Pi_R=0$ و $\Pi_{\delta s}=3a^3H^2\delta\dot{s}$ داده می‌شود. لازم به ذکر است که قید اولیه $\Pi_R=0$ منجر به قید ثانویه $R=0$ می‌شود. بعد از اعمال این قیود، هامیلتونی کاهش یافته با رابطه زیر داده می‌شود.

$$H^{(2)}_{\text{com}}=\frac{\Pi^2_{\delta s}}{6a^3H^2}+\frac{3}{2}aH^2k^2\delta s^2 \quad (۲٤)$$

حال اگر ماتریس هسین از هامیتونی بالا را تشکیل دهیم، می‌توان دید که تمام ویژه مقادیر هامیلتونی مثبت هستند بنابراین این مدل

کاملا سالم است. توجه به این نکته لازم است که مد بی‌دررو σ همان مد ساکن در مدل تک میدانی میمتیک را نشان می‌دهد. بنابراین در فضای دو بعدی میدان‌های اسکالر، تنها مد اختلالی عمود بر مسیر کلاسیکی میدان‌ها می‌تواند منتشر شود. در بخش بعد با شکستن تقارن انتقال میدان با اضافه کردن پتانسیل، پایداری اختلال کیهان‌شناسی مدل دو میدانی را بار دیگر مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

بررسی پایداری مدل درحضور پتانسیل

اکنون با در نظر گرفتن جمله پتانسیل $V\left(\phi_1,\phi_2\right)$ به کنش (۲) تقارن انتقال در فضای میدان ها شکسته خواهد شد. در این صورت تانسور انرژی تکانه و نیز معادله کلاین گوردن به صورت معادلات زیر بازتعریف خواهند شد.

$$T^{\mu}_{\nu} = -2\lambda\left(\partial^{\mu}\phi_1\partial_{\nu}\phi_1 + \partial^{\mu}\phi_2\partial_{\nu}\phi_2\right) - V(\phi_1,\phi_2)\delta^{\mu}_{\nu} \quad (۲۵)$$

$$\frac{2}{\sqrt{-g}}\partial_{\mu}\left(\sqrt{-g}\,\lambda\partial^{\mu}\phi_i\right) + \frac{\partial V\left(\phi_1,\phi_2\right)}{\partial\phi_i} = 0 \quad (۲۶)$$

بنابراین چگالی انرژی و فشار به ترتیب $\rho = -2\lambda + V$ و $P = -V$ هستند. پس می‌توان نشان داد که در حضور پتانسیل مدل دیگر رفتار ماده تاریک را توجیح نمی‌کند. در مرتبه پس‌زمینه معادله فریدمن و رویچادری به ترتیب با معادلات زیر داده می‌شوند.

$$3H^2 = -2\lambda + V \quad (۲۷)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = V \quad (۲۸)$$

اکنون با توجه به روابط بالا، $\lambda = \dot{H} = -\epsilon H^2$ است که $\epsilon \equiv -\dot{H}/H^2$ یک پارامتر بی بعد است. به علت اینکه به مدل انبساطی علاقه‌مندیم بنابراین شرط انرژی نول[4] اشاره به $\left(\epsilon > 0\right)\dot{H} < 0$ دارد. در روشی مشابه با تبدیلات میدان‌های اسکالر به مولفه‌های بی‌دررو و آنتروپی، پتانسیل نیز به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$V_{\sigma} = (\cos\theta)V_{\phi_1} + (\sin\theta)V_{\phi_2} \quad (۲۹)$$

$$V_{s} = -(\sin\theta)V_{\phi_1} + (\cos\theta)V_{\phi_2} \quad (۳۰)$$

حال با اعمال قید میمتیک (رابطه (۳)) در معادله کلاین گوردن (۲۶) در فضای میدان $\{\sigma, s\}$ به قیود زیر خواهیم رسید.

$$V_{\sigma} = \frac{2}{a^3}\frac{d}{dt}\left(\lambda a^3\right) \quad (۳۱)$$

$$\dot{\theta} = \frac{V_s}{2\lambda} = \frac{V_s}{2M_P^2\dot{H}} \quad (۳۲)$$

اکنون با بسط اختلالی کنش تا مرتبه دوم در فضای فوریه و استفاده از معادلات پس‌زمینه و نیز با قرار دادن قیود مربوط به مدهای غیردینامیکی در کنش، سرانجام به هامیلتونی کاهش‌یافته زیر خواهیم رسید.

$$\begin{aligned} H^{(2)}_{\mathrm{com}} &= \frac{V_s}{2\epsilon H}\delta s\Pi_R + \frac{\Pi^2_{\delta s}}{4\epsilon a^3 H^2} - \frac{ak^2 V_s}{\epsilon H^2}R\delta s \\ &+ \frac{a^3}{2}\left(\frac{2\epsilon k^2 H^2}{a^2} + \frac{V_s^2}{\epsilon H^2} + V_{ss}\right)\delta s^2 - ak^2R^2 \end{aligned} \quad (۳۳)$$

حضور جمله $\delta s\Pi_R$ در هامیلتونی نشان دهنده ناپایداری استروگرودسکی است که نشان می‌دهد ویژه مقادیر انرژی حداقل دارای یک انرژی منفی است. به عبارت دیگر انرژی از پایین محدود نیست.

نتیجه گیری

با تجزیه مدل‌های اسکالر در مدل دو میدانی میمتیک به دو مد بی دررو و آنتروپی در عدم حضور پتانسیل، مد بی درو متوقف می شود در حالیکه مد آنتروپی با سرعت صوت برابر با سرعت نور منتشر می‌شود و مدل پایدار است. اما در حضور پتانسیل مد بی‌دررو نیز انتشار می یابد ولی باعث ایجاد ناپایداری استروگرادسکی می‌شود.

مرجع‌ها

[1] A. H. Chamseddine and V. Mukhanov, JHEP 1311, 135 (2013), [arXiv:1308.5410 [astroph. CO]].
[2] A. H. Chamseddine, V. Mukhanov and A. Vikman, JCAP 1406, 017 (2014), [arXiv:1403.3961 [astro-ph.CO]].
[3] H. Firouzjahi, M. A. Gorji and S. A. Hosseini Mansoori, JCAP 1707 (2017) 031 [arXiv:1703.02923 [hep-th]].
[4] A. Ijjas, J. Ripley and P. J. Steinhardt, Phys. Lett. B 760, 132 (2016), [arXiv:1604.08586 [gr-qc]].
[5] Y. Zheng, L. Shen, Y. Mou and M. Li, arXiv:1704.06834 [gr-qc].
[6] S. Hirano, S. Nishi and T. Kobayashi, arXiv:1704.06031 [gr-qc].
[7] M. A. Gorji, S. A. Hosseini Mansoori and H. Firouzjahi, [arXiv:1709.09988 [hep-th]].
[8] C. Gordon, D. Wands, B. A. Bassett, R. Maartens, Phys. Rev. D 63, 023506 (2001), [arXiv:astro-ph/0009131].

[4] Null energy condition

ترمودینامیک سیستم های دوتایی تحت گرانش نیوتونی و MONDIAN

ژولیده حقیقی، محمد حسین [1]؛راهوار، سهراب [2]؛ رحیمی تبار، محمد رضا [3]
[1,2,3]دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شریف ، خیابان آزادی، تهران

چکیده

ترمودینامیک سیستم‌های دوتایی تحت برهمکنش دینامیک اصلاح شده نیوتونی (MOND) را مورد بررسی قرار می‌دهیم. نشان می‌دهیم سیستم های MONDIAN در آنسامبل میکروکانونی از خود گذار فاز نشان می‌دهند که این موضوع در گرانش نیوتونی وجود ندارد. همچنین در آنسابل کانونی نشان می‌دهیم پارامتر نظم و گرمای ویژه در یک دمای بحرانی به شدت تغییر می‌کنند که نشان دهنده گذار از حالت گازی به حالت خوشه شدگی است.

Statistical mechanics of Newtonian and MONDIAN binary systems

M.H. ZHOOLIDEH HAGHIGHI, S. RAHVAR AND M REZA RAHIMI TABAR
Department of Physics, Sharif University of Technology, P.O. Box 11155-9161, Tehran, Iran

Abstract

system under the Modified Newtonian Dynamics (MOND) we investigate the thermodynamics of a binary gravitational Interaction. In addition we will show that for MONDIAN systems there is a phase transition for microcanonical ensembles which is not expected in the Newtonian case. Moreover we would study ensemble of a binary under MONDIAN interaction and show that as expected there is a phase transition but not negative specific heat. In our study, specific heat and order parameter which is the distance between particles will sharply change at critical temperature; this shows that particles change their gaseous phase into a clumped phase.

مقدمه

برای توضیح تشکیل این ساختاردر عالم رهیافت رایج روش اختلالی است. در این روش فرض می شود که در زمان گذشته انحرافات کوچکی از حالت همگن در جهان به وجود آمده و این انحرافات می توانند با زمان رشد کرده و نهایتا کهکشان ها و خوشه ها و دیگر ساختارها را به وجود آورند. تا زمانی که این ناهمگنی ها کوچک هستند می توان آنها را با نظریه اختلال خطی مورد مطالعه قرار داد [3]. روش دیگری برای بررسی تشکیل ساختار وجود دارد که در واقع مسئله ی تشکیل ساختار را از دیدگاه ترمودینامیکی مورد بررسی قرار می دهد و تشکیل شدن توده های ناهمگن را ناشی از گذار فاز انجام شده در سیستم می داند. یکی از کارهایی که در این زمینه انجام شده است مطالعه ی سیستمی از ذرات تحت تاثیر گرانش نیوتونی در دو بعد می باشد[9].

دو تایی تحت برهمکنش گرانشی (آنسامبل میکروکانونی)

برای سیستمی ایزوله متشکل از تعداد زیادی از ذرات، می توان به مطالعه ترمودینامیک سیستم پرداخت. برای بنا کردن توصیف آماری چنین سیستمی باید از آنسامبل میکروکانونی شروع کرد. هامیلتونی سیستم دو ذره‌ای در دستگاه مختصات مرکز جرم به صورت زیر داده می شود:

$$H(P,Q;p,r) = \frac{P^2}{2M} + \frac{p^2}{2\mu} + V \quad (1)$$

که در آن (Q,P) مختصات و تکانه ی مرکز جرم، (q,r) مختصات و تکانه ی نسبی، M = 2m جرم کل μ =m/2 جرم کاهش یافته و m جرم تک تک ذرات است.

فرض می کنیم ذرات مورد بررسی کره هایی به شعاع $a/2$ هستند که در جعبه ای به شعاع R قرار دارند، ابتدا باید آنتروپی سیستم را حساب کنیم. برای این منظور نیاز است حجمی که سطح انرژی ثابت H=E در فضای فاز دوازده بعدی اشغال می کند را حساب کنیم.

$$\Gamma(E) = \int d^3P\, d^3p\, d^3Q\, d^3r\, \Theta(E-H) \quad (2)$$

$$g(E) = \frac{d\Gamma}{dE} \quad (3)$$

که در آن Θ تابع پله است. بعد از انتگرال گیری روی P, p Q نتیجه زیر حاصل می شود:

$$(5)\ g(E) = AR^3 \int_a^{r_{max}} r^2 dr[E + GM^2/r]^2$$

به دلیل اینکه انرژی جنبشی همواره مثبت است، باید حدود انتگرال به نحوی انتخاب شود که مثبت مونden انرژی جنبشی تضمین شود. بنابراین برای دو محدوده انرژی زیر، حد بالای انتگرال گیری بدین صورت خواهد بود :برای $-GM^2/a < E < -GM^2/R$ داریم $r_{max} = GM^2/E$ و برای $-GM^2/R < E < \infty$داریم $r_{max} = R$. با استفاده از این حدود می توان به محاسبه رابطه (5) پرداخت. بنابراین برای $-GM^2/a < E < -GM^2/R$ داریم:

$$\frac{g(E)}{A(Gm^2)^3} = \frac{R^3}{3}(-E)^{-1}(1+\frac{aE}{Gm^2})^3 (6)$$

وبرای $-GM^2/R < E < \infty$داریم

$$\frac{g(E)}{A(Gm^2)^3} = \frac{R^3}{3}(-E)^{-1}[(1+\frac{RE}{Gm^2})^3 - (1+\frac{aE}{Gm^2})^3] (7)$$

با داشتن g(E) به راحتی می توان آنتروپی و دمای سیستم را حساب کرد:

$$S(E) = ln\, g(E);\ T^{-1}(E) = \beta(E) = \frac{ds(E)}{dE} (8)$$

با استفاده از (6) و (8) دما را بدست می آوریم که با بدون بعد کردن آن با تعریف $t = aT/Gm^2$ و $\varepsilon = aE/Gm^2$ به رابطه زیر می رسیم:

$$t = [\frac{3}{1+\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon}]^{-1} (9)$$

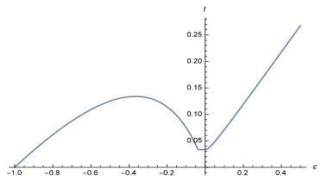
وقتی که ذرات بدون هیچ انرژی جنشی در تماس با هم قرار دارند، سیستم در مینیمم انرژی خود قرار دارد و $\varepsilon = -1$ که منجر به صفر شدن t می شود. سیستم در این حالت در فاز با دمای پایین قرار دارد. با افزایش انرژی سیستم، دما افزایش یافته و تا زمانی که مشتق دما بر حسب انرژی صفر شود ادامه می یابد. با افزایش بیشتر انرژی سیستم وارد محدوده ی با گرمای ویژه منفی می شود. دلیل حضورناحیه ی با گرمای ویژه مثبت وجود شعاع مینیمم که همان کره صلب به شعاع $\frac{a}{2}$ است، می باشد. برای بازه دوم در رابطه (8) شکل t به صورت زیر خواهد بود [3,8]:

$$t = [\frac{3[(1+\varepsilon)^2 - \frac{R}{a}(1+\frac{R}{a}\varepsilon)^2]}{(1+\varepsilon)^3 - \frac{R}{a}(1+\frac{R}{a})^3} - \frac{1}{\varepsilon}]^{-1} (10)$$

دو تایی تحت برهمکنش گرانش MOND (آنسامبل میکروکانونی)

علاقه مندیم که خصوصیات آماری سیستم دو ذره ای تحت گرانش MOND را بررسی کنیم. برای این منظور رهیافتی که در بخش قبل معرفی کردیم را دنبال می کنیم. مانند قبل باید تعداد کل حالت های ممکن برای کره ای با انرژی ثابت E در فضای فاز را حساب کنیم. باید مواظب باشیم که در مورد موند، انرژی پتانسیل وابسته به مقیاس است یعنی با تعریف $r_{crit} = \sqrt{GM^2/a_0}$، اگر $r < r_{crit}$ آنگاه خواهیم $V = -GM^2/r$ داشت و اگر $r > r_{crit}$ داریم $V = M\sqrt{GMa_0}ln(r)$.[6,7] که در آن r_{crit} بیانگر فاصله ای است که سیستم در فواصل بیشتر از آن، از برهمکنش گرانشی نیوتونی به برهمکنش گرانشی MOND می رود. برای سادگی محاسبات دو کمیت با بعد انرژی به صورت $e_1 = M\sqrt{GMa_0}$ و $e_2 = GM^2/a$ تعریف می کنیم. برای محاسبه انتگرال $g(E)$ باید دقیقا r_{max} را برای محدوده های انرژی مختلف حساب کنیم. بر خلاف حالت نیوتونی که دو بازه ی انرژی تعریف کردیم که در هر حالت r_{max} متفاوتی داشت، در مورد گرانش MOND نیاز به تعریف سه محدوده انرژی داریم. دلیل این امر وابستگی پتانسیل گرانشی به فاصله بین ذرات است. در واقع تا زمانی که فاصله بین ذرات کمتر از r_{crit} است پتانسیل گرانشی بین آنها نیوتونی بوده و $r_{max} = GM^2/E$ است. با افزایش انرژی سیستم و در نتیجه افزایش فاصله بین دو ذره وارد فاز MOND شده و حداکثر فاصله بین ذرات به شکل $r_{max} = Re^{\frac{E}{e_1}}$ می شود. با افزایش بیشتر انرژی سیستم از حالت مقید خارج شده و وارد فاز آزاد شده و حد بالای انتگرال گیری برای این حالت $r_{max} = R$ خواهد بود. حال برای محاسبه انتگرال $g(E)$ برای بازه های مختلف آماده ایم. پس از محاسبه انتگرال ها برای بازه های متفاوت می توان مانند حالت نیوتونی $t(\varepsilon)$ را به دست آورد.با در اختیار داشتن $t = t(\varepsilon)$ ، قادر به رسم نمودار $t - \varepsilon$ هستیم شکل (1) . توجه به این نکته لازم است که وقتی به سیستم انرژی می دهیم، ابتدا سیستم در حالتی قرار دارد که برهمکنش بین ذرات با گرانش نیوتونی مدیریت می شود. بنابراین همان طور که توقع داشتیم گرمای ویژه منفی می باشد. با افزودن بر انرژی سیستم و وارد شدن در حالتی که برهمکنش گرانشی MONDIAN می شود یا به عبارتی در رژیم موند عمیق

قرار می گیریم، با افزودن به انرژی سیستم دما تغییر نمی کند و گذار فاز در این محدوده اتفاق می افتد. در محاسباتی که در ادامه می آوریم نشان خواهیم داد که وقتی سیستم در حالت موند عمیق باشد سرعت چرخشی ذرات ثابت بوده و ناحیه تخت در نمودار بدین دلیل ظاهر می شود.



شکل (1)–دمای بدون بعد بر حسب انرژی بدون بعد برای یک سیستم دوتایی که طبق گرانش MOND برهمکنش می کنند. در ناحیه BC گرمای ویژه منفی می باشد. ناحیه تخت CD در نمودار مربوط به محدوده موند عمیق است.

دو ذره که به دور هم می گردند، حرکت شان دایروی است $F = \frac{mv^2}{r}$ به علاوه در رژیم عمیق MOND، نیروی گرانشی به صورت $F = \frac{e_1}{r}$ است. از طرفی از اصل همپارش انرژی می دانیم که دما با سرعت متناسب است. از کنار هم گذاشتن بحث های بالا به این نتیجه می رسیم که در نواحی ای که گرانش MOND غالب است، با افزودن انرژی به سیستم دما ثابت می ماند. علاوه بر این از نمودار متوجه می شویم به دلیل اینکه با اضافه کردن انرژی به سیستم دما تغییر نمی کند، در این ناحیه گذار فاز وجود دارد.

دو تایی تحت برهمکنش گرانش MOND (آنسامبل کانونی)

در این بخش دوتایی تحت برهمکنش گرانش MOND را در آنسامبل کانونی بررسی خواهیم کرد. برای این منظور به تابع پارش سیستم نیاز داریم

$$Z(\beta) = R^3\beta^{-3}\int d^3Pd^3pd^3Qd^3r\, exp(-\beta H)(11)$$

انتگرال روی P,p و Q بسادگی قابل انجام است

$$Z(\beta) = R^3\beta^{-3}\int_a^R d^3r\, exp[\beta[GM^2/R - e_1 ln(r/R)]](12)$$

می توان این انتگرال را بر اساس کمیات بدون بعد $x = R/a$ و t بازنویسی کرد

$$Z(\beta) = (R/a)^3 t^3 \int_1^{R/a} x^2\, exp[\frac{1}{tx} - \frac{e_1 ln(ax/R)}{e_2 t}]dx(13)$$

بر خلاف مورد نیوتونی که تابع پارش را نمی توانستیم به صورت تحلیلی محاسبه کنیم، برای حالت گرانش MOND می توان این انتگرال را بصورت تحلیلی محاسبه کرد و جواب آن به شکل زیر است

$$Z(t) = (\frac{R}{a})^3(\frac{-1}{t})^{\frac{-e_1}{e_2 t}} a^{\frac{-e_1}{e_2 t}}\Gamma(\frac{e_1}{e_2 t} - 3, \frac{1}{t})$$
$$(\frac{R}{a})^3(\frac{-a}{Rt})^{\frac{-e_1}{e_2 t}} R^{\frac{-e_1}{e_2 t}}\Gamma(\frac{e_1}{e_2 t} - 3, \frac{a}{Rt}) \quad (14)$$

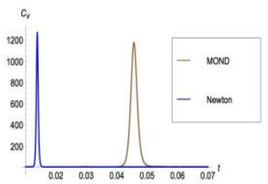
برای اینکه توصیف دقیقی از گذار فاز داشته باشیم باید به کمیات ترمودینامیکی توجه کنیم و واگرایی در مشتق انرژی نسبت به دما که همان گرمای ویژه است را بررسی کنیم. با مشتق گیری از لگاریتم تابع پارش می توان انرژی متوسط را حساب کرد

$$E(\beta) = -\frac{dlnZ}{d\beta}(15)$$

طبق تعریف گذار فاز، در یک سیستم ترمودینامیکی زمانی گذار فاز مرتبه اول رخ می دهد که مشتق اول انرژی نسبت به یکی از کمیات ترمودینامیکی مثل دما یا متغیرهای دیگر با گسستگی یا واگرایی مواجه شود. گذار فازهای بین حالات سه گانه جامد، مایع و گاز از نوع گذار فاز مرتبه اول می باشند [4]. در نتیجه برای بررسی اینکه ایا سیستم گذار فاز انجام می دهد، باید گرمای ویژه و پارامتر نظم را مطالعه کنیم.

$$C_v = \frac{dE}{dT} = \frac{d(t^2 d\, lnZ/dt)}{dt}(16)$$

پس از محاسبه گرمای ویژه و ترسیم نمودار گرمای ویژه بر حسب دما، شکل (2) حاصل می شود. این محاسبات را برای هر دو حالت گرانش MOND و نیوتونی انجام داده ایم. همان طور که از شکل مشخص است برای هر دو حالت در دمای مشخصی گرمای ویژه دارای قله است. این نمودار تنها برای دو ذره است و می توان نشان داد که در حد ترمودینامیکی این قله به سمت بی نهایت و واگرایی میل می کند. نکته قابل توجه دیگر این است که دمای بحرانی برای گرانش نیوتونی و گرانش MOND متفاوت است و گذار فاز برای این دو سیستم در دماهای متفاوتی رخ می دهد.

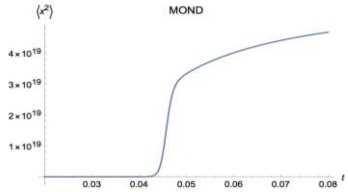


شکل (2)–گرمای ویژه سیستم دوتایی تحت برهمکنش نیوتونی و MOND. می توان دید که در دو حالت گذار فاز وجود دارد.

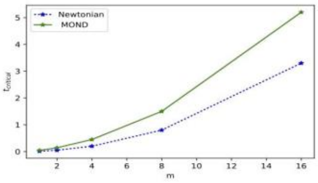
برای اینکه مطمئن شویم واگرایی دیده شده در گرمای ویژه واقعا مربوط به گذار فاز است یا نه، اقدام به محاسبه پارامتر نظم کرده ایم. پارامتر نظمی که در بررسی های خود انتخاب کردیم فاصله ی بین ذرات می باشد.

$$< x^2 >= \frac{\int_1^{R/a} dx\, x^4 exp(\frac{1}{tx} - \frac{e_1 ln(ax/R)}{e_2 t})}{\int_1^{R/a} dx\, x^2 exp(\frac{1}{tx} - \frac{e_1 ln(ax/R)}{e_2 t})} (17)$$

با داشتن تابع پارش شروع به محاسبه گرمای ویژه و پارامتر نظم می کنیم. نتیجه این محاسبات را در شکل (2 و 3) رسم کرده ایم. نکته جالب توجه این است که دقیقا در همان دمایی که گرمای ویژه واگرا می شود، پارامتر نظم هم با افزایش بسیار سریع روبرو می شود. از شکل های (2 و 3) واضح است که گذار فاز اتفاق افتاده است. بعلاوه همان طور که توقع داشتیم در هیچ محدوده ای گرمای ویژه منفی نمی شود. این گذار فاز چگونگی تشکیل توده های ساختار را برای ما توضیح می دهد. زمانی که دما بالاتر از مقدار بحرانی قرار دارد، ذرات در حالتی شبیه به حالت گازی قرار دارند، در این حالت پارامتر نظم که فاصله بین ذرات است بسیار بزرگ است. با کم کردن دمای سیستم و رسیدن به دمای بحرانی، پارامتر نظم به سرعت به مقدار بسیار کوچکی تقلیل می یابد و دو ذره به یکدیگر می چسبند. برای یک سیستم N ذره ای با کاهش دمای گاز ذرات دو به دو تحت تاثیر گذار فاز قرار گرفته و به هم می چسبند. بعد از این گذار فاز که گذار فاز اول می باشد، گازی با 2/N ذره که جرم هر کدام m2 است خواهیم داشت. می توان دمای بحرانی بر حسب جرم را رسم کرد و دید چگونه دمای بحرانی به جرم ذرات بستگی دارد. همان طور که از شکل(4) مشخص است، با افزایش جرم ذرات دمای بحرانی افزایش می یابد. به دلیل اینکه $t_{critical_1} < t_{critical_2}$ و به طور مشابه $t_{critical_{n-1}} < t_{critical_n}$ ، بعد از اتفاق افتادن اولین گذار فاز، گاز به صورت بهمنی تحت گذار فاز قرار می گیرد؛ بدین معنی که بعد از هر گذار فاز ذرات به هم می چسبند و سیستمی با ذرات پر جرم تر را ایجاد می کنند. این اتفاق تا زمانی که کلیه ذرات گاز به هم بچسبند ادامه می یابد.



شکل (3)-پارامتر نظم (فاصله بین ذرات) در مقابل دما برای هر دو حالت نیوتونی و MOND. مشاهده می شود که از دمای بحرانی به بعد، فاصله بین ذرات به شدت افزایش می یابد.



شکل (4)- به عنوان تابعی از جرم ذرات برای هر دو حالت نیوتونی و MOND. همان طور که از شکل مشاهده می شود با افزایش جرم ذرات، دمای بحرانی افزایش می یابد

نتیجه گیری

دیدیم که چگونه می توان با استفاده از رهیافت ترمودینامیکی و مفهوم گذار فاز، فرایند تشکیل ساختار را توضیح داد. نشان دادیم که سیستم های گرانشی در رژیم موند قوی در آنسامبل میکروکانونی گذار فاز می دهند؛ این در حالی است که چنین رفتاری در گرانش نیوتونی مشاهده نمی شود. همچنین توانستیم تابع پارش سیستمی که تحت گرانش موندی است را به صورت تحلیلی حساب کنیم. در مطالعه ای که انجام دادیم گذار فاز را با کنکاش در کمیت های ترمودینامیکی پیدا کردیم و بر خلاف رهیافت های پیشین که به صورت کیفی گذار فاز را بررسی می کردند، ما این تغییر در حالت سیستم را به صورت کاملا کمّی بررسی کرده ایم.

مرجع‌ها

[1] Padmanabhan, T. 1990, Phys. Rep., 188, 285
[2] Binney, J., & Tremaine, S. 1987, Princeton, NJ, Princeton University Press, 1987, 747 p.
[3] Peebles, P. J. E. 1980, Research supported by the National Science Foundation. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1980. 435
[4] Sanju'an, M. A. F. 2011, Contemporary Physics, 52, 98
[5] Dauxois, T., Ruffo, S., Arimondo, E., & Wilkens, M. 2002, Dynamics and Thermodynamics of Systems with Long-Range Interactions, 602,
[6] Milgrom, M. 1983, ApJ, 270, 365
[7] Bekenstein, J., & Milgrom, M. 1984, ApJ, 286, 7
[8] Padmanabhan, T. 2008, arXiv:0812.2610
[9] Abdalla, E., & Rahimi Tabar, M. R. 1998, Physics Letters B, 440, 339

روش‌های یادگیری ماشین در جستجوی ردپای ریسمان‌های کیهانی

وفایی‌صدر، علیرضا[۱،۲،۳]؛ فرهنگ، مرضیه[۱]؛ موحد، سیدمحمدصادق[۱،۴]؛ بست، بروس[۳]؛کونز، مارتین[۲]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی ، ولنجک ، تهران

[۲] دانشکده فیزیک نظری ژنو؛ دانشگاه ژنو، ژنو، سوییس

[۳] موسسه علوم ریاضیات آفریقا، میوزنبرگ، آفریقای جنوبی

[۴] پژوهشکده فیزیک پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران، ایران

چکیده

میدان تصادفی CMB معدن ارزشمندی برای استخراج اطلاعات جالب فیزیکی هم از نقطه‌نظر نظریه و هم از منظر تحلیل داده‌ها است. از جمله ردپاهای موجود در این میدان تصادفی وجود نواقص توپولوژیکی نظیر ریسمان‌های کیهانی است. در این مقاله به منظور یافتن ردپای ریسمان‌های کیهانی در میدان تصادفی CMB از ویژگی‌های پردازش تصویر، خواص آماری و یادگیری ماشینی استفاده می‌کنیم. در ابتدا مبتنی بر نتایج ماهواره پلانک، نقشه CMB گوسی را شبیه‌سازی می‌کنیم. سپس با کمک کُنش نامبو–گاتو نقشه‌های ریسمان‌های کیهانی که بخشی از اثر پیوسته سکس–ولف است، تولید می‌شوند. با برهم‌نهی مناسب نقشه‌های مذکور و درنظر گرفتن شرایط مختلف رصدی مانند اثرات نوفه و بیم دستگاه‌های مختلف مانند Planck، ACT، CMB-S4 I و CMB-S4 II ، نقشه نهایی استخراج می‌گردد. معیارهای مختلفی مانند مولفه‌های موجک و خمک تصویر، فیلترهای پردازش تصویر و خواص آماری مانند تابع دونقطه‌ای وزندار و بدون‌وزن برروی نقشه‌ها اعمال می‌شود. سپس نتایج با کمک الگوریتم‌های جنگل کاتوره‌ای و تقویت گرادیان در یادگیری ماشین برای یافتن استراتژی بهینه در آشکارسازی ردپای شبکه ریسمانهای کیهانی تحلیل می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که کمترین مقدار تنش شبکه ریسمان‌های کیهانی قابل آشکارسازی و قابل اندازه‌گیری در CMB بدون درنظر گرفتن نوفه و سایر عوامل سرراهی در نقشه‌ای با تفکیک زاویه‌ای $0.4'$ به ترتیب برابر با $G\mu \geq 2.1\times10^{-10}$ و $G\mu \geq 3.6\times10^{-9}$ است.

Machine learning algorithm in the search of cosmic strings

Vafaei sadr, Alireza[1,2,3];Farhang, Marzieh[1]; Movahed, Seyed Mohammad Sadegh[1,4]; Basset, Bruce[3]; Kunz, Martin[2]

[1] Department of Physics, Shahid Beheshti University, VelenjaK, Tehran, IRAN

[2]Département de Physique Théorique and Center for Astroparticle Physics, Université de Genève, 24 Quai Ernest Ansermet, 1211 Genéve 4, Switzerland

[3]African Institute for Mathematical Sciences, 6 Melrose Road, Muizenberg, 7945, South Africa

[4]School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences, (IPM), P. O. Box 19395-5531, Tehran, Iran

Abstract

CMB stochastic field is an important mine for inference interesting physical information from theoretical and data analysis points of view. An existence footprint in this field is topological defects such as cosmic strings. In this paper, to find the effect of cosmic strings in CMB, we use image processing features, statistical properties and machine learning method. At first, based on Planck project results, we simulate Gaussian CMB map. Then, map including cosmic strings network as part of ISW effect is produced. Using proper superposition of mentioned simulated maps considering different observational situations such as systematic noise and beam for various surveys, namely Planck, ACT, CMB-S4 I and II, final maps are prepared. Different measures such as curvelet and wavelet components, image processing filters and statistical properties such as weighted and un weighted Two-Point correlation function are applied on simulated maps. Therefore, previous results are investigated using random forest and gradient boost algorithms in machine learning, in order to find optimum strategy for cosmic string detection. Results demonstrated that, the minimum value of detectable and measureable cosmic string tension in CMB map with resolution $0.4'$ *without noise and other foreground contaminations are* $G\mu \geq 2.1\times10^{-10}$ *and* $G\mu \geq 3.6\times10^{-9}$*, respectively.*

مقدمه

CMB یک میدان تصادفی (۲+۱) بُعدی است که اطلاعاتی از فیزیک کیهان اولیه و عوامل سرراهی در اختیار ما قرار می‌دهد[۱]. استخراج این اطلاعات نیازمند مداقه در نظریه‌ها و ابزارهای محاسباتی و داده‌پردازی است. با توجه به ماهیت تصادفی این میدان افت‌وخیز، چارچوب احتمالاتی مبتنی بر خواص هندسی و توپولوژیک تصوری کاملی از این میدان را در اختیار ما قرار می‌دهد[۲]. از جمله موارد مخفی در این افت‌وخیز، فیزیک مربوط به گذارفازهایی است که احتمالاً در کیهان اولیه رخ داده است [۳و۴]. یکی از پیش‌بینی‌های نظریه میدان‌های کوانتومی در کیهان‌شناسی، امکان گذار بین فازهای مختلف خلاء در جریان انبساط کیهان است. بر حسب نوع توپولوژی این فازها، نواقص توپولوژیک پایایی مانند تک‌قطبی‌ها و یا ریسمان-های کیهانی تشکیل می‌شوند. شبکه‌های ریسمان‌های کیهانی (ریسمان‌ها) که از ریسمان‌های نامتناهی، حلقه‌های بسته یا برخورد ریسمان‌ها تشکیل شده‌اند، آثاری چون همگرایی گرانشی و یا قطبش و ناهمسانگردی در CMB از خود بر جای می‌گذارند[۳و۴]. در برخی از مدل‌های تورمی نواقص توپولوژیکی در پایانِ دوره تورمی بوجود آمده‌اند، همچنین مدل‌های جدیدِ تورمی که از نظریه اَبَرریسمان استخراج شده، امکان قابل قبولی برای تولید ریسمان‌های کیهانی ایجاد می‌کند[۵].

شبکه ریسمان‌های کیهانی

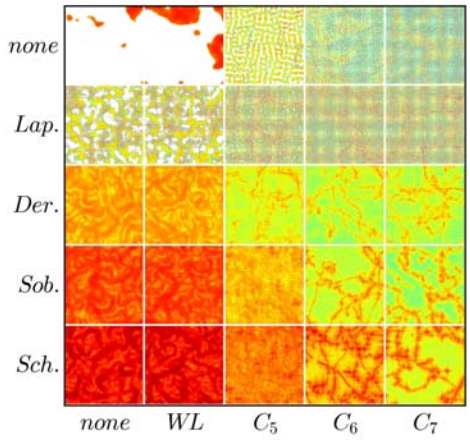
شبکه ریسمان کیهانی، شامل ریسمان‌های بی‌نهایت، حلقه‌ها و اتصال‌های دو یا بیشترِ ریسمان‌ها می‌شوند و به طور مشخص اثراتی نظیر همگرایی گرانشی، قطبشِ CMB و ناهمسان‌گردی‌های CMB را به دنبال دارند[۶]. شواهد اخترفیزیکی ریسمان‌ها به احتمال برهمکنش آنها و کمیت بدون بعد $G\mu/c^2$ که اصطلاحاً تنش ریسمان نامیده می‌شود بستگی دارد (G ثابت نیوتون و μ جرم در واحد طول ریسمان و c سرعت نور است) [۳و۴]. مقید کردن تنش ریسمان، مستقیماً به معنی محدود ساختن نظریه بنیادینی است که بر اساس آن ریسمان‌ها تولید می‌شوند و مشاهده ریسمان‌ها به نوعی شاهدی رصدی برای چنین نظریه‌هایی به حساب می‌آید. از نقطه نظر رصدی قیدها میتوانند از تحلیل طیف توان، نقشه در فضای دوگان و یا نقشه در فضای حقیقی استخراج شوند. پروژه ماهواره پلانک در نتایج خود حد $G\mu \geq 3.0\times10^{-7}$ را برای ریسمانهای آبلین- هیگز و $G\mu \geq 1.3\times10^{-7}$را برای ریسمانهای بدون اتصال پیش‌بینی کرده است[۵]. این حد برای ریسمانهای نامبو-گاتو و داده‌های قطبش به $G\mu \geq 1.1\times10^{-7}$رسیده است[۷]. اما تحلیل‌های مبتنی بر پایه‌ی فضای حقیقی $G\mu \geq 8.8\times10^{-7}$، $G\mu \geq 7.8\times10^{-7}$ و $G\mu \geq 7.0\times10^{-7}$ را پیش‌بینی کرده‌اند[۵]. در تحلیل‌های دیگر و با استفاده از روشهای آماری مبتنی بر آمار برخورد بالاگذر مقدار $G\mu \geq 4.0\times10^{-9}$[۸] و آمار قله‌ها مقدار $G\mu \geq 1.2\times10^{-8}$[۹] و تابع توزیع با استفاده پیش‌پردازش تصاویر $G\mu \geq 4.3\times10^{-10}$ [۱۰] در حالت بدون نویز گزارش شده‌است. در این تحقیق، به تحلیل ناپیوستگی‌های موجود در CMB ناشی از اثر شبکه ریسمانهای کیهانی توسط اثر کایزِر- اِستِبینز (KS) که می‌تواند نتایج قابل مشاهده در میدان تصادفی CMB به وجود آورد می‌پردازیم[۱۱]. در این مقاله ما به دنبال پایین‌ترین حد قابل آشکارسازی و قابل اندازه‌گیری ریسمانهای کیهانی هستیم.

شبیه‌سازی CMB در حضور ریسمانهای کیهانی

شبیه‌سازی در این مقاله شامل چهار بخش است: ابتدا نقشه کاملاً گاوسی CMB را با استفاده از آخرین نتایجِ داده‌های Planck شبیه‌سازی می‌کنیم [۱]. سپس شبکه ریسمان‌های کیهانی را با استفاده از شبیه‌سازی مبتنی بر کنش نامبو-گاتو تولید می‌کنی[۱۲]. مرحله سوم برهم‌نهی ریسمان‌ها بر روی نقشه گاوسی و همچنین اضافه کردن نوفه رصدی و دستگاهی است. این نوفه‌ها و اثر بیم دستگاه مبتنی بر رصدهای Planck، ACT، CMB-S4 I و CMB-S4 II تعیین می‌شود. برای استخراج نتایج قابل اعتماد برای ۱۰۰ نقشه برای ۱۶ مقدار $G\mu/c^2$ شبیه‌سازی می‌شوند.

روش یادگیری ماشین[1] برای تحلیل نقشه‌ها

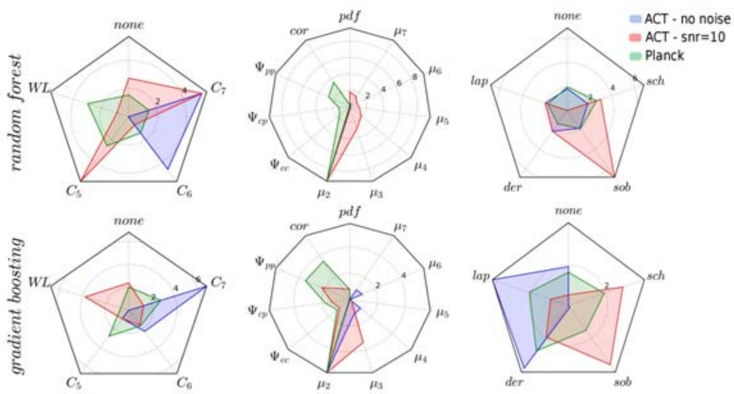
برای تحلیل نقشه‌های شبیه‌سازی شده مبتنی بر روش یادگیری ماشین از دو روش جنگل کاتوره‌ای[2] [۱۳] و تقویت گرادیان[3] [۱۴] شده استفاده کردیم. در این روشها از تعداد زیادی درخت تصمیم‌گیری استفاده می‌شود تا بتوان با تمرین بر روی داده‌های برچسب‌دار و یادگیری ویژگی‌های آنها که در ذیل آمده است، نقشه‌های جدید را پیش‌بینی کرد.



شکل ۱) خروجی دومرحله اول پیش پردازش

معرفی بردار ویژگی و روند آموزش ماشین

بردارهای ویژگی با استفاده از سه مرحله عملیات روی نقشه‌ها بدست آمدند. در مرحله اول تبدیل‌های مقیاسی مانند خمک و موجک استفاده شد که ۳ مولفه خمک[4] و ۱ مولفه موجک[5] و خود تصور جمعاً پنج نوع نقشه بدست می‌دهند. در مرحله دوم پنج فیلتر مختلف پردازش تصویر مانند Sobel ،Scharr ،Laplacian ،Derivative و خود تصور(none) را جمعاً روی پنج نوع نقشه‌ی استخراج شده از مرحله اول اعمال می‌کنیم. در مرحله سوم یازده نوع کمیت آماری از جمله توابع همبستگی دونقطه‌ای، تابع توزیع و ممانهای مختلف روی هر کدام از ۲۵ تصویر بدست آمده در مرحله دوم اعمال می‌کنیم. در نتیجه‌ی این سه مرحله گفته‌شده، نهایتاً ۲۷۵ کمیت به عنوان ویژگی هر نقشه در مقایسه با یک آنسامبل کاملاً گاوسی بدست می‌آید (شکل ۱). ما از این بردار ویژگی ۲۷۵ بُعدی برای آموزش دادن ماشین استفاده می‌کنیم. برای این منظور بردار ویژگی‌های هر نقشه در هر کلاس را با برچسب ریسمان شبیه‌سازی شده به دو روش جنگل کاتوره‌ای و تقویت گرادیان تعیین می‌کنیم به نحوی که بهترین مدل را برای پیش‌بینی ریسمان بهینه کند. برای جلوگیری از برازش بیش از حد[6]، از تقسیم بندی کاتوره‌ای[7] داده‌های هر کلاس شبیه‌سازی به نسبت ۹ به ۱ استفاده می‌کنیم. یادگیری مدل روی ۹ قسمت داده انجام می‌شود و پیش‌بینی روی یک قسمت دیده نشده توسط ماشین انجام می‌شود. از طرفی ابزار یادگیری ماشین استفاده شده این قابلیت را دارند تا بعد از یادگیری اهمیت ویژگی‌های داده شده را گزارش کنند. به بیان دیگر هر کدام از روش‌های یادگیری ماشین استفاده شده، پس از یادگیری، گزارش می‌کند که کدام ویژگی‌ها در فرآیند پیش‌بینی، نقش موثرتری بازی کردند. پس می‌توان گزارش کرد که از ۲۷۵ ویژگی استفاده شده، کدام ویژگی‌ها برای کار تحلیل ما مناسب‌ترند. برای این منظور، ما بین تمام صد ماشین بهینه شده در تمام ده تقسیم‌بندی تعداد حضور یک ویژگی را در ده تای اول لیست اهمیت شمرده‌ایم و میانگین تعداد حضور یک ویژگی در ده تای اول را رسم کرده‌ایم (شکل ۲).



شکل ۲) شکل ستاره‌ای اهمیت ویژگی‌ها

1 Machine learning method
2 Random forest
3 Gradient boost
4 curvelet
5 wavelet
6 overfitting
7 Cross-folding

سپس از ده ترکیبی که در سه مرحله پیش پردازش استفاده شده و در لیست مهمترین ویژگیها بیشترین اهمیت را داشتند استفاده نموده و تمام روند آموزش ماشین را با استفاده از آن ویژگی‌ها دوباره انجام دادیم. برای اجتناب از برازش بیش از حد، به ازای هر تقسیم بندی کاتوره‌ای، ۱۰۰ مدل با مقداردهی اولیه‌ی متفاوت آموزش داده شده‌اند. سپس به ازای هر کلاس، ۱۰۰ مدل، ۱۰۰ نقشه را پیش‌بینی کرده‌اند و در مجموع ده هزار پیش‌بینی وجود دارد. برای رد حدس پوچ[8] یا گزارش کمترین مقدار ریسمان قابل تفکیک (آشکارسازی) توزیع پیش‌بینی‌های متعلق به یک کلاس را با تمام کلاسهای دیگر مقایسه کرده‌ایم و میزان بیشینه‌ی P-value را به عنوان محک تفکیک گزارش کردیم. از این مقایسه برای تمام کلاسها، منحنی P–value بر حسب مقدار ریسمان در هر کلاس بدست می‌آید. زمانی که مقدار P–value بیش از سه برابر انحراف از معیار تراز اطمینان شود، مقدار ریسمان متناظر کمترین مقدار ریسمان قابل تفکیک خواهد بود. در جدول ۱ مقدار کمینه **قابل آشکارسازی**[9] در تراز 3σ برای رصدهای مختلف گزارش شده است. از طرفی به دلیل اینکه ابزار استفاده شده قابلیت تعیین مستقیم مقدار ریسمان از نقشه را دارند، ما کمیت دیگری را تعریف کردیم تا کمترین مقدار **قابل اندازه‌گیری**[10] ریسمان را مشخص کند. این کمیت میزان انحراف تابع توزیع مقادیر پیش‌بینی شده را در مقایسه با مقدار واقعی کلاسها نشان می‌دهد. ما مقدار تنش ریسمان که برای آن، مقدار واقعی از محدوده‌ی 1σ خطا خارج شود را به عنوان کمترین مقدار **قابل اندازه‌گیری** گزارش کرده‌ایم (جدول ۲).

خلاصه و نتیجه‌گیری

در این کار ما با استفاده از نقشه‌های شبیه‌سازی شده، دو روش یادگیری ماشین را برای آشکارسازی شبکه ریسمانهای کیهانی، آموزش دادیم. سپس ده ویژگی مهم را انتخاب کردیم و عملیات یادگیری را دوباره انجام دادیم. مشخص شد جمله هفتم خمک و گشتاور دوم برای آشکارسازی درحالت نوفه ضعیف نقش بسزایی بازی می‌کنند و هرچه نوفه بیشتر شود، جملات پایین‌تر خمک و موجک مهم می‌شوند. پس از یادگیری دوباره ماشین از با کمک ده ویژگی برتر و با مقایسه کلاسها و مقادیر واقعی تنش ریسمان، کمترین مقدار ریسمان **قابل آشکارسازی** و کمترین مقدار ریسمان **قابل اندازه‌گیری** را به دست آوردیم. تا آنجا که مطلع هستیم، این مقادیر بهتر از کارهای گزارش شده‌ای است که تا کنون منتشر شده‌اند. استفاده از روش پیشنهادی ما بر روی نقشه‌های واقعی و استفاده از رگرسیون برای اندازه‌گیری دقیقتر را به عنوان ایده‌های پیش‌رو در دست پیگیری داریم.

Map	FWHM	gradient boosting	random forest
No noise	0.9'	4.3×10^{-10}	2.1×10^{-10}
CMB-S4-like (II)	0.9'	1.2×10^{-7}	3.0×10^{-8}
CMB-S4-like (I)	0.9'	1.2×10^{-7}	1.2×10^{-7}
ACT-like	0.9'	1.2×10^{-7}	1.2×10^{-7}
Planck	5'	7.0×10^{-7}	5.0×10^{-7}

جدول۱) مقدار کمینه ریسمان **قابل آشکارسازی** در تراز 3σ

Map	FWHM	gradient boosting	random forest
No noise	0.9'	3.6×10^{-9}	3.6×10^{-9}
CMB-S4-like (II)	0.9'	1.2×10^{-7}	1.2×10^{-7}
CMB-S4-like (I)	0.9'	1.2×10^{-7}	2.5×10^{-7}
ACT-like	0.9'	2.5×10^{-7}	2.5×10^{-7}
Planck	5'	-	-

جدول۲) مقدار کمینه ریسمان **قابل اندازه‌گیری**

مراجع:

[1] P.A.R.Ade *et. al* , A&A, 594, A13 (2016).
[2] T. Matsubara, The Astrophysical Journal, 584:1–33, 2003
[3]N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz and J. Urrestilla, *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008) 021301
[4] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz and J. Urrestilla, *Phys. Rev.* D 82 (2010) 065004
[5] P.A.R.Ade *et. al*, A&A 571, A25 (2014)
[6] A. Vilenkin and E.P.S. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological Defects*, Cambridge University Press (2000)
[7]Charnock et al., *PRD 93, 123503* (2016)
[8] M. S. Movahed and S. Khosravi, *JCAP* 1103:012 (2011)
[9] M. Sadegh Movahed, B. Javanmardi, Ravi K. Sheth, MNRAS (2013)
[10] A. Vafaei, *et. al*, MNRAS (2017)
[11] N. Kaiser and A. Stebbins, *Nature* 310 (1984) 391
[12] A. A. Fraisse, C. Ringeval et al. PRD 78, 043535 (2008)
[13] Breiman L., 2001, Machine learning, 45, 5
[14] Friedman J. H., 2001, Annals of statistics, pp 1189–1232

[8] null hypothesis rejection
[9] detectable
[10] measureable

آشکار سازی چشمه‌های نقطه‌ای با استفاده از یادگیری عمیق

وفایی‌صدر، علیرضا[۱،۲]؛ بست، بروس[۲،۳]؛ ووس، اتین[۲]؛ حسین، زفیرا[۳،۲]؛ لونچر، میشل[۲]؛ اوزیر، ندیم[۲،۳]

[۱] *دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی ، اوین ، تهران*

[۲] *موسسه علوم ریاضیات آفریقا، میوزنبرگ، آفریقای جنوبی*

[۳] *تلسکوپ SKA آفریقای جنوبی*

چکیده

با نزدیکتر شدن به داده‌گیری تلسکوپهای جدید مانند SKA فرایند ماشینی کردن کاهش داده بسیار جدیتر و غیرقابل اجتناب‌تر میشود. *به همین منظور اتوماسیون مدیریت داده‌ها و حتی داده‌گیری تلسکوپ یکی از مسایل مهم یادگیری ماشینی در چالش‌های اخیر است. یکی از مسأله‌های مهم این حوزه تشخیص چشمه‌های نقطه‌ای در تصویرهای رادیویی تلسکوپ است. در این تحقیق ما با استفاده از شبکه عصبی عمیق و آموزش آن با شبیه‌سازی روشی را ارایه کردیم تا بتواند بهتر از روشهای موجود چشمه‌های نقطه‌ای را تشخیص دهد. نتایج ما نشان میدهد که یادگیری شبکه عصبی عمیق میتواند چشمه‌های بیشتری رابا خلوص بیشتر از عمق نوفه بیرون آورد.*

Point source detection using deep learning

Vafaei sadr, Alireza[1,2]; Basset, Bruce[2,3]; Vos, Etienne[2]; Hosseine, Zafiirah[2,3]; Lochner, Michelle[2]; Ozeer, Nadeem[2,3]

[1] Department of Physics, Shahid Beheshti University, G. C,. Tehran, IRAN

[2]African Institute for Mathematical Sciences, 6 Melrose Road, Muizenberg, 7945, South Africa

[3]SKA South Africa, The Park, Park Road, Pinelands, Cape Town 7405, South Africa

Abstract

Recent observations like SKA project provide an interesting opportunity for machine learning methods to solve automation problems in data management like reduction, object detection even survey decision making. One of the problems in recent radio telescopes is point source detection in radio images. In this research we used deep neural networks to train a pure convolutional neural network to address this problem. We Show that deep neural network can detect low signal to noise ratio point sources better that BDSM method and retrive more pure catalogs.

مقدمه

اخیرا حجم داده‌های آزمایشها و رصدها به شدت رو به افزایش است طوری که استفاده از انسان به عنوان کاربر برای مدیریت، آماده‌سازی و دسته‌بندی داده‌ها عملا غیر ممکن است. یکی از مسائل مهم حوزه‌ی رصدهای رادیویی حجم بالای داده‌های گرفته شده از آسمان و تشخیص چشمه‌های نقطه‌ای در آنهاست. چالشهای بر سر راه در حل این مسئله تغییر تابع بیم نسبت به موقعیت جغرافیایی رصدگر و طول و عرض رصد و یا همبستگی در نوفه است. بمنظور استفاده از ماشین در تشخیص چشمه‌های نقطه‌ای، از سال ۱۹۷۰ [۱،۲] روشهایی مبتنی بر میزان انحراف نقاط از توزیع داده استفاده از قله‌ها استفاده از کانولوشن و فیت گاوسی[۳،۴،۵] در این تحقیق با استفاده از شبکه عصبی عمیق نشان دادیم که شبکه عصبی بهتر از روشهای موجود میتواند رفتار بیم و نوفه را مدل کند و چشمه‌های نقطه‌ای بیشتری را با خلوص بیشتر از نسبت‌های کم سیگنال به نوفه استخراج کند.

شبیه‌سازی

ما برای مقایسه‌ی نتایج برنامه‌های متداول و شبکه عصبی باید آسمان حاوی چشمه‌های نقطه‌ای را با توجه به مشخصات یک رصدگر شبیه‌سازی کنیم. برای این منظور از استیملا [6] که یک برنامه‌ی شبیه‌سازی است استفاده کردیم و مشخصات رصدگر را مطابق با تلسکوپ میرکت تنظیم کردیم. پانصد تصویر از نقاط مختلف آسمان شبیه‌سازی کردیم که از دویست تای آنها برای آموزش شبکه، ده تای آنها برای بهینه‌سازی و از بقیه‌ی ۲۹۰ تصویر دیگر برای آزمون استفاده کردیم.

شبکه عصبی و آموزش

برای اینکه بتوانیم شبکه عصبی را تمرین دهیم تا چشمه‌های نقطه‌ای را از یک تصویر تشخیص دهد، معماریهای مختلفی را از حیث تعریف مسئله و حل آن میتوان پیشنهاد کرد. مثلا میتوان مسأله را بصورت کلاسیفیکیشن تعریف کرد و تمام پنجره‌های ممکن کوچک حاوی یک چشمه نقطه‌ای یا زمینه را به شبکه عصبی داد و درخواست کرد که آنها را از هم تمیز دهد. پس از آماده شدن چنین شبکه‌ای میتوان با استفاده از یک پنجره‌ی حرکت کننده تصور بزرگتر را جاروب کرد و تمام پنجره‌های ممکن را پیش بینی کرد و به هر نقطه از تصویر احتمالی را نسبت داد. این روش مشکلاتی از قبیل زیاد بودن حجم محاسبات و ناهمگنی مجموعه تمرین خواهد داشت.

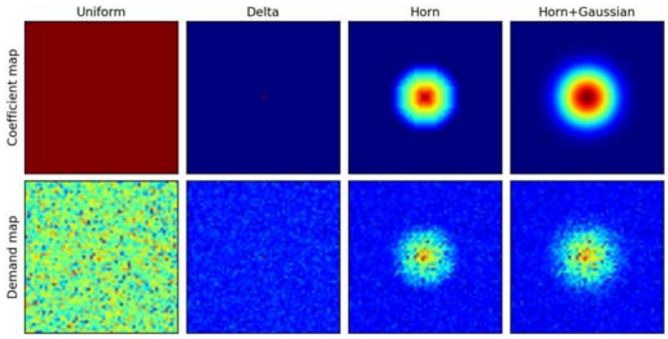
در این تحقیق، به عنوان روشی بهینه از لایه‌های کانولوشن خالص و بدون تغییر اندازه خروجی در هر لایه استفاده شده است. این روش در حقیقت بهترین مجموعه از کانولوشنهایی را پیدا میکند که بتوانند چشمه‌های نقطه‌ای مدفون در نوفه را استخراج کنند .

پس از اتمام فرایند یادگیری، این مجموعه کانولوشن که شامل کانولوشنهایی با اندازه‌های کوچکند، روی یک تصور بزرگ با اندازه‌ی دلخواه اثر میکنند و نوفه‌ی تصویر خروجی را بشدت کاهش و شدت چشمه‌های نقطه‌ای را افزایش میدهد. پس از این عملیات میتوان از ایده‌های دیگری برای استخراج اطلاعات مکان چشمه‌های نقطه‌ای از تصویر استفاده کرد و کاتالوگهای بدست آمده را با خروجی روشهای دیگر مقایسه کرد.

برای اینکه شبکه عصبی بیاموزد تا چشمه‌ها تشخیص دهد، نقشه‌ای فرضی را از کاتالوگ چشمه‌های واقعی میسازیم که فقط حاوی چشمه‌های نقطه‌ایست و نوفه‌ای در آن نیست. برای این منظور از رابطه‌ی

$$D_{ij} = C_{ij}^{\alpha} + b_n I_{ij} \qquad (۱)$$

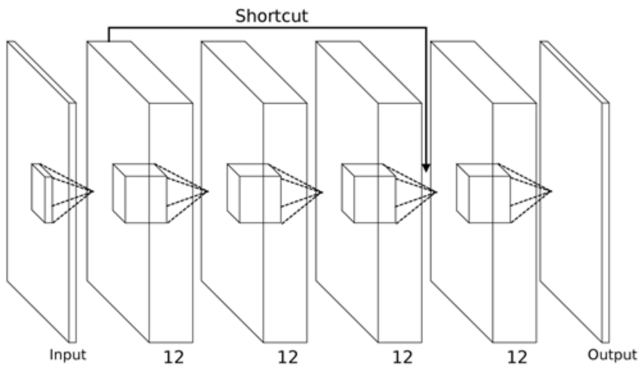
استفاده میکنیم. در این رابطه α تعیین کننده‌ی میزان اهمیت چشمه‌های با سیگنال به نویز کمتر است طوری که هر چقدر آلفا کوچکتر باشد، شبکه مجبور میشود تا تلاش بیشتری برای بازیابی چشمه‌های مدفون شده در نویز کند. واضح است که اگر آلفا بیش از اندازه کوچک باشد، شبکه باید چشمه‌های با سیگنال به نویز خیلی پایین را هم تشخیص دهد و این ممکن است باعث گیج شدگی و عدم بهینه بودن فرایند یادگیری بشود. b_n نیز پارامتر نگهداشتن زمینه است که باعث تحریک شبکه برای یادگیری بیشتر



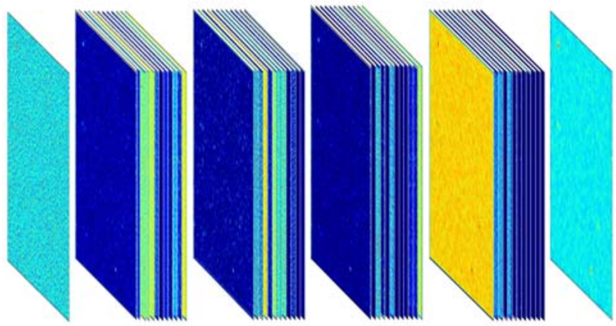
شکل۱) نمونه‌ای از آماده‌سازی نقشه مطلوب که در شبکه به عنوان خروجی درخواستی استفاده میشود.

میشود. شکل ۱ نشاندهده‌ی نقشه ضریب C و نقشه درخواستی برای مقایسه با خروجی شبکه D میباشد.

بمنظور بهینه کردن معماری شبکه و مجموعه پارامترهای آزاد، پانزده هزار حالت مختلف از مجموعه ترکیبات پارامترها امتحان شدند. بهترین ترکیب پارامترها، یک شبکه با چهار لایه با دوازده کانال بدون تغییر سایز ورودی، یک نرمال کننده، یک اتصال کوتاه و یک بیرون نگه‌دار (drop out) در لایه آخر است. α و b_n بترتیب ۰/۶۵ و ۰/۱ انتخاب شدند. شکل ۲ و ۳ نشاندهده‌ی شبکه استفاده شده و لایه‌ها به ازای یک تصویر ورودی است.

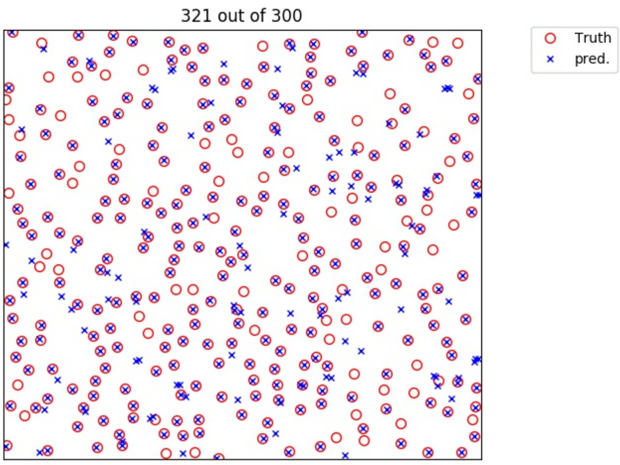


شکل۲) معماری شبکه عصبی استفاده شده.



شکل۳) نمایی از یک نصویر، کانالها و خروجی شبکه عصبی.

پس از عمل کردن شبکه عصبی و افزایش میزان سیگنال به نویز در تصویر، برای مشخص کردن مکان نقطه‌ها در نقشه از حدگذاری استفاده کردیم. در این روش تعداد حبابهای ایجاد شده در حدگذاریهای مختلف شمرده میشود و زمانی که تغییرات تعداد حبابها نسبت به حد انتخاب شده به میزان مشخصی برسد، حد نهایی انتخاب میشود. سپس میانگین حبابها به عنوان مکان چشمه گزارش میشود. شکل ۴ نشاندهده‌ی مقایسه‌ی نقاط پیش‌بینی شده و مکان چشمه‌های حقیقی میباشد.



شکل۴) نمونه‌ای از مقایسه‌ی چشمه‌های واقعی و پیش‌بینی شده.

مقایسه و بهینه‌سازی

برای مقایسه‌ی کاتالوگ پیش‌بینی شده و کاتالوگ حاوی چشمه‌های حقیقی از تطابق ضربدری استفاده کردیم. تمام چشمه‌های پیش‌بینی شده که فاصله‌ی آنها کمتر از طول موثر بیم است را مثبت صحیح (true positive) و تمام نقاط پیش‌بینی شده دیگر را مثبت غلط (false positive) در نظر گرفتیم.

برای مقایسه با روشهای متداول برنامه‌ی pyBDSM [7] که از فیت گاوسی برای پیدا کردن چشمه‌ها استفاده میکند را انتخاب کردیم. نتایج بدست آمده از یادگیری عمیق و pyBDSM توسط منحنی‌های خلوص و تمامیت طبق تعریف تمامیت:

$$Completeness = \frac{N_{TP}}{N_{TP} + N_{FN}} \qquad (۱)$$

و خلوص:

$$Purity = \frac{N_{TP}}{N_{TP} + N_{FP}} \quad (۲)$$

مقایسه میشوند.

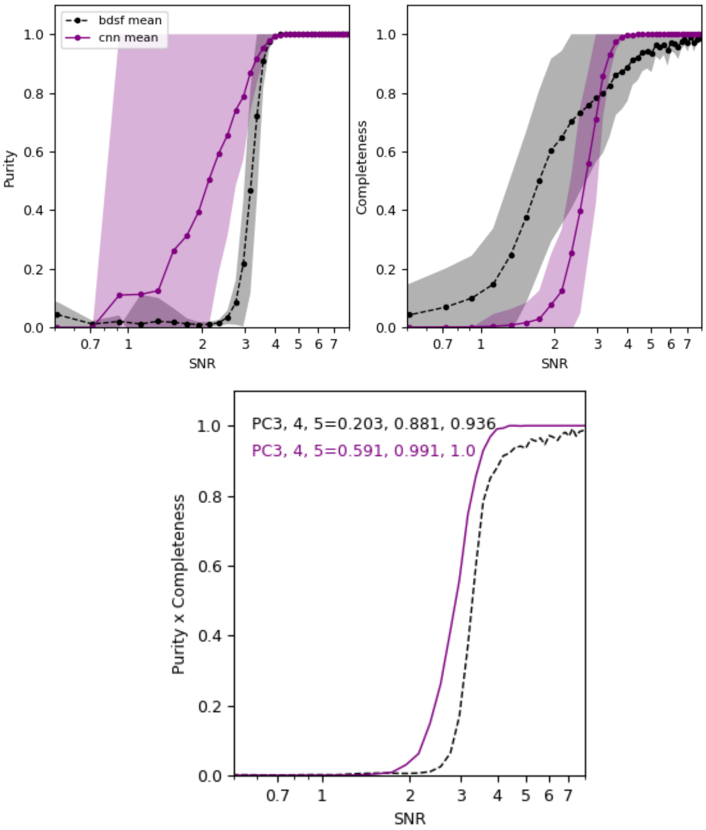
پس از بهینه سازی و انتخاب پارامترها همانطور که در قسمتهای قبل توضیح داده شد، مقایسه‌ی منحنی‌های خلوص و تمامیت نشان میدهند که یادگیری عمیق بهتر از روشهای متداول میتواند در مورد نویز و بیم نقشه‌ها یاد بگیرد و چشمه‌های دفن شده در نویز بیشتری را با خلوص بالاتر بازیابی کند. همانطور که در شکل ۵ میبینید منحنی بنفش که نتایج شبکه عصبی است نتایج بهتری نسبت به pyBDSM دارد و توانسته چشمه‌های بیشتری را با خلوص بالاتر تشخیص دهد.

نتایج

شبکه عصبی را برای ۱۳ ساعت روی کارت گرافیک تسلا آموزش دادیم و روی ۲۹۰ تصویر مجموعه آزمون نتایج چشمه‌های پیش‌بینی شده را با نتایج pyBDSM مقایسه کردیم. شکل ۵ نمودارهای خلوص و تمامیت و حاصلضرب آنهاست. برای مقایسه بهتر مقدار حاصلضرب را در محل سیگنال به نویز برابر با ۴ و ۳ نیز با هم مقایسه کردیم. همانطور که در شکل مشاهده میکنید منحنی بنفش (خط صاف) نتیجه بهتری از منحنی سیاه (خط‌چین) دارد.

خلاصه و نتیجه گیری

در این تحقیق ما نشان دادیم که یادگیری عمیق توانایی تشخیص چشمه‌های نقطه‌ای مدفون در نوفه را بیش از روشهای پیش داراست و روشمان را بصورت یک برنامه پایتون برای استفاده در داده‌های تلسکوپها در اختیار عموم قرار خواهیم داد. به عنواع ایده‌های آینده قصد داریم تا ضمن بهینه کردن روش پیشنهادی از آن برای تشخیص امواج ناخواسته رادیویی و ریسمانهای کیهانی استفاده کنیم.



شکل۵) منحنی بنفش و خط توپر نتیجه خلوص و تمامیت برای شبکه عصبی و منحنی مشکی و خطچین مربوط به BDSM است.

مراجع:

[1] Le Fevre, Olivier and Hudon, D. and Lilly, S. J. And Crampton, D. and Hammer, F. and Tresse, (1977), astro-ph/9510090",
[2] Damiani, F and Maggio, A and Micela, G and Sciortino, S, APJ, 483, 1, 350 (1977)
[3] Yang, Yubin and Li, Ning and Zhang, Yao (2008). SMC 2008. IEEE International Conference on 650-655
[4] Perret, Benjamin and Lefevre, Sebastien and Collet, (2009), Ch, Pattern Recognitio, Elsevier, 42-11, 2470-2480
[5] Torrent, Albert and Peracaula, Marta and Llado, Xavier and Freixenet, Jordi and Sanchez-Sutil, JR and Marti, Joan and Paredes, Josep M, (2010), Pattern Recognition (ICPR), 20th International Conference on pages 4613-4616
[6] https://github.com/SpheMakh/Stimela/wiki
[7] http://www.astron.nl/citt/pybdsm/

تشکیل ساختار و خوشگیِ مدل انرژی تاریک توانی

ابراهیمی، عقیله سادات[۱]؛ موحد، سیدمحمدصادق[۲] ؛ منعم زاده، مجید[۱]
[۱] دانشکده فیزیک دانشگاه کاشان ، راوند ، کاشان
[۲] دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، اوین، تهران

چکیده

در این تحقیق مدل انرژی تاریک توانی به همراه دو مدل پدیده‌شناختی انرژی تاریک دینامیکی از منظر تشکیل ساختار و تحول اختلالات کیهانی مورد بررسی قرار می‌گیرد. وابستگی متفاوت معادله حالت آنها به انتقال به سرخ، منجر به ایجاد رفتار متفاوتی برای آنها می‌شود. ما پارامترهای آزاد مدل‌ها را با احتساب مشاهدات رصدی از جمله:طیف توان تابش زمینه کیهان، فاصله درخشندگی ابرنواخترها، نوسانات اکوستیکی ماده ، تلسکوپ فضایی هابل و داده های تشکیل ساختار بدست آورده‌ایم. مدل توانی منجر به افت‌وخیز تباین چگالی ماده بیشتر و همچنین طیف توان ماده بیشتر می‌شود. مدلهای دیگر انحراف کمی از مدل استاندارد کیهان شناسی نشان می‌دهند. با درنظر گرفتن جمله غیربی‌دررو برای سرعت انتقال اختلالات انرژی تاریک متغیر نتایج ما نشان می‌دهد که مدل انرژی تاریک توانی در ابعاد بزرگ دارای خوشگی قابل ملاحظه‌ای است که میتواند ردپای مؤثری بر روی اثر همبستگی ضربی ISW و کهکشانها داشته باشد.

Structure Formation and Clustering of Power-law Dark Energy Model

Ebrahimi, Aghileh[1]; Movahed, Seyed Mohammad Sadegh[2]; Monemzadeh, Majid[1]
[1] Department of Physics, University of Kashan, Ravand, Kashan.
[2] Department of Physics, Shahid Beheshti University, G.C., Evin, Tehran

Abstract

In this research, power-law dark energy model with two phenomenological dynamical dark energy models are examined from structure formation and evolution of cosmic perturbations points of view. Different redshift dependencies lead to various behaviors for mentioned models. We determine the best-fit values of free parameters of models using CMB power spectrum, distance modulus of SNIa, Baryonic acoustic oscillation of matter, HST project and data for large-scale structure. Power-law mode enhances the more value in mater density contrast and matter power spectrum. Other models represent less deviation from standard model of cosmology. Considering non-adiabatic contribution for sound speed of perturbation in dynamical dark energy, our results represent that power-law dark energy possesses considerable clustering which can an effective benchmark on cross-correlation of ISW and galaxies.

مقدمه

علی‌رغم پیشرفت چشمگیر در مدلسازی و رصدهای انجام شده در کیهانشناسی هنوز ماهیت بیش از ۹۵ درصد از عناصر تشکیل دهنده عالم ناشناخته است. از این بخش سهم قابل توجهی به ماده‌ای اختصاص دارد که اصطلاحاً انرژی تاریک نامیده می‌شود و مسئول انبساط جهان با شتاب مثبت است. این نتیجه در مشاهدات ابرنواخترهای نوع Ia در سال 1998 تایید گردید [۲و۱]. پروژه‌های متعددی برای تعیین ویژگی‌های آن و همچنین یافتن وجه تمایز بین پیش‌بینی‌های متعدد نظری انجام شده و در حال انجام است [۳]. هرچند که در مدل استاندارد LCDM ماهیت انرژی تاریک مستقل از زمان در نظر گرفته می‌شود ولی دلایل متعدد نظری و رصدی وجود دارد که بتوان ماهیت آن را وابسته به زمان درنظر گرفت. بنابراین دو ویژگی اساسی یعنی چگونگی وابستگی زمانی و چگونگی توزیع فضایی این بخش از انرژی تشکیل دهنده کیهان مورد بحث و بررسی‌های زیادی قرار گرفته است. برای تعیین ویژگی‌های مذکور، روش‌هایی مستقل از نظریه وجود دارد که که نشان میدهد داده های رصدی کنونی تمایل بیشتری به انرژی تاریک دینامیکی دارند. براین اساس تعداد زیادی از مدلهای نظری و پدیده‌شناختی وحود دارند که ماهیت دینامیکی برای انرژی تاریک در نظر می‌گیرند.

در این میان تفکیک بین این مدلها از ثابت کیهان‌شناسی اهمیت دارد. رهیافتهای مبتنی بر دینامیک زمینه کیهان توانایی لازم برای تمایز بین مدلها را ندارند لذا تکیه بر اختلالات کیهانی و بکاربردن معیارهای هندسی و توپولوژیک بر روی میدانهای تصادفی مستخرج از کیهان با مدلهای مختلف انرژی تاریک می‌تواند روزنه‌ای برای این منظور باشد [۴]. اختلالات انرژی تاریک و خوشگی آن یکی از رهیافت های مهم در تشکیل ساختارها و تعیین مدل منتخب است که در رصدهای آینده همچون Euclid مورد بررسی قرار خواهد گرفت. انرژی تاریک هم به صورت مجزا و هم با ماده تاریک خوشه می‌شود. انرژی تاریک به ازای W> -1 خوشگی دارد و به ازای W< -1 تهی جای انرژی تاریک تولید می‌کند [۵]. اثرات خوشگی انرژی تاریک یکی از موضوعات مهم در تشکیل ساختار است که این اثرات بر فراوانی خوشه های کهکشانی مورد بررسی قرار گرفته است[۶]. خوشگی انرژی تاریک می‌تواند بر روی CMB تاثیر بگذارد[۷].

در این تحقیق مدل انرژی تاریک توانی به همراه دو مدل دیگر از نقطه نظر تشکیل ساختارهای کیهانی و خوشگی مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای این منظور نرم افزارهای CAMB و COSMOMC را برای مدل‌های انرژی تاریک دینامیکی اصلاح می‌کنیم. بهترین مقادیر پارامترهای آزاد مدل را با درنظر گرفتن طیف توان تابش زمینه‌کیهانی، فاصله درخشندگی ابرنواخترها، نوسانات اکوستیکی ماده، تلسکوپ فضایی هابل و داده‌های رشد ساختارهای بزرگ مقیاس بدست می‌آوریم. و با در نظر گرفتن معادلات اختلالی، پتانسیل گرانشی، افت‌وخیز تباین چگالی و طیف توان ماده این مدل‌ها را بدست آورده و با آنچه که توسط مدل LCDM به دست می‌دهد مقایسه می‌کنیم. پس از تعیین این مقادیر درصورتی که این مدلها اجازه خوشه شدن را داشته باشند، میزان خوشگی انرژی تاریک ناشی از مدلهای مختلف نیز بدست می‌آوریم.

معادلات اختلالی در زمینه همگن و همسانگرد

متریک در کیهان FRW را می‌توان به صورت قسمت زمینه (غیر اختلالی) و بخش اختلالی نوشت، با توجه به اینکه با حضور اختلالات به دلیل آزادی انتخاب دستگاه مختصات ممکن است، برخی از جملات اختلالی منشاء فیزیکی نداشته باشند در آنصورت در پیمانه نیوتنی متریک مختل شده را فقط در اثر اختلالات اسکالری به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}{}^{(0)} + \delta g_{\mu\nu} \quad (۱)$$

$$ds^2 = g_{\mu\nu} ds^\mu ds^\nu = a^2(\eta)\left(-(1+\phi)d\eta^2 + (1+\psi)\delta_{ij}dx^i dx^j\right)$$

که می‌توان بخش اختلالی معادله اینشتین را به این صورت نوشت:

$$\delta G_{\mu\nu} = 8\pi G \delta T_{\mu\nu} \quad (۲)$$

با احتساب $\psi = -\phi$ و بازنویسی معادلات در فضای فوریه، معادلات اختلالی تا مرتبه اول اختلال به صورت زیر خواهد بود:

$$k^2\phi + 3H(\phi' + H\phi) = 4\pi G a^2 \rho\delta \quad (۳)$$

$$k^2(\phi' + H\phi) = -4\pi G a^2 (1+\omega)\rho\theta \quad (۴)$$

$$\phi'' + 3H\phi' + (H^2 + 2H')\phi = -4\pi G a^2 c_s^2 \rho\delta \quad (۵)$$

$$\delta' + 3H(c_s^2 - \omega)\delta = -(1+\omega)(\theta + 3\phi') \quad (۶)$$

$$\theta' + \left[H(1-3\omega) + \frac{\omega'}{1+\omega}\right]\theta = k^2\left(\frac{c_s^2}{1+\omega}\delta - \phi\right) \quad (۷)$$

که ϕ پتانسل گرانشی ، δافت‌وخیز چگالی ، ω معادله حالت شاره مورد نظر ، c_s^2 سرعت صوت و θ نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\theta \equiv \nabla_i v^i \quad (۸)$$

با حل عددی این معادلات می‌توان پتانسیل گرانشی و افت‌وخیز را با احتساب شرایط اولیه در سطح آخرین پراکندگی فوتونها بدست آورد.

مدل‌های انرژی تاریک دینامیکی

در این تحقیق مدل انرژی تاریک دینامیکی توانی PL [۸]، خطی CPL [۹] و فاقد واگرایی FSL [۱۰] که به ترتیب به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

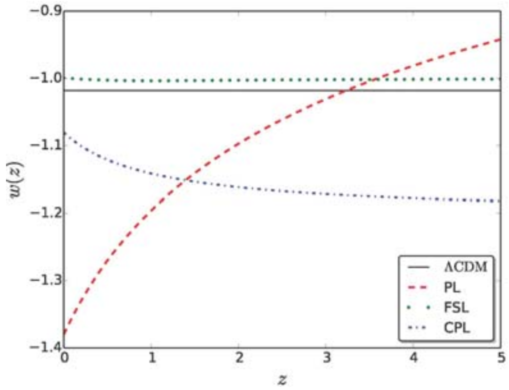
$$w(a) = w_0 a^\alpha (1 + \ln a^\alpha) \quad (۹)$$

$$w(z) = w_0 + w_1 \frac{z}{1+z} \quad (۱۰)$$

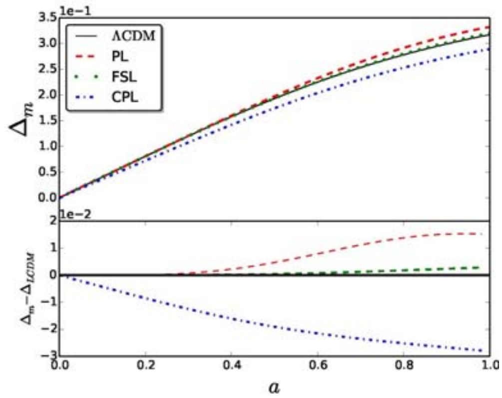
$$w(z) = w_0 + w_1 \frac{z}{1+z^2} \quad (۱۱)$$

مقادیر بهینه پارامترهای آزاد مدل با توجه به داده‌های رصدی بدست تعیین شده‌است و رفتار مدل‌های انرژی تاریک دینامیکی به ازای بهترین مقدار پارامترها برحسب انتقال به سرخ در شکل ۱ نمایش داده می‌شود. مشخص است که PL رفتار کاملاً متفاوتی با سایر مدل‌ها و مدل استاندارد دارد و در حدود z=۰/۰۵ معادله

حالت مدل استاندارد کیهان شناسی را قطع میکند و در کیهان اولیه مانند ماده تاریک بدون فشار با معادله حالت صفر رفتار می‌کند. دیگر مدل‌ها با معادله حالت کوچکتر از معادله حالت مدل استاندارد بسیار شبیه ثابت کیهان شناسی رفتار می‌کنند. مدل CPL در انتقال به سرخ z=-1 دارای واگرایی است که این مشکل در معادله حالت FSL حل شده است.



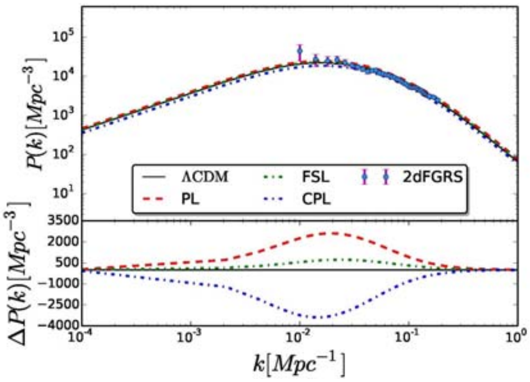
شکل۱ : تحول معادله حالت مدل‌های انرژی تاریک دینامیکی به ازای بهترین مقادیر پارامترها بر حسب انتقال به سرخ.



شکل۲ : تحول معادله افت‌وخیز چگالی ماده در حضور انرژی تاریک دینامیکی.

تشکیل ساختار و خوشگی انرژی تاریک

با حل معادلات اختلالی در رژیم خطی برای ماده تاریک در حضور انرژی تاریک و بدون درنظر گرفتن اندرکنش بین آنها می‌توان افت و خیز تباین چگالی ماده تاریک را بدست امده است. شکل ۲ تباین چگالی ماده تاریک برای کیهانی که جمله انرژی تارک آنها بر اساس مدلهایی که در این مقاله معرفی شد، نشان می‌دهد. مدل توانی انرژی تاریک به علت رفتار شبه ماده تاریک در کیهان اولیه منجر به افزایش تباین چگالی ماده نسبت به سایر مدلها و مدل استاندارد می‌شود و همچنین مدل CPL به علت منفی‌تر بودن معادله حالت منجر به کاهش تباین چگالی نسبت به مدل استاندارد شده است. همچنین طیف توان ماده در حضور این مدل‌ها در شکل ۳ نمایش داده شده است.

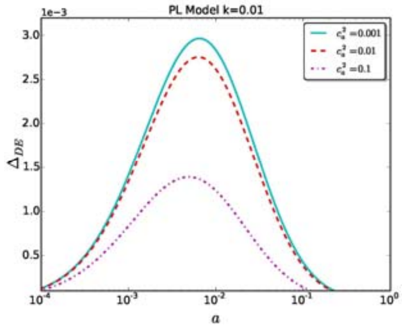


شکل۳: طیف توان ماده برحسب عدد موج در حضور انرژی تاریک دینامیکی.

همانطور که دیده می‌شود، طیف توان ماده در مدلهای انرژی تاریک دینامیکی سازگاری خوبی با داده های رصدی دارند و مدل توانی در تمام مقیاس‌ها مقدار بیشتر و مدل CPL مقدار کمتری نسبت به مدل استاندارد را نشان می‌دهد. بیشترین اختلاف با مدل استاندارد در حدود k=0.01 است که داده‌های کنونی قدرت تفکیک این مدلها را ندارند. آزمون خوشگی انرژی تاریک دینامیکی می‌تواند رهیافتی برای تعیین ماهیت آنها در مقایسه با ثابت کیهانشناسی و ایجاد فرصتی برای وجه تمایز بین مدلهای مختلف باشد. افت و خیز ناشی از انرژی تاریک می‌تواند وجه تمایز این مدل‌ها باشد. مطالعه مرسوم مدلهای انرژی تاریک بر اساس چگونگی معادله حالت آنها است اما مطالعه دقیقتر آنها مبتنی بر خوشگی و سرعت صوت است که معیاری از انتقال اطلاعات اختلال است. سرعت صوت در حالت کلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

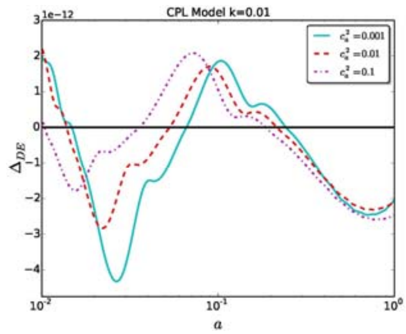
$$c_s^2 \equiv \frac{\delta P_{DE}}{\delta \rho_{DE}} = c_s^{2(A)} + c_s^{2(NA)} = w_{DE} - \frac{w'_{DE}}{3\mathrm{H}(1+w_{DE})} + c_s^{2(NA)} \qquad (۱۲)$$

در معادله بالا $c_s^{2(NA)}$سهم غیر بی‌دررو و $c_s^{2(A)}$ سهم بی‌دررو است. در این مقاله فرض کردیم که در دو بخش در سرعت صوت انرژی تاریک دینامیکی وجود دارد لذا به عنوان پارامتر آزاد مورد توجه قرار داده‌ایم. خوشگی انرژی تاریک دینامیکی به ازای سرعت صوت‌های مختلف بر حسب عامل مقیاس در شکل ۴ برای مدل توانی، در شکل ۵ برای مدل CPL و در شکل ۶ برای مدل FSL نمایش داده شده است.

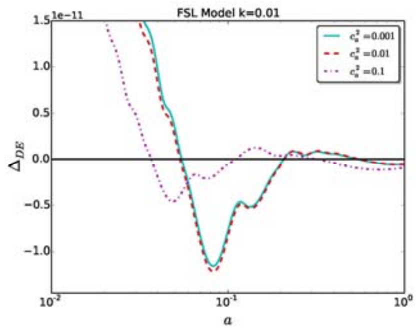


شکل۴: خوشگی انرژی مدل توانی بر حسب فاکتور مقیاس.

مدل توانی خوشگی انرژی تاریک قابل ملاحظه ای و مثبت از خود نشان میدهد که ناشی از رفتار متفاوت معادله حالت آن است که با کاهش سرعت صوت دامنه خوشگی افزایش می‌یابد. در صورتی که سایر مدلها یعنی مدل CPL و مدل FSL میزان خوشگی بسیار کمی دارند.



شکل۵: خوشگی مدل CPL بر حسب فاکتور مقیاس.



شکل۶: خوشگی مدل FSL بر حسب فاکتور مقیاس.

این مدلها خوشگی بسیار ضعیفی دارند و در فاکتور مقیاس نزدیک به کیهان اولیه تهی جای انرژی تاریک نمایش می‌دهند که به سرعت صوت حساسیت بسیار کمی دارد.

نتیجه گیری

در این تحقیق مدل‌های مختلف انرژی تاریک دینامیکی را در نظر گرفته ایم. این دسته مدل هایی با دینامیک وابسته به زمان و دارای معادله حالت متغیر هستند. بهترین مقادیر پارامترهای مدل توسط مقایسه با داده‌های رصدی بدست آمدند. مدل PL تفاوت عمده‌ای در معادله حالت انرژی تاریک نشان می‌دهد. با حل عددی معادلات اختلالی اینشتین در رژیم خطی، تباین چگالی و طیف توان ماده مدلهای مختلف را بدست آورده‌ایم و با مدل استاندارد کیهان شناسی مقایسه کرده‌ایم. مدل توانی تباین چگالی و همچنین طیف توان ماده بیشتری در مقیاس‌های بزرگ نسبت به دیگر مدل‌ها نشان می‌دهد. که ناشی از رفتار ماده تاریک گونه در کیهان اولیه و انرژی تاریک گونه در کیهان اخیر است. اگرچه طیف در نهایت تمام مدل‌ها با داده های کنونی توافق بسیار خوبی دارند داده‌های کنونی قدرت تفکیک این مدلها را ندارند اما خوشگی انرژی تاریک مدل توانی ویژگی بسیار مهمی است که برای این مدل‌ها تفاوت ایجاد کرده است و مدل توانی به علت ویژگی مذکور خوشگی انرژی تاریک در قیاس با سایر مدل‌ها دارد که این ویژگی در داده‌های رصدی اینده همچون Euclid قابل اندازه‌گیری است. لازم به ذکر است از جمله مواردی که به خوبی می‌تواند اثر خوشگی انرژی تاریک را نشان دهد بررسی اثر همبستگی ضربی ISW و کهکشانها است که در کارهای آینده بررسی خواهد شد [۱۱و۷].

قدردانی

نویسندگان از همکاری حسین مصحفی در بخش مربوط به ملاحظات رصدی و علیرضا وفایی‌صدر سپاسگزاری می‌نمایند

مرجع‌ها

[1] Riess, Adam G., et al., The Astronomical Journal 116.3 (1998): 1009.
[2] S. Perlmutter et al. [Supernova Cosmology Project Collaboration], Astrophys. J. 517,(1999), 565.
[3] P.A.R.Ade et. al , A&A, 594, A13 (2016).
[4] Wenjuan Fang, Baojiu Li and Gong-Bo Zhao, PRL 118, 181301 (2017).
[5] Q. Wang, Z. and Fan, , Phys. Rev. D 85 (2012) 023002.
[6] S. Dutta and I. Maor, Voids of dark energy, Phys. Rev. D 75 (2007) 063507.
[7] W. Hu and R. Scranton, PRD, 70, 123002 (2004).
[8]S. Rahvar and M. S. Movahed, Phys. Rev. D 75,023512 (2007)
[9]Linder, Eric V., Physical Review Letters 90.9 (2003): 091301.
[10] Feng, Chao-Jun, et al., Journal of Cosmology and Astroparticle Physics 2012.09 (2012): 023.
[11] Shahram Khosravi, Amir Mollazadeh, Shant Baghram, JCAP 09(2016)003.

جواب‌های کرمچاله‌ای بدون رد در یک جهان در حال انبساط در ابعاد بالاتر و در حضور ثابت کیهانشناسی

ایرانمنش ، مهسا ؛ ابراهیمی، اسماعیل

دانشکده فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان ، انتهای بلوار ۲۲ بهمن، کرمان

چکیده

در این مقاله جواب‌های کرمچاله‌ای دینامیک $(n+1)$ بعدی با تقارن کروی در زمینه‌ی کیهانشناسی مورد بررسی قرار گرفتند. این جواب‌ها در چارچوب انیشتین به دست آمده‌اند. برای حل معادلات در حضور ثابت کیهانشناسی از یک منبع بدون رد استفاده شده است و شرط انرژی ضعیف برای این جواب‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.

Traceless wormhole solutions in an expanding background in higher dimension in presence of the Cosmological constant

Iranmanesh, Mahsa ; Ebrahimi, Esmaeil

College of Physics, Shahid Bahonar university of Kerman,

Abstract

In this paper, we obtained (n+1) dimensional spherically symmetric dynamic wormhole solutions in cosmological background. These solutions are examined in the Einstein's framework. To this end, for obtaining solutions in presence of the cosmological constant, we used a traceless source. We checked the weak energy condition for wormhole solutions.

PACS No. (98.80.-k,04.50-h,98.80.qc)

مقدمه

مشاهدات اخیر نشان می‌دهند که عالم با آهنگ روبه افزایشی در حال انبساط است. از جمله از این مشاهدات می‌توان به نتایج حاصل از رصد ابرنواخترها و تابش پس زمینه‌ی کیهانی اشاره کرد. در واقع به نظر می‌رسد که در سیال کیهانی توسط یک مولفه‌ی ناشناخته که انرژی تاریک نامیده می‌شود، غالب می‌شود. انرژی تاریک دارای چگالی انرژی مثبت $\rho \geq 0$ و فشار منفی است که $P = \omega\rho$ است و ω پارامتر معادله حالت است. برای مدل‌های مختلف انرژی تاریک پارامتر معادله حالت باید از $\omega \langle -\frac{1}{3}$ باشد. هرچند که طبیعت انرژی تاریک هنوز یک مشکل چالش برانگیز است، ثابت کیهانشناسی در معادله‌ی انیشتین می‌تواند یکی از ساده‌ترین کاندیدها برای انرژی تاریک باشد. پارامتر معادله حالت برای ثابت کیهانشناسی ۱- است. ماده‌ی سازنده‌ی ساختارهای کرمچاله‌ای شرایط انرژی را نقض می‌کنند، اما با کشف انرژی تاریک که شرایط انرژی را مانند ماده‌ی سازنده‌ی کرمچاله‌ها نقض می‌کند شاید بتوان مسئله کرمچاله‌ها در یک جهان در حال انبساط را مجددا مورد بررسی قرار داد. کرمچاله‌ها یک پل ارتباطی فرضی بین دو فضا–زمان مجزا یا دو نقطه خیلی دور از یک فضا–زمان هستند. این ساختارها دارای دو دهانه و یک گلوگاه هستند که حداقل شعاع را دارا می‌باشد. مفهوم کرمچاله به طور جدی اولین بار در سال ۱۹۳۵ توسط انیشتین و روزن بیان شد که این ساختار به افتخار این دو دانشمند پل انیشتین–روزن نامیده شد. نوع جدیدی از کرمچاله‌ها به نام کرمچاله‌های گذرپذیر در سال ۱۹۸۷ توسط موریس و تورن [۱] معرفی شدند که این کرمچاله‌ها شرایط عبور یک ناظر از کرمچاله را فراهم می‌کردند. مهمترین مسئله‌ای که در مورد این کرمچاله‌ها وجود داشت، این بود که تانسور انرژی–ممنتوم ایجاد کننده‌ی این ساختارها شرایط انرژی را نقض می‌کند. رومن [۲] در سال ۱۹۹۳ کرمچاله‌هایی را معرفی کرد که در یک فضا–زمان دوسیته غوطه‌ور شده بودند و کرمچاله‌های در حال

انبساط در یک عالم در حال انبساط در سال ۱۹۹٤ توسط کار [۳] بیان شدند.

در این مقاله معادلات انیشتین در حضور ثابت کیهانشناسی و با استفاده از یک منبع بدون رد حل خواهند شد و ویژگی جواب‌های به دست آمده بررسی خواهند شد.

معادلات میدان

متریک فریدمان-روبرتسون-واکر توصیف کننده‌ی یک عالم در حال انبساط است که در مقیاس‌های بزرگ همگن و همسانگرد است. متریک (۱) تعمیمی از این متریک است. R(t) در متریک زیر فاکتور مقیاس و a(r) یک تابع نامعلوم است.

$$ds^2=-dt^2+R(t)^2\left[(1+a(r))dr^2+r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2)\right] \quad (۱)$$

به‌ازای $1+a(r)=\dfrac{1}{1-kr^2}$ متریک (۱)، به متریک فریدمان-روبرتسون-واکر تبدیل می‌شود. اعضا غیر صفر تانسور انیشتین اعضای قطری $G_{\mu\nu}$ می‌باشند و تانسور انرژی ممنتوم باید به صورت زیر باشد:

$$T_\nu{}^\mu=diag(-\rho,P_r,P_t,P_t) \quad (۲)$$

که ρ چگالی انرژی، P_r و P_t های فشار شعاعی و عرضی می‌باشند. معادله‌ی انیشتین با ثابت کیهانشناسی به صورت زیر است:

$$G_{\mu\nu}+\Lambda g_{\mu\nu}=8\pi GT_{\mu\nu} \quad (۳)$$

با استفاده از متریک (۱) و معادله‌ی انیشتین اعضای تانسور انرژی ممنتوم به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\rho(r,t)=\frac{1}{8\pi G}\left[\frac{3\dot{R}^2}{R^2}+\frac{ra'+a+a^2}{r^2R^2(1+a)^2}-\Lambda\right] \quad (٤)$$

$$P_r(r,t)=-\frac{1}{8\pi G}\left[\frac{\dot{R}^2}{R^2}+\frac{2\ddot{R}}{R}+\frac{a}{r^2R^2(1+a)}-\Lambda\right] \quad (٥)$$

$$P_t(r,t)=-\frac{1}{8\pi G}\left[\frac{\dot{R}^2}{R^2}+\frac{2\ddot{R}}{R}+\frac{a'}{2rR^2(1+a)}-\Lambda\right] \quad (٦)$$

R(t) و a(r) مجهول می‌باشند. برای حل معادلات و پیدا کردن مجهولات از قید معادله حالت زیر استفاده خواهیم کرد.

$$-\rho+P_r+(n-1)P_t=0 \quad (۷)$$

معادله‌ی حاصل به دو بخش زمانی و شعاعی تفکیک می‌شود و می‌توان معادلات را یکبار با ضریب جداسازی صفر (K=0) و یکبار با ضریب جداسازی مخالف صفر $(K\neq 0)$ حل کرد.

جواب‌ها با ضریب جداسازی صفر (K=0)

با استفاده از معادله حالت (۷) و ضریب جداسازی صفر می‌توان R(t) و a(r) را به صورت (n+1) بعدی به دست آورد:

$$R(t)=\left(\sqrt{\frac{n(n-1)}{8}}\left(\frac{-C_1\exp\left(\sqrt{\frac{(n+1)^2}{2n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t\right)}{\sqrt{\Lambda}}+\frac{C_2\exp\left(-\sqrt{\frac{(n+1)^2}{2n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t\right)}{\sqrt{\Lambda}}\right)\right)^{\frac{2}{n+1}} \quad (۸)$$

$$a(r)=\frac{1}{C_1r^{n-2}-1} \quad (۹)$$

C_1 و C_2 در روابط بالا ضرائب ثابتی هستند. در مقاله‌ی [٤] با یک معادله حالت کلی‌تر محاسبات انجام شده‌اند:

$$\rho+\alpha P_r+2\beta P_t=0 \quad (۱۰)$$

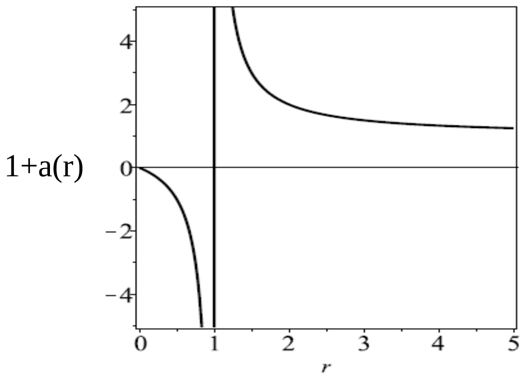
که به ازای $\alpha=\beta=-1$ به معادله حالت ذکر شده در این مقاله تبدیل می‌شود. جواب شعاعی به دست آمده در این مقاله به علت خطی بودن معادله مشابه مقاله [٤] است. اما جواب بخش زمانی متفاوت است که دلیل این تفاوت را اینگونه می‌توان توضیح داد که معادله بخش زمانی یک معادله دیفرانسیل غیر خطی است و در معادله دیفرانسیل‌های غیر خطی ارتباط روشنی بین کلاس‌های مختلف پاسخ‌ها وجود ندارد. بنابراین در این مقاله ما ساختارهایی مشابه به مقاله [٤] پیدا می‌کنیم که دارای رژیم انبساطی متفاوتی می‌باشند و تحول زمانی سیستم‌ها متفاوت می‌باشد. اعضای تانسور انرژی ممنتوم به صورت (n+1) بعدی به شکل زیر می‌باشند:

$$\rho(r,t)=\frac{1}{2}\frac{\Lambda C_1C_2\exp\left(\sqrt{\frac{2(n+1)^2}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t\right)}{\left(\exp\left(\sqrt{\frac{2(n+1)^2}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t\right)C_1-C_2\right)^2\pi G} \quad (۱۱)$$

$$P_r(r,t)=\frac{1}{2n}\frac{\Lambda C_1C_2\exp(\sqrt{\frac{2(n+1)^2}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t)}{(\exp(\sqrt{\frac{2(n+1)^2}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t)C_1-C_2))^2\pi G}-\alpha\frac{\Lambda^{\frac{2}{n-1}}\exp(\sqrt{\frac{8}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t)}{(\exp(\sqrt{\frac{2(n+1)^2}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t)C_1-C_2)^{\frac{4}{n+1}}\pi GC_1r^n} \quad (۱۲)$$

$$P_t(r,t)=\frac{1}{2n}\frac{\Lambda C_1C_2\exp(\sqrt{\frac{2(n+1)^2}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t)}{(\exp(\sqrt{\frac{2(n+1)^2}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t)C_1-C_2))^2\pi G}+\beta\frac{\Lambda^{\frac{2}{n-1}}\exp(\sqrt{\frac{8}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t)}{(\exp(\sqrt{\frac{2(n+1)^2}{n(n-1)}}\sqrt{\Lambda}t)C_1-C_2)^{\frac{4}{n+1}}\pi GC_1r^n} \quad (۱۳)$$

که α و β دو ثابت وابسته به ابعاد فضا می‌باشند. در متریک (۱) با توجه به تغییر علامت (1+a(r)) به بررسی جواب‌های ممکن می‌پردازیم.



نمودار ۱: n=3 ، C_1=1

نمودار بالا یک ساختار کرمچاله‌ای در دنیای باز را نشان می‌دهد که حد پایین r شعاع گلوگاه کرمچاله است.

کرمچاله‌های وابسته به زمان متقارن کروی با متریک زیر در سال ۱۹۹۳ توسط توماس رومن مورد مطالعه قرار گرفتند.

$$ds^2=-dt^2+R(t)^2\left[\frac{dr^2}{1-\frac{b(r)}{r}}+r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2)\right] \quad (١٤)$$

که در متریک بالا b(r) تابع شکل است و در گلوگاه کرمچاله شرط $b(r_0)=r_0$ و $b'(r_0)\langle 1$ باید برقرار باشند. با مقایسه‌ی دو متریک (۱) و (١٤) تابع شکل کرمچاله، $b(r)=\frac{1}{r^{n-3}}$است. دو شرط ذکر شده برای این جواب کرمچاله‌ای برقرار می‌باشند.

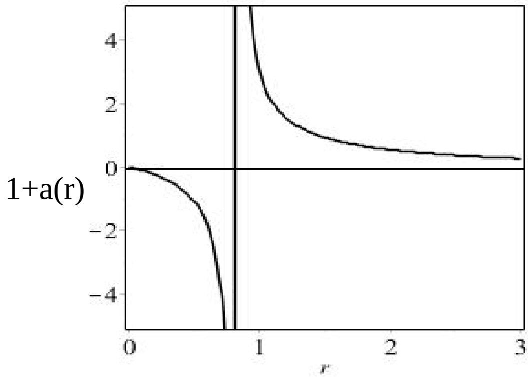
جواب‌ها با ضریب جداسازی مخالف صفر $(K\neq 0)$

R(t) و a(r) در چهار بعد به صورت زیر می‌باشند:

$$R(t)=\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(\frac{-3\exp(\frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{\Lambda}t)C_1\sqrt{\Lambda}}{\Lambda}+\frac{3\exp(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{\Lambda}t)C_2\sqrt{\Lambda}}{\Lambda}-\frac{\sqrt{3}K}{\Lambda}\right)\right)^{\frac{1}{2}} \quad (۱۵)$$

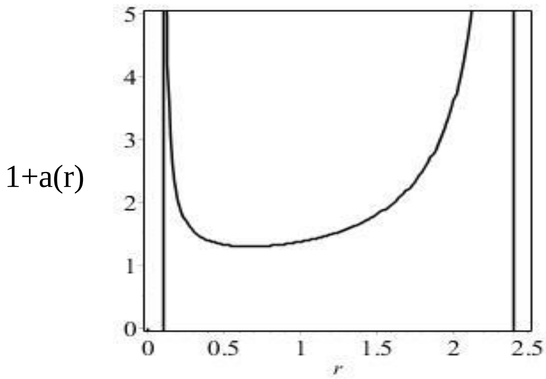
$$a(r)=-\frac{-Kr^3+3C_1}{-Kr^3+3C_1-3r} \quad (١٦)$$

بخش زمانی معادله با ضریب جداسازی مخالف صفر در ابعاد بالاتر قابل حل نیست. می‌توان‌ویژگی‌این‌جواب‌هارا نیز بررسی کرد.



نمودار ۲: n=3,K=1, C_1=1

نمودار (۲) یک ساختار کرمچاله‌ای دردنیای باز را نشان می‌دهد . در نمودار (۳) حد پایین روی r شعاع گلوگاه است و حد بالا روی r جواب کرمچاله‌ای در دنیای بسته را نشان می‌دهد.

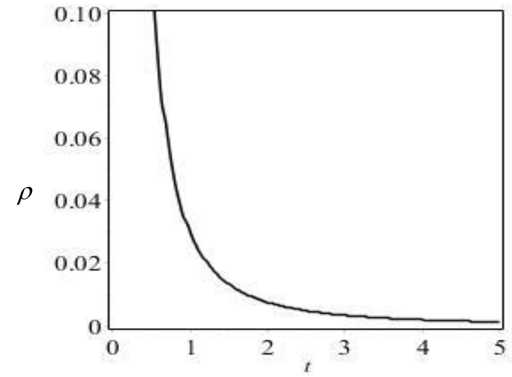


نمودار ۳ : n=3, K= -0.5, C_1 =0.1

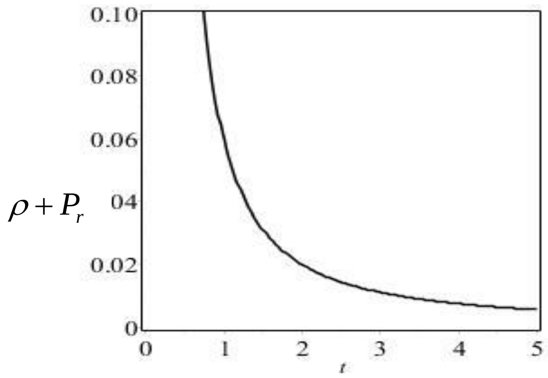
بررسی شرایط انرژی

در این قسمت به بررسی شرط انرژی ضعیف برای جواب‌های کرمچاله‌ای با ضریب جداسازی صفر پرداخته خواهد شد.

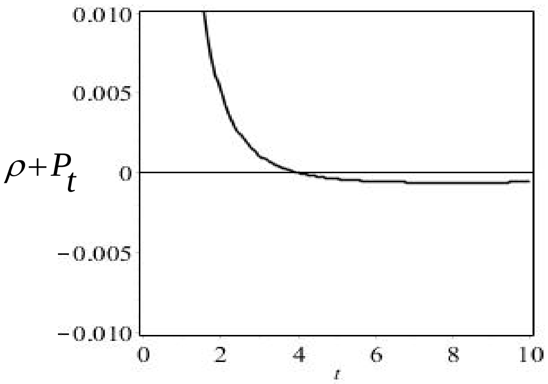
$$\rho \geq 0 \quad (۱۷) \qquad \rho + P_r \geq 0 \quad (۱۸) \qquad \rho + P_t \geq 0 \quad (۱۹)$$



نمودار۴- n=3,Λ=0.001,r=1 , C_2=1, C_1=1 ,$K = 0$



نمودار۵- n=3,Λ=0.001,r=1 , C_2=1, C_1=1 ,$K = 0$



نمودار۶- n=3,Λ=0.001,r=1 , C_2=1, C_1=1 ,$K = 0$

در نمودارهای بالا تحول زمانی شرط انرژی ضعیف در گلوگاه کرمچاله بررسی شده است. در نمودارهای (٤) و(٥) دو شرط (١٧) و (١٨) برقرار می‌باشند. اما در نمودار (٦) با گذشت زمان شرط (١٩) در گلوگاه کرمچاله نقض می‌شود. طبق این‌نمودار در لحظات اولیه‌ی خلق ماده این شرط برقرار بوده است، اما از یک زمانی به بعد شرط انرژی ضعیف برای این دسته از جواب‌ها نقض می‌شود. برای دسته جواب‌ها با ضریب جداسازی مخالف صفر نیز شرط انرژی ضعیف با تحول زمان نقض می‌شود.

نتیجه گیری

در این مقاله در مورد جواب‌های کرمچاله‌ای (n+1) بعدی در حضور ثابت کیهان شناسی بحث کردیم. برای به دست آوردن این جواب‌ها از یک قید تانسور انرژی ممنتوم بدون رد استفاده کردیم و شرایط انرژی جواب‌های کرمچاله‌ای بررسی شدند و مشاهده شد که با گذشت زمان شرط انرژی ضعیف در گلوگاه کرمچاله نقض می‌شود. در نهایت می‌توان اشاره کرد، جواب‌های ارائه شده در [٤] دارای رژیم انبساطی متفاوتی هستند در مقایسه با جواب‌های ارائه شده در این مقاله، که دلیل این تفاوت غیر خطی بودن معادله‌ی بخش زمانی است که باعث می‌شود کلاس‌های مختلف جواب‌ها ارتباط روشنی با یکدیگر نداشته باشند.

مرجع‌ها

[1] Morris, M.S., Thorne, K.S.: Am. J. Phys. 56, 395(1988)
[2] Roman, T.A.: Phys. Rev. D 47, 1370 (1993)
[3] Kar S, Sahdev D. Evolving Lorentzian wormholes. Physical Review D. 1996 Jan 15;53(2):722.223
[4] Bordbar MR, Riazi N. Time-dependent wormhole in an inhomogeneous spherically symmetric space time with a cosmological constant. Astrophysics and Space Science. 2011 Jan 1;331(1):315-20.

جفت‌شدگی غیرکمینه اسکالرهای شوینگر به گرانش در فضازمان دوسیته ۲ بُعدی

باورساد، احسان؛ جعفری رباط ترکی، لیلا

دانشکده فیزیک دانشگاه کاشان، کاشان

چکیده

در این مقاله، چشم‌داشتی به‌سازی شده خلأ ورودی تریس تانسور انرژی-تکانه میدان اسکالر جرم‌دار باردار را در یک میدان الکتریکی یکنواخت زمینه با جفت‌شدگی غیرکمینه به خمش اسکالر فضازمان دوسیته ۲ بُعدی محاسبه می‌کنیم. ما یافته‌ایم که، برای مورد یک میدان اسکالر بی‌جرم، تریس به میدان الکتریکی بستگی ندارد. برای مورد یک میدان اسکالر جرم‌دار، برای مقدارهای مثبت و کوچک ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه علامت تریس تغییر می‌کند. درحالی‌که برای مقدارهای به اندازه کافی بزرگ منفی ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه، تریس همواره مثبت است.

کلید واژه‌ها: *فضازمان دوسیته، میدان اسکالر، اثر شوینگر، تریس تانسور انرژی-تکانه، جفت‌شدگی غیرکمینه*

Nonminimal coupling of Schwinger scalars to gravity in 2D de Sitter spacetime

Bavarsad, Ehsan; Jafari Robattorki, Leila

Department of Physics, University of Kashan, Kashan

Abstract

In this paper, we compute the regularized in-vacuum expectation value of the trace of the energy-momentum tensor of a massive charged scalar field in a uniform electric field background with a nonminimal coupling to the scalar curvature of a 2 dimensional de Sitter spacetime. We find that, in the case of a massless scalar field the trace is independent of the electric field. In the case of a massive scalar field, for the small positive values of the nonminimal coupling the sign of the trace changes. Whereas, for the large enough negative values of the nonminimal coupling the trace is positive.

Keywords: *de Sitter spacetime, Scalar field, Schwinger effect, Trace of energy-momentum tensor, Nonminimal coupling*
PACS No. 4,11,98

مقدمه

پدیده تولید زوج در یک میدان الکتریکی قوی زمینه در فضازمان تخت، اثر شوینگر [۱] نامیده می‌شود. این پدیده یک اثر غیراختلالی در نظریه میدان‌های کوانتمی است. در کار [۲] بدون در نظر گرفتن میدان الکتریکی زمینه تولید ذره در فضازمان دوسیته مطالعه شده است و نشان داده شده است که تولید ذره به واپاشی ثابت هابل می‌انجامد. در کار [۳] هر دو اثر باهم، یعنی تولید زوج اسکالرهای شوینگر در یک فضازمان دوسیته ۲ بُعدی مطالعه شده است؛ نویسندگان نشان داده‌اند که جریان رسانندگی الکتریکی، کمیت مناسبی برای توصیف اثر شوینگر در فضازمان دوسیته است. اثر شوینگر و جریان رسانندگی الکتریکی میدان اسکالر در فضازمان‌های دوسیته ۳ و ٤ بُعدی به‌ترتیب در مرجع‌های [٤،٥] مطالعه شده است. در مرجع [٤] تانسور انرژی-تکانه زوج‌های اسکالر شبه‌کلاسیک شوینگر در فضازمان دوسیته محاسبه شده و نویسندگان نشان داده‌اند که تولید زوج شوینگر به واپاشی ثابت هابل می‌انجامد. به‌تازگی، اثرهای کوانتمی ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه میدان اسکالر به گرانش در مرجع [٦] مطالعه شده است. در این مقاله ما می‌خواهیم اثرهای کوانتمی ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه اسکالرهای شوینگر به گرانش را در یک فضازمان دوسیته مطالعه کنیم. به‌طور مشخص، یک میدان اسکالر جرم‌دار باردار را در یک میدان الکتریکی یکنواخت زمینه با ثابت جفت‌شدگی غیرصفر به خمش اسکالر فضازمان دوسیته ۲ بُعدی، درنظر می‌گیریم؛ ما می‌خواهیم چشم‌داشتی تریس تانسور انرژی-تکانه این میدان اسکالر را در حالت خلأ ورودی محاسبه کنیم.

چشم‌داشتی تریس تانسور انرژی-تکانه

کنش میدان اسکالر مختلط φ جفت‌شده به پتانسیل برداری الکترومغناطیس A_μ را در فضازمان دوسیته ۲ بُعدی به‌صورت زیر می‌نویسیم

$$S=\int d^2x\sqrt{|g|}\{g^{\mu\nu}(\partial_\nu-ieA_\nu)\varphi^*(\partial_\mu+ieA_\mu)\varphi \\ -(m^2+\xi R)\varphi^*\varphi\}, \tag{۱}$$

به‌گونه‌ای که m جرم و e بار الکتریکی میدان اسکالر است؛ ξ ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه میدان اسکالر به خمش اسکالر R فضازمان دوسیته ۲ بُعدی است. تکه پوانکاره فضازمان دوسیته ۲ بُعدی را درنظر می‌گیریم که متریک آن به‌صورت زیر داده می‌شود

$$ds^2=\Omega^2(\tau)\left(d\tau^2-dx^2\right), \\ \tau\in(-\infty,0),\quad x\in\mathbb{R},\qquad \Omega(\tau)=\frac{-1}{\tau H}, \tag{۲}$$

به‌گونه‌ای که τ زمان همدیس و H ثابت هابل هستند. پس، قدر مطلق دترمینان متریک (۲) می‌شود $|g|=\Omega^4$ و خمش اسکالر $R=2H^2$ به‌دست می‌آید. برای توصیف یک میدان الکتریکی یکنواخت زمینه با چگالی انرژی ثابت در هندسه (۲)، پتانسیل برداری را به‌صورت زیر درنظر می‌گیریم

$$A_\mu=-\frac{E}{H^2\tau}\delta_\mu^1, \tag{۳}$$

به‌گونه‌ای که E یک مقدار ثابت است. تابع مُد میدان اسکالر را به‌صورت زیر درنظر می‌گیریم

$$\varphi(x)=e^{\pm ikx}f^{\pm}(\tau), \tag{٤}$$

به‌گونه‌ای که بالانویس $\pm$ به‌ترتیب نشان دهنده مُدهای فرکانس مثبت و منفی است. می‌توان نشان داد که تابع $f^{\pm}$ از معادله کلاین–گوردُون زیر پیروی می‌کند

$$\frac{d^2f^{\pm}}{dz_{\pm}^2}+\left(\frac{-1}{4}+\frac{\kappa}{z_{\pm}}+\frac{1-4\gamma^2}{4z_{\pm}^2}\right)f^{\pm}=0, \tag{٥}$$

به‌گونه‌ای که متغیرهای بی‌بُعد تعریف شده‌اند

$$z_{\pm}=\pm 2i\,|k|\,\tau,\quad r=\frac{k}{|k|}=\pm1, \\ \mu=\frac{m}{H},\quad \lambda=-\frac{eE}{H^2},\quad \kappa=-i\lambda r, \\ \lambda_m=\sqrt{2\xi+\mu^2},\quad \gamma=\sqrt{\frac{1}{4}-\lambda_m^2-\lambda^2}. \tag{٦}$$

معادله کلاین–گوردُون (٥)، معادله دیفرانسیل ویتاکر [۷] است که جواب‌های آن برحسب توابع ویتاکر M و W داده می‌شوند. با استفاده از رفتار مجانبی تابع ویتاکر $W(z)$ در حد $z\to\infty$، می‌توان نشان داد که اگر درخواست کنیم توابع مُد در زمان‌های آغازی $\tau\to-\infty$، دارای رفتار مجانبی موج تخت در فضازمان مینکوفسکی $f^{\pm}\sim e^{\mp i|k|\tau}$ باشند، آن‌گاه توابع مُد فرکانس مثبت و منفی به‌ترتیب به‌صورت زیر داده می‌شوند

$$U_k=|2k|^{\frac{-1}{2}}e^{\frac{i\pi\kappa}{2}}e^{+ikx}W_{\kappa,\gamma}(z_+), \\ V_k=|2k|^{\frac{-1}{2}}e^{\frac{-i\pi\kappa}{2}}e^{-ikx}W_{\kappa,-\gamma}(z_-). \tag{۷}$$

توابع مُد (۷) در زمان‌های آغازی به‌طور مجانبی به‌صورت موج تخت رفتار می‌کنند. از این‌رو توصیف کننده حالت خلأ ورودی هستند که هادامارد است [۳]. با داشتن مجموعه کامل توابع مُد راست‌هنجار (۷) حالت خلأ ورودی و کوانتش کانونیک انجام می‌شود. می‌توان نشان داد که چشم‌داشتی عملگر تریس تانسور انرژی–تکانه در حالت خلأ ورودی به‌صورت زیر نوشته می‌شود

$$\langle T\rangle=\frac{H^2\xi}{\pi}\mathrm{Re}\sum_{r=\pm1}e^{\pi\lambda r}\int_0^{\Lambda}\frac{dp}{p}\{|W_{\kappa+1,\gamma}(-2ip)|^2 \\ -\lambda_m^2|W_{\kappa,\gamma}(-2ip)|^2+2\kappa W_{\kappa,\gamma}(-2ip)W_{1-\kappa,\gamma}(+2ip) \\ +2ipW_{\kappa,\gamma}(-2ip)W_{1-\kappa,\gamma}(+2ip)\} \\ +\frac{H^2\mu^2}{2\pi}\sum_{r=\pm1}e^{\pi\lambda r}\int_0^{\Lambda}\frac{dp}{p}|W_{\kappa,\gamma}(-2ip)|^2, \tag{۸}$$

به‌گونه‌ای که تکانه بی‌بُعد $p=-|k|\tau$ تعریف شده است و Λ یک قطع‌بالا تکانه است که به‌دلیل مناسب بودن آن برای به‌سازی انتگرال‌های تکانه تعریف شده است. ما برای محاسبه انتگرال‌های تکانه p در معادله (۸) از روش انتگرال‌گیری که در مرجع‌های [۳،۵] معرفی شده است استفاده می‌کنیم. از این‌رو، نمایش ملین–برنز تابع ویتاکر را در انتگرال‌های (۸) جای‌گذاری می‌کنیم

$$W_{\kappa,\gamma}(z)=e^{\frac{-z}{2}}\int_{-i\infty}^{+i\infty}\frac{ds}{2\pi i}z^{-s}\Gamma(-\kappa-s) \\ \times\frac{\Gamma(1/2+\gamma+s)\Gamma(1/2-\gamma+s)}{\Gamma(1/2+\gamma-\kappa)\Gamma(1/2-\gamma-\kappa)}, \tag{۹}$$

به‌گونه‌ای که پربند انتگرال‌گیری قطب‌های $\Gamma(-\kappa-s)$ را از قطب‌های $\Gamma(1/2+\gamma+s)\Gamma(1/2-\gamma+s)$ جدا می‌کند [۷]. پربند انتگرال‌گیری را همانند مرجع [۵] انتخاب می‌کنیم، پس از محاسبه‌های جبری به‌دست می‌آوریم

$$\langle T\rangle=-\frac{H^2\xi}{\pi}-\frac{H^2\mu^2}{4\pi}[4\log(2\Lambda)-2i\pi +i\csc(2\pi\gamma)\sum_{r=\pm1}\{(e^{2\pi i\gamma}+e^{2\pi\lambda r})\psi\left(\frac{1}{2}+\gamma+i\lambda r\right) -(e^{-2\pi i\gamma}+e^{2\pi\lambda r})\psi\left(\frac{1}{2}-\gamma+i\lambda r\right)\}], \quad (10)$$

دیده می‌شود که در مقدار چشم‌داشتی خلأ ورودی تریس یک واگرایی فرابنفش لگاریتمی پدیدار شده است. برای حذف این واگرایی و به‌دست آوردن یک عبارت متناهی فیزیکی از روش به‌سازی کم‌کردن بی‌دررو استفاده می‌کنیم. از بازنویسی معادله کلاین-گوردُون (۵) برای مورد فرکانس مثبت آغاز می‌کنیم

$$\frac{d^2f_A}{d\tau^2}+\omega^2(\tau)f_A(\tau)=0, \qquad \omega^2(\tau)=k^2+\frac{2\lambda k}{\tau}+\frac{\mu^2+\lambda^2}{\tau^2}+\frac{2\xi}{\tau^2}. \quad (11)$$

برای معادله (۱۱) یک جواب از نوع WKB درنظر می‌گیریم

$$f_A(\tau)=\left(2W(\tau)\right)^{\frac{-1}{2}}\exp\left(-i\int d\tau\omega(\tau)\right), \quad (12)$$

به‌گونه‌ای که تابع $W(\tau)$ معادله زیر را برآورده می‌کند

$$W^2(\tau)=\omega^2(\tau)+\frac{3\dot{W}^2}{4W^2}-\frac{\ddot{W}}{2W}, \quad (13)$$

به‌گونه‌ای که نقطه روی تابع نشان دهنده مشتق نسبت به زمان همدیس τ است. چون بسط بی‌دررو یک بسط برحسب درجه مشتق نسبت به متریک است در مرتبه صفرم بسط تابع W (۱۳) از جمله‌های مشتق چشم‌پوشی می‌کنیم. جمله آخر ω^2 در معادله (۱۱) به‌صورت زیر نوشته می‌شود

$$\frac{2\xi}{\tau^2}=2\xi\frac{\dot{\Omega}^2}{\Omega^2}, \quad (14)$$

بنابراین این جمله از مرتبه دوم بی‌دررو است و در مرتبه صفرم از آن چشم‌پوشی می‌کنیم. از این‌رو، در مرتبه صفرم بی‌دررو خواهیم داشت

$$W^{(0)}(\tau)=\omega_0(\tau), \qquad \omega_0(\tau)=+\sqrt{k^2+\frac{2\lambda k}{\tau}+\frac{\mu^2+\lambda^2}{\tau^2}}. \quad (15)$$

با استفاده از معادله‌های (٤)، (١٢) و (١٥) بسط مرتبه صفرم بی‌دررو تابع مُد فرکانس مثبت به‌دست می‌آید

$$U_A(x)=\left(2\omega_0(\tau)\right)^{\frac{-1}{2}}e^{+ikx}\exp\left(-i\int\omega_0(\tau)d\tau\right). \quad (16)$$

با استفاده از تابع مُد (١٦) چشم‌داشتی تریس تانسور انرژی-تکانه تا مرتبه صفرم بسط بی‌دررو به‌دست می‌آید

$$T_A=\frac{H^2\mu^2}{2\pi}\left(2\log(2\Lambda)-\log\mu^2\right). \quad (17)$$

بنابر روش به‌سازی کم‌کردن بی‌دررو، پادجمله (١٧) را از چشم‌داشتی تریس (١٠) کم می‌کنیم

$$T=\langle T\rangle-T_A, \quad (18)$$

و به‌دست می‌آوریم

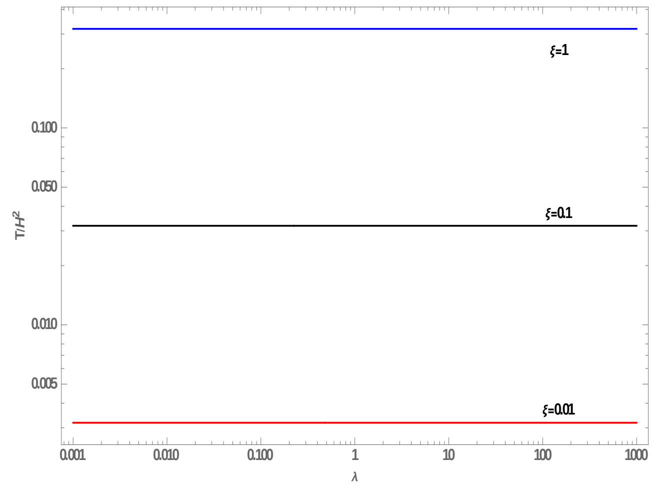
$$T=-\frac{H^2\xi}{\pi}-\frac{H^2\mu^2}{4\pi}[-2\log(\mu^2)-2i\pi +i\csc(2\pi\gamma)\sum_{r=\pm1}\{(e^{2\pi i\gamma}+e^{2\pi\lambda r})\psi\left(\frac{1}{2}+\gamma+i\lambda r\right) -(e^{-2\pi i\gamma}+e^{2\pi\lambda r})\psi\left(\frac{1}{2}-\gamma+i\lambda r\right)\}]. \quad (19)$$

به‌روشنی دیده می‌شود که واگرایی حذف می‌شود و تریس به‌سازی شده T متناهی است.

نتیجه گیری

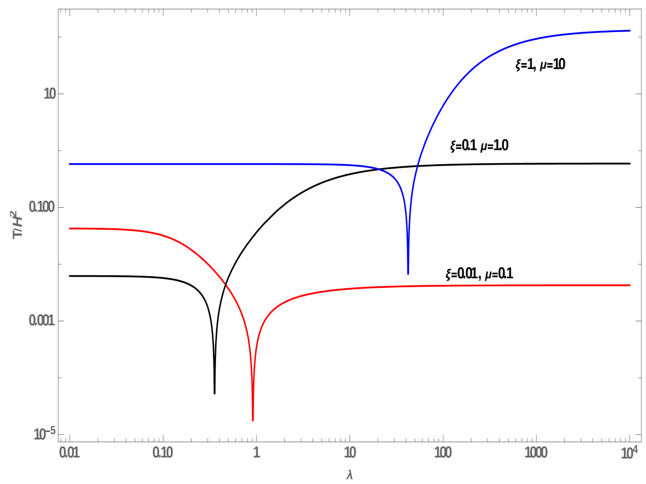
در این مقاله، یک میدان اسکالر جرم‌دار باردار را در یک میدان الکتریکی یکنواخت زمینه در فضازمان دوسیته ۲ بُعدی درنظر گرفته‌ایم. مقدار ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه میدان اسکالر به خمش اسکالر فضازمان دوسیته ۲ بُعدی را غیرصفر درنظر گرفته‌ایم. چشم‌داشتی خلأ ورودی تریس تانسور انرژی-تکانه میدان اسکالر را محاسبه کرده‌ایم و با استفاده از روش به‌سازی کم‌کردن بی‌دررو یک عبارت متناهی فیزیکی برای تریس به‌دست آورده‌ایم؛ نتیجه را در معادله (١٩) ببینید.

در شکل ۱، تریس (١٩) برای مورد میدان اسکالر بی‌جرم $\mu=0$، برای مقدارهای گوناگون ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه ξ به‌صورت تابعی از میدان الکتریکی، رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد برای مورد میدان اسکالر بی‌جرم تریس به میدان الکتریکی بستگی ندارد. تحلیل عددی نشان می‌دهد برای این مورد علامت تریس (١٩) مخالف علامت ξ است.



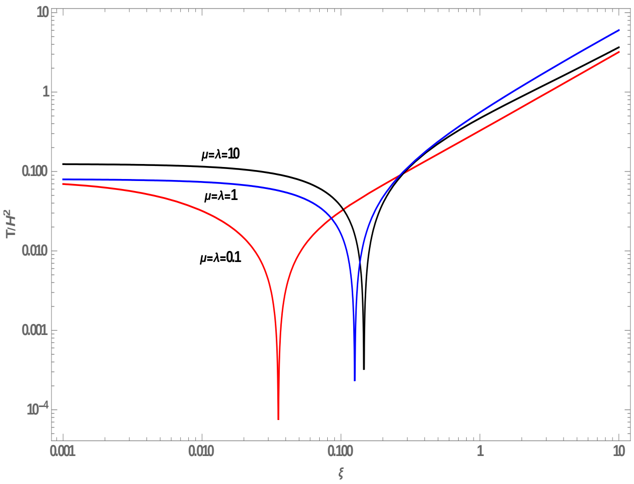
شکل ۱: برای مورد میدان اسکالر بی‌جرم $\mu=0$، تریس بهسازی شده T/H^2 به‌صورت تابعی از میدان الکتریکی λ، برای مقدارهای‌گوناگون ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه ξ رسم شده است.

در شکل ۲، تریس (۱۹) برای مقدارهای گوناگون جرم μ و ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه ξ مثبت، به‌صورت تابعی از میدان الکتریکی، رسم شده است. شکل نشان می‌دهد که در این قلمرو، در یک مقدار وابسته به ξ, μ تریس تغییر علامت می‌دهد. اندازه میدان الکتریکی که در آن تغییر علامت تریس رخ می‌دهد را با L نشان می‌دهیم. تحلیل عددی نشان می‌دهد که برای $\lambda < L$ تریس منفی و برای $\lambda > L$ تریس مثبت است.



شکل ۲: تریس بهسازی شده T/H^2 به‌صورت تابعی از میدان الکتریکی λ، برای مقدارهای‌گوناگون جرم میدان اسکالر μ و ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه ξ مثبت، رسم شده است.

در شکل ۳، تریس بهسازی شده (۱۹) برای مقدارهای گوناگون جرم μ و میدان الکتریکی λ، به‌صورت تابعی از ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه ξ، رسم شده است. شکل نشان می‌دهد که



شکل۳: تریس بهسازی شده T/H^2 به‌صورت تابعی از ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه ξ، برای مقدارهای‌گوناگون جرم میدان اسکالر μ و میدان الکتریکی λ، رسم شده است.

در این قلمرو تریس تغییر علامت می‌دهد. اگر مقدار ثابت جفت‌شدگی غیرکمینه که به‌ازای آن تریس تغییر علامت می‌دهد را با ξ_* نشان دهیم؛ تحلیل عددی نشان می‌دهد که برای $\xi < \xi_*$ تریس مثبت و برای $\xi > \xi_*$ تریس منفی است.

بنابراین برای مورد میدان اسکالر بی‌جرم، تریس (۱۹) به میدان الکتریکی بستگی ندارد، و مقدار آن $T \propto -\xi$ است. برای مقدار مثبت و کوچک ثابت جفت‌شدگی غیر کمینه $0<\xi<1$ در قلمرو شبه‌کلاسیک $\mu^2+\lambda^2>1$، تریس مثبت و در قلمرو فروسرخ $\mu^2+\lambda^2<1$ تریس منفی است. مطالعه عددی تریس (۱۹) نشان می‌دهد برای ثابت جفت‌شدگی کمینه به اندازه کافی بزرگ منفی $|\xi| \gg 1$، تریس همواره مثبت است. این نتیجه‌ها برای تریس تانسور انرژی–تکانه زوج‌های خلق شده شوینگر، برای بحث درباره اثر پس‌زنی تولید زوج روی میدان گرانشی در جهان آغازی مهم هستند.

مرجع‌ها

1. J. S. Schwinger, *Phys. Rev*. **82**, 664 (1951).
2. E. Mottola, *Phys. Rev. D* **31**, 754 (1985).
3. M. B. Fröb, J. Garriga, S. Kanno, M. Sasaki, J. Soda, T. Tanaka, and A. Vilenkin, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **04** (2014) 009.
4. E. Bavarsad, C. Stahl and S. S. Xue, *Phys. Rev. D* **94**, 104011 (2016).
5. T. Kobayashi and N. Afshordi, *J. High Energy Phys.* **10** (2014) 166.
6. T. Markkanen, T. Tenkanen, V. Vaskonen and H. Veermäe, [arXiv:1712.04874[gr-qc]].
7. F.W. J. Olver, D.W. Lozier, R. F. Boisvert, and C.W. Clark, *"NIST Handbook of Mathematical Functions,"* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2010).

مطالعه شرط انرژی ضعیف در گرانش اصلاح شده $f(G)$

بنی جمالی، علی[۱]؛ روح اللهی، رحمت اله[۲]؛ فضل پور، بهناز[۳]؛ رفیعی، سید فرهاد[٤]

[۱]دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، خیابان دکتر شریعتی، بابل، مازندران

چکیده

در این مقاله به بررسی محدودیت های اعمال شده توسط شرط انرژی ضعیف بر روی پارامترهای آزاد شکلهای خاصی از گرانش اصلاح شده $f(G)$ می پردازیم. ابتدا معادلات گرانشی را در پس زمینه متریک تخت فریدمن- رابرتسون- واکر برای گرانش $f(G)$ بدست آورده وسپس شرط انرژی ضعیف را بر روی آنها اعمال می کنیم. در بدست آوردن قیود انرژی بر روی پارامترهای آزاد مدلها، از مقادیر اخیر پارامترهای هابل، واشتاب، تکان و گسیختگی استفاده می نماییم.

کلید واژه ها : گرانش اصلاح شده، شرایط انرژی، گرانش گاس- بانه

Study of Weak Energy Condition in Modified $f(G)$ Gravity

Banijamali, Ali[1]; Rouhollahi, Rahmatollah[2]; Fazlpour, Behnaz[3]; Rafiee, Seyed Farhad [4]

[1]*Department of Basic sciences, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Mazandaran*

Abstract

In the present paper using weak energy condition we investigate cosmological constraints on free parameters of some special forms of $f(G)$ modified gravity. We first derive field equations in FRW background and then apply weak energy condition on them. To obtain energy constraints on free parameters of the models we use the recent values of the Hubble parameter, deceleration parameter, jerk and snap.

key words Modified gravity, Energy Conditions, Gauss- Bonnet gravity

مقدمه

به دلیل عدم موفقیت نظریه نسبیت عام اینشتین در توصیف برخی نتایج مشاهداتی، نظریات گرانش اصلاح شده توجه زیادی را به خود جلب کرده اند (برای مرور نظریات گرانش اصلاح شده به [۱] و[۲] مراجعه کنید).

همانطور که میدانیم در نسبیت عام، شرایط انرژی در اثبات قضایای مهمی در مورد سیاه چاله ها مانند قوانین ترمودینامیک سیاه چاله ها به کار می روند[۳]. شرایط انرژی به طور سیستماتیک از معادله راچادهوری بدست می آیند. درنسبیت عام اینشتین، تحت شرط انرژی ضعیف، چگالی انرژی موضعی مثبت است وبرای یک سیال کامل داریم: $\rho \geq 0$ و $\rho + p \geq 0$.

همچنین شرایط انرژی به طور گسترده ای در زمینه گرانش اصلاح شده مانند گرانش $f(R)$، $f(R,T)$ و $f(T)$ مورد مطالعه قرار گرفته است[٤]و[٥].

یک نظریه جالب جایگزین، گرانش اصلاح شده گاس- بانه یا گرانش $f(G)$ است که G ناوردای گاس- بانه می باشد[٦]و[٧]. از این رو، در این پژوهش شرط انرژی ضعیف را با انتخاب نمونه های خاصی از تابع $f(G)$ مورد بررسی قرار می دهیم.

نظریه گرانش $f(G)$

کنش گرانش اصلاح شده $f(G)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int d^4x\sqrt{-g}[R + f(G)] + S_M \qquad (١)$$

که $\kappa^2 = 8\pi G_N$ و R اسکالر ریچی است. همچنین G_N، g و S_M به ترتیب ثابت گرانش نیوتن، دترمینان متریک $g_{\mu\nu}$ وکنش ماده عالم می باشند. از سوی دیگر ناوردای گاس- بانه G به صورت زیرتعریف می شود:

$$G \equiv R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\alpha\beta}R^{\mu\nu\alpha\beta} \qquad (٢)$$

با در نظر گرفتن متریک تخت FRW به صورت زیر:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \qquad (٣)$$

و با وردش گرفتن از کنش(١)در پس زمینه متریک FRW معادلات فریدمن بدست می آیند:

$$24H^3\dot{f}'(G) + 6H^2 + f(G) - Gf'(G) = 2\kappa^2\rho \qquad (٤)$$

و

$$8H^2\ddot{f}'(G) + 16H\dot{f}'(G)(\dot{H} + H^2) + (4\dot{H} + 6H^2) + f(G) - Gf'(G) = -2\kappa^2\rho \qquad (٥)$$

که در رابطه فوق $H = \frac{\dot{a}}{a}$ پارامتر هابل، ρ و p به ترتیب چگالی انرژی وفشار هستند. از طرفی می توان معادلات میدان گرانشی را در زمینه متریکFRW به شکل موثر زیر بازنویسی کرد:

$$\rho_{eff} = \frac{3}{\kappa^2}H^2, p_{eff} = -\frac{1}{\kappa^2}(2\dot{H} + 3H^2) \qquad (٦)$$

که ρ_{eff} و p_{eff} به ترتیب چگالی انرژی موثروفشار موثر هستند.حال با توجه به معادلات(٤) و(٥) وجایگزین کردن آنها در معادله (٦) داریم:

$$\rho_{eff} = \frac{1}{2\kappa^2}[-f(G) + 24H^2(H^2 + \dot{H})f'(G) - 24^2 H^4(2\dot{H}^2 + H\ddot{H} + 4H^2\dot{H})f''(G)] + \rho \qquad (٧)$$

و

$$p_{eff} = \frac{1}{2\kappa^2}\{f(G) - 24H^2(H^2 + \dot{H})f'(G) + (24) 8H^2[6\dot{H}^3 + 8H\dot{H}\ddot{H} + 24\dot{H}^2H^2 + 6H^3\ddot{H} + 8H^4\dot{H} + H^2\dddot{H}]f''(G) + 8(24)^2H^4(2\dot{H}^2 + H\ddot{H} + 4H^2\dot{H})^2 f'''(G)\} + p \qquad (٨)$$

همچنین با جمع کردن معادلات(٧) و(٨) به معادله مهمی می رسیم که در بررسی شرایط انرژی کمک زیادی می کند:

$$\rho_{eff} + p_{eff} = \rho + p + \frac{96H^2}{\kappa^2}[(6\dot{H}^3 + 8H\dot{H}\ddot{H} - 18\dot{H}^2H^2 + 3H^3\ddot{H} - 4H^4\dot{H} + H^2\dddot{H})f''(G) + 24H^2 (2\dot{H}^2 + H\ddot{H} + 4H^2\dot{H})^2 f'''(G) \qquad (٩)$$

شرایط انرژی در گرانش اصلاح شده $f(G)$

شرایط انرژی درچهار عنوان NEC شرط انرژی صفر، WEC شرط انرژی ضعیف، SEC شرط انرژی قوی وDEC شرط انرژی غالب تقسیم بندی می شوند که معادلات آنها به صورت زیر است:

$$NEC \Leftrightarrow \rho_{eff} + p_{eff} \geq 0 \qquad (١٠)$$

$$WEC \Leftrightarrow \rho_{eff} \geq 0\ ,\ \rho_{eff} + p_{eff} \geq 0 \qquad (١١)$$

$$SEC \Leftrightarrow \rho_{eff} + 3p_{eff} \geq 0\ ,\ \rho_{eff} + p_{eff} \geq 0 \qquad (١٢)$$

$$DEC \Leftrightarrow \rho_{eff} \geq 0\ ,\ \rho_{eff} \pm p_{eff} \geq 0 \qquad (١٣)$$

همچنین مشتقات پارامتر هابل شامل پارامترهای واشتاب q ، تکان j وگسیختگی s به صورت زیر تعریف می شوند:

$$q = -\frac{1}{H^2}\frac{a''}{a} \text{ و } j = \frac{1}{H^3}\frac{a'''}{a} \text{ و } s = \frac{1}{H^4}\frac{a''''}{a} \qquad (١٤)$$

که مقادیر این پارامترها درحال حاضر برابرند با [٨]:

$$H = 0.716, q = -0.64, j = 1.02, s = -0.39 \qquad (١٥)$$

ما در این پژوهش فقط شرط انرژی ضعیف را بررسی می کنیم. بنابراین معادله (١٢) با استفاده از معادلات(٧)تا(٩) ونیز مشتقات پارامتر هابل به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\rho_{eff} = \rho + \frac{1}{2\kappa^2}[-f(G) - 24H^4qf'(G) - (24)^2H^8$$

$$(2q^2+3q+j)f''(G)] \geq 0 \quad (۱۶)$$

و

$$\rho_{eff}+p_{eff}=\rho+p+\frac{96}{\kappa^2}\{-(6q^3+27q^2+21q+8qj+9j-s)f''(G)+24[4(q^2+2q+1)H^2+2q^2+7q+j+4]f''(G)\}H^8 \geq 0 \quad (۱۷)$$

بررسی شرایط انرژی چند نمونه گرانش $f(G)$

حال با استفاده از معادلات شرط انرژی ضعیف ومقادیر عددی بدست آمده، تاثیر نمونه هایی از مدل گرانش اصلاح شده $f(G)$ را که در مقاله های[۹] و[۱۰]معرفی شده اندرر شرایط خلا ($\rho=p=0$)بررسی کنیم.

$$A. \quad f_1(G)=\frac{a_1G^n+b_1}{a_2G^n+b_2}$$

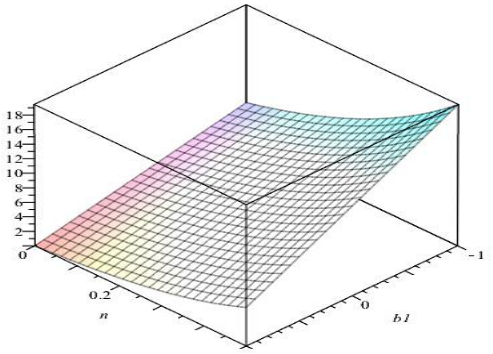
ابتدا تابع را به ترتیب در معادله های (۱۶)و(۱۷)جایگزین می کنیم.

$$-[a_1(-24qH^4)^n+b_1][a_2(-24qH^4)^n+b_2]+n(-24qH^4)^n(a_1b_2-a_2b_1)+(24)^2nH^8(-24qH^4)^{n-2}[a_2(n+1)(-24qH^4)^n+b_2(1-n)]\frac{(a_1b_2-a_2b_1)(2q^2+3q+j)}{a_2(-24qH^4)^n+b_2} \geq 0 \quad (۱۸)$$

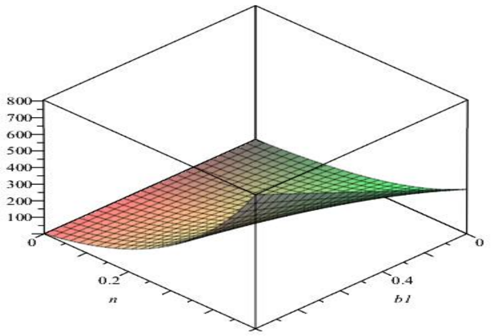
و

$$n(-24qH^4)^n(-b_1a_2+a_1b_2)\{(6q^3+27q^2+21q+8qj+9j-s)[n(a_2^2(-24qH^4)^{2n}-b_2^2)+(a_2(-24qH^4)^n+b_2)^2]+(4H^2+8H^2q+4H^2q^2+2q^2+7q+j+4)[4a_2b_2(1-n^2)(-24qH^4)^n+a_2^2(n^2+3n+2)(-24qH^4)^{2n}+b_2^2(n^2-3n+2)]q^{-1}H^{-4}\} \geq 0 \quad (۱۹)$$

مقادیر a_1، a_2، b_1، b_2 و n همگی ثابت هستند با در نظرگرفتن سه پارامترثابت $a_1=-1$ ، $a_2=2$و $b_2=1$ نمودارهایی براساس n بر حسب b_1 رسم می کنیم تا برقراری شرایط انرژی ضعیف را نشان دهیم:



شکل۱: شرط انرژی ضعیف برای تابع f_1($\rho_{eff} \geq 0$)



شکل۲: شرط انرژی ضعیف برای تابع f_1($\rho_{eff}+p_{eff} \geq 0$)

با توجه به شکلهای (۱)و(۲) مشاهده می کنیم که شرط انرژی ضعیف بر اساس پارامترهای درنظر گرفته شده، در بازه های تعریف شده برای n و b_1 مثبت است وبرقرار می باشد.

$$B. \quad f_2(G)=a_3G^n+b_3G\ln G$$

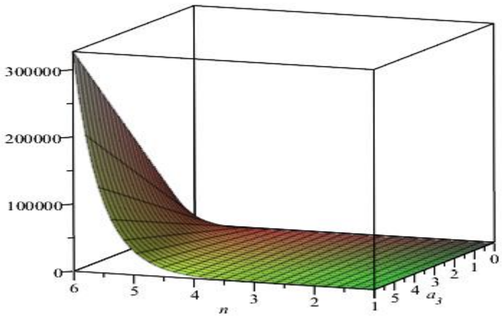
با جایگذاری این تابع در معادله های (۱۶)و(۱۷) خواهیم داشت:

$$\frac{1}{q^2}(24b_3H^4q(j+q(3+q))-24^n(-1+n)a_3\left(-(-H^4q)^n(nj+q(3n+(-1+2n)q))\right) \geq 0 \quad (۲۰)$$

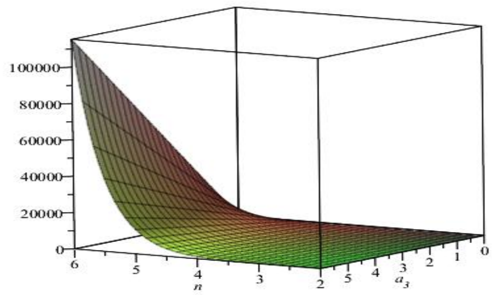
و

$$\frac{1}{3q^3}(3q(24b_3H^4q-24^n(-1+n)na_3(-H^4q)^n)(j+q(3+2q))-(24b_3H^4q+24^nn(2-3n+n^2)a_3(-H^4q)^n)(j(j+q(3+2q))^2+q(24b_3H^4q-24^n(-1+n)na_3(-H^4q)^n)(-3+5q+18q^2+6q^3+j(4+8q)-s))\geq 0 \quad (۲۱)$$

مقادیر a_3، b_3و n همگی ثابت هستند. با درنظر گرفتن $b_3=0.6$ نمودارهایی بر اساس n برحسب a_3 رسم می کنیم تا برقراری شرایط انرژی ضعیف را نشان دهیم:



شکل۳: شرط انرژی ضعیف برای تابع f_2 $(\rho_{eff} \geq 0)$



شکل٤:شرط انرژی ضعیف برای تابع f_2 $(\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0\,)$

با توجه به شـکلهای (۳)و(٤) مشـاهده می کنیم که شـرط انرژی ضـعیف بر اساس پارامترهای در نظر گرفته شده در دو بازه تعریف شده برای n و a_3 مثبت است و برقرار می باشد.

نتیجه گیری

در این مقـا له ما قابلیت جایگزینی یک نظریه گرانشـــی، به نام گرانش اصــلاح شــده گاس- بانه یا گرانش $f(G)$ را با انتخاب توابع خاصـی از $f(G)$ بررسـی کردیم و به بررسـی محدودیتهای اعمال شده توسط شرط انرژی ضعیف بر روی پارامترهای آزاد این توابع پرداختیم. همچنین معادلات گرانشـی را در پس زمینه متریک تخت فریدمن- رابرتسـون- واکر بدسـت آورده وشـرط انرژی ضـعیف را بر روی آنها اعمال کردیم. در بدست آوردن قیود انرژی بر روی پـارامترهـای آزاد مـدلهـا از مقـادیر اخیر پارامترهای هابل، واشتاب، تکان و گسیختگی استفاده کردیم.

مرجع ها

[۱] S. Nojiri and S. D. Odintsov; "*from F(R) theory to Lorentz non-invariant models*" ; *Phys. Rept.* **505**, 59*(2011)[arXiv:1011.0544[gr-qc]].*
[۲] S. Capozziello and V.Faraoni; "*Beyond Einstein gravity*" (2010).
[۳] S. W. Hawking and G.F.R. Ellis; *"The Large Scale Structure of Spacetime"* ; Cambridge University Press, England, (1973).
[۴] M. Visser*; " Energy conditions in the epoch of galaxy formation" Science* **276** (1997) 88.
[۵] J. Santos, J. S. Alcaniz, M. J. Reboucas and F. C. Carvalho; *"Energy condition in f(R) gravity" ; Phys. Rev. D* **76** (2007) 083513; Di Liu and M. J.Reboucas; " *Energy conditions bounds on f(T) gravity*" ; *Phys. Rev. D* ***86****(2012)083515.*
[۶] S. Nojiri and S. D. Odinstov; "*Modified Gauss-Bonnet theory as gravitational alternative for dark energy*" ; *Phys. Lett. B* ***631****, 1 (2005).*
[۷] G. Cognola, M. Gastaldi and S. Zerbini, Int. J. Theor; " *On the Stability of class of Modified Gravitaational Models" Phys***. 47**, 898 (2008).
[۸] K. Bamba, M. Ilyas, M. Z. Bhatti and Z. Yousaf; "*Energy Condition in Modified f(G) Gravity*"; arXiv:1707.07386 (2017).
[۹] S. Nojiri, S. D. Odintsov and P. V. Tretyakov, Prog. Theor; "*From inflation to dark energy in the non-minimal Modified Gravity*" ; *Phys. Supple.* **172**, 81 (2008).
[۱۰] H. –J. Schmidt; "*Gauss-Bonnet lagrangian G ln G and cosmological exact solutions*"; *Phys. Rev. D* **83** (2011) 083513.

نظریهٔ گرانش تعمیم‌یافتهٔ گاوس–بونت در چارچوب اینشتین

بوذری نژاد، حامد[۱]؛ شجاعی باغینی، فاطمه[۱]

[۱]دانشکدهٔ فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

چکیده

در این مقاله به بررسی نظریات تعمیم‌یافتهٔ گرانشی گاوس–بونت در چارچوب اینشتین می‌پردازیم. از آن‌جایی که در این نظریات اسکالر ریچی در کنش اینشتین–هیلبرت جایگزین تابع دلخواهی از اسکالر ریچی و اسکالر گاوس–بونت می‌شود، بیان کردن این نظریات در چارچوب اینشتین غیرممکن به‌نظر می‌رسد. در این‌جا با استفاده از یک مدل اسباب‌بازی نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان بر این مشکل فائق آمد. سپس، با استفاده از تورم د سیتر، پارامترهای مدل را تثبیت می‌کنیم.

Modified Gauss-Bonnet Theory of Gravity in the Einstein Frame

Bouzari Nezhad, Hamed[1]; Shojai Baghini, Fatimah[1]

[1] *Department of Physics, University of Tehran, Tehran*

Abstract

In this article, we will consider the modified Gauss-Bonnet gravity theories in the Einstein frame. Since in these theories the Ricci scalar in the Einstein-Hilbert action is replaced by an arbitrary function of the Ricci and Gauss-Bonnet scalars, it is impossible to express these theories in the Einstein frame. Here we show that one can overcome this problem by a toy model. Then, based on a de Sitter inflation, we fix the model parameters.

PACS No. 04.50.Kd

مقدمه

امروزه سناریوی تورم به‌عنوان بخش مهمی از فرایند تحول کیهان، از سوی اکثر فیزیک‌دانان پذیرفته شده است. در ساده‌ترین مدل، تورم با افزودن یک میدان اسکالر به کنش آشنای اینشتین–هیلبرت توصیف می‌شود. افزودن این میدان اسکالر یا اینفلاتون، قسمت گرانشی نظریه را تغییر نمی‌دهد. علاوه بر این‌گونه نظریات تورمی، می‌توان با تغییر دادن قسمت گرانشی نظریه، مدل‌هایی را ساخت که توصیف کنندهٔ تورم نیز باشند. معروف‌ترین مدل‌ها در این حیطه، مدل $f(R)$ و $f(R,G)$ می‌باشند که در آن‌ها R اسکالر ریچی، G اسکالر گاوس–بونت و f تابع دلخواهی از این دو کمیت است. اسکالر گاوس–بونت از طریق $G=R^2-4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}+R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$ به اسکالر ریچی، R، تانسور ریچی، $R_{\mu\nu}$، و تانسور ریمان، $R_{\mu\nu\rho\sigma}$، ارتباط دارد.

نظریات تعمیم‌یافتهٔ $f(R)$ را می‌توان با یک تبدیل همدیس به نظریهٔ گرانش اینشتین به‌اضافهٔ یک میدان اسکالر (اسکالرون) تبدیل کرد. چارچوب اولیه چارچوب جوردن و چارچوب دوم، که اسکالرون در آن ظاهر می‌شود، چارچوب اینشتین نامیده شده است. بررسی مسئلهٔ تورم در چارچوب اینشتین ساده‌تر است و شهود فیزیکی مناسب‌تری را به همراه خواهد داشت.

ابتدا به معرفی مختصر نظریات $f(R)$ می‌پردازیم و ارتباط بین چارچوب جوردن و چارچوب اینشتین را در این نظریات مرور می‌کنیم. در قسمت بعد معادلات حرکت را برای نظریات $f(R,G)$ به‌دست می‌آوریم. سپس به بررسی امکان دست‌یابی به چارچوب اینشتین در این نظریات می‌پردازیم. شایان ذکر است که مسئلهٔ تورم

در چارچوب نظریات $f(R,G)$ قبلاً مورد بحث قرار گرفته است [۱] و در این‌جا هدف ما بررسی این مدل‌های تعمیم‌یافته در چارچوب اینشتین است.

تورم در چارچوب نظریات $f(R)$

لاگرانژی $f(R)$ با رابطهٔ زیر داده می‌شود:

$$S=\frac{1}{16\pi G_N}\int\sqrt{-g}d^4xf(R) \tag{۱}$$

که در آن G_N ثابت گرانش نیوتن اســـت. با اســـتفاده از تبدیلات همدیس متریک [۲]، $\tilde{g}_{\mu\nu}=Fg_{\mu\nu}$، می‌توان نشـان داد که کنش معادلهٔ (۱) را می‌توان به‌صورت کنش اینشتین–هیلبرت به‌اضافهٔ یک میدان اسکالر که به‌صورت کمینه با زمینهٔ گرانشی جفت شده است، نوشت که عامل همدیس، میدان اسکالر و پتانسیل با روابط زیر داده می‌شـوند (برای بحث جامع در مورد نظریات $f(R)$ به مرجع [۳] مراجعه شود):

$$F=\frac{\partial f}{\partial R} \tag{۲}$$

$$\phi=\sqrt{\frac{3}{16\pi G_N}}\ln\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right) \tag{۳}$$

$$V(\phi)=\frac{1}{16\pi G_N}\frac{f-R\frac{\partial f}{\partial R}}{\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2} \tag{۴}$$

با ا ستفاده از معادلات بالا، به سادگی می‌توان پتانـسیل را بر حـسب میدان اســـکالر محاســـبه کرد. در نتیجه، بررســـی مســـئلهٔ تورم در چارچوب نظریات $f(R)$، به همان مـسئلهٔ سادەتر نظریهٔ گرانـش نیوتن به‌اضافهٔ یک میدان اسکالر تقلیل می‌یابد.

تورم در چارچوب نظریات $f(R,G)$

کنش عمومی برای نظریهٔ گرانشی گاوس–بونت این‌چنین است:

$$S_{G-B}=\frac{1}{16\pi G_N}\int\sqrt{-g}d^4xf(R,G) \tag{۵}$$

با وردش‌گیری از این کنش نســـبت به $g^{\mu\nu}$، معادلهٔ حرکت زیر را به‌دست می‌آوریم:

$$-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}f+\frac{\partial f}{\partial R}R_{\mu\nu}+g_{\mu\nu}\Box\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)-\nabla_\mu\nabla_\nu\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)+2\frac{\partial f}{\partial G}RR_{\mu\nu}+2g_{\mu\nu}\Box\left(\frac{\partial f}{\partial G}R\right)-2\nabla_\mu\nabla_\nu\left(\frac{\partial f}{\partial G}R\right)-4g_{\mu\nu}\nabla_\rho\nabla_\sigma\left(\frac{\partial f}{\partial G}R^{\rho\sigma}\right)-4\Box\left(\frac{\partial f}{\partial G}R_{\mu\nu}\right)+8\nabla_\nu\nabla^\rho\left(\frac{\partial f}{\partial G}R_{\mu\rho}\right)-8\frac{\partial f}{\partial G}R_{\mu\rho}R_{\nu\sigma}g^{\rho\sigma}+2\frac{\partial f}{\partial G}R_{\mu\rho\sigma\alpha}R_\nu{}^{\rho\sigma\alpha}-4\nabla^\rho\nabla^\sigma\left(\frac{\partial f}{\partial G}R_{\mu\rho\sigma\nu}\right)=0 \tag{۶}$$

که ∇_μ مشتق هموردا و $\Box$ عملگر لاپلاسی در چهار بعد می‌باشد. در این جا می‌توان این پرســـش را مطرح کرد که آیا می‌توان نظریات گرانشـــی $f(R,G)$ را با اســـتفاده از تبدیلات همدیس، به گرانش معمول اینشـــتین–هیلبرت به‌اضـافهٔ یک میدان اسـکالر کمینه تبدیل کرد؟ به عبارت دیگر هدف یافتن تبدیل همدیســـی اســـت که با استفاده از آن بتوان معادلهٔ (٦) را به شکل زیر نوشت:

$$\tilde{R}_{\mu\nu}-\frac{1}{2}\tilde{R}\tilde{g}_{\mu\nu}=8\pi G_N\tilde{T}_{\mu\nu}(\phi) \tag{۷}$$

که در آن $\tilde{T}_{\mu\nu}(\phi)$ تانسور انرژی–مومنتوم یک میدان اسکالر حقیقی می‌باشد:

$$\tilde{T}_{\mu\nu}(\phi)=\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}\nabla_\rho\phi\nabla^\rho\phi+FV(\phi)g_{\mu\nu} \tag{۸}$$

نـشان داده‌ایم که می‌توان با انتخاب عامل همدیس، میدان ا سکالر و پتانـسیل به صورت زیر، این تناظر بین معادلات (٦) و (۷) را برقرار کرد:

$$F=\frac{\partial f}{\partial R}+\frac{2}{3}R\frac{\partial f}{\partial G} \tag{۹}$$

$$\phi=\sqrt{\frac{3}{16\pi G_N}}\ln\left(\frac{\partial f}{\partial R}+\frac{2}{3}R\frac{\partial f}{\partial G}\right) \tag{۱۰}$$

$$V(\phi)=\frac{1}{16\pi G_N}\frac{f-R\frac{\partial f}{\partial R}-\frac{1}{3}R^2\frac{\partial f}{\partial G}-G\frac{\partial f}{\partial G}+2\nabla_\rho\nabla_\sigma\left(\frac{\partial f}{\partial G}R^{\rho\sigma}\right)}{\left(\frac{\partial f}{\partial R}+\frac{2}{3}R\frac{\partial f}{\partial G}\right)^2} \tag{۱۱}$$

با توجه به روابط بالا به این نتیجه می‌رسیم که در نظریهٔ $f(R,G)$، برخلاف مورد $f(R)$، راهی برای بیان صـریح پتانـسیل بر حـسب میدان اسکالر وجود ندارد. روش پیشنهادی ما این است که در ابتدا شکل تابع $f(R,G)$ را مشخص کنیم. مثلاً:

$$f(R,G)=R+\alpha R^2+\beta G^n \tag{۱۲}$$

که α، β و n مـقادیر ثابتی هـســـتـند. این انـتخاب برای تابع $f(R,G)$ صرفاً یک مدل اسباب‌بازی است. با انتخاب $\beta=0$، به مدل اســتاروبینســکی خواهیم رسـید. پس از این انتخاب معادلات (۱۰) و (۱۱) را با اســـتفاده از متریک $FLRW$ بر حســـب عامل مقیاس $a(t)$ و مشـــتقات آن بیان می‌کنیم. روابط به‌دســـت آمده طولانی هسـتند و ما در این‌جا فقط به ذکر نتایج محاسـبات بسـنده می‌کنیم. پس از انـجام این کار، مدل های مختلفی را برای تورم پیشـــنهاد می‌کنیم و با اســـتفاده از مقادیر تجربی کمیت‌هایی از قبیل اندیس طیفی ا سکالری، نـسبت تانـسور به ا سکالر و ... می‌توانیم قیودی را روی ثوابت α، β، n و ... اعمال کنیم.

در این‌جا به‌عنوان ســـاده‌ترین حالت ممکن، تورم د ســـیتر را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

عامل مقیاس برای تورم د سیتر این‌چنین خواهد بود:

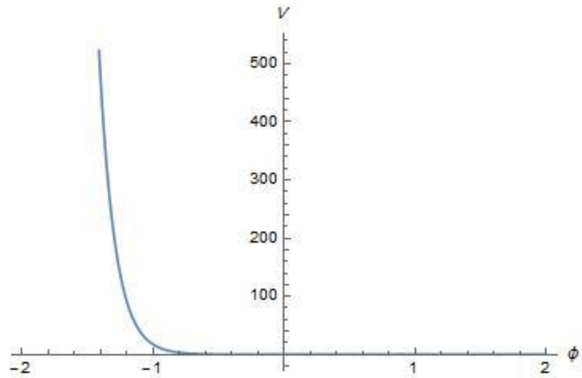
$$a(t) = a_0 e^{\Lambda t}$$

که a_0 و Λ مقادیر ثابتی هســـتند. با قرار دان این عامل مقیاس در عباراتی که قبلاً برای میدان ا سکالر و پتاز سیل به‌د ست آمده‌اند، به روابط زیر می‌رسیم:

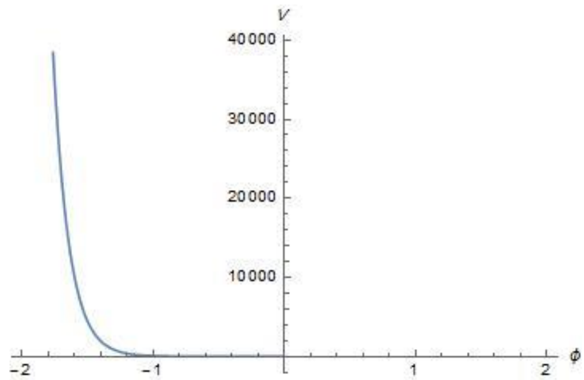
$$\phi(t) = \sqrt{\frac{3}{16\pi G_N}} \ln[\frac{1}{3}(3 + 72\Lambda^2\alpha + 24^n\Lambda^{4n-2}n\beta)] \qquad (۱۳)$$

$$V(t) = -\frac{9\Lambda^4[144\Lambda^4\alpha + 24^n\Lambda^{4n}(-1+3n)\beta]}{16\pi G_N(3\Lambda^2 + 72\Lambda^4\alpha + 24^n\Lambda^{4n}n\beta)^2} \qquad (۱٤)$$

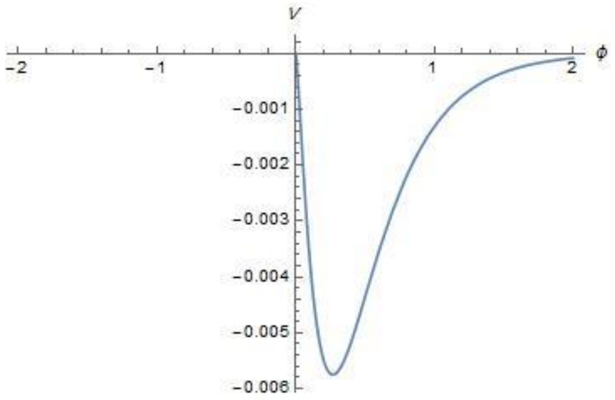
با استفاده از روابط بالا به‌سادگی می‌توان پتانسیل را بر حسب میدان اسکالر بیان کرد. برای بررسی صحت محاسبات، پتانسیل را بر حسب میدان اسکالر برای مقادیر مختلف ثوابت α، β و n رسم می‌کنیم.



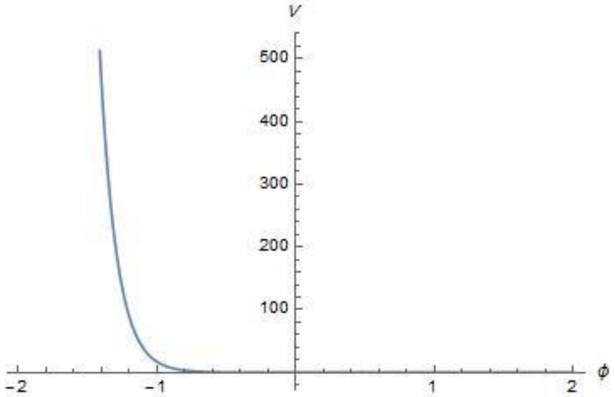
شکل ۱. پتانسیل بر حسب میدان اسکالر برای $\alpha = -1$ و $\beta = 0$. این حالت یادآور مدل استاروبینسکی است.



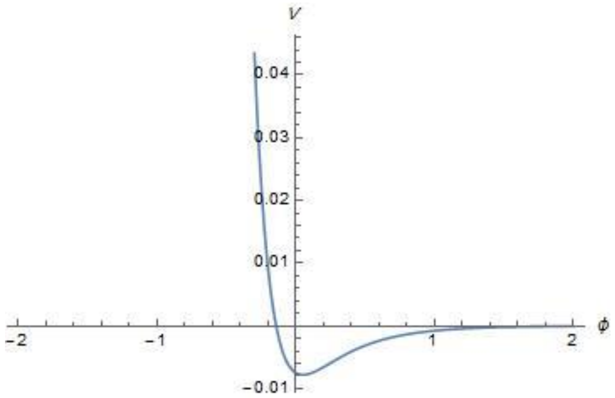
شکل ۲. پتانسیل بر حسب میدان اسکالر برای $\alpha = 0$، $\beta = -1$ و $n = 2$.



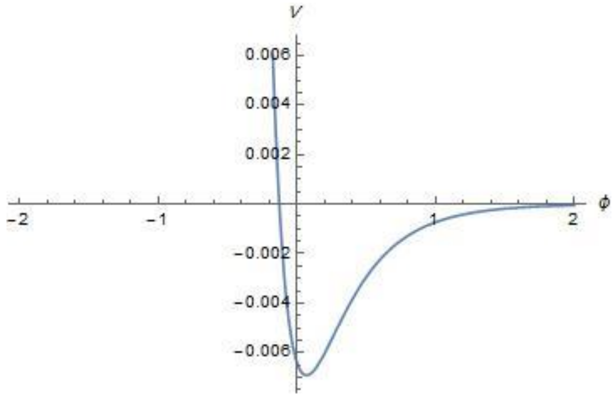
شکل ۳. پتانسیل بر حسب میدان اسکالر برای $\alpha = 0$، $\beta = 1$ و $n = 2$.



شکل ٤. پتانسیل بر حسب میدان اسکالر برای $\alpha = -1$، $\beta = -1$ و $n = 2$.



شکل ۵. پتانسیل بر حسب میدان اسکالر برای $\alpha = -1$، $\beta = 6$ و $n = 2$.



شکل ٦. پتانسیل بر حسب میدان اسکالر برای $\alpha = -1$، $\beta = 7$ و $n = 2$.

مطابق انتظار، از شـکل‌های ۱ تا ٦ به این نتیجه می‌رسـیم که نظریهٔ $f(R,G)$ دارای شرایط مدنظر برای حصول دورهٔ تورمی می‌باشد. در ادامه باید پارامترهای غلتش کند را که با روابط زیر تعریف می‌شوند، محاسبه کنیم:

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{4\pi G_N \dot{\phi}^2}{H^2} \qquad (۱۵)$$

$$\eta = \frac{\ddot{H}}{2H\dot{H}} = \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} \qquad (۱٦)$$

برای تورم د سیتر البته این پارامترها صفر می شوند و این‌گونه نیز باید باشـد. برای مدل‌های تورمی دیگر، با محاسـبهٔ این پارامترها و تعاریف اندیس طیفی توان n_s و نسبت تانسور به اسکالر r، می‌توان قیودی را روی ثوابت مسئله اعمال کرد.

نتیجه‌گیری

همان‌طور که دیدیم، با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله، می‌توان نظریات تعمیم‌یافتهٔ گرانشی گاوس–بونت را در چارچوب اینشتین بیان کرد. البته روش حاضر محدودیت‌هایی را نیز شامل می‌شود. به‌عنوان مثال در این روش باید شکل تابع $\boldsymbol{f(R,G)}$ **را** از ابتدا مشخص کنیم. البته همان‌طور که در مرجع [۱] نشان داده شده است، کار کردن با این مدل‌ها در چارچوب جوردن، پیچیده است و نیازمند اعمال تغییرات فراوانی می‌باشد. می‌توان با توسعهٔ روش ارائه شده در این مقاله و اعمال آن به عوامل مقیاس دیگر، مسئلهٔ تورم را بسیار ساده‌تر توصیف کرد.

مرجع‌ها

[۱] M. De Laurentis, M. Paolella and S. Capozziello; “Cosmological inflation in F(R,G) gravity”; Phys. Rev. D **91**, no. 8, 083531 (2015).

[۲] M. P. Dabrowski, J. Garecki and D. B. Blaschke; “Conformal transformations and conformal invariance in gravitation”; Annalen Phys. **18**, 13 (2009).

[۳] A. De Felice and S. Tsujikawa; “$f(R)$ Theories”; Living Rev. Rel. **13**, 3 (2010).

بررسی مدل کیهان‌شناسی بیانکی نوع یک با گاز چاپلیگین

پوست فروش ، احمد[۱]؛ نوروزی اصل ، پروانه[۲]

[۱،۲]بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز، ۷۱٤٥٤ شیراز، ایران

چکیده

در این مقاله مدل بیانکی نو ع یک با حالت‌های مختلف گاز چاپلیگین مورد بررسی قرار می گیردو توابع $\rho(t), p(t), a(t)$ *(فاکتور مقیاس، فشار وچگالی انرژی) را در حالت‌های مختلف به دست آورده وبا رسم نمودار در هرسه حالت نشان خواهیم داد که اگر انرژی تاریک کیهانی به طور همزمان مانند یک سیال با معادله حالت* $p=\omega\rho$ *و همچنین گاز چاپلیگین استاندارد ، تعمیم یافته و تعدیل یافته رفتار کند ، انبساط شتابدار جهان را خواهیم داشت ومسئله رمبش بزرگ اتفاق نمی افتد (تکینگی آینده را نداریم) .*

Investigation of Bianchi type I model with Chaplygin gas

Poostforush, Ahmad[1]; Norouziasl, Parvaneh[2]

[1,2]Physics Department and Biruni Observatory, College of Science Shiraz, University, 71454 Shiraz, Iran

Abstract

In this article Bianchi type I model with different kinds of Chaplygin gas are investigated and obtained $\rho(t), p(t), a(t)$ *in different kind and it is shown that if cosomic dark energy behaves like a fluied with equation of state* $p=\omega\rho$ *along with standard, modified and generalized Chaplygin gas simultaneously, accelerated expansion of the universe is obtained and Big smash (future singularity) problem does not arise .*

Key words: Dark energy, Bianchi type I cosmological model

مقدمه

همانطور که می‌دانیم دو ویژگی همگنی و همسانگردی در مدل استاندارد کیهان‌شناسی همواره اصل فرض میشوند. طبق نتایج به دست آمده از تحقیقات و مشاهدات، معلوم شده است که این دو اصل توصیف نسبتا دقیقی از عالم قابل مشاهده را ارائه می‌دهند. البته اصل کیهان شناسی دقیق نیست در جهان توده هایی از ماده، ستارگان و کهکشان‌ها وجود دارند، اگر جهان را به صورت کلی و یکپارچه در نظر بگیریم، اصل کیهان‌شناسی برقرار است ولی چنانچه پدیده‌ها را به صورت موضعی بررسی کنیم، این اصل کارایی ندارد. در زمان‌های اولیه ناهمسانگردی‌هایی وجود داشته از جمله ناهمسانگردی‌های محلی که در کهکشانها، خوشه ها و ابرخوشه ها دیده می شود [۱].. مدل بیانکی نوع I یکی از ساده‌ترین مدل‌ها از جهان ناهمسانگرد و تعمیمی از مدل فریدمان – رابرتسون – واکر است. بر خلاف فضا – زمان فریدمان – رابرتسون – واکر که یک عامل مقیاس یکسان برای هر سه جهت فضایی دارد، فضا – زمان بیانکی نوع یک در هر جهت عامل مقیاس متفاوت دارد، که به این طریق یک ناهمسانگردی را در سیستم وارد می‌کند [۲].

پارامترهای فیزیکی مهم در این مدل

پارامترهای فیزیکی مهم از جمله فاکتور مقیاس میانگین a و حجم فضایی اینگونه تعریف می‌شوند [۳].

$$a = (ABC)^{\frac{1}{3}} \quad (۱)$$

$$V = a^3 = ABC \quad (۲)$$

پارامتر هابل میانگین در مدل‌های ناهمسان‌گرد اینگونه است

$$H = \frac{1}{3}(H_1 + H_2 + H_3) \quad (۳)$$

که $H_1 = \frac{\dot{A}}{A}$ و $H_2 = \frac{\dot{B}}{B}$ و $H_3 = \frac{\dot{C}}{C}$ پارامترهای هابل وابسته به جهت به ترتیب در جهت‌های x و y و z هستند. بنابراین از معادلات (۱) و (۲) و (۳) می‌توان به نتایج زیر رسید

$$H = \frac{1}{3}\frac{\dot{V}}{V} = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{3}(H_x + H_y + H_z) \quad (٤)$$

برای به دست آوردن فاکتور مقیاس در مدل بیانکی نوع یک خواهیم داشت

$$H = la^{-n} = l\left(ABC\right)^{-\frac{n}{3}} \quad (٥)$$

به ازای $n \neq 0$ داریم

$$\dot{a} = la^{1-n} \quad (٦)$$

$$a^{n-1}da = ldt \quad (٧)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه فوق فاکتور مقیاس بر حسب زمان به دست می‌آید

$$a(t) = \left(nlt + c_0\right)^{\frac{1}{n}}, \quad n \neq 0 \quad (٨)$$

که l و n ثابت‌های مثبتی هستند و c_0 ثابت انتگرال‌گیری است. معادله (۸) انبساط شتابدار جهان را با $a(t) \to \infty$ وقتی $t \to \infty$ نشان می‌دهد.پارامتر مهم کندشوندگی را در این مدل اینگونه داریم

$$q = n - 1 \quad (۹)$$

به ازای $n < 1$ ، q منفی ($q < 0$) پس $\ddot{a} > 0$ یعنی انبساط تند شونده داریم و به ازای $n > 1$ ، q مثبت و انبساط کند شونده ($\ddot{a} < 0$) خواهد بود.

بررسی معادله‌های حالت گاز چاپلیگین در مدل بیانکی نوع I

در میان کاندیدهای مختلفی که می‌توانند نقش انرژی تاریک را ایفا کنند گاز چاپلیگین به عنوان یک منبع مناسب با فشار منفی در نظر گرفته شده است. این مدل بر اساس مدل سیالی قرار گرفته که می‌تواند انبساط شتابدار کیهان را توضیح دهد [٤].

الف) معادله حالت گازچاپلیگین استاندارد

معادله حالت گاز چاپلیگین در ساده‌ترین شکل اینگونه است

$$p = -\frac{A_0}{\rho} \quad (۱۰)$$

که $A_0 > 0$ می‌باشد. با قرار دادن این معادله در معادله پیوستگی

$$\dot{\rho} + \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C}\right)(\rho + p) = 0 \to \dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (۱۱)$$

خواهیم داشت

$$\int_{\rho_0}^{\rho(t)} \frac{\rho d\rho}{\rho^2 - A_0} = -3\int_{a_0}^{a(t)} \frac{da}{a} \quad (۱۲)$$

بعد از تغییرمتغیر $u = \rho^2 - A_0$ و حل انتگرال :

$$\rho^2(t) = A_0 + \left(\rho_0^2 - A_0\right)\left(\frac{a_0}{a(t)}\right)^6 \quad (۱۳)$$

که در معادله بالا a_0, ρ_0 به ترتیب چگالی انرژی و فاکتور مقیاس در لحظه $t = t_0$ هستند. معادله حالت سیال اینگونه است:

$$p = \omega\rho \quad (۱٤)$$

از معادله (۱٤) و (۱۰) به نتیجه زیر می‌رسیم

$$\omega(t)=-\frac{A_0}{\rho^2(t)} \quad (۱۵)$$

بنابراین معادله (۱۵) در $t=t_0$ به رابطه زیر برای A_0 منجر می-شود

$$A_0=-\omega_0\rho_0^2 \quad (١٦)$$

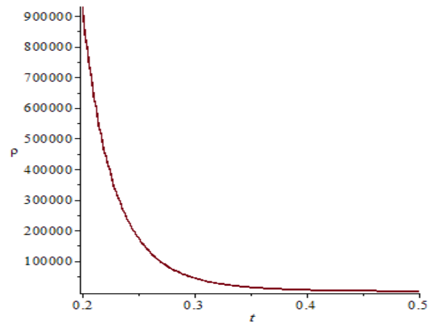
با جایگذاری معادله (١٦) در(١٣) می‌توان چگالی انرژی را به دست آورد

$$\rho(t)=\rho_0\left[-\omega_0+(1+\omega_0)\left(\frac{a_0}{(\mathrm{nlt}+\mathrm{c}_0)^{\frac{1}{n}}}\right)^6\right]^{\frac{1}{2}} \quad (۱۷)$$

معادله مربوط به فشار نیز با قرار دادن ثابت A_0 و چگالی انرژی در رابطه (۱۰) به صورت زیر نتیجه می‌شود

$$p(t)=\frac{\omega_0\rho_0^{\,2}}{\rho(t)} \quad (۱۸)$$

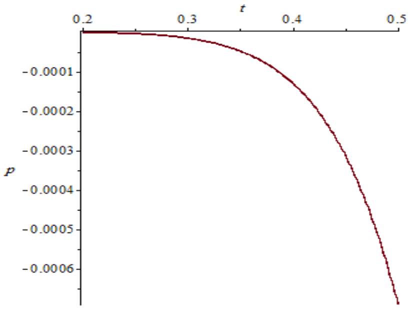
با رسم نمودار تغییرات $\rho(t)$ (چگالی انرژی)، $p(t)$ (فشار) نسبت به زمان کیهانی را بررسی می‌کنیم.



نمودار الف- رفتار چگالی انرژی بر حسب زمان برای $t>0$ با
$n=0.4, l=2, c_0=0, a_0=1, \rho_0=1, \omega_0=-\frac{2}{3}$

فشار در این حالت به ازای مقادیر ثابت $\omega_0=-\frac{2}{3}, \rho_0=1$ به دست می‌آید

$$p(t)=-\frac{2}{3}\rho^{-1}(t)=-\frac{2}{3}\left[\left(\frac{1}{(\mathrm{nlt}+\mathrm{c}_0)^{\frac{1}{n}}}\right)^6\right]^{-\frac{1}{2}} \quad (۱۹)$$



نمودار ب- رفتار فشار بر حسب زمان برای $t>0$ با
$n=0.4, l=2, c_0=0, a_0=1, \rho_0=1, \omega_0=-\frac{2}{3}$

ب) معادله حالت گاز چاپلیگین تعمیم یافته

$$p=-\frac{A_0}{\rho^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (۲۰)$$

که $1\le\alpha<\infty$. با مربوط کردن معادله (۲۰) و (۱۱) داریم

$$\int_{\rho_0}^{\rho(t)}\frac{\rho^{\frac{1}{\alpha}}d\rho}{\rho^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}-A_0}=-3\int_{a_0}^{a(t)}\frac{da}{a} \quad (۲۱)$$

با تغییر متغیر $u=\rho^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}-A_0$ و حل انتگرال:

$$\rho^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}(t)=A_0+\left(\rho_0^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}-A_0\right)\left(\frac{a_0}{a(t)}\right)^{3\left(\frac{1+\alpha}{\alpha}\right)} \quad (۲۲)$$

معادله (١٤) و (۲۰) به رابطه زیر منجر می‌شود

$$\omega(\mathrm{t})=-\frac{A_0}{\rho(t)^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}} \quad (۲۳)$$

بنابراین معادله فوق در $t=t_0$ به صورت زیر نتیجه می‌شود

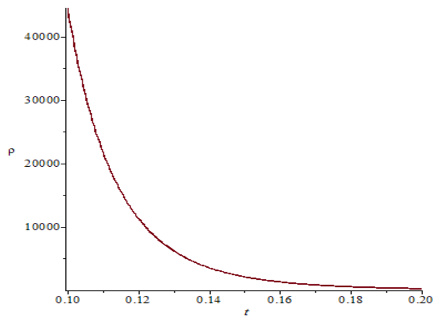
$$A_0=-\omega_0\rho_0^{\frac{1+\alpha}{\alpha}} \quad (٢٤)$$

با جایگذاری رابطه (٢٤) در (۲۲) چگالی انرژی نتیجه می‌شود

$$\rho=\rho_0\left[-\omega_0+(1+\omega_0)\left(\frac{a_0}{(\mathrm{nlt}+\mathrm{c}_0)^{\frac{1}{n}}}\right)^{\frac{3(1+\alpha)}{\alpha}}\right]^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (۲۵)$$

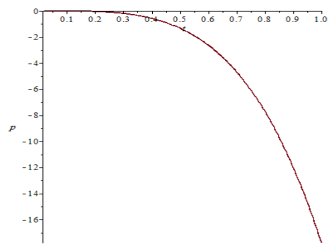
معادله مربوط به فشار با استفاده از (٢٤) و (٢٠) در این حالت به صورت زیر است

$$p(t)=\frac{\omega_0\rho_0^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}}{\rho(t)^{\frac{1}{\alpha}}} \tag{٢٦}$$



نمودار ج- رفتار چگالی انرژی بر حسب زمان برای $t>0$ با

$n=0.4,\ l=2,\ c_0=0,\ a_0=1,\ \rho_0=1,\ \omega_0=-\frac{2}{3},\alpha=2$



نمودار د- رفتار فشار بر حسب زمان برای $t>0$ با

$n=0.4,\ l=2,\ c_0=0,\ a_0=1,\ \rho_0=1,\ \omega_0=-\frac{2}{3},\alpha=2$

ج) معادله حالت گاز چاپلیگین تعدیل یافته

$$p=\gamma\rho-\frac{B_0}{\rho^{\frac{1}{\alpha}}} \tag{٢٧}$$

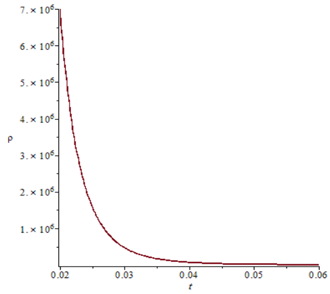
مشابه دو حالت قبل ثابت $B_0=\rho_0^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}(\gamma-\omega_0)$ را به دست می-آوریم

با جایگذاری رابطه فوق در معادله چگالی انرژی خواهیم داشت

$$\rho(t)=\rho_0\left[\frac{(\gamma-\omega_0)}{1+\gamma}+\frac{1}{1+\gamma}\left((1+\gamma)-(\gamma-\omega_0)\left(\frac{a_0}{(\mathrm{nlt}+c_0)^{\frac{1}{n}}}\right)^{3\frac{(1+\alpha)(1+\gamma)}{\alpha}}\right)\right]^{\frac{1+\alpha}{\alpha}} \tag{٢٨}$$

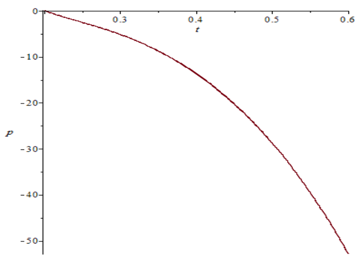
فشار گاز چاپلیگین تعدیل یافته به روش دو حالت قبل به دست می‌آید

$$p(t)=\rho(t)-\frac{5}{3}\rho^{-\frac{1}{3}}(t) \tag{٢٩}$$



نمودار و- رفتار چگالی انرژی بر حسب t برای $t>0$ با

$\rho_0=1,\ a_0=1,\ c_0=0,\ \alpha=2,\ \omega_0=-\frac{2}{3},\ l=2, n=0.9$



نمودار ه- رفتار فشار بر حسب t برای $t>0$ با

$\rho_0=1,\ a_0=1,\ c_0=0,\ \alpha=2,\ \omega_0=-\frac{2}{3},\ l=2,\ n=0.9$

نتیجه گیری

.مدل انرژی تاریک گاز چاپلیگین استاندارد، تعمیم یافته، و تعدیل یافته را همراه با یک سیال با معادله حالت $p=\omega\rho$ به عنوان مدلی از انرژی تاریک برای توجیه انبساط شتابدار کیهان بررسی کردیم، در هر سه حالت با رسم نمودار مشاهده کردیم که چگالی انرژی حالت نزولی داشته و فشار به سمت منفی بینهایت میل می‌کند که نشان دهنده انبساط تند شونده کیهان می‌باشد.

مرجع‌ها

[1] A.Liddle. (2003). An Introduction to Modern Cosmology. Wiely (2nd

[2] M. Farasat Shamir; "Bianchi Type I Cosmology in f(R,T) Gravity"

[3] Singh, J. K., & Rani, S. (2015). Modified Chaplygin gas cosmology with statefinder diagnostic in lyra geometry. Applied Mathematics and Computation, 259, 187-197.

[4] Yadav, A. K. (2010). Bianchi Type I Anisotropic Universe without Big Smash Driven by Law of Variation of Hubble's Parameter. arXiv preprint arXiv:1005.0537.

سیاهچاله‌های دیلاتونی مجانباً (آنتی)دوسیته در حضور الکترودینامیک‌های غیرخطی

حاج‌خلیلی، سمیه[1]؛ شیخی، احمد[1و2]

[1] بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز، شیراز

[2] قطب علمی نجوم و اخترفیزیک ایران

چکیده

در این مقاله، دسته جدیدی از سیاهچاله‌های باردار دیلاتونی مجانباً (آنتی)دوسیته در حضور سه نوع الکترودینامیک غیرخطی ساخته‌ایم. به این منظور ترکیبی مناسب از پتانسیل دیلاتونی سه جمله‌ای لیوویلی در نظر گرفته‌ایم. ساختار علّی و همچنین رفتار مجانبی این دسته از جواب‌ها بررسی کرده و نشان داده‌ایم که بسته به مقادیر پارامترهای متریک، تعداد افق‌های سیاهچاله‌ای متفاوت است.

Asymptotically (A)dS dilaton black holes with nonlinear electrodynamics

Hajkhalili, Somayeh[1]; Sheykhi, Ahmad[1,2]

[1] *Physics Department and Biruni Observatory,*
College of Sciences, Shiraz University, Shiraz 71454, Iran
[2] *Research Institute for Astronomy and Astrophysics of*
Maragha (RIAAM), P.O. Box 55134-441, Maragha, Iran

Abstract

We construct a new class of Asymptotically (Anti) de Sitter charged dilatonic black holes in the presence of three nonlinear electrodynamics. In order to obtain these solutions, we should consider an appropriate combination of three Liouville-type dilaton potentials. We investigate physical properties and the causal structure, as well as asymptotic behavior of the obtained solutions, and show that depending on the values of the metric parameters, the singularity can be covered by various horizons.

PACS No. 04.70.Bw, 04.20.Ha, 04.20.Jb

مقدمه

بعد از مطرح شدن حدس مالداسنا، علاقه به بررسی جواب-های سیاهچاله‌ای در فضای آنتی‌دوسیته (AdS) افزایش یافت. مطابق این حدس، نظریه گرانش در فضای AdS با نظریه میدان همدیس روی مرز این فضا متناظر است. در حقیقت این حدس که با نام تناظر AdS/CFT شهرت یافته است، ابزاری برای مطالعه نظریه‌های میدان با جفت‌شدگی قوی است.

در حد انرژی پایین نظریه ریسمان، میدانی ظاهر می‌شود که با کنش اینشتین جفت شده است، این میدان با نام میدان دیلاتونی شناخته می‌شود که ساختار علّی فضازمان به ویژه رفتار مجانبی جواب‌ها را تغییر می‌دهد. از این رو بررسی این نوع سیاهچاله‌ها بااهمیت است. سیاهچاله‌های دیلاتونی در حضور میدان ماکسولی که رفتار مجانبی آنها AdS باشد قبلاً بررسی شده‌اند [۱] اما بررسی این نوع جواب‌ها در حضور الکترودینامیک غیرخطی تاکنون صورت نگرفته است. در این مقاله، سیاهچاله‌های دیلاتونی در حضور سه الکترودینامیک غیرخطی بورن- اینفلد- دیلاتون(BID)، لگاریتمی-دیلاتونی(LND) و نمایی- دیلاتونی(END) را بررسی خواهیم کرد.

کنش و لاگرانژی

کنش اینشتین-هیلبرت جفت‌شده با میدان دیلاتونی و در حضور الکترودینامیک غیرخطی، به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$S=\frac{1}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-g}\left(\mathcal{R}-2g^{\mu\nu}\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi-V(\Phi)+L(F,\Phi)\right), \qquad (۱)$$

که در آن Φ میدان دیلاتونی، $\mathcal{R}$ اسکالر ریچی و $V(\Phi)$ پتانسیل Φ است. لاگرانژی سه الکترودینامیک غیرخطی جفت‌شده با میدان دیلاتونی نیز به صورت زیر است

$$L_{\rm BID}(F,\Phi)=4\beta^2e^{2\alpha\Phi}\mathcal{L}(Y),\qquad \mathcal{L}(Y)=1-\sqrt{1+Y},\qquad Y=\frac{e^{-4\alpha\Phi}F^2}{2\beta^2},\tag{۲}$$

$$L_{\rm END}(F,\Phi)=4\beta^2e^{2\alpha\Phi}\mathcal{L}(Y),\qquad \mathcal{L}(Y)=\exp(-Y)-1,\qquad Y=\frac{e^{-4\alpha\Phi}F^2}{4\beta^2},\tag{۳}$$

$$L_{\rm LND}(F,\Phi)=-8\beta^2e^{2\alpha\Phi}\mathcal{L}(Y),\qquad \mathcal{L}(Y)=\ln(1+Y),\qquad Y=\frac{e^{-4\alpha\Phi}F^2}{8\beta^2}.\tag{٤}$$

در اینجا α قدرت جفت‌شدگی میدان اسکالر با الکترودینامیک غیرخطی است و β قدرت میدان الکترومغناطیسی است که در حقیقت میزان غیرخطی بودن میدان را توصیف می‌کند. همچنین F^2 به صورت $F^2=F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ تعریف می‌شود که در آن $F_{\mu\nu}$ تانسور الکترومغناطیس است $F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$ و A_μ نیز پتانسیل برداری است.

نشان داده شده که جواب‌های مجانباً (A)dS، با کمک پتانسیل سه جمله‌ای لیوولی ساخته می‌شود [۱]

$$V(\Phi)=\frac{2\Lambda}{3\,(\alpha^2+1)^2}\Big[8\,\alpha^2e^{\Phi(\alpha-1/\alpha)}$$
$$+\alpha^2\,(3\,\alpha^2-1)\,e^{-2\Phi/\alpha}-(\alpha^2-3)\,e^{2\alpha\Phi}\Big]\tag{۵}$$

Λ ثابت کیهانشناسی است. ما به دنبال سیاهچاله‌هایی ایستا با تقارن کروی هستیم، لذا متریکی که در نظر می‌گیریم به صورت:

$$ds^2=-f(r)dt^2+\frac{dr^2}{f(r)}+r^2R^2(r)\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\phi^2\right)\tag{۶}$$

در این رابطه، توابع $f(r)$ و $R(r)$ دو تابعی هستند که باید تعیین شوند. در بخش‌های بعدی، ما به بررسی جواب‌های مجانباً (A)dS در حضور سه نوع الکترودینامیک غیرخطی می‌پردازیم.

سیاهچاله بورن–اینفلد–دیلاتون مجانباً (A)dS

برای ساخت این نوع سیاهچاله، در ابتدا باید با وردش کنش (۱) نسبت به میدان گرانش، میدان دیلاتون و میدان الکترومغناطیس (۲)، معادلات میدان را بدست آوریم:

$$\mathcal{R}^{BID}_{\mu\nu}=2\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi+\frac{1}{2}g_{\mu\nu}V(\Phi)-4e^{-2\alpha\Phi}\partial_Y\mathcal{L}(Y)F_{\mu\eta}F_\nu{}^\eta\tag{۷}$$
$$+2\beta^2e^{2\alpha\Phi}\left[2Y\partial_Y\mathcal{L}(Y)-\mathcal{L}(Y)\right]g_{\mu\nu},$$

$$\nabla^2\Phi=\frac{1}{4}\frac{\partial V}{\partial\Phi}+2\alpha\beta^2e^{2\alpha\Phi}\left[2Y\partial_Y\mathcal{L}(Y)-\mathcal{L}(Y)\right],\tag{۸}$$

$$\nabla_\mu\left(e^{-2\alpha\Phi}\partial_Y\mathcal{L}(Y)F^{\mu\nu}\right)=0.\tag{۹}$$

با انتگرالگیری از معادله (۹)، تنها مؤلفه غیر صفر تانسور $F_{\mu\nu}$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$F_{tr}=X^{1/2}\beta\,e^{2\alpha\Phi},\qquad X=\frac{q^2}{\beta^2\,r^4R^4(r)+q^2}\tag{۱۰}$$

در معادله فوق q ثابت انتگرال است. با محاسبه شار الکترومغناطیسی در بی‌نهایت، می‌توان بار الکتریکی سیاهچاله را بدست آورد و با کمک آن دیده می‌شود که پارامتر q مرتبط با بار الکتریکی سیاهچاله است.

$$Q=\frac{1}{4\pi}\int e^{-2\alpha\Phi}\,{}^*F\,d\Omega=\frac{q\omega}{4\pi}.$$

در این رابطه $\omega=4\pi$ است که مساحت کره دوبعدی است. برای حل معادلات (۷) و (۸)، ما فرض می‌کنیم که $R(r)=e^{\alpha\Phi}$ است [۲]. با این فرض، پتانسیل دیلاتونی به صورت زیر بدست خواهد آمد

$$\Phi(r)=\frac{\alpha}{\alpha^2+1}\ln\left(1-\frac{b}{r}\right),\tag{۱۱}$$

در این معادله b ثابت انتگرال است. همچنین آخرین تابع مجهول، $f(r)$ به صورت زیر خواهد بود

$$f(r)=-\frac{\Lambda}{3}r^2\left(1-\frac{b}{r}\right)^\gamma+\frac{1}{r(\alpha^2+1)-b}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{1-\gamma}\tag{۱۲}$$
$$\times\left\{C_1+r(\alpha^2+1)+2\beta^2(\alpha^2+1)\int r^2\left(1-\frac{b}{r}\right)^{2\gamma}\left(1-\sqrt{1+\eta}\right)dr\right\},$$

در اینجا C_1 ثابت انتگرال است و همچنین تعاریف زیر را داریم:

$$\eta=\frac{q^2}{\beta^2r^4}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{-2\gamma},\qquad\gamma=2\alpha^2/(\alpha^2+1)\tag{۱۳}$$

این جواب در غیاب میدان دیلاتونی، سیاهچاله بورن–اینفلد مجانباً (A)dS را توصیف می‌کند که در [۳] بررسی شده است و همچنین حد الکترودینامیک خطی β، که به ازای مقادیر بزرگ پارامتر غیرخطی تعریف می‌شود، به صورت زیر است:

$$f(r)=1+\frac{C_1}{r}+\frac{q^2}{r^2}-\frac{\Lambda r^2}{3}-\frac{q^4}{20\,r^6\beta^2}+\frac{q^6}{72\,r^{10}\beta^4}+O\left(\frac{1}{\beta^6}\right)\tag{۱۴}$$

محاسبات ما نشان می‌دهد، که شرطی باید وجود داشته باشد تا تمام معادلات (۷)–(۹) برآورده شوند. این شرط به صورت رابطه‌ای بین q، β و C_1 و بخش انتگرالی رابطه (۱۲) می‌باشد

$$\frac{b+C_1}{2(\alpha^2+1)}-\frac{q^2}{r\,b\,\eta}\Big(r(\alpha^2+1)-b\Big)\left[1-\sqrt{1+\eta}\right]$$
$$+\beta^2\int r^2\left(1-\frac{b}{r}\right)^{2\gamma}\left[1-\sqrt{1+\eta}\right]dr=0.\tag{۱۵}$$

با وجود این شرط، تابع $f(r)$ به صورت زیر تبدیل خواهد شد

$$f(r) = -\frac{\Lambda r^2}{3}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{\gamma} + \left\{1 - \frac{2(\alpha^2+1)\beta^2 r^3}{b}\left[\sqrt{1+\eta}-1\right]\left(1-\frac{b}{r}\right)^{2\gamma}\right\}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{1-\gamma} \quad (۱۶)$$

با قرار دادن تعریف $R(r)$ و (۱۱) در معادله (۱۰)، میدان الکتریکی برای این نوع سیاهچاله را به این صورت داریم:

$$F_{tr}(r) = E(r) = \frac{q}{r^2}\frac{1}{\sqrt{1+\eta}}, \quad (۱۷)$$

در این رابطه، ضریب رادیکالی به علت حضور الکترودینامیک به صورت غیرخطی بوجود آمده است. با بسط پارامتر غیرخطی به ازای مقادیر بزرگ، میدان الکتریکی به صورت زیر خواهد بود

$$E(r) = \frac{q}{r^2} - \frac{q^3}{2r^6\beta^2}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{-2\gamma} + O\left(\frac{1}{\beta^4}\right). \quad (۱۸)$$

سیاهچاله‌ها در الکترودینامیک END مجانباً (A)dS

این بخش به بررسی سیاهچاله‌های مجانبا (آنتی)دوسیته در حضور الکترودینامیک غیرخطی نمایی جفت‌شده با میدان گرانشی اختصاص دارد. با وردش کنش (۱) به ازای میدان گرانشی و با در نظر گرفتن الکترودینامیک (۳) نتیجه زیر را خواهد داشت

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} = 2\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}V(\Phi) - 2e^{-2\alpha\Phi}\partial_Y\mathcal{L}(Y)F_{\mu\eta}F_\nu{}^\eta + 2\beta^2 e^{2\alpha\Phi}\left[2Y\partial_Y\mathcal{L}(Y) - \mathcal{L}(Y)\right]g_{\mu\nu} \quad (۱۹)$$

نکته مهم این است که معادلات وردش نسبت به میدان الکتریکی و میدان دیلاتونی نتایج (۸) و (۹) را در پی خواهد داشت. انتگرالگیری از معادله (۹) زمانیکه الکترودینامیک را به صورت نمایی فرض کرده‌ایم، به رابطه زیر منجر خواهد شد

$$F_{tr} = \frac{qe^{2\alpha\Phi(r)}}{r^2R^2(r)}\exp\left[-\frac{1}{2}L_W\left(\frac{q^2}{\beta^2r^4R^4(r)}\right)\right] \quad (۲۰)$$

در این رابطه L_W تابع لامبرت است. برای بدست آوردن میدان دیلاتونی و $f(r)$ مجدداً از همان فرض $R(r)=e^{\alpha\Phi}$ استفاده می-نماییم. بسادگی دیده می‌شود که میدان دیلاتونی به صورت رابطه (۱۱) بدست خواهد آمد و همچنین

$$f(r) = -\frac{\Lambda r^2}{3}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{\gamma} + \frac{1}{r(\alpha^2+1)-b}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{1-\gamma} \times\left[C_2 + r(\alpha^2+1) - 2\beta^2(\alpha^2+1)\int r^2\left(1-\frac{b}{r}\right)^{2\gamma} \times\left[1+\sqrt{\eta}\left(\sqrt{L_W(\eta)} - \frac{1}{\sqrt{L_W(\eta)}}\right)\right]dr\right] \quad (۲۱)$$

این جواب به ازای $\alpha = 0$ سیاهچاله در الکترودینامیک نمایی مجانباً (A)dS را توصیف می‌کند [۴]. می‌توان نشان داد که برای برآورده شدن تمام معادلات، باید شرط زیر وجود داشته باشد

$$\frac{b+C_2}{2(\alpha^2+1)} + \frac{q^2}{r\,b\,\eta}\left[1+\sqrt{\eta}\left(\sqrt{L_W(\eta)} - \frac{1}{\sqrt{L_W(\eta)}}\right)\right]\left(r(\alpha^2+1)-b\right) -\beta^2\int r^2\left(1-\frac{b}{r}\right)^{2\gamma}\left[1+\sqrt{\eta}\left(\sqrt{L_W(\eta)} - \frac{1}{\sqrt{L_W(\eta)}}\right)\right]dr = 0. \quad (۲۲)$$

با داشتن این شرط، تابع متریک به صورت زیر تبدیل خواهد شد

$$f(r) = -\frac{\Lambda r^2}{3}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{\gamma} + \left\{1 - \frac{2q^2(\alpha^2+1)}{r\,b\,\eta} \times\left[1+\sqrt{\eta}\left(\sqrt{L_W(\eta)} - \frac{1}{\sqrt{L_W(\eta)}}\right)\right]\right\}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{1-\gamma} \quad (۲۳)$$

برای این دسته جواب‌ها رابطه میدان الکتریکی به صورت زیر است

$$E(r) = \frac{q}{r^2}\sqrt{\frac{L_W(\eta)}{\eta}}. \quad (۲۴)$$

بسط این میدان در حد β بزرگ که حد الکترودینامیک ماکسولی است به صورت زیر می‌باشد

$$E(r) = \frac{q}{r^2} - \frac{q^3}{2r^6\beta^2}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{-2\gamma} + O\left(\frac{1}{\beta^4}\right) \quad (۲۵)$$

جمله اول این بسط میدان الکتریکی ماکسولی است و جملات بعدی تصحیحات الکترودینامیک غیرخطی هستند.

سیاهچاله‌ها در الکترودینامیک LND مجانباً (A)dS

با در نظرگرفتن الکترودینامیک به صورت (۴) نتیجه وردش کنش (۱) نسبت به میدان گرانشی و پتانسیل برداری به صورت زیر خواهد بود

$$\mathcal{R}^{LND}_{\mu\nu} = 2\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}V(\Phi) + 2e^{-2\alpha\Phi}\partial_Y\mathcal{L}(Y)F_{\mu\eta}F_\nu{}^\eta - 4\beta^2 e^{2\alpha\Phi}\left[2Y\partial_Y\mathcal{L}(Y) - \mathcal{L}(Y)\right]g_{\mu\nu} \quad (۲۶)$$

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{4}\frac{\partial V}{\partial\Phi} - 4\alpha\beta^2e^{2\alpha\Phi}\left[2Y\partial_Y\mathcal{L}(Y) - \mathcal{L}(Y)\right] \quad (۲۷)$$

وردش نسبت به پتانسیل برداری به همان رابطه (۹) ختم می‌شود و با وجود آن می‌توان مؤلفه غیر صفر تانسور الکترومغناطیس را به صورت زیر دید

$$F_{tr} = \frac{2\,q\,e^{2\alpha\Phi(r)}}{r^2R^2(r)}\left(1+\sqrt{1+\frac{q^2}{\beta^2\,r^4\,R^4(r)}}\right)^{-1} \quad (۲۸)$$

حل معادله (۲۵) مجدداً میدان دیلاتونی به صورت رابطه (۱۱) را نتیجه خواهد داد و در اولین قدم، تابع $f(r)$ برای این دسته سیاهچاله به صورت زیر بدست خواهد آمد

$$f(r) = -\frac{\Lambda r^2}{3}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{\gamma}+\frac{1}{r(\alpha^2+1)-b}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{1-\gamma} \times\left[C_3+r(\alpha^2+1)-4q^2(\alpha^2+1) \times\int\frac{1}{r^2\eta}\left[\frac{\eta}{1+\sqrt{1+\eta}}+\ln\left(\frac{2}{1+\sqrt{1+\eta}}\right)\right]dr\right]. \qquad (۲۹)$$

رابطه (۲۹) در عدم حضور میدان دیلاتونی سیاهچاله در الکترودینامیک لگاریتمی مجانباً (A)dS را توصیف می‌کند [۴]. شرط زیر برای برآورده شدن تمام معادلات باید وجود داشته باشد.

$$\frac{b+C_3}{4(\alpha^2+1)}+\frac{q^2}{r\,b\,\eta}\left[\frac{\eta}{1+\sqrt{1+\eta}}+\ln\left(\frac{2}{1+\sqrt{1+\eta}}\right)\right]\left(r(\alpha^2+1)-b\right) -q^2\int\frac{1}{r^2\eta}\left[\frac{\eta}{1+\sqrt{1+\eta}}+\ln\left(\frac{2}{1+\sqrt{1+\eta}}\right)\right]dr=0, \qquad (۳۰)$$

با داشتن شرط فوق، جواب نهایی تابع متریک به صورت زیر است

$$f(r) = -\frac{\Lambda r^2}{3}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{\gamma}+\left\{1-\frac{4q^2(\alpha^2+1)}{r\,b\,\eta} \times\left[\frac{\eta}{1+\sqrt{1+\eta}}+\ln\left(\frac{2}{1+\sqrt{1+\eta}}\right)\right]\right\}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{1-\gamma} \qquad (۳۱)$$

میدان الکتریکی و بسط آن به ازای $\beta\to\infty$ به صورت زیر است

$$E(r)=\frac{2\,q}{r^2}\frac{1}{1+\sqrt{1+\eta}}.$$
$$E(r)=\frac{q}{r^2}+\frac{q^3}{4\,r^6\,\beta^2}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{2\gamma}+O\left(\frac{1}{\beta^4}\right). \quad \beta\to\infty \qquad (۳۲)$$

مشخص است که میدان به صورت تعمیمی از میدان ماکسولی با حضور تصحیحات الکترودینامیک غیرخطی است.

بحث

در این بخش به بررسی جواب‌های بدست آمده می‌پردازیم. با وجود الکترودینامیک ماکسولی جواب سیاهچاله باردار دیلاتونی به صورت زیر است [۱]

$$f(r)_{\mathrm{EMd}}=\left(1-\frac{c}{r}\right)\left(1-\frac{b}{r}\right)^{1-\gamma}-\frac{\Lambda r^2}{3}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{\gamma} \qquad (۳۳)$$

انتظار می‌رود که بسط هر سه جواب بدست آمده در حد $\beta\to\infty$ تعمیمی از جواب ماکسول دیلاتونی باشد

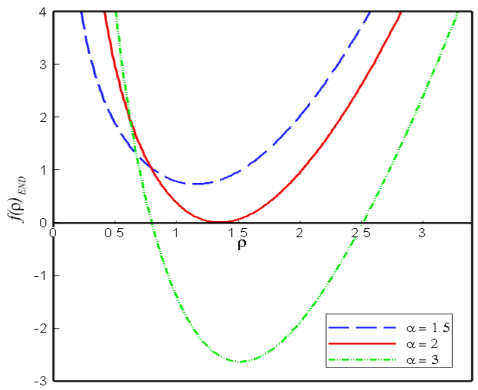
$$f(r)_{\mathrm{BID}} = f(r)_{\mathrm{END}}=f(r)_{\mathrm{EMd}}+\frac{q^4(\alpha^2+1)}{4\,br^5\beta^2}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{1-3\gamma}+O\left(\frac{1}{\beta^4}\right)$$
$$f(r)_{\mathrm{LND}}=f(r)_{\mathrm{EMd}}+\frac{q^4(\alpha^2+1)}{8\,br^5\beta^2}\left(1-\frac{b}{r}\right)^{1-3\gamma}+O\left(\frac{1}{\beta^4}\right) \qquad (۳۴)$$

مشخص است که در حد $r\to\infty$ جمله غالب جمله ثابت کیهانشناسی است که نشان از مجانباً (A)dS بودن فضا است.

نکته‌ای که در مورد جواب‌های بدست آمده وجود دارد این است که در حضور میدان دیلاتونی بازه $0< r < b$ خوش‌تعریف نیست زیرا مقدار توابع متریک در این بازه موهومی خواهد شد برای حل این مشکل، مؤلفه شعاعی جدیدی به صورت $\rho^2 = r^2 - b^2$ تعریف میکنیم که با حضور آن این بازه در فضازمان مستثنی شده است و تغییرات آن به صورت $0<\rho<\infty$ است. لذا متریک به صورت زیر تغییر خواهد نمود

$$ds^2=-f(\rho)dt^2+\frac{\rho^2\,d\rho^2}{(\rho^2+b^2)f(\rho)}+(\rho^2+b^2)R^2(\rho)(d\theta^2+\sin^2\theta\,d\phi^2) \qquad (۳۵)$$

در این رابطه $f(\rho)$ توابع متریک (۱۶)، (۲۳) و یا (۳۱) می‌تواند باشد که در آنها تبدیل معرفی شده، جایگزین می‌شود. محاسبات ما نشان می‌دهد که اسکالرهای کریشمان و ریچی در $\rho\to 0$ واگرا می‌شوند و این نکته گویای وجود تکینگی در این نقطه است. همچنین می‌توان نشان داد که جواب‌های بدست آمده، با توجه به مقادیر پارامترهای متریک سیاهچاله با یک افق، دو افق و یا تکینگی عریان را پوشش می‌دهند (شکل ۱).



شکل ۱. نمودار تابع متریک نمایی دیلاتونی $b = q = 1, \beta = 0.34, \Lambda = -3$

مرجع ها

[۱] C. J. Gao and S. N. Zhang, Phys. Rev. D **70**, 124019 (2004).
[۲] M. H Dehghani and N. Farhangkhah, Phys. Rev. D **71**, 044008 (2005).
[۳] R. G. Cai, D. W. Pang and A. Wang, Phys. Rev. D **70**, 124034 (2004).
[۴] S. H. Hendi, Annals of Phys. **333**, 282 (2013).

مقید نمودن انرژی تاریک شبح با داده‌های رصدی انبساط کیهان و تشکیل ساختار

رضایی ، مهدی[۱]

[۱]مرکز تحقیقات هواشناسی کاربردی، اداره کل هواشناسی استان همدان

چکیده

در این پژوهش به بررسی مدل انرژی تاریک شبح در دو حالت خاص GDE و حالت تعمیم یافته آن GGDE به عنوان یکی از نامزدهای جایگزینی ثابت کیهان-شناسی و به منظور حل مشکلات پیش روی این مدل پرداخته‌ایم. بدین منظور پس از بررسی تحول شاره کیهانی، با استفاده از داده‌های رصدی انبساط کیهان و داده-های تشکیل ساختار مدل انرژی تاریک شبح را مقید نموده و بهترین مقادیر پارامترهای آزاد را محاسبه کرده‌ایم. نتایج نشان می‌دهند که این مدل به خوبی مدل ثابت کیهان‌شناسی با داده‌های رصدی سازگاری دارد.

Constraint on Ghost DE using cosmic expansion and structure formation observational data

Rezaei, Mehdi[1]

[1] *Research center for applied meteorology , Hamedan*

Abstract

In this work we investigate ghost dark energy and generalized ghost dark energy as candidates for replacing cosmological constant and to solve its problems. In this way we study the evolution of cosmic fluid and then using cosmic expansion and structure formation data we constraint ghost DE and calculate its free parameters. Our results show that this model as well as ΛCDM compatible with observational data.

PACS No.

مقدمه

در دو دهه گذشته مشاهدات رصدی، داده‌های زیادی را برای مطالعه چگونگی تحول کیهان در اختیار ما قرار داده‌اند. داده‌هایی که هر یک به صورت مستقل نشان می‌دهند کیهان امروزی در حال انبساط تند شونده است. در چارچوب نسبیت عام، با در نظر گرفتن یک شاره نامتعارف با فشار منفی که آن را انرژی تاریک می‌نامیم، می‌توان این انبساط را توجیه نمود. نخستین کاندیدا برای انرژی تاریک ثابت کیهان شناسی بود. با وجود اینکه مدل ثابت کیهان شناسی به خوبی با داده‌های مشاهداتی مختلف سازگار است، اما وجود برخی مشکلات از جمله تنظیم ظریف و تطابق باعث شد کیهان شناسان به دنبال مدل های جدیدی از انرژی تاریک بروند که بتواند پاسخگوی این مشکلات باشد. مدل هایی که در آنها بر خلاف مدل ثابت کیهان شناسی، پارامتر معادله حالت، w می‌تواند تغییر کند. یکی از مدل‌های انرژی تاریک دینامیکی مدل انرژی تاریک شبح[۱] (GDE) است که برآمده از مدل استاندارد فیزیک ذرات است. در این مدل چگالی انرژی تاریک به صورت مضربی از پارامتر هابل در نظر گرفته می‌شود و می‌تواند به حل مشکلات مدل ثابت کیهان‌شناسی کمک کند. این مدل در مقایسه با داده‌های مشاهداتی انبساط کیهان از سازگاری خوبی برخوردار

---

[۱] Ghost dark energy

است [1]. پژوهش‌هایی که پیش از این در زمینه مقایسه این مدل با داده‌های رصدی انجام شده همگی در سطح زمینه کیهان بوده و تنها با استفاده از داده‌های انبساط کیهان انجام شده‌اند [2,3]. اما در این پژوهش ما ضمن مطالعه چگونگی تحول شاره کیهانی در حضور GDE و نسخه تعمیم یافته آن GGDE، برای نخستین بار به بررسی این مدل‌ها در سطح اختلالات و برازش آنها با استفاده از داده‌های رصدی نرخ رشد می‌پردازیم.

کیهان در حضور انرژی تاریک شبح

همان گونه که گفته شد در مدل انـرژی تاریـک شـبح چگـالی انرژی تاریک را به صورت مضربی از پـارامتر هابـل در نظـر مـی-گیرند[4]:

$$\rho_{de} = \alpha H \qquad (١)$$

که در اینجا α ضریب ثابت است. بادر نظر گرفتن جملاتی با مرتبه بالاتر پارامتر هابل، چگالی انرژی تاریک شبح تعمیم یافته را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\rho_{de} = \alpha H + \beta H^2 \qquad (٢)$$

در اینجا نیز α و β ضرایب ثابـت هسـتند. بـا وارد کـردن چگـالی انرژی تاریک از رابطه اخیر در معادله فریدمان و مشتق‌گیـری از آن نسبت به زمان و اسـتفاده از معـادلات پیوسـتگی بـرای مـاده غیـر نسبیتی و انرژی تاریک در نهایت مـی‌تـوان پـارامتر معادلـه حالـت انرژی تاریک شبح(w_{de}) را به صورت زیر به دست آورد[5]:

$$w_{de} = \frac{1-\Omega_{de}-\gamma}{\Omega_{de}(1-\Omega_{de}+\gamma)} \qquad (٣)$$

که در اینجا:

$$\gamma = 1 - \frac{8\pi G\beta}{3} \qquad (٤)$$

و از این رو فرض $\gamma=1$ منجر به حالت خاص مدل GDE خواهـد شد. به همین صورت برای پارامتر چگالی انرژی تاریک (Ω_{de}) در حالت کلی خواهیم داشت:

$$\frac{d\Omega_{de}}{dz} = -\frac{3\Omega_{de}}{2(1+z)}\left(1+\Omega_{de}w_{de}\right) \qquad (٥)$$

حال با مقدار دهی به γ و حل دسـتگاه معـادلات (٥،٣) چگـونگی تحول چگالی انرژی تاریک پارامتر معادلـه حالـت را بـرای انـرژی تاریک شبح به دست می‌آوریم. در گام نخست برای بـرازش مـدل مورد مطالعه از مجموعـه داده‌هـای رصـدی انبسـاط کیهـان شـامل ابرنواخترهای نوع Ia [6]، تابش پس زمینه کیهانی [7]،هسته‌زایـی مهبانگ [8]، نوسانات صوتی باریون‌ها [9] و هابـل [10] اسـتفاده می کنیم. با استفاده از روش شبیه سـازی زنجیـره مـارکوف مونـت کارلو (MCMC) و آزمون کمترین مربعات بهترین مقادیر را برای پارامترهای آزاد مدل که منجر به بیشـترین سـازگاری بـا داده‌هـای رصدی خواهند شـد بـه دسـت مـی آوریـم. بـرای مقایسـه، مـدل ΛCDM را نیز در کنار مدل مورد مطالعه، بررسی می‌کنیم. در ایـن مرحلـــه پارامترهـــای آزاد بـــرای مـــدل GGDE عبارتنـــد از: γ ، h ، $\Omega_{m,0}$ ، $\Omega_{b,0}$

در حالی که تنها پارامترهای آزاد مدل ΛCDM عبارتند از: h ، $\Omega_{m,0}$ ، $\Omega_{b,0}$. نتایج حاصل از برازش با استفاده از مجموعه داده‌های انبساط کیهان در جدول١ خلاصه شده است. در این جدول علاوه بر بهترین مقادیر به دست آمده برای پارامترهای آزاد، بازه خطای پارامترها نیز تا مرز اطمینان 1σ گزارش شده است. با توجه به تفاوت تعداد پارامترهای آزاد برای مقایسه بین مدل‌ها از شاخص اطلاعات آکائیک استفاده می‌کنیم[11]:

$$AIC = \chi^2_{min} + 2k \qquad (٦)$$

که k تعداد پارامترهای آزاد مدل در فرایند MCMC است.

جدول١ : بهترین مقادیر پارامترهای آزاد با استفاده از داده‌های انبساط کیهان

مدل	$\Omega_{b,0}$	$\Omega_{m,0}$	h	γ	χ^2_{min}	AIC
GDE	٠,٠٥٧ ± ٠,٠٠٤	٠,٢٢٦ ± ٠,٠١٥	٠,٦٤٤ ± ٠,٠١٥	١	٥٧٢,٥	٥٧٨,٥
GGDE	٠,٠٥٢ ± ٠,٠٠٦	٠,٢٤٠ ± ٠,٠١٦	٠,٦٥٨ ± ٠,٠١٨	١,٠٦٢ ± ٠,٠٤٦	٥٦٨,٧	٥٧٦,٧
ΛCDM	٠,٠٤٤ ± ٠,٠٠٥	٠,٢٢٦ ± ٠,٠١٨	٠,٧٠٦ ± ٠,٠٢٣	--	٥٧٠,٨	٥٧٦,٨

همان‌گونه که مشاهده می‌شود اختلاف شاخص AIC برای هر سه مدل مورد مطالعه کوچکتر از دو واحد است و بنابراین می‌توان گفت هر دو مدل GDE و GGDE به خوبی مدل ΛCDM با داده‌های انبساط کیهان مطابقت دارند.

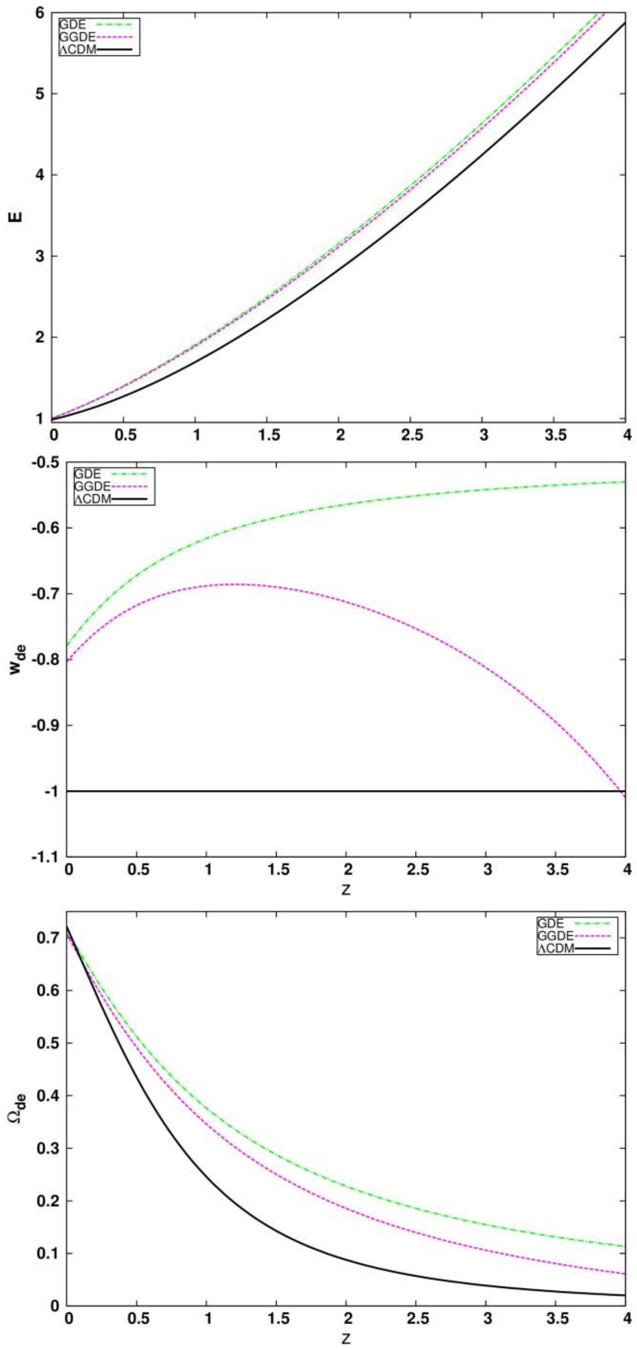
در ادامه با استفاده از بهترین مقادیر پارامترهای آزاد به دست آمده، نمودار تحول پارامتر هابل، پارامتر معادله حالت انرژی تاریک و پارامتر چگالی انرژی تاریک را در شکل ۱ رسم نموده‌ایم. در نمودار بالایی شکل ۱ مشاهده می شود که نرخ انبساط کیهان در حالت انرژی تاریک شبح بزرگتر از نرخ انبساط در مدل ثابت کیهان‌شناسی است. در مقایسه بین دو حالت GDE و GGDE نیز مقدار E در انتقال به سرخ‌های بالا برای مدل GDE اندکی بزرگتر از مدل GGDE است. پارامتر معادله حالت انرژی تاریک شبح نیز در انتقال به سرخ‌های پایین با استفاده از بهترین مقادیر پارامترهای آزاد در ناحیه کوئینتسنس قرار دارد. در حالت تعمیم یافته با افزایش انتقال به سرخ پارامتر معادله حالت مرز فانتوم را رد می‌کند. پارامتر چگالی انرژی تاریک (نمودار پایین شکل ۱) نیز برای مدل شبح از چگالی ثابت کیهان شناسی بزرگتر است که با نرخ انبساط بزرگتر که در نمودار بالایی شکل ۱ مشاهده کردیم همخوانی دارد.

مقید نمودن مدل GDE با داده‌های نرخ رشد

در این بخش می‌خواهیم به بررسی تحول کیهان در حضور انرژی تاریک شبح و در سطح اختلالات بپردازیم. ساختارهای بزرگ مقیاسی که امروز در کیهان مشاهده می‌شوند نتیجه رشد اختلالاتی است که در دوران تورم به وجود آمده‌اند. چگونگی تحول اختلالات بستگی مستقیم به سرعت موثر صوت در درون انرژی تاریک دارد. در این پژوهش برای سادگی با فرض $c_{eff}=1$، انرژی تاریک را همگن در نظرگرفته‌ایم. در چنین حالتی اختلالات انرژی تاریک در ابعاد زیر افق اجازه رشد نمی‌یابند، و از این رو اختلالات ماده در رژیم خطی از رابطه زیر پیروی می‌کنند:

$$\delta_m'' + \frac{3}{2a^2}(1 - w_{de}\Omega_{de})\delta_m' = \frac{3}{2a^2}\Omega_m\delta_m \qquad (۷)$$

که علامت پریم در اینجا به مفهوم مشتق نسبت به فاکتور مقیاس



شکل ۱: تحول پارامتر هابل (بالا) ، پارامتر معادله حالت انرژی تاریک (وسط) و پارامتر چگالی انرژی تاریک (پایین) برای مدل‌های مورد مطالعه.

است. با حل این معادلات و تعیین چگونگی رفتار تباین چگالی ماده غیر نسبیتی (δ_m) می‌توانیم تابع نرخ رشد را از رابطه زیر به دست آوریم:

$$f(a) = \frac{d\ln\delta_m}{d\ln a} \qquad (۸)$$

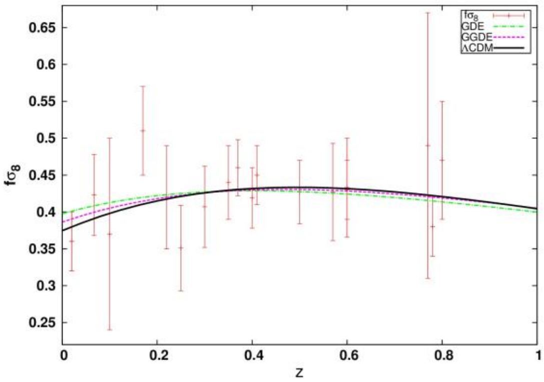
حاصل ضرب $f(a)$ در تابع σ_8 که واریانس جرمی در کره‌ای به شعاع 8Mpc/h است کمیتی را به دست می‌دهد که از طریق مشاهدات رصدی نیز قابل اندازه‌گیری است. بدین ترتیب می‌توانیم با محاسبه مقادیر تابع $f\sigma_8$ از روابط نظری و مقایسه آن با نتایج رصدی، مدل GGDE و حالت خاص آن GDE را مقید نماییم. در این مرحله پارامترهای آزاد در فرایند MCMC برای مدلGGDE عبارتند از σ_8 , γ و برای مدل‌های GDE و ΛCDM تنها پارامتر آزاد σ_8 است.مقادیر سایر پارامترها را برابر با بهترین مقادیر به دست آمده برای پارامترهای آزاد که از برازش مدل‌ها با استفاده از داده‌های رصدی انبساط کیهان به دست آوردیم (مندرجات جدول ۱)، قرار داده‌ایم. نتایج به دست آمده برای مدل‌های مورد مطالعه در جدول ۲ تا سطح1σ فهرست شده‌اند. در اینجا با توجه به تعداد کم داده‌های نرخ رشد (۱۸ داده) شاخص اطلاعات آکائیک گزینه مناسبی برای مقایسه نیست بنابراین از کمیت $\chi_r^2 = \frac{\chi_{min}^2}{N-k}$استفاده کرده‌ایم که در آن N تعداد داده‌ها و k تعداد پارامترهای آزاد است. مشاهده می‌شود در اینجا نیز هر دو مدل GDE و GGDE به خوبی مدل ΛCDM با داده های رصدی تشکیل ساختار سازگارند. در شکل ۲ رفتار تابع$f\sigma_8$ را با استفاده از مقادیر بهینه پارامترهای آزاد حاصل از برازش در کنار داده‌های رصدی رسم نموده‌ایم. برای هر دو حالت خاص و تعمیم یافته انرژی تاریک شبح مقادیر نظری به خوبی با داده‌های رصدی همخوانی دارد. در انتقال به سرخ‌های پایین مدل GDE نرخ رشد بزرگتری را نسبت به دو مدل GGDE و ΛCDM پیش بینی می‌کند.

نتیجه گیری

در این پژوهش مدل انرژی تاریک شبح را در دو حالت خاص (GDE) و تعمیم یافته (GGDE) بررسی نمودیم. ابتدا به بررسی تحول شاره کیهانی در حضور انرژی تاریک شبح پرداختیم. مشاهده شد که نرخ انبساط کیهان در این حالت نسبت به مدل ثابت کیهان‌شناسی بزرگتر است. رفتار w نیز برای انرژی تاریک شبح با استفاده از بهترین مقادیر پارامترهای آزاد در انتقال به سرخ های پایین در ناحیه کوئینتسنس قرار دارد. اما با افزایش انتقال به سرخ مدل شبح تعمیم یافته به تدریج از مرز w=-1 رد شده و وارد ناحیه فانتوم می‌شود. در گام بعدی با استفاده از داده‌های رصدی انبساط کیهان مدل‌ها را مقید نمودیم. هر دو مدل به خوبی

جدول۲ : بهترین مقادیر پارامترهای آزاد با استفاده از داده‌های نرخ رشد

مدل	σ_8	γ	χ_{min}^2	χ_r^2
GDE	۰,۸۱۲±۰,۰۱٤	۱	۷,۷۹	۰,٤۵۸
GGDE	۰,۷٦٦±۰,۰۱۱	۱,۳۰۹±۰,۰۵٤	۷,٦۰	۰,٤۷۵
ΛCDM	۰,۷٦۲±۰,۰۱۳	--	۷,۵۵	۰,٤٤٤



شکل ۲: تابع$f\sigma_8$ برای مدل‌های مورد بررسی با استفاده از مقادیر بهینه پارامترهای آزاد حاصل از برازش در کنار داده‌های رصدی.

مدل ΛCDM با داده های رصدی مطابقت داشتند. در ادامه با استفاده از داده‌های نرخ رشد مدل‌های را مقید کردیم که در اینجا نیز هر دو حالت خاص و تعمیم یافته مدل انرژی تاریک شبح به خوبی مدل ΛCDM بر داده‌های رصدی تشکیل ساختار منطبق بودند. از طرفی مدل GDE و GGDE کمتر از مدل ΛCDM با مشکل تطابق مواجهند وتا حدودی این مشکل را برطرف می‌کنند. بنابراین می‌توان این مدل را به عنوان رقیبی مهم برای جایگزینی مدل ΛCDM در نظر گرفت.

مرجع‌ها

[1] R. G. Cai et al; PRD. (2011) 84,123501
[2] S. Nesseris, J.G. Bellido, ; PRD. (2013) 88,063521
[3] C.J.Feng et al; PRD. (2013) 87,023006
[4] Ohta N., (2011), Phys. Lett. B, 695, 41
[5] M.Malekjani et al; (2015), MNRAS, 453, 4148
[6] N. Suzuki et al. (2012), ApJ, 746, 85
[7] N. Jarosik et al., (2011). ApJ. Suppl. Ser. 192, 14
[8] P. Serra et al. (2009), PRD, 80, 121302
[9] M.Tegmark, et al. (2004), PRD, 69, 103501
[10] C. Blake et al. 2012, MNRAS, 425, 405
[11] M.Rezaei et al, 2017, Astrophys.J. 843 no.1, 65

مدل تورم گرم تاکیونی در کیهان‌شناسی شامه‌ای

روان‌پاک، آروین[۱]؛خدارحمی، رضوان[۱]

[۱]دانشکده علوم پایه، دانشگاه ولی عصر (عج)رفسنجان

چکیده

در این مقاله به بررسی مدل تورم گرم در کیهان‌شناسی جهان شامه‌ای می‌پردازیم. در اینجا میدان تاکیونی نقش میدان اسکالر تورمی را بازی خواهد کرد. پس از بدست آوردن پارامترهای تورم غلتش کند در حد انرژی‌های بالا و پس از آن پارامترهای نظریه اختلال در ناحیه میرایی ضعیف با درنظرگرفتن تابع پتانسیل نمایی برای میدان تاکیونی به رسم نمودار و مقایسه آن با داده‌های مشاهداتی پلانک می‌پردازیم.

Tachyonic Warm Inflationary Model in Brane Cosmology

Ravanpak, Arvin[1] ; Khodarahmi, Rezvan[1]

[1]*Department of Physics, Vali-e-Asr University, Rafsanjan*

Abstract

In this manuscript we investigate warm inflationary model in brane-world cosmology. Here, tachyon field will play the role of inflaton field. After obtaining the slow-roll parameters in the high energy limit and then the parameters of perturbation theory in the weak dissipation regime, considering exponential potential for the tachyon field we plot a figure and compare it with Planck observational data.

PACS No.95.36.+x

مقدمه

با اضافه شدن فاز تورمی به مدل استاندارد انفجار بزرگ، بسیاری از مسائل این مدل مانند مساله افق، همواری و تک‌قطبی مغناطیسی به طور طبیعی حل می‌شوند [۱]. فاز تورمی به دوره‌ای بسیار کوتاه در زمان‌های آغازین عمر عالم اطلاق می‌شود که در آن، کیهان یک دوره انبساط شدیدا شتابدار را تجربه می‌کند. بر این اساس تورم بذرهایی را تولید می‌کند که به ساختار بزرگ مقیاس عالم و نیز ناهمسانگردی کوچک مشاهده شده در تابش پس‌زمینه میکروموج کیهانی می‌انجامند. این بذرها همان چگالی‌های اختلال ناشی از افت و خیزهای کوانتومی می‌باشند. در طول دوره تورم استاندارد، که گاهی دوره تورم سرد نامیده می‌شود، عالم به سمت یک فاز مافوق سرد حرکت می‌کند، زیرا فرض براین است که میدان اسکالر مسوول این تورم، برهمکنشی با میدان‌های دیگر ندارد. به همین دلیل برای دوباره گرم‌شدن عالم و پرشدن آن از تابش مورد نیاز برای مدل انفجار بزرگ به یک دوره بازگرمایش، پس از فاز مافوق سرد نیازمندیم. در نوع جدیدتری از تورم که تورم گرم نام دارد [۲]، برهمکنش‌هایی میان میدان اسکالر تورمی و میدان تابشی درنظرگرفته می‌شود. در این مدل تورمی، اثرات اتلافی نقش بسیار مهمی دارند زیرا موجب نفوذ میدان اسکالر به حمام گرمایی می‌شوند. افت و خیزهای چگالی نیز در این مدل ناشی از افت و خیزهای گرمایی می‌باشند.

میدان تاکیونی یک میدان اسکالر است که ریشه در نظریه ریسمان دارد و ضمن اینکه نامزدی برای انرژی تاریک و حتی ماده تاریک می‌باشد، می‌تواند نقش میدان تورمی را چه از نوع تورم سرد و چه تورم گرم ایفا کند. تابع پتانسیل همواره مثبت میدان تاکیونی $V(\varphi)$ دارای یک مقدار بیشینه در $\varphi=0$ است و زمانی که $\varphi\to\infty$ به مقدار صفر میل می‌کند [۳].

یکی دیگر از محصولات نظریه ریسمان، وجود ابعاد اضافه در کیهان است که در دو دهه اخیر توجهات بسیاری را به خود جلب کرده‌است. مدل‌های با یک بعد فضایی بزرگ بیشتر می‌توانند توضیحات خوبی در مورد برخی مسائل مهم، از جمله مشکل سلسله مراتبی و همچنین ضعف گرانش ارائه دهند. در این فضا-زمان پنج بعدی، مدل استاندارد فیزیک ذرات روی یک پوسته چهار بعدی به نام شامه محبوس می‌شود که همان عالم شناخته شده ما می‌باشد و تنها گرانش قادر به نفوذ به بعد بالاتر است. یکی از مهمترین پیامدهای درنظرگرفتن این بعد اضافه، تصحیح معادله فریدمان روی شامه از طریق افزودن جملاتی جدید است که مخصوصا در حد انرژی‌های بالا بسیار تاثیرگذار می‌باشند [٤].

در این مقاله به بررسی فاز تورم گرم کیهانی در مدل‌های جهان شامه‌ای می‌پردازیم و میدان تاکیون را به عنوان عامل ایجاد تورم درنظرمی‌گیریم. از آنجایی که نظریه ریسمان هم به عنوان منشا مدل جهان شامه‌ای و هم به عنوان سرچشمه میدان تاکیونی معرفی می‌شود، بحث ارائه شده در این متن می‌تواند بسیار جالب توجه باشد.

مدل تورم گرم تاکیونی

از معادله فریدمان ساده شده با فرض $m_p=1$، روی شامه آغاز می‌کنیم

$$H^2=\frac{8\pi}{3}\rho(1+\frac{\rho}{2\lambda}) \qquad (۱)$$

که در آن H پارامتر هابل، λ تنش شامه و $\rho=\rho_\varphi+\rho_\gamma$. در اینجا ρ_φ و ρ_γ به ترتیب بیانگر چگالی انرژی میدان تاکیونی و میدان تابشی می‌باشند. از این رابطه پیداست که در حد انرژی‌های پایین $\rho\ll\lambda$ به معادله فریدمان معمولی می‌رسیم ولی در حد انرژی‌های بالا $\rho\gg\lambda$ جمله دوم عبارت داخل پرانتز، جمله غالب خواهدبود. با درنظرگرفتن برهم‌کنش میان دو میدان موجود، معادلات پیوستگی مربوطه عبارتند از

$$\dot{\rho}_\varphi+3H(\rho_\varphi+p_\varphi)=-\Gamma\dot{\varphi}^2 \qquad (۲)$$

و

$$\dot{\rho}_\gamma+4H\rho_\gamma=\Gamma\dot{\varphi}^2 \qquad (۳)$$

در این معادلات Γ ضریب میرایی است که در این مقاله آن را به صورت کمیتی ثابت درنظرگرفته‌ایم ولی در حالت کلی می‌تواند تابعی از میدان تاکیونی، دما و یا حتی هر دو باشد. همچنین

$$\rho_\varphi=V/\sqrt{1-\dot{\varphi}^2} \qquad (٤)$$

و

$$p_\varphi=-V\sqrt{1-\dot{\varphi}^2} \qquad (٥)$$

که p_φ فشار میدان تاکیونی است. با جایگذاری روابط بالا در رابطه (۲)، به رابطه زیر می‌رسیم

$$\frac{\ddot{\varphi}}{1-\dot{\varphi}^2}+3H\dot{\varphi}+\frac{V'}{V}=-\frac{\Gamma}{V}\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}\,\dot{\varphi} \qquad (٦)$$

لازم به ذکر است که نمادهای نقطه و پرایم به ترتیب بیانگر مشتق نسبت به زمان و میدان تاکیونی می‌باشند. شرایط غلتش کند برای تضمین دوره تورمی گرم تاکیونی با طول عمر مناسب عبارتند از $\dot{\varphi}^2\ll1$ و $\ddot{\varphi}\ll3H\dot{\varphi}(1+R)$ که $R=\frac{\Gamma}{3HV}$. در مدل تورمی گرم، دو حالت قابل بررسی است. حالت میرایی ضعیف که در آن $R\ll1$ و میرایی قوی که در آن $R\gg1$. با اعمال شرایط غلتش کند و نیز درنظرگرفتن حد انرژی‌های بالا، همچنین با این فرض که در طول تقریب غلتش کند، چگالی انرژی میدان تورمی نسبت به میدان تابشی غالب باشد، روابط (۱) و (٦) به صورت‌های زیر تبدیل می‌شوند

$$H^2=\beta V^2 \qquad (۷)$$

$$\dot{\varphi}=\frac{-V'}{3HV(1+R)} \qquad (۸)$$

که $\beta=(\frac{8\pi}{3})(\frac{1}{2\lambda})$. همچنین به تعیین پارامترهای بدون بعد غلتش کند مدل می‌پردازیم که در دوره تورمی باید کوچکتر از یک باشند. این پارامترها عبارتند از

$$\varepsilon=-\frac{\dot{H}}{H^2}=-\frac{V'^2}{3\beta V^4} \tag{۹}$$

و

$$\eta=-\frac{\ddot{H}}{H\dot{H}}=\frac{2}{3\beta}(\frac{V''}{V^3}-\frac{V'^2}{V^4}) \tag{۱۰}$$

تعداد ای-لا در مدل‌های تورمی، نشان‌دهنده لگاریتم مقدار انبساط میان دو زمان دلخواه می‌باشد که برای مدل تورمی درنظرگرفته‌شده در این کار به صورت زیر بدست می‌آید

$$N=\int_{t_1}^{t_2}Hdt=\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\frac{H}{\dot{\varphi}}d\varphi=-\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\frac{3\beta V^3}{V'}d\varphi \tag{۱۱}$$

نظریه اختلال

در مقدمه گفته شد که نظریه تورمی، امکانات لازم برای توضیح چگونگی شکل‌گیری ساختار بزرگ مقیاس عالم را دارد. بر این اساس، رمبش گرانشی روی بذرهایی اولیه، عامل تولید اجسام چگال می‌شود. می‌توان منشا این بذرها را در جملات اختلالی موجود در بسط معادلات اینشتین جستجو کرد. انبساط شتابدار فاز تورمی قادر است تا این افت و خیزها را به مقیاس‌های بزرگ تعمیم دهد. در بسط اختلالی، دو نوع اختلال اسکالر و اختلال تانسوری دارای اهمیت می‌باشند. تفاوت میان تورم سرد و تورم گرم در طبیعت این افت و خیزها است. در نظریه‌های استاندارد تورمی یا همان تورم سرد، این‌ها ناشی از افت و خیزهای کوانتومی میدان اسکالر مربوطه و در مدل تورمی گرم، ناشی از افت و خیزهای گرمایی آن می‌باشند.

کمیتی که شدت تغییرات این افت و خیزها را نسبت به مقیاس فضایی می‌سنجد، طیف توانی نامیده می‌شود. طیف توانی افت و خیزهای اسکالر با رابطه زیر بیان می‌گردد

$$P_R=(\frac{H}{\dot{\varphi}})^2\delta\varphi^2 \tag{۱۲}$$

با درنظرگرفتن حالت میرایی ضعیف، که در آن $\delta\varphi^2=HT$، به رابطه زیر در مدل مذکور می‌رسیم

$$P_R=\frac{9TV^7\beta^{\frac{5}{2}}}{V'^2} \tag{۱۳}$$

همچنین نمایه طیفی اسکالر با رابطه $n_s-1=\frac{d\ln P_R}{d\ln k}$ بیان می‌شود که در آن k، عدد موج است. با استفاده از رابطه $d\ln k=dN=Hdt$ داریم

$$n_s-1=\frac{5V'^2}{3\beta V^4} \tag{۱٤}$$

از آنجا که اختلالات تانسوری مستقل از پیش‌زمینه گرمایی هستند مانند مدل تورم استاندارد، توسط افت و خیزهای کوانتومی ایجاد می‌شوند. در مدل‌های جهان شامه‌ای داریم

$$P_g=\frac{64\pi}{3}(\frac{H}{2\pi})^2F^2(x) \tag{۱۵}$$

که در آن

$$F^2(x)=(\sqrt{1+x^2}-x^2\sinh^{-1}(\frac{1}{x}))^{-1} \tag{۱٦}$$

و $x=\sqrt{\frac{3H^2}{4\pi\lambda}}$. بدینسان در مدل مورد نظر خواهیم داشت

$$P_g=\frac{16}{3\pi}\beta V^2F^2(V) \tag{۱۷}$$

از کمیت‌های مهم در این مبحث کمیتی است که به نام نسبت تانسور به اسکالر شناخته می‌شود که در مدل مربوطه عبارت می‌شود از

$$r=\frac{p_g}{p_r}=\frac{16V'^2F^2(V)}{27\pi TV^5\beta^{\frac{3}{2}}} \tag{۱۸}$$

در ادامه برای بررسی دقیق‌تر مدل و مقایسه با نتایج تجربی باید تابع پتانسیل مناسبی برای میدان تاکیونی تعریف نماییم.

میدان تاکیونی با تابع پتانسیل نمایی

یکی از توابعی که ویژگی‌های ذکرشده برای تابع پتانسیل میدان تاکیونی را دارد به صورت

$$V(\phi)=V_0e^{-\alpha\phi} \tag{۱۹}$$

است که در آن V_0 و α، مقادیر ثابتی هستند. بر این اساس روابط (۱۳)، (١٤) و (۱۸) به شکل زیر قابل بازنویسی هستند

$$P_R=\frac{9TV^5\beta^{\frac{5}{2}}}{\alpha^2} \tag{۲۰}$$

$$n_s-1=\frac{5\alpha^2}{3\beta V^2} \tag{۲۱}$$

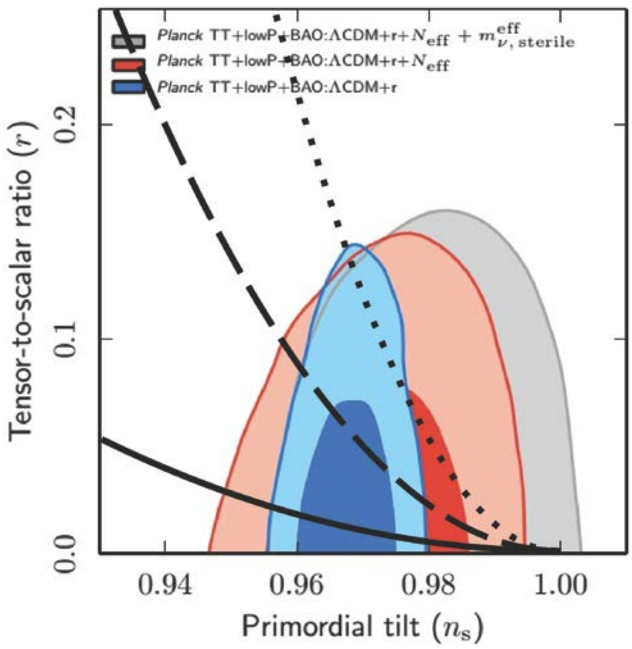
و

$$r=\frac{p_g}{p_r}=\frac{16\alpha^2F^2(V)}{27\pi TV^3\beta^{\frac{3}{2}}} \qquad (۲۲)$$

با حذف V از معادلات (۲۱) و (۲۲)، به رابطه زیر می‌رسیم

$$r=\frac{3^{\frac{3}{2}}16\alpha^2(1-n_s)^{\frac{3}{2}}}{9\pi T(5\alpha^2)^{\frac{3}{2}}}F^2(n_s) \qquad (۲۳)$$

برای مقایسه با نتایج تجربی، از برهم‌نهی نمودار $r(n_s)$ مدل خود با نمودار استخراج شده از مقاله [۵]، استفاده می‌کنیم. بدین منظور برای T و λ، از مقادیر پیشنهاد شده در برخی مقالات بهره‌گرفته و ضمنا بهترین مقادیر مربوط به پارامتر α را تعیین می‌کنیم. با استفاده از $T=10^{-6}$ و $\lambda=7.9\times10^{-25}$، نمودار $r(n_s)$ به ازای چند مقدار برای α، ترسیم شده است. در این نمودار منحنی‌های پر، خط‌چین و نقطه‌چین به ترتیب به مقادیر ۱۰، ۹ و ۸ برای α، تعلق دارند.



شکل1 : نمودار $r(n_s)$ به ازای مقادیر مختلف α.

نتیجه گیری

در این مقاله با رویکرد یک مدل جهان شامه‌ای، به بررسی مدل تورمی گرم تاکیونی پرداختیم. با درنظرگرفتن حد انرژی‌های بالا و حالت میرایی ضعیف، پارامترهای مدل را بر حسب تابع پتانسیل و مشتقات آن نسبت به میدان اسکالر تورمی بدست آوردیم. با استفاده از نظریه اختلال و با فرض تابع پتانسیل نمایی، به مقایسه مدل مورد نظر با داده‌های مشاهداتی اخیر پلانک پرداختیم. بر این اساس توانستیم نتیجه بگیریم که به ازای مقادیر معینی از پارامتر α، که در تابع پتانسیل ظاهر می‌شود توافق خوبی میان مدل و نتایج تجربی وجود دارد.

مرجع‌ها

[1] A. Linde; “A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems”; Phys. Lett. B**108**, 389 (1982).
[2] A. Berrera; “The warm inflationary universe”; contemporary physics **47**, 33 (2006).
[3] A. Sen; “Rolling tachyon”; J. High Energy Phys. **04**, 048 (2002).
[4] L. Randall and R. Sundrum; “A Large Mass Hierarchy From a Small Extra Dimension”; Phys. Rev. Lett.**83**, 3370 (1999).
[5] P. A. R. Ade, et al,; “Constraints on inflation”; A&A **594** (2016).

قیدهای مشاهداتی بر روی مدل کیهان‌شناسی DGP برهمکنشی با انرژی تاریک ایجگرافیک جدید

روان‌پاک، آروین [۱]؛ فرپور فداکار، گلناز [۱]
[۱] دانشکده علوم پایه، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان

چکیده

در این کار قیدهایی را بر روی پارامترهای مدل کیهان‌شناسی DGP برهمکنشی، با درنظر گرفتن انرژی تاریک ایجگرافیک جدید، با استفاده از داده‌های اخیر هابل، نوسانات آکوستیکی باریونی و تابش پس زمینه کیهانی اعمال می‌کنیم. جمله برهمکنشی را به صورتی در نظر می‌گیریم که تابعی از چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک جدید باشد. سپس چند پارامتر کیهان‌شناسی اساسی را ترسیم کرده و در مورد آنها بحث خواهیم کرد.

Observational Constraints on Interacting DGP Cosmological Model with new Agegraphic Dark Energy

Ravanpak, Arvin[1] ; Farpoor Fadakar, Golnaz[1]

[1] *Department of Physics, Vali-e-Asr University, Rafsanjan*

Abstract

In this work we constrain interacting DGP cosmological model parameters with new agegraphic dark energy using recent data of Hubble, Baryon Acoustic Oscillations and Cosmic Microwave Background. Then we plot some fundamental cosmological parameters and discuss them.

PACS No. 95.36.+x

مقدمه

مشاهدات اخیر ابرنواختر نوع Ia که توسط دو گروه مستقل انجام شده، نشان می دهند که کیهان در حال انبساط شتاب‌دار است [۱-۲]. برای توضیح چرایی شتاب کیهان روش‌های متفاوتی وجود دارد. یک روش استفاده از مفهوم انرژی تاریک است. از میان مدل‌های متفاوت انرژی تاریک، انرژی تاریک ایجگرافیک [۱] [۳] مورد توجه خاص بوده زیرا در آن هم اصل عدم قطعیت مکانیک کوانتومی و هم اثرات گرانشی مربوط به نسبیت عام در نظر گرفته شده است. بعلاوه این مدل نشأت گرفته از نظریه ریسمان می باشد. انرژی تاریک ایجگرافیک دارای دو مدل اولیه و مدل جدید می‌باشد. در مدل جدید آن چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\rho_D = \frac{3n^2M_p^2}{\eta^2} \qquad (۱)$$

که در آن M_p جرم پلانک، n یک ضریب بدون بعد آزاد و η زمان کانفرمال می‌باشد.

علاوه بر مدل‌های مختلف انرژی تاریک، کاندید دیگری به نام مدل‌های گرانش تصحیح یافته، مانند مدل‌های با ابعاد اضافه نیز برای توضیح شتاب کیهان و نیز سایر مسائل و مشکلات کیهان‌شناسی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. از طرفی مدل‌های با ابعاد اضافه، مانند انرژی تاریک ایجگرافیک ریشه در نظریه ریسمان دارند و موضوع بحث بسیاری از مقاله‌ها بوده‌اند [۴-۵]. یکی از این مدل‌ها، مدل کیهان‌شناسی DGP است که در سال ۲۰۰۰

[۱] Agegraphic

میلادی مطرح شده و یک مدل پنج بعدی با یک بعد فضایی اضافه تخت نامتناهی است. این مدل دارای دو شاخه می‌باشد [۷-۶]. یک شاخه خود شتاب گیر که بدون نیاز به انرژی تاریک و تنها به واسطه تصحیح گرانش در مقیاس بزرگ، شتاب کنونی کیهان را ایجاد می‌کند و یک شاخه نرمال که برای ایجاد شتاب کیهانی نیاز به انرژی تاریک دارد. البته شاخه خود شتاب‌گیر بر خلاف شاخه نرمال، از مشکل شبح رنج می‌برد.

به همین دلیل، در این کار ما از شاخه نرمال مدل DGP استفاده کرده و انرژی تاریک ایجگرافیک جدید را به عنوان جمله انرژی تاریک برای مدل، که عامل ایجاد شتاب کیهانی است، وارد می‌کنیم. علاوه بر این، این مدل می‌تواند کاندیدی برای حل برخی دیگر از مشکلات کیهان‌شناسی نیز باشد.

ترکیب مدل DGP برهمکنشی با انرژی تاریک ایجگرافیک جدید

ابتدا معادله فریدمان را در نظر می‌گیریم. معادله فریدمان در این مدل به صورت زیر تعریف می‌شود

$$H^2+\frac{H}{r_c}=\frac{(\rho_m+\rho_D)}{3M_p^2} \qquad (۲)$$

که در آن ρ_m چگالی ماده تاریک و ρ_{de} چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک جدید می‌باشد. در این مدل می‌توان جمله چگالی انرژی تاریک موثر را به صورت زیر تعریف کرد

$$\rho_{D,eff}=\frac{\rho_D}{3M_p^2}-\frac{H}{r_c} \qquad (۳)$$

که در آن جمله دوم سمت راست ناشی از اثر بعد اضافه می‌باشد. با توجه به اینکه میزانی از برهمکنش بین ماده و انرژی تاریک یک ایده اساسی کیهان‌شناسی کنونی است، می‌توانیم معادلات پایستگی ماده تاریک و انرژی تاریک را به صورت زیر بنویسیم

$$\dot{\rho}_m+3H\rho_m=Q \qquad (۴)$$

$$\dot{\rho}_D+3H(1+\omega_D)\rho_D=-Q \qquad (۵)$$

که در آن Q جمله برهمکنشی و ω_D پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک می‌باشد. برای مقادیر مثبت Q انتقال انرژی از انرژی تاریک به ماده تاریک صورت خواهد گرفت و برای مقادیر منفی Q این اتفاق به صورت وارون رخ می‌دهد. سپس با استفاده از تعریف چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک جدید، پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\Omega_D=\frac{n^2}{H^2\eta^2} \qquad (۶)$$

همچنین می‌توانیم پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک جدید را نیز به صورت زیر بدست آوریم

$$\omega_D=-1+\frac{2(1+z)}{3n}\sqrt{\Omega_D}-\frac{Q}{3H\rho_D} \qquad (۷)$$

که در آن z سرخ‌گرایی عالم را نشان می‌دهد. بدون حضور جمله برهمکنشی، پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک جدید هرگز از ۱- کمتر نخواهد شد. با این حال در این کار بررسی خواهیم کرد که با وجود این جمله برهمکنشی رفتار آن چگونه خواهد بود.

حال با استفاده از مشتق معادله فریدمان و معادله (۵) روابطی به صورت زیر بدست می‌آوریم

$$H'=\frac{3(1+z)^{-1}H\left(\Omega_m-\frac{Q}{3H^3}+\frac{2(1+z)}{3n}\Omega_D^{3/2}\right)}{2(1+\frac{H_0}{H}\sqrt{\Omega_{rc}})} \qquad (۸)$$

$$\Omega_D'=-2\Omega_D\left(\frac{\left(-3\Omega_m+\frac{Q}{H^3}-\frac{2(1+z)}{n}\Omega_D^{3/2}\right)}{2(1+\frac{H_0}{H}\sqrt{\Omega_{r_c}})}+\frac{(1+z)\sqrt{\Omega_D}}{n}\right) \qquad (۹)$$

که در آن پرایم نشان دهنده مشتق نسبت به سرخ گرایی z می‌باشد. بعلاوه پارامتر معادله حالت کل نیز به صورت زیر بدست می‌آید

$$\omega_{tot}=-1+\frac{\Omega_m-\frac{Q}{3H^3}+\frac{2(1+z)}{3n}\Omega_D^{3/2}}{1+\frac{H_0}{H}\sqrt{\Omega_{r_c}}} \qquad (۱۰)$$

اکنون برهمکنشی از نوع $Q=3\alpha H\rho_{de}$ را در نظر می‌گیریم که در آن α یک ثابت بدون بعد است و مقدار آن با استفاده از داده‌های تجربی تعیین می‌شود. سپس با استفاده از داده‌های مشاهداتی بدست آمده از H+BAO+CMB و با استفاده از روش χ^2 پارامترهای مدل برهمکنشی ADE+DGP را به‌گزین می‌کنیم. مقادیر این پارامترها در جدول زیر نشان داده شده است.

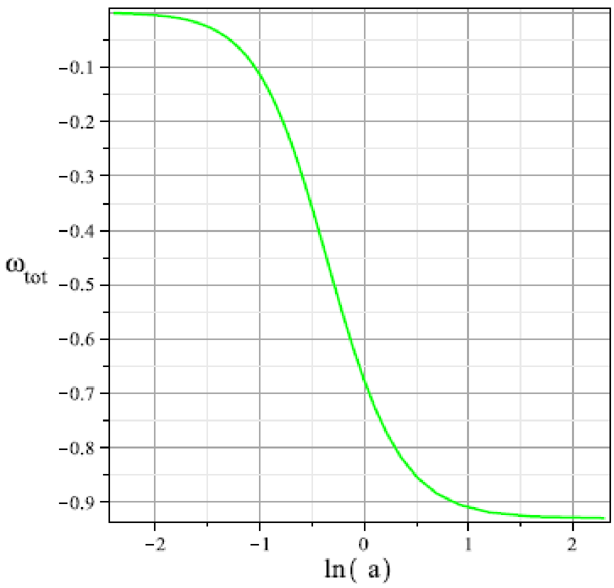
مقادیر به گزین شده برای پارامترهای مدل برهمکنشی ADE+DGP

مقادیر به گزین	پارامترهای مدل
۶۷	H_0
۱۳	n
۰.۶۹	Ω_D
۰.۰۰۲	Ω_{r_c}
۰.۱۴	α

با توجه به جدول، مقادیر بدست آمده برای پارامترهای مدل به خوبی با مشاهدات مطابقت دارد.

ترسیم پارامترهای کیهان‌شناسی در مدل DGP با انرژی تاریک ایجگرافیک جدید

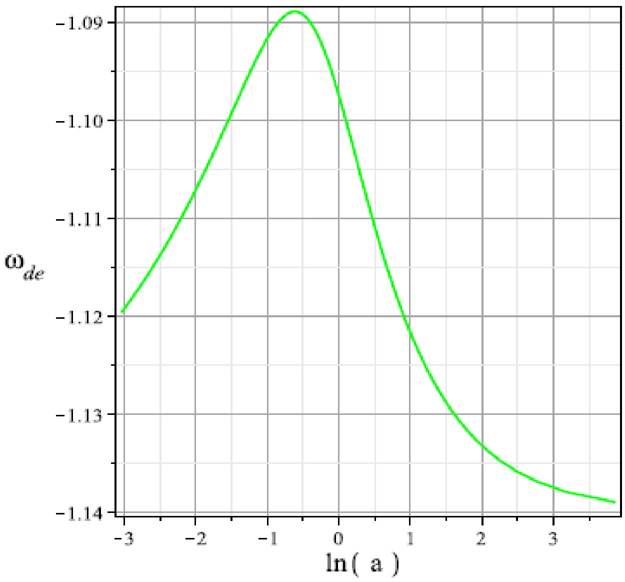
اکنون با استفاده از مقادیر تجربی بدست آمده، رفتار پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک جدید و پارامتر معادله حالت کل را برای این مدل در شکل‌های زیر نشان می‌دهیم.



شکل ۱ : پارامتر معادله حالت کل، در مدل برهمکنشی DGP+ADE نسبت به lna.

با توجه به شکل پارامتر معادله حالت کل و رابطه $a = 1/_{1+z}$ مقدار صفر بر روی محور افقی نشان دهنده زمان حال، مقادیر منفی نشان دهنده زمان گذشته و مقادیر مثبت نشان دهنده آینده است.

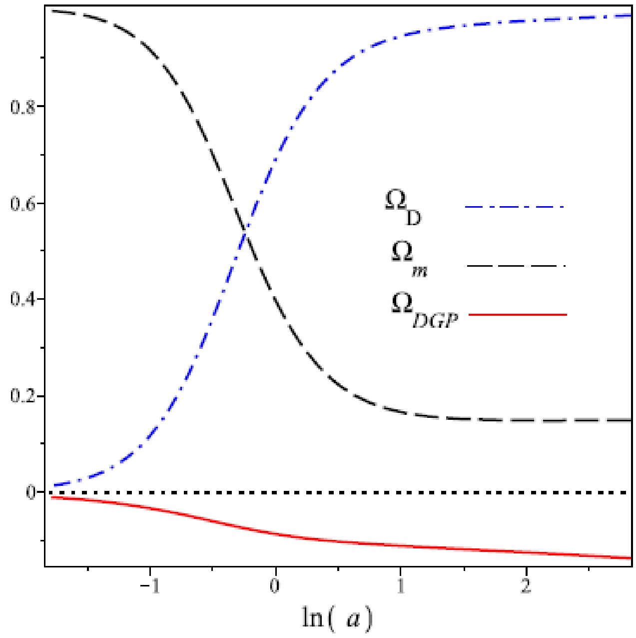
بنابراین پارامتر معادله حالت کل در آینده به ۱- (یعنی پارامتر معادله حالت ثابت کیهان‌شناسی) و در گذشته به صفر (پارامتر معادله حالت ماده تاریک) نزدیک می‌شود. بعلاوه در زمان حال پارامتر معادله حالت کل، نشان دهنده یک کیهان شتاب‌دار ($\omega_{tot} \prec -1/3$) است.



شکل ۲ : پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک جدید، در مدل برهمکنشی DGP+ADE نسبت به lna .

شکل فوق نشان می‌دهد که در مدل برهمکنشی DGP+ADE بر خلاف مدل غیر برهمکنشی آن، پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک جدید مقداری کمتر از ۱- دارد. با این حال میزان تغییرات این پارامتر ناچیز می‌باشد.

با تعریف پارامترهای بدون بعد چگالی یعنی $\Omega_m = \rho_m/3H^2$، $\Omega_D = \rho_D/3H^2$ و $\Omega_{DGP} = 2H_0\sqrt{\Omega_{r_c}}/H$ می‌توان سیر تحولی آنها را بررسی نمود.



شکل ۳ : پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک جدید، ماده تاریک و جمله مربوط به مدل DGP نسبت به lna.

در شکل فوق نیز میزان تغییرات پارامتر بدون بعد چگالی مربوط به انرژی تاریک یجگرافیک جدید، ماده تاریک و انرژی ناشی از اثر بعد اضافی در مدل DGP ، نسبت به lna نشان داده شده است. قابل بررسی است که رابطه $\Omega_{DGP}+\Omega_m+\Omega_D=1$ همواره برقرار است.

نتیجه گیری

در این مقاله، از مدل کیهان‌شناسی برهمکنشی DGP نرمال با انرژی تاریک ایجگرافیک جدید، برای ایجاد شتاب کیهانی استفاده کردیم. جمله برهمکنشی به صورت تابعی از چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک تعریف شد. سپس پارامترهای مدل خود را با استفاده از داده‌های تجربی H+BAO+CMB به گزین کردیم. با توجه به مقادیر بدست آمده، پارامتر معادله حالت کل و پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک را رسم کردیم و نشان دادیم که پارامتر معادله حالت کل رفتار خوبی در دوره‌های مختلف کیهان‌شناسی دارد. بعلاوه نمودار پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک جدید، نشان می‌دهد که مقدار این پارامتر در این مدل بر خلاف مدل غیر برهمکنشی آن کمتر از ۱– است. در نهایت با استفاده از شکل ۳ رفتار پارامترهای بدون بعد چگالی در این مدل را در دوره‌های مختلف کیهان‌شناسی نشان دادیم.

مرجع‌ها

[۱] A. G. Riess, et al.; "Observational Evidence from supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant"; AJ. 116, 1009 (1998).

[۲] S. Perlmutter, et al.; "Measurements of Ω and Λ from ۴۲ High-Redshift Supernovae " ApJ 517, 565 (1999).

[3] R. G. Cai; "A Dark Energy Model Characterized by the Age of the Universe"; *Phys. Lett. B* **657**, No. 4-5, (2007) 228-231.

[4] L. Randall and S. Sundrum; "A Large Mass Hierarchy From a Small Extra Dimension"; *Phys. Rev. Lett.***83**, (1990) 3370.

[5] D. Langlois; "Brane cosmology: an introduction"; Prog. Theor. Phys. Suppl. 148 (2003) 181.

[6] D.Dvali, G. Gabadadze and M. Porrati; "۴D Gravity on a Brane in ۵D Minkowski Space";*Phys. Lett. B* **485**, (2000) 208.

[7] H. Farajollahi, A. Ravanpak and G. F. Fadakar; "Cosmological Constraints on Agegraphic Dark Energy in DGP Braneworld Gravity";*Astrophys. Space Sci.***348**, (2013) 253.

بررسی پایداری مدل کیهان‌شناسی DGP با انرژی تاریک ایجگرافیک: تحلیل دینامیکی سیستم

روان‌پاک، آروین[1]؛ فرپور فداکار، گلناز[1]

[1]دانشکده علوم پایه، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان

چکیده

در این کار مدل کیهان‌شناسی DGP با انرژی تاریک ایجگرافیک را درنظر می‌گیریم و پایداری مدل را با استفاده از روش تحلیل دینامیکی سیستم بررسی می‌کنیم. نقاط بحرانی مدل را بدست می‌آوریم و ویژه مقادیر مربوطه را برحسب پارامتر چگالی بدون بعد انرژی تاریک می‌نویسیم. همچنین، درباره دوره‌های مختلف عالم بحث می‌کنیم.

Stability Analysis of DGP Model with Agegraphic Dark Energy: The Dynamical System Analysis

Ravanpak, Arvin[1] ; Farpour Fadakar, Golnaz[1]

[1]*Department of Physics, Vali-e-Asr University, Rafsanjan*

Abstract

In this work, we consider DGP cosmological model with agegraphic dark energy and investigate model stability using dynamical system analysis approach. We obtain critical points of the model and write corresponding eigenvalues in terms of dimensionless dark energy density parameter. Also, we discuss about different epochs of the universe.

PACS No.95.36.+x

مقدمه

مشاهداتی که اخیراً صورت گرفته، انبساط شتابدار کیهان را قویا تایید می‌نمایند[۱]. یک روش برای توضیح شتاب کیهان استفاده از مفهوم انرژی تاریک است. از میان مدل های متفاوت انرژی تاریک، انرژی تاریک ایجگرافیک[1][۲] مورد توجه خاص بوده زیرا نشأت گرفته از نظریه ریسمان می باشد. بعلاوه در آن، هم اصل عدم قطعیت مکانیک کوانتومی و هم اثرات گرانشی مربوط به نسبیت عام در نظر گرفته شده است. چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک به این صورت تعریف می‌شود

$$\rho_{de}=\frac{3n^2M_p^2}{T^2} \quad (۱)$$

که در آن M_p جرم پلانک در چهار بعد، T عمر عالم و n یک ضریب بدون بعد آزاد است. علاوه بر مدل‌های مختلف انرژی تاریک، مدل‌های گرانش تصحیح یافته نیز برای توضیح شتاب کیهان و سایر مسائل و مشکلات کیهان‌شناسی استفاده می‌شوند. از این میان مدل‌های دارای ابعاد اضافه که مانند انرژی تاریک ایجگرافیک ریشه در نظریه ریسمان دارند، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند[۳]. یکی از این مدل‌ها، مدل کیهان‌شناسی DGP است که شامل یک بعد اضافه نامتناهی بوده و دارای دو شاخه می‌باشد، یک شاخه خود شتاب‌گیر که بدون نیاز به انرژی تاریک و تنها بواسطه تصحیح گرانش در مقیاس بزرگ، شتاب کنونی کیهان را

[1]Agegraphic

توضیح می‌دهد و یک شاخه نرمال که برای ایجاد شتاب کیهانی نیاز به انرژی تاریک دارد [۴]. با این حال شاخه خود شتاب‌گیر بر خلاف شاخه نرمال، از مشکل شبح رنج می‌برد. به همین دلیل، در این کار ما از شاخه نرمال مدل DGP استفاده کرده و انرژی تاریک ایجگرافیک را به عنوان جمله انرژی تاریک و عامل ایجاد شتاب کیهان در مدل، در نظر می‌گیریم. انگیزه اصلی از بررسی جفت‌شدگی مدل DGP و انرژی تاریک ایجگرافیک منشا واحد آنها یعنی نظریه ریسمان است. همچنین قبلاً نشان داده شده است که مدل مد نظر می‌تواند گزینه خوبی برای حل برخی از مشکلات کیهان‌شناسی باشد[۵].

بررسی مدل DGP با در نظر گرفتن انرژی تاریک ایجگرافیک

از معادله فریدمان در این مدل که به صورت زیر تعریف می‌شود[۶]، آغاز می‌کنیم

$$H^2+\frac{H}{r_c}=\frac{(\rho_m+\rho_{de})}{3M_p^2} \qquad (۲)$$

که در آن H پارامتر هابل ، ρ_m چگالی ماده تاریک، ρ_{de} چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک و $r_c=M_p^2/2M_5^3$ مسافت متقاطع (رابطه بین جرم پلانک در چهار بعد و جرم پلانک در پنج بعد M_5) می‌باشد. بعلاوه معادلات پایستگی ماده تاریک و انرژی تاریک ایجگرافیک به صورت زیر هستند

$$\dot{\rho}_m+3H\rho_m=0 \qquad (۳)$$

$$\dot{\rho}_{de}+3H(1+\omega_{de})\rho_{de}=0 \qquad (۴)$$

که ω_{de} پارامتر معادله حالت انرژی تاریک است. با استفاده از تعریف چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک، پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\Omega_{de}=\frac{n^2}{H^2T^2} \qquad (۵)$$

همچنین می‌توانیم پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک را نیز به صورت زیر بدست آوریم

$$\omega_{de}=-1+\frac{2}{3n}\sqrt{\Omega_{de}} \qquad (۶)$$

معادله فوق نشان می‌دهد که پارامتر معادله حالت انرژی تاریک ایجگرافیک هرگز به مقادیر کوچکتر از ۱- نمی‌رسد.

سیستم دینامیکی و فضای فاز در مدل DGP با در نظر گرفتن انرژی تاریک ایجگرافیک

در این بخش تحلیل سیستم دینامیکی را بر روی مدل بررسی می‌کنیم. هدف از این کار محاسبه نقاط بحرانی، بررسی پایداری آنها و در نهایت حالت‌های فیزیکی متناظر با این نقاط است. برای این منظور دسته‌ای از متغیرهای بدون بعد را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$x=\sqrt{\frac{\rho_m}{3M_p^2\left(H^2+\frac{H}{r_c}\right)}}$$
$$y=\sqrt{\frac{\rho_{de}}{3M_p^2\left(H^2+\frac{H}{r_c}\right)}}$$
$$z=\sqrt{1+\frac{1}{Hr_c}} \qquad (۷)$$

واضح است که برای مقدار r_c به سمت بینهایت، جواب‌های چهار بعدی را بدست می‌آوریم. با توجه به تعریف روابط فوق، متغیرها نمی‌توانند مقادیری منفی باشند. از طرفی حداقل مقدار ممکن برای z نیز مقدار یک می‌باشد. از این رو z می‌تواند هر مقدار مثبتی بزرگتر از یک باشد. درحالیکه x و y می‌توانند مقادیری بین صفر و یک داشته باشند. با تعریف متغیرهای جدید، معادله فریدمان را می‌توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$x^2+y^2=1 \qquad (۸)$$

همچنین با استفاده از معادلات (۲)، (۳)، (۴)، (۵) و (۶) می‌توانیم به روابط مفید زیر برسیم

$$\frac{\dot{H}}{H^2}=\frac{-3\rho_m-\frac{2}{n}\rho_{de}\sqrt{\Omega_{de}}}{H^2\left(2+\frac{1}{Hr_c}\right)}=\frac{-3z^2\left(x^2+y^2\frac{2}{3n}\sqrt{\Omega_{de}}\right)}{z^2+1} \qquad (۹)$$

$$\omega_{tot}=\frac{\omega_{de}\rho_{de}}{\rho_m+\rho_{de}}=-1+\frac{2z^2\left(x^2+y^2\frac{2}{3n}\sqrt{\Omega_{de}}\right)}{z^2+1} \qquad (۱۰)$$

که در بدست آوردن معادلات جدید حاکم بر سیستم و بررسی نقاط بحرانی آن نقش بسزایی دارند. با استفاده از معادلات (۷) و (۹) به معادلات اساسی مورد نظر که یک دسته معادلات دیفرانسیل معمولی، بدون وابستگی به زمان هستند، می‌رسیم.

$$x'=-\frac{3x}{2}+\frac{3x}{2}(x^2+y^2\frac{2}{3n}\sqrt{\Omega_{de}})$$

$$y' = -\frac{y}{n}\sqrt{\Omega_{de}} + \frac{3y}{2}\left(x^2 + y^2\frac{2}{3n}\sqrt{\Omega_{de}}\right) \qquad (۱۱)$$

$$z' = \frac{3(z^2-1)z}{z^2+1}\left(x^2 + y^2\frac{2}{3n}\sqrt{\Omega_{de}}\right)$$

در اینجا پرایم نشان دهنده مشتق نسبت به $\ln a$ می‌باشد که a همان فاکتور مقیاس است. این معادلات، تحول مدل کیهان‌شناسی DGP را با در نظر گرفتن انرژی تاریک ایجگرافیک نشان می‌دهند. در ادامه با استفاده از قید بدست آمده از معادله فریدمان می‌توانیم معادله اول (۱۱) را حذف کنیم و مجموعه با دو معادله باقیمانده برحسب y و z را حل کنیم.

حال برای محاسبه نقاط بحرانی سیستم و در ادامه محاسبه ویژه مقادیر و بررسی پایداری مدل در نزدیکی نقاط بحرانی، ابتدا دو معادله فوق را همزمان برابر با صفر قرار می‌دهیم. نقاط بحرانی سیستم به صورت زیر بدست می‌آیند

A: (z=۱, y=۰)

B: (z=۱, y=۱)

ویژه مقادیر متناظر با این نقاط بحرانی به صورت زیر هستند

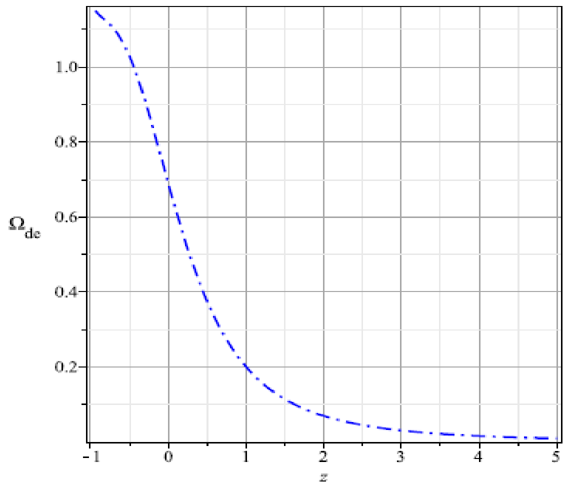
$$A: \left(3, \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{\Omega_{de}}}{n}\right)$$

$$B: \left(-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{\Omega_{de}}}{n}, 2\frac{\sqrt{\Omega_{de}}}{n}\right)$$

بعلاوه می‌توانیم پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک را با توجه به معادله (۹) و رابطه زیر

$$\dot{\Omega}_{de} = -2\Omega_{de}H\left(\frac{\dot{H}}{H^2} + \frac{\sqrt{\Omega_{de}}}{n}\right) \qquad (۱۲)$$

رسم کنیم. برای این منظور باید این دو معادله به صورت عددی و همزمان حل شوند. زیرا محاسبه Ω_{de} به صورت پارامتری ممکن نیست. به این ترتیب رفتار پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل۱ : نمودار پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک در مدل DGP.

با توجه به اینکه می‌توانیم در مدل DGP معادله فریدمان را به صورت زیر

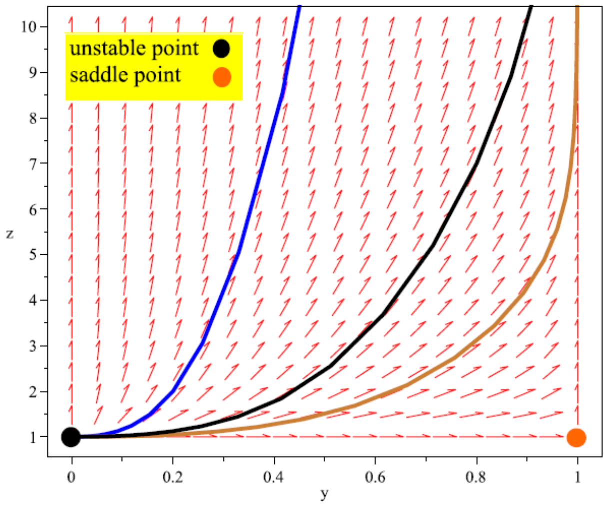
$$\Omega_m + \Omega_{de} - \frac{1}{Hr_c} = 1 \qquad (۱۳)$$

بازنویسی کنیم، بنابراین مقادیر بیشتر از یک پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک قابل توجیه است.

با توجه به مقدار عددی نقطه بحرانی A و قید معادله فریدمان و جایگذاری آنها در رابطه (۱۰)، نتیجه می‌گیریم که مقدار این پارامتر برابر با صفر می‌شود ($\omega_{tot} = 0$) که نشان می‌دهد این نقطه مربوط به دوره‌ای است که عالم، ماده غالب است. از طرفی با توجه به اینکه انتظار داریم در مدل DGP با انرژی تاریک ایجگرافیک، مقدار n بیشتر از ۲ باشد [۵] و با در نظر گرفتن مقدار عددی پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک که از صفر تا مقداری بیشتر از یک (حدود ۱.۱) تغییر می‌کند، هر دو مقدار ویژه مقادیر A اعدادی مثبت هستند که نشان دهنده یک نقطه ناپایدار و دافعه است که البته انتظار داریم عالم در دوره‌ای که ماده غالب است، چنین رفتاری داشته باشد.

با درنظرگرفتن همین موارد برای نقطه B مقدار عددی نقاط بحرانی نشان می‌دهد که پارامتر معادله حالت کل برای این نقطه برابر با ۱– است. بنابراین این نقطه مربوط به دوره کنونی کیهان که در آن انرژی تاریک غالب است، می‌باشد. بعلاوه مقدار عددی ویژه

مقادیر که یکی از آنها مثبت و دیگری منفی است، نشان می‌دهد که که این نقطه، یک نقطه زینی است.



شکل ۲: نمودار فضای فاز که با شرایط اولیه n=۱۰ و Ω_{de0}=۰.۷۳ رسم شده است.

در شکل (۲) می‌توانید نمودار فضای فاز سیستم دینامیکی مدل DGP با انرژی تاریک ایجگرافیک را ببینید. دراین نمودار نقطه ناپایدار و نقطه زینی نشان داده شده است.

با توجه به نمودار فضای فاز، موارد توضیح داده شده برای نقاط A و B قابل رویت هستند.

نتیجه گیری

در این مقاله، از مدل کیهان‌شناسی DGP نرمال با در نظر گرفتن انرژی تاریک ایجگرافیک، برای ایجاد شتاب کیهانی استفاده کردیم تا پایداری مدل را در نزدیکی نقاط بحرانی و همچنین دوره‌های کیهان‌شناسی متناظر با آن نقاط را بررسی کنیم. با توجه به نقاط بحرانی و ویژه مقادیر متناظر با آنها در این مدل، یک نقطه ناپایدار، متناظر با دوره ماده غالب و یک نقطه زینی، متناظر با دوره انرژی تاریک غالب بدست آوردیم.

مرجع‌ها

[۱] D. Larson, et al.; "Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Power Spectra and WMAP-Derived Parameters"; *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **192** , No. 2 (2011).
[۲]R. G. Cai; "A Dark Energy Model Characterized by the Age of the Universe"; *Phys. Lett. B* **657** , No. 4-5, (2007) 228-231 .
[۳]L. Randall and S. Sundrum; "A Large Mass Hierarchy From a Small Extra Dimension"; *Phys. Rev. Lett.* **83** , (1990) 3370 .
[4] D.Dvali, G. Gabadadze and M. Porrati; "۴D Gravity on a Brane in ۵D Minkowski Space";*Phys. Lett. B* **485** , (2000) 208.
[5] H. Farajollahi, A. Ravanpak and G. F. Fadakar; "Cosmological Constraints on Agegraphic Dark Energy in DGP Braneworld Gravity";*Astrophys. Space Sci.* **348** , (2013) 253.
[6] A.Lue "The Phenomenology of Dvali–Gabadadze–Porrati Cosmologies"; Phys. Rept. ۴۲۳۲۰۰۶ , (2005) ۴۸.

نوسانات جو زمین تحت تأثیر جزر و مد ماه

سلطانی، لیلا[۱]؛ عابدینی، یوسفعلی[۲]؛ ملایی، سعید[۳]

[۱] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه زنجان، بلوار دانشگاه، زنجان
[۲] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه زنجان، بلوار دانشگاه، زنجان
[۳] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه زنجان، بلوار دانشگاه، زنجان

چکیده

ما جو را به صورت سیال در نظر گرفته، معادله حرکت آن را تحت تأثیر نیروی گرانش ماه با استفاده از نظریه اختلال حل می‌کنیم. برای محاسبه ویژه مقدارها و ویژه بردارهای نوسانی، از روش وردشی ریلی-ریتز استفاده می‌کنیم. در ادامه دوره تناوب امواج صوتی و گرانشی جو زمین تحت تأثیر نیروی گرانش ماه را به دست می‌آوریم.

Oscillations of Earth's atmosphere affected by the tide of the moon

Soltani, Leila[1], Abedini, Yousefali [2], Mollaei, Saeid[3]

[1]*Department of Physics, Faculty of Science, University of Zanjan, Zanjan*
[2]*Department of Physics, Faculty of Science, University of Zanjan, Zanjan*
[3]*Department of Physics, Faculty of Science, University of Zanjan, Zanjan*

Abstract

We consider atmospheric as a fluid, we solve the equation of motion by the gravitational force of the moon using the disturbance theory. We use the Rayleigh-Ritz shift method to calculate special values and special oscillator vectors. In the next period, the sound and gravitational waves of the Earth's atmosphere are affected by the gravitational force of the moon.

PACS No. *96*

مقدمه

جو زمین، پوشش عظیم گازی شکل است که زمین را احاطه کرده و حتی در سطح آن نیز نفوذ کرده است، به این مجموعه گازی اطراف زمین، جو یا اتمسفر نیز گفته می‌شود [۱]. در سال ۱۹۴۱ کاولینگ نوسانات اجرام سماوی سیال را به دو گروه وجوه صوتی (p) و گرانشی (g) طبقه‌بندی کرد [۲]. در سال ۱۹۸۱ ثبوتی نشان داد که این طبقه‌بندی به اعتبار وجود دو نوع نیرو در سیالات است، یعنی وجوه صوتی عمدتاً ناشی از اغتشاش در فشار و وجوه گرانشی عمدتاً ناشی از اغتشاش در چگالی و نیروهای غوطه‌وری می‌باشد [۳]. کره ماه و زمین به‌عنوان دو جرم آسمانی که به‌طور نسبی فاصله کمی با یکدیگر دارند، نسبت به سایر اجرام آسمانی مجاور خود، بیشترین اثر گرانشی بر هم دارند. اثر گرانش ماه بر زمین کمتر از اثر گرانش زمین بر ماه است که آن‌هم به دلیل جرم بیشتر زمین می‌باشد [۴]. در اینجا ما نوسانات جو زمین را تحت تأثیر نیروی گرانش ماه با استفاده از نظریه اختلال و با در نظر گرفتن نیروهای جوی موردمطالعه قرار می‌دهیم. روش حل این معادلات روشی است که ثبوتی، عابدینی، عابدینی و نصیری برای شاره‌ها و همچنین نوسات آزاد ستاره‌ها و سایر اجرام سماوی مورداستفاده قراردادند [۳و۵].

معادله حرکت

می‌توانیم معادلات حرکت را با استفاده از قانون دوم نیوتن و با صرف‌نظر کردن از نیروی اصطکاک و نیروی کوریولیس به این صورت به دست آوریم:

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = -\nabla P - \rho\nabla \qquad (۱)$$

اکنون عنصر حجمی از سیالی را در نظر می‌گیریم که از حالت تعادل خود به اندازه بردار کوچک ξ_i جابه‌جا می‌شود. درنتیجه با استفاده از فرض و نظریه اختلال به ترتیب برای جابه‌جایی، سرعت و شتاب خواهیم داشت:

$$u_i \to u_i + \xi_i \qquad (۲)$$

$$\dot{u}_i \to \dot{u}_i + \dot{\xi}_i$$

$$\ddot{u}_i \to \ddot{u}_i + \ddot{\xi}_i$$

درنتیجه در هر نقطه r تغییرات اویلری δP و δρ و δU به این صورت خواهند بود:

$$\rho \to \rho + \delta\rho$$

$$P \to P + \delta P$$

$$U \to U + \delta U$$

حال با بسط معادله حرکت و با در نظر گرفتن اختلال کوچک ξ_i و با استفاده از رابطه تعادل هیدروستاتیک، معادله خطی شده به صورت زیر خواهد بود:

$$-\rho\ddot{\xi}_i = W_{ij}\xi_j = \frac{\partial \delta P}{\partial x_i} + \rho\frac{\partial \delta U}{\partial x_i} + \delta\rho\frac{\partial U}{\partial x_i} \qquad (۳)$$

که هر یک از مقادیر δρ و δU و δP به ترتیب از معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\delta\rho = -\vec{\nabla}.(\vec{\rho}\xi)$$

$$\nabla^2\delta U = 4\pi G\delta\rho$$

$$\delta P = -\gamma P\nabla.\xi - \xi.\Delta P$$

در معادله آخر γ نسبت گرمای ویژه در فشار ثابت به حجم در معادله آخر γ نسبت گرمای ویژه در فشار ثابت به حجم ثابت برای جو است که مقدار آن برای هر لایه جوی متفاوت است. برای لایه‌های نزدیک به زمین $\frac{1}{4}$ فرض می‌شود [۶].

W در معادله حرکت خطی شده بالا، یک عملگر هرمیتی است. در مرحله بعد اگر فرض کنیم که:

$$\vec{\xi}(r,t) = \vec{\xi}(r)e^{-iwt}$$

باشد، با ضرب $\vec{\xi}^*$ در دو طرف رابطه بالا و انتگرال‌گیری روی حجم سامانه به دست می‌آید:

$$\int \xi^* w\xi dv = w^2\int \xi^*\rho\xi dv$$

و سپس خواهیم داشت:

$$w^2 = \frac{W}{S} \qquad (۴)$$

که w^2 مقداری حقیقی است. W و S در انتگرال بالا به صورت زیر بیان می‌شوند [۳]:

$$W = \int \xi^* w\xi dv \qquad (۵)$$

$$S = \int \xi^*\rho\xi dv \qquad (۶)$$

معادله حرکت در حضور گرانش ماه

ما با المان گیری از جو پتانسیل گرانشی بین ماه و زمین را محاسبه کردیم که به صورت زیر است:

$$V = \frac{GMP}{S}\left[V + \frac{8\pi}{15S^2}[(r0 + Re)^5 - Re^5]\right] \qquad (۷)$$

که M همان جرم ماه است و S فاصله بین ماه و زمین و V حجم جو است.

حال پتانسیل گرانشی به‌دست‌آمده را در معادله حرکت در حضور گرانش ماه جایگذاری می‌کنیم:

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = -\nabla P - \rho\nabla U - \frac{1}{V}\nabla V \qquad (۸)$$

حال با استفاده از رابطه (۲) برای معادله حرکت خواهیم داشت:

$$\rho(\ddot{u} + \ddot{\xi}) = -\nabla(P + \delta P) - (\rho + \delta\rho)\nabla(U + \delta U) \qquad (۹)$$

$$-\frac{1}{V}\nabla\left[-\frac{GM\rho}{S}\left[V + \frac{8\pi}{15S^2}[(r0 + Re)^5 - Re^5]\right]\right]$$

که با بسط معادله بالا و با در نظر گرفتن اختلال کوچک ξ_i داریم:

$$\rho\ddot{\xi}_i = -\nabla\delta P - \rho\vec{\nabla}\delta U - \delta\rho\vec{\nabla}U + \frac{GM}{S}\nabla\delta\rho \qquad (۱۰)$$

$$-\rho\ddot{\xi}_i = W_{ij}\xi_i = \frac{\partial\delta P}{\partial x} + \frac{\partial\delta U}{\partial x_i} + \delta\rho\frac{\partial U}{\partial x_i} - \frac{GM}{S}\nabla\delta\rho \qquad (۱۱)$$

تجزیه جابه‌جایی‌های لاگرانژ به مؤلفه‌های p و g

تمام جابه‌جایی‌های ممکن برای سیال $\vec{\xi}(r,t)$ متعلق به فضای هیلبرت H است که در آن حاصل‌ضرب‌درونی توسط رابطه زیر تعریف می‌شود [۳]:

$$\langle \xi | \eta \rangle = \int \rho \xi^* . \eta dv = finit$$

مطابق با قضیه هلمهولتز که در آن تبدیلات پیمانه‌ای خاصی صورت گرفته [۳]، بردار ζ پایه در فضای هیلبرت را برای جو می‌توان برحسب دو زیر فضا بسط داد، که یکی از پتانسیل عددی، دیگری از پتانسیل برداری به دست می‌آید یعنی:

$$\xi = \xi_p + \xi_g$$
$$\xi_p = -\nabla(\Phi_p)$$
$$\xi_g = \frac{1}{\rho}\nabla \times \nabla \times (r\Phi_g)$$
$$\xi_g = \frac{1}{\rho}\nabla \times \nabla \times (r\Phi_g)$$

در معادلات بالا Φ_p و Φ_g میدان‌های پتانسیل عددی هستند که بستگی‌های هرکدام را به صورت هارمونیک‌های کروی $Y_m^l(\theta,\varphi)$ نشان می‌دهیم و r بردار یکه در جهت شعاعی است. با توجه به مرزی:

$$\Phi_p(\text{سطح}) = \text{منتهی}$$
$$\Phi_g(\text{سطح}) = 0$$

میدان‌های پتانسیل عددی به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

$$\Phi_p^i = r^{(l+2i)} \qquad i = 0,1,2,\ldots$$
$$\Phi_g^i = Pr^{(l+2i+1)} \qquad i = 0,1,2,\ldots$$

در روابط بالا i مرتبه ماتریس را مشخص می‌کند و l درجه وجوه نوسانی در هارمونیک‌های کروی است [۶ و۷ و۸].

روش محاسبات عددی و نمایش ماتریسی در فضای هیلبرت

فضای هیلبرت را می‌توان به دو زیر فضای متعامد تقسیم کرد پس می‌توان مجموع توابع پایه $\{\zeta^i\}$ را به صورت زیر نوشت [۲]:

$$\zeta_\lambda^{ki} \quad , \quad \lambda = p,g \qquad (۱۲)$$

$$\zeta^{ki} = \sum_{j,\lambda} \zeta_\lambda^{kj} Z_\lambda^{ji}$$

ξ_p را جابه‌جایی صوتی و ξ_g را جابه‌جایی گرانشی می‌نامیم.

معادله (۱۲) را پس از ضرب‌در ξ^{j*} و انتگرال‌گیری می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$(\zeta^{j*}, W\zeta^{j*})Z^{ji} = (\zeta^{j*}, \rho\zeta^{j*})Z^{ji}\varepsilon^i$$

که در حقیقت عبارت بالا جمعه ij ام رابطه ماتریسی زیر می‌باشد:

$$WZ = SZE \qquad (۱۳)$$

در معادله (۶)، W و S ماتریس‌هایی هستند که اعضای آن‌ها را با استفاده از معادلات (۵) و (۶) می‌توان محاسبه کرد. E ماتریس قطری مقادیر ویژه است و Z ماتریس ویژه توابع می‌باشد.

ساختار بلوکی ماتریس‌ها

تعامد بردارهای پایه S را به شکل بلوک قطری تبدیل می‌کند. یعنی:

$$S = \begin{bmatrix} S_{pp} & 0 \\ 0 & S_{gg} \end{bmatrix}$$

هر یک از بلوک‌های رابطه بالا، یک ماتریس است.

$$W = \begin{bmatrix} W_{pp} & W_{pg} \\ W_{gp} & W_{gg} \end{bmatrix}$$

در این حالت شاره دارای حرکات چرخشی است که عمدتاً از نوع g و حرکات غیر چرخشی که عمدتاً از نوع p هستند، می‌باشد. اثر بلوک‌های W_{pg} و W_{gp} جفت کردن وجوه p و g است [۸].

ماتریس ویژه مقدارها یعنی E، یک ماتریس قطری است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E = \begin{bmatrix} E_{pp} & 0 \\ 0 & E_{gg} \end{bmatrix}$$

که هر یک از بلوک‌های رابطه بالا قطری هستند.

ساختار ماتریس Z نیز مانند ماتریس W است. بنابراین دارای شکل زیر است:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{pp} & Z_{pg} \\ Z_{gp} & Z_{gg} \end{bmatrix}$$

در حل (۱۳) باید به این نکته توجه کرد که Z ماتریس S را به واحد و W را به E قطری می‌کند. یعنی:

$$Z^\dagger WZ = E$$

$$Z^{\dagger}SZ = I$$

که $Z^{\dagger}$ مختلط هرمیتی Z است. بعد از یافتن Z دسته جواب‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند [۳]:

$$\xi_p^i = \zeta_p^i Z_{pp}^{ji} + \zeta_g^j Z_{gp}^{ji}$$
$$\xi_g^i = \zeta_g^i Z_{pg}^{ji} + \zeta_g^j Z_{gg}^{ji}$$

با استفاده از روابط به‌دست‌آمده در بالا، می‌توان ویژه مقادیر و ویژه بردارها را محاسبه کرد [۸].

نتیجه گیری

با توجه به مقادیر حاصل از ماتریس WPP در جدول ۱ که پایه معادله ویژه مقداری (E) و ویژه برداری (Z) می‌باشند بعد از وارد کردن پتانسیل گرانش ماه می‌توان نتیجه گرفت که E و Z تغییر نخواهد کرد پس گرانش ماه تأثیر چشمگیری بر روی جو زمین نخواهد داشت.

جدول ۱: اعضای ماتریس WPP

−۰/۰۷۶۲۱۶۴۸۵۷۴	−۰/۱۶۰۷۸۷۲۰۴۹۰	−۰/۲۵۳۳۳۹۷۳۸۴۰	−۰/۳۶۲۰۳۳۱۹۹۲
−۰/۱۶۰۷۸۷۲۰۴۹۰	−۰/۳۷۳۴۸۷۹۵۸۷۰	−۰/۶۲۹۸۳۵۱۹۷۱۰	−۰/۹۴۲۰۳۶۸۱۰۷
−۰/۲۵۳۳۳۹۷۳۸۴۰	−۰/۶۲۹۸۳۵۱۹۷۱۰	−۱/۱۱۰۷۸۸۹۳۴۰۰	−۱/۷۰۸۸۷۴۸۹۳۰
−۰/۳۶۲۰۳۳۱۹۹۱۰	−۰/۹۸۴۰۳۶۸۱۰۶۰	−۱/۷۰۸۸۷۴۸۹۳۰۰	−۲/۶۷۳۸۳۴۳۱۰۰

مرجع ها

[۱]. علیزاده، امین. کمالی، غلامعلی. موسوی، فرهاد. موسوی بایگی، محمد ۱۳۸۸. هوا و اقلیم شناسی، مشهد. انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، صفحات: ۲۲–۲۱.

[۲]. Cowling, T.G., “The non-radial oscillations of polytropic stars” , M.N.R.A.S. , 1941, 101, 367.

[۳]. Sobouti, Y. “the Potentials for the g-, p-, and toroidal – modes selfgravitating fluids ”, A&A, 1981, 100, 319- 223.

[۴]. Tarbuck, E. J. and Lutgens, F. K. (1997), Earth Science, 8th Edition, PP. 638, Prentice-Hall, New Jersey.

[۵]. Nasiri, S. and Abedini, Y. “Normal modes of Earth-like planets in presence of magnetic fiels”, Physics Research J., 2006, 5, 127.

[۶]. Abedini, Y. “Free oscillations of earth”, Iranian J. Phys. Research, 2000, 2, 3.

[۷]. Sobouti, Y. “A definition of the Sg-SandSp-Smodes of self-gravitating fluids ”, A&A., 1977, 55, 327.

[۸]. Sobouti, Y. and Nasiri, S. “Global modes of Oscillations of magnetized stars”, A&A., 1989, 217, 127-136.

محاسبه جریان تاریک در مدل Quintessence

صالحی ، امین[۱] ؛ فتحی ، شهریار[۲] ؛ یاراحمدی ، محمد[۳]

دانشکده علوم پایه ، گروه فیزیک دانشگاه لرستان

چکیده

*هدف از این مقاله مطالعه جریان بالک با استفاده ازابرنواخترهای نوع یک آ است. اگر جریان بالک پدیده ای واقعی باشد باید اثر آن بر حرکت ابرنو اخترها قابل مشاهده باشد. در این مقاله با در نظر گرفتن افت و خیزهای ایجاد شده ناشی از جریان بالک و اثر این اختلال در معادله فا صله درخشندگی به محاسبه سرعت و جهت جریان بالک می پردازیم. در این مقاله کاتالوگ **Union2** ، مجموعه ۵۵۷ ابرنواختر را که تعداد ۱۶۵ عدداز آن ها در انتقال به سرخ کمتر از ۰,۱ هستند مورد استفاده قرار می گیرد. نتایج این مطالعه نشان می دهد که جهت جریان بالک با سرعت تقریباً ۲۴۰ kms^{-1} در جهت $(l,b) = (302° \pm 20°, 5° \pm 10°)$ درحرکت است این نتیجه با یافته های مطالعات قبلی سازگاری خوبی دارد.*

Calculate the dark flow in Quintessence model

Salehi, Amin[1]; Fathi, Shahriar[2] ;Yarahmadi, Muhammad[3]

[1] *Department of Physics, University of Lorestan, Lorestan,*
[2] *Department of Physics, University of Lorestan, Lorestan,*
[3] *Department of Physics, University of Lorestan, Lorestan,*

Abstract

Our galaxy and the neighbors (Local group) are moving relative to the Cosmic Microwave Background .The source of the peculiar motion still enigma. At the low redshifs ,supernova type Ia are good candidate for existencesurveying of the bulk flow. While in the past this has been studied mostly using galaxies as distance indicators, the weight of type Ia supernovae (SNe Ia) has increased recently with the continuously improving statistics of available low-redshift supernovae. We measured the bulk flow in the nearby universe $0.015 < z < 0.1$ *using 165 SNe Ia observed by the Union2 SNIa and we find the bulk flow in the* $(l,b) = (302° \pm 20°, 3° \pm 10°)$*with a magnitude of vbulk =* $240 \pm 25 kms^{-1}$.

مقدمه

یکی از بزرگترین معماهای اخیر که بوسیله ی داده های رصدی کیهانی به وجود آمده موضوع جریان تاریک یا جریان بالک می باشد. جریان تاریک یک اصطلاح اختر فیزیکی است که یک جزء غیر تصادفی از سرعت ویژه خوشه های کهکشانی است. سرعت واقعی اندازه گیری شده که به صورت مجموع سرعت پیش بینی شده توسط قانون هابل و همچنین یک سرعت کوچک و غیر قابل توضیح در جهت مشترک در جریان است ، می باشد .با توجه به مدل کیهان شناسی استاندارد ، حرکت خوشه های کهکشانی با توجه به تابش پس زمینه کیهانی باید به صورت تصادفی در تمام جهات توزیع شود. با این وجود با تجزیه و تحلیل داده های سه ساله دبلیو مپ[۱] با استفاده از سینماتیک اثرسانیف زالدویچ ، اخترشناسان: الکساندر کاشلینسکی ، آتوریو باراندله- دیوید کوچهسکی و هابیل ابلینگ ، شواهدی از یک همگنی شگفت آور ۶۰۰ تا ۱۰۰۰ کیلومتر بر ثانیه [1] جریان خوشه های کهکشانی بین صورت فلکی قنطورس و ولا پیدا کردند. در سال ۲۰۱۳ ، داده های تلسکوپ فضایی

۱.WMAP

پلانک هیچ شواهدی از جریان تاریک در این مقیاس نشان نداد و ادعاها شواهدی مبنی بر اثرات گرانشی که فراتر از جهان قابل مشاهده و یا وجود چند جهانی بود را رد کرد . با این حال در سال ۲۰۱۵ ، کاشیلینسکی و همکاران ادعا کردند که با استفاده از داده های پلانک و دبلیو مپ شواهدی مبنی بر وجود جریان تاریک مشاهده کرده اند. جریان تاریک تعیین شده در جهت صورت های فلکی قنطورس و هیدرا [2]، که مربوط به جهت اترکتور های بزرگ است ،یک راز گرانشی بود که ابتدا در سال ۱۹۷۳ کشف شد. با این حال منبع اترکتور بزرگ به نظر می رسید از یک خوشه عظیم ازکهکشان به نام خوشه نورما که در فاصله ی ۲۵۰ میلیون سال نوری از کهکشان راه شیری قرار دارد ، ناشی می شود. در یک مطالعه در مارس ۲۰۱۰ ، کاشیلینسکی کارهایی را که در سال ۲۰۰۸ انجام داده بود با استفاده از نتایج داده های ۵ ساله دبلیو مپ گسترش داد و تعداد ۷۰۰ خوشه کهکشانی را مورد بررسی قرار داد. (تقریباً ۲ برابر تعدادی که از نتایج ۳ ساله دبلیو مپ بررسی کرده بود). این تیم همچنین فهرست خوشه های کهکشانی را به ۴ قسمت براساس فواصل مختلف نشان دادند. سپس جهت ارجع جریان را برای خوشه ها در هر بخش را مورد بررسی قرار دادند. در حالی که اندازه و موقعیت دقیق این مسیر برخی از تغییرات را نشان می دهد ، روند کلی در میان قسمت ها ، توافق قابل توجهی را نشان می دهد. [3] این تیم تا کنون این اثر را تا ۲.۵ میلیارد سال نوری به طور گسترده ای فهرست بندی کرده اند و امیدوارند که فهرست آن را تا دو برابر فاصله فعلی گسترش دهند. . در این مقاله قصد داریم که جهت و اندازه سرعت بالک را محاسبه کنیم.

Quintessence

Quintessence توسط یک میدان اسکالر کانونی حداقل که به گرانش مرتبط است، توصیف می شود. در مقایسه با مدل های دیگر میدان های اسکالر مانند فانتوم ها و $k-essence$ ،quintessence ساده ترین سناریو میدان اسکالر است. یک میدان آرام متغیر در امتداد یک پتانسیل $V(\varphi)$ می تواند منجر به شتاب جهان شود. این مکانیزم شبیه به تورم آهسته در جهان اولیه است، اما تفاوت این است که ماده غیر نسبی (ماده تاریک و باریون) نمی تواند نادیده گرفته شود تا به طور صحیح در مورد دینامیک انرژی تاریک بحث شود. علاوه بر این، مقیاس انرژی پتانسیل تقریبا باید ازمرتبه $\rho_{DE} \cong 10^{-4} Gev^4$ باشد.

میدان اسکالر

ما میدان مغناطیسی همگن $\varphi(t)$ را با پتانسیل اسکالر $V(\varphi)$ که به عنوان یک سیال کامل با چگالی و فشار رفتار می کند معرفی می کنیم:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi} + V(\phi) \quad (1)$$

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi} - V(\phi) \quad (2)$$

این به عنوان یکی دیگر از شرط های مربوط به چگالی انرژی کل جهان معرفی شده است، و فرض شده است که قادر به تشخیص اختلاف جهان تخت باشد. و اگر $V(\phi) \gg \dot{\phi}^2$ ، ما می توانیم معادله کلاین - گوردون را به عنوان معادله حرکت برای میدان اسکالر بنویسیم:

$$\ddot{\phi} = 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad (3)$$

جایی که $\ddot{\phi}$ مربوط شتاب است؛ و $\frac{\partial V}{\partial \phi}$ عبارت پتانسیل است.

انرژی جنبشی میدان اسکالر x ,y ,z

جریان بالک به سمت یک جهت مشخص در داده های ابرنواختری به عنوان یک دو قطبی در میدان سرعت ویژه دیده می شود. به منظور تعیین تأثیر جریان بالک که در میدان سرعت SNIa داده شده است، فاصله های تابشی $d_L(z,v_{DF})$ ، مناسب با یک مدل دو قطبی ساده هستند. به دنبال [4]

$$d_L(z,v_{DF},\theta) = d_L^0(z) + d_L^{dipole}(z,v_{DF},\theta) \quad (7)$$

جایی که

$$d_L^0(z) = c(1+z)\int_0^z \frac{d\acute{z}}{H\acute{z}} \quad (8)$$

$$d_L^{(dipole)}(z,v_{DF},\theta) = \frac{v_{DF}(1+z)^2}{H(z)}.\cos\theta \quad (9)$$

بنابراین جریان بالک را می توان با مقایسه اندازه گیری مدول فاصله μ_i، و اندازه گیری انتقال به سرخ z_i، با پیش بینی از قانون هابل (ΛCDM) ، یعنی با عبارت مینیمم:

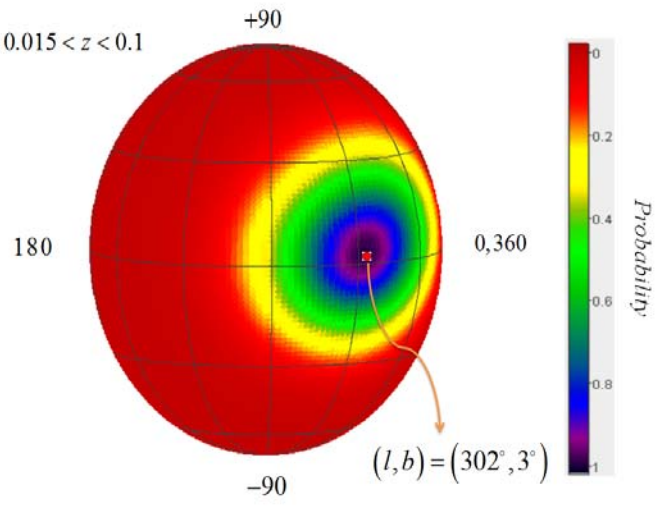
$$\chi^2 = \sum_i \frac{\left|\mu_i - 5\log_{10}((d_L^0(z_i) - d_L^{(dipole)}(z,v_{DF},\theta_i)/10pc\right|^2}{\sigma_i^2} \quad (10)$$

مجموعه داده های $Union2$ برای انتقال به سرخ کمتر از ۰.۱

ما مجموعه داده های کاتالوگ $Union2$ ، مجموعه ۵۵۷ ابرنواختر را که تعداد ۱۶۵ عدد از آن ها در انتقال به سرخ کمتر از ۰.۱ هستند بررسی می کنیم. بررسی داده ها در این ۱۶۵ ابرنواختر نشان داد که χ^2 مینیمم را می توان مختصات کهکشانی $(l,b) = (302° \pm 20°, 5° \pm 10°)$ یافت.

نتیجه گیری

نتایج اخیر در سرعت های ویژه کیهان شناسی توجه زیادی را به خود جلب کرده است. در این مقاله با استفاده از داده های کاتالوگ یونیون۲، مجموعه ۵۵۷ ابرنواختر و اصلاح(ΛCDM) با روش $quintessence$ به بررسی سرعت بالک پرداخته شده است.نتایج تحلیل داده ها با استفاده از این روش جهت جریان بالک با سرعت تقریبا$240 \pm 25kms^{-1}$ در جهت $(l,b) = (302° \pm 20°, 5° \pm 10°)$ برای انتقال به سرخ کمتر از ۰.۱ نشان داده است. با نگاهی به مطالعات اخیر در زمینه سرعت بالک می توان نتیجه گرفت که اکثر جهت های به دست آمده برای این جریان ویژه درجهت اترکتورهای بزرگ می باشد. در شکل زیر جهت جریان بالک برای انتقال به سرخ کمتر از ۰.۱ نشان داده شده است.



شکل۱: جریان بالک برای انتقال به سرخ کمتر از ۰.۱

مرجع‌ها

[1] Kashlinsky; F. Atrio-Barandela; D. Kocevski; H. Ebeling (2008). Astrophys. J. **686** (2): 4952. Bibcode52. Bibcode:2008ApJ.686L..49K
[2] C . Bonvin, R . Durrer, M. Alice Gasparini, Phys.Rev.D73:023523,2006 ,Astrophysics (astro-ph); 10.1103/PhysRevD.73.023523
[3]] H. A Buchdahl, (1970). 150: 1–8. Bibcode:1970MNRAS.150.1B. doi:10.1093/mnras/150.1.1.
[4] Bonvin, C., Durrer, R., & Kunz, M. 2006, Physical ReviewLetters, 96, 191302

نظریات $f(R, R_{\mu\nu}R^{\mu\nu})$ تک‌مدولی در رهیافت پالاتینی

عطا، ناهید ؛ ایزدی، اعظم

دانشکده فیزیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین توسی، تهران

چکیده

نظریه گرانش تک‌مدولی، اختلافات زیادی که بین پیش‌بینی نظری و تجربی ثابت کیهان‌شناسی در نسبیت عام وجود دارد را تا حد زیادی از بین برده است، و با قرار دادن قید روی دترمینان متریک، محاسبات را بسیار ساده کرده است. مدل $f(R, R_{\mu\nu}R^{\mu\nu})$ در گرانش تک‌مدولی در رهیافت پالاتینی، برای درک بهتر تحولات کیهان بویژه جهش کیهان، که تکینگی اولیه ندارد در رأس توجه قرار گرفته است.

Unimodular $f(R, R_{\mu\nu}R^{\mu\nu})$ theories in Palatini formalism

Ata, Nahid ; Izadi , Azam

Department of Physics, Khaje Nassir-Al-Deen Toosi University of Technology, Tehran

Abstract

Unimodular gravity theory has eliminated the many differences that exist between the theoretical and experimental prediction of the cosmological constant in General Relativity and by placing the constraint on the metric determinant, the calculations are very simple. The model $f(R, R_{\mu\nu}R^{\mu\nu})$ *in unimodular gravity in Palatini formalism is used to better understand the evolution of the universe, especially the cosmology bouncing. So the bouncing is important that doesn't have initial singularity.*

PACS No.

مقدمه

گرانش تک‌مدولی به آغاز نسبیت عام مربوط می‌شود، در نمایش سیستماتیک اولیه نسبیت عام، همموردایی کلی قوانین فیزیکی مورد نیاز بود، که با توجه به همموردایی ماده، سیستم های مختصات بگونه‌ای انتخاب شدند که در آن دترمینان متریک برابر با یک می‌باشد و تقارن تبدیل مختصه‌ها به نظریه گرانش تک‌مدولی محدود شد. چنین نظریه‌ای از همموردایی کلی صرف‌نظر نمی‌کند و می‌تواند شکل قوانین فیزیکی را ساده‌تر کند. بر این اساس معادلات بدون رد انیشتین، معادلات حاکم بر دینامیک فضا-زمان هستند، انرژی خلاء اثر گرانشی ندارد.

متغیرها در رهیافت پالاتینی، متریک و همبسته می‌باشند و همبسته بصورت تابعی از متریک، مشتقات مرتبه اول آن و توابعی از میدان‌های مادی و مشتقات آن در نظر گرفته می‌شود. این نظریه در خلاء همانند نسبیت عام عمل می‌کند ولی دینامیک متفاوتی را در حضور ماده و تابش ارائه می‌دهد. فرمالیسم پالاتینی، بینشی جدید بر خواص هندسه‌ی کوانتومی و برهم‌کنش با ماده فراهم می آورد. با پذیرفتن این ایده که گرانش مانند پدیده‌های هندسی در سطح کوانتومی ادامه دارد، بنابراین توسط برخی کنش‌های مؤثر با ترکیب و تنظیم یه سری پارامتر، از تکینگی‌های انفجار بزرگ جلوگیری می‌کند.

لاگرانژین اصلاح شده به فرم $f(R, R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}) = R + \frac{aR^2}{R_P} + \frac{bR_{\mu\nu}R^{\mu\nu}}{R_P}$ ، را در نظرمی‌گیریم

طیف گسترده‌ای از پارامترهای a, b منجر به کیهان غیرتکین، در جهان‌های همسانگرد و ناهمسانگرد برای تمام منابع معقول از ماده و انرژی می‌باشد.

جهان‌های غیرتکین

کنش زیر را در نظر می‌گیریم

$$S = \frac{1}{2k^2}\int d^4x\left[\sqrt{-g}\, f(R,Q) - 2\lambda\left(\sqrt{-g} - 1\right)\right] + S_m\left(g_{\alpha\beta}, \Psi\right) \tag{1}$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{\Lambda_1}\left[\frac{f + 2k^2P - 2\lambda}{2\Omega} h_{\mu\nu} + \frac{\Lambda_1 k^2(\rho + P)}{\Lambda_1 - \Lambda_2} u_\mu u_\nu\right] \tag{2}$$

$$h_{\mu\nu} = \Omega\left(g_{\mu\nu} - \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1 - \Lambda_2} u_\mu u_\nu\right), \quad h^{\mu\nu} = \frac{1}{\Omega}\left(g^{\mu\nu} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} u^\mu u^\nu\right) \tag{3}$$

$$\Omega = \sqrt{\Lambda_1(\Lambda_1 - \Lambda_2)} \tag{4}$$

$$\Lambda_1 = \sqrt{2f_Q}\,\gamma + \frac{f_R}{2} \tag{5}$$

$$\Lambda_2 = \sqrt{2f_Q}\left[\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - k^2(\rho + P)}\right] \tag{6}$$

$$\gamma = \sqrt{k^2P + \left(\frac{f}{2} - \lambda\right) + \frac{f_R^2}{8f_Q}} \tag{7}$$

با انجام محاسبات جبری روی رابطه (7)، در نهایت مقداری برای Q بدست می‌آوریم

$$\frac{bQ}{2R_p} = -\left(k^2P + \frac{\tilde{f}}{2} + \frac{R_p}{8b}\tilde{f}_R^2 - \lambda\right) + \frac{R_p}{32b}\left[3\left(\frac{bR}{R_p} + \tilde{f}_R\right) \mp \sqrt{\left(\frac{bR}{R_p} + \tilde{f}_R\right)^2 - \frac{4bk^2(\rho + P)}{R_p}}\right]^2 \tag{8}$$

با انتگرال‌گیری از معادله پایستگی انرژی، ثابت انتگرال‌گیری C_{ij} ظاهر می‌شود، که تعیین کننده میزان ناهمسانگردی می‌باشد. برای برش رابطه‌ای بدین صورت داریم:

$$\sigma^2 = (a_1a_2a_3)^2 \frac{\rho^{\frac{4}{1+w}}}{(\Lambda_1 - \Lambda_2)^2} \frac{\left(C_{12}^2 + C_{23}^2 + C_{31}^2\right)}{3} \tag{9}$$

با محاسبه مؤلفه زمانی تانسور انیشتین و استفاده از رابطه‌ی ($G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}h_{\mu\nu}h^{\alpha\beta}T^{\alpha\beta}$)، در نهایت رابطه‌ای بین انبساط، برش و ماده بدست می‌آوریم

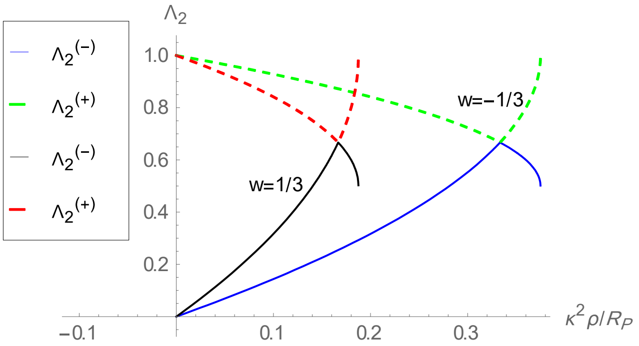
$$\frac{\theta^2}{3}\left(1 + \frac{3}{2}\Delta_1\right)^2 = \frac{1}{(a_1a_2a_3)^2}\left[\frac{\sigma^2}{2} + \frac{f - 2\lambda + k^2(\rho + 3P)}{2(\Lambda_1 - \Lambda_2)}\right] \tag{10}$$

در مورد همسانگرد و تخت ($\sigma^2 = 0, \theta = 3\frac{\dot{a}}{a} = 3H$)، تابع هابل بدین صورت می‌باشد

$$H^2 = \frac{1}{6(\Lambda_1 - \Lambda_2)a^6} \frac{f + k^2(\rho + 3P) - 2\lambda}{\left(1 + \frac{3}{2}\Delta_1\right)^2} \tag{11}$$

جهان همسانگرد

برای سادگی محاسبات $b = 1$ در نظر می‌گیریم. به منظور دستیابی به حد نسبیت عام در انحناهای کم، علامت منفی را برای ریشه دوم معادله (6) برمی‌گزینیم. در انرژی‌های زیاد، تابع Λ_2 پیوسته و مشتق پذیر است(شکل ۱ بیانگر این مطلب است).



شکل ۱ : با ترکیب هردو شاخه Λ_2 به منحنی پیوسته و مشتق پذیر می‌رسیم. شاخه‌هایی که از مبدا آغاز می‌شود دارای علامت منفی پیش از ریشه دوم هستند(خطوط یکپارچه). وقتی که ریشه دوم صفر می‌شود تابع از طریق شاخه‌های خط‌چین (به علامت مثبت پیش از ریشه دوم مربوط می‌شود) ادامه می‌یابد.

به طور کلی حل‌های جهش را می‌توان به ۲ دسته تقسیم کرد:

دسته I: $a \geq 0$

با صفر شدن ریشه دوم معادله (8)، مقدار ماکزیمم برای Q خواهیم داشت، بنابراین چگالی در آن نقطه برابر است با

$$\frac{k^2\rho_{Q_{max}}}{R_p} = \frac{1 + 5w - 2a(1 - 3w) - \sqrt{8(1 + w)\left(2w - a(1 - 3w)\right)}}{(1 + 2a)^2(1 - 3w^2)} \tag{12}$$

$$w > w_{min} = \frac{a}{2 + 3a} \tag{13}$$

چگالی و معادله حالت بالا، شرط جهش را ایفا می‌کنند. اگر $a = 0, w = w_{min}$ باشد حل های جهش نخواهیم داشت.

دسته II : $a \leq 0$

با محاسبه عبارت $\Lambda_1 - \Lambda_2 = 0$ (که شرط جهش را برآورد می‌کند)، چگالی جهش را بدست می‌آوریم

$$\frac{k^2\rho_B}{R_p} = \begin{cases} \dfrac{1+6w-a(1-3w)\big(2+(1+w)\big)}{(1+a)(1+4a)(1-3w)^2} + \dfrac{-3\sqrt{w(2+3w)}}{(1+a)(1+4a)(1-3w)^2} & \text{if } w \leq w_0 \\ \dfrac{k^2\rho_{Q_{max}}}{R_p} & \text{if } w \geq w_0 \end{cases} \qquad (14)$$

w_0، مقدار w که در آن، دو شاخه‌ی $\frac{k^2\rho_B}{R_p}$ بر هم منطبق می‌شوند را نشان می دهد. منحنی حاصل از رابطه (15)، برای تمام مقادیر w حتی در w_0 نیز هموار و مشتق‌پذیر می‌باشد. امتداد w بعد از نقطه‌ی انطباق w_0، به مقدار پارامتر a بستگی دارد. بنابراین محور $a \leq 0$ را به قسمت‌های کوچکتری تقسیم می‌کنیم و معادله حالت w ، را برای هر قسمت جداگانه بدست می‌آوریم

جدول ۱ : تغییرات معادله حالت با توجه به پارامتر a

$-\frac{1}{4} \leq a \leq 0$	$-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{1+4a}{1+a}} \leq w < \infty$
$a = -\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3} \leq w < \infty$
$-\frac{1}{3} \leq a \leq -\frac{1}{4}$	$-1 \leq w < \infty$
$-1 \leq a \leq -\frac{1}{3}$	$-1 < w < \frac{\alpha + \beta a}{(1+3a)^2} > 1$ $\alpha = 1.1335\ ,\beta = -3.3608$
$a \leq -1$	$-1 < w < \frac{a}{2+3a}$

جهان ناهمسانگرد

با استفاده از روابط(10) و(11)، انبساط بدین صورت بدست می‌آید

$$\theta^2 = 9H^2 + \frac{3}{2}\frac{\sigma^2}{(a_1a_2a_3)^2\left(1+\frac{3}{2}\Delta_1\right)^2} \qquad (15)$$

در نتیجه صفر شدن تابع هابل، واگرایی $\partial_\rho Q$ دلالت بر این دارد که Q، بعد از ماکزیمم مقدار Q_{max}، نمی‌تواند ادامه یابد. همبسته‌ای ۳که در تانسور ریمان تعریف می‌شود واگرایی Q، را در بردارد در نتیجه واگرایی $\partial_\rho Q$، پایداری نظریه را به‌وجود می‌آورد.

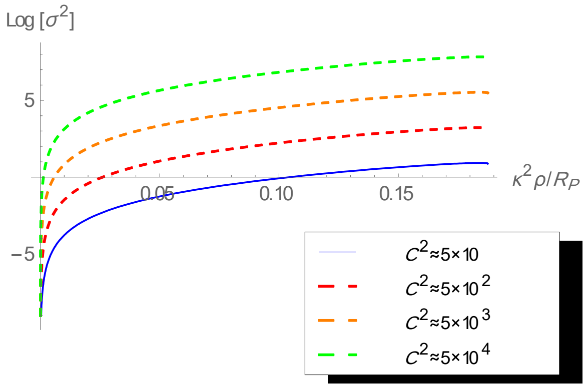
جهان تابشی

در این بخش با در نظر گرفتن ($w = \frac{1}{3}$)، به روابط ساده‌ی ریاضی می‌رسیم

$$\gamma = \left[-\frac{k^2\rho}{6} + \frac{5R_p}{16} - \lambda(1+R_p) - \frac{3}{16}\sqrt{1-\frac{16k^2\rho}{3R_p}}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (17)$$

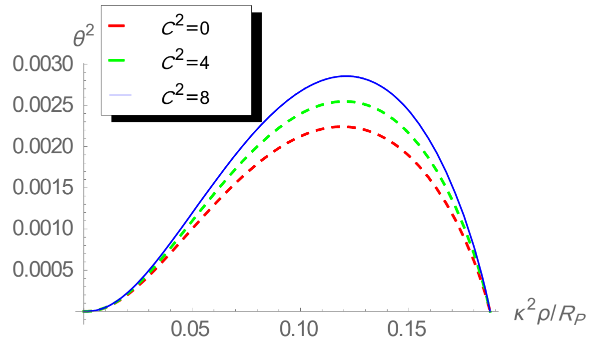
$$\Lambda_1 = \frac{1}{2} + \left[\frac{5}{8} - \frac{k^2\rho}{3R_p} - \frac{2\lambda}{R_p}(1+R_p) - \frac{3}{8}\sqrt{1-\frac{16k^2\rho}{3R_p}}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (18)$$

$$\Lambda_2 = \left[\begin{matrix}\sqrt{\frac{5}{8} - \frac{k^2\rho}{3R_p} - 4\lambda - \frac{3}{8}\sqrt{1-\frac{16k^2\rho}{3R_p}}} \pm \\ \sqrt{\frac{5}{8} - \frac{3k^2\rho}{R_p} - 4\lambda - \frac{3}{8}\sqrt{1-\frac{16k^2\rho}{3R_p}}}\end{matrix}\right] \qquad (19)$$

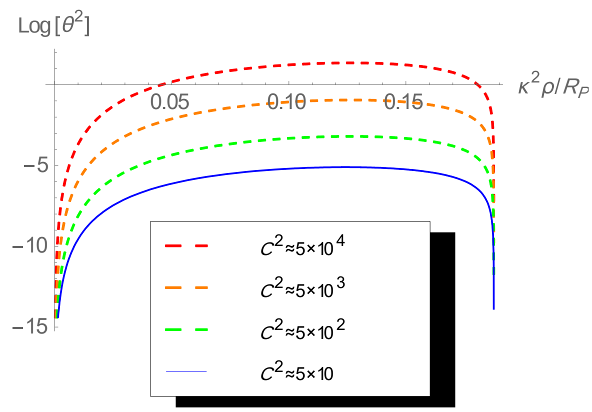


شکل۲ : نمایش لگاریتم برش بر حسب $\frac{K^2\rho}{R_p}$ در جهان‌های تابشی با میزان متفاوت ناهمسانگردی، که توسط عبارت $C^2 = C_{12}^2 + C_{23}^2 + C_{31}^2$ کنترل می‌شود.تفاوت بین خم‌ها با یک ثابت انتقالی $\log C^2$ اندازه‌گیری می‌شود.

مقدار برش با افزایش ناهمسانگردی، افزایش می‌یابد. در $w > w_0$، برش در $\rho_{Q_{max}}$، همواره متناهی است و با ماکزیمم شدن Q، عبارت $\Lambda_1 - \Lambda_2 = 0$ صفر می‌شود؛ یک واگرایی در کمیت $\left(1+\frac{3}{2}\Delta_1\right)^2$ ایجاد می‌کنند و در نتیجه θ^2 صفر می‌شود. صفر شدن انبساط، یک جهش بدون توجه به میزان ناهمسانگردی به وجود می‌آورد.



شکل۳ : تحولات انبساط بر حسب تابعی از $\frac{K^2\rho}{R_P}$ در جهان‌های تابشی با ناهمسانگردی کم، که توسط عبارت $C^2 = C_{12}^2 + C_{23}^2 + C_{31}^2$ کنترل می‌شود. مورد $C^2 = 0$، مربوط به جهان تخت و همسانگرد است.



شکل٤ : لگاریتم انبساط بر حسب $\frac{K^2\rho}{R_P}$ در جهان‌های تابشی با ناهمسانگردی زیاد، که توسط عبارت $C^2 = C_{12}^2 + C_{23}^2 + C_{31}^2$ کنترل می‌شود.

نمودارهای شکل۳ و شکل٤ نمایانگر جهش و در نتیجه از تکینگی‌های کیهان جلوگیری می‌کند. در جهان تابش غالب، خم اسکالر صفر است بنابراین عبارت $Q = R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$ در لاگرانژین، مسئول جهش خواهد بود، که این دلیل قوت این مدل در برابر تکینگی‌های کیهان می‌باشد. زمانیکه Q ماکزیمم شود، جهش ناهمسانگرد، نقش بسزایی در دینامیک‌ها دارد و می‌تواند ناهمسانگردی را کنترل کند.

نتیجه‌گیری

نظریه تک‌مدولی $f(R,Q)$ در انرژی‌های پایین، دینامیک های نسبیت عام را بدست می‌آورد و درانرژی‌ها و انحناهای زیاد، انحرافات قابل توجهی دارد، که با ایجاد جهش، از تکینگی‌ها جلوگیری می‌کند.

این مدل با ایجاد یک ثابت کیهان شناسی مؤثر، مشکل ثابت کیهان‌شناسی را حل کرده و در بازه‌ی چگالی تعریف شده بر میزان انبساط و برش کیهان، تأثیر می‌گذارد.

مرجع‌ها

[۱] Olmo, G. J.; "introduction to Palatini theories of gravity and nonsingular cosmologies. 10.5772/51807
[۲] Olmo, G.J., JCAP 1110,018 (2011)
[۳] G. Olmo,"Cosmology in Palatini theories of gravity", AIP Conference Proceedings,1458,10.1063/1.4734415.(2012)

رسانندگی الکتریکی ابررساناهای هولوگرافیک در گرانش گوس بونه با جمله غیر خطی الکترودینامیک

غضنفری، افسون؛ شیخی، احمد؛ ده یادگاری، امین

بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز ، شیراز

چکیده

در این مقاله ابتدا به معرفی ابررسانای هولوگرافیک در گرانش گاوس بونه در حضور الکترودینامیک غیر خطی با جمله غیر خطی درجه دوم می‌پردازیم و معادلات میدان مربوطه را به دست می‌آوریم. سپس با استفاده از حل تحلیلی و عددی رابطه دمای بحرانی گذار فاز ابررسانایی، چگالی بار، نمای بحرانی این گذار فاز و مقدار چگالش را محاسبه کرده و در انتها به بررسی رسانندگی الکتریکی به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیر خطی و گاوس بونه خواهیم پرداخت.

Holographic conductivity of holographic superconductors in Gauss-Bonnet gravity with quadratic nonlinear electrodynamics

Ghazanfari, Afsoon; Sheykhi, Ahmad; Dehyadegari, Amin

Physics Department and Biruni Observatory, College of Sciences, Shiraz University, Shiraz

Abstract

In this paper we investigate the holographic superconductors in Gauss-Bonnet gravity with quadratic nonlinear electrodynamics and obtain the equations of motion by varying the action. Using analytical and numerical methods we find the relation between critical temperature and charge density as well as critical exponent, and condensation values. Finally, we investigate the holographic conductivity of the system for different values of electrodynamics and Gauss-Bonnet coupling parameters.

PACS No. 4

مقدمه

با توجه به نظریه دوگانی پیمانه-گرانش که بر پایه اصل هولوگرافیک است یک فضای پاددوسیته d بعدی با یک میدان همدیس $d+1$ بعدی هم ارز می باشد [1]. این نظریه به ما این امکان را می دهد تا نظریه هایی با جفت شدگی قوی را بررسی کنیم. یکی از کاربردهای این نظریه ابررسانای هولوگرافیک است که انگیزه بررسی انها یافتن راه حلی برای ابررسانای دمای بالا به کمک نظریه دوگانی گرانش پیمانه است [2].

نظریه ابررسانای هولوگرافیک اولین بار به وسیله تناظر یک سیاهچاله باردار در گرانش اینشتین با دمای T و یک میدان اسکالر مختلط با الکترودینامیک خطی ماکسولی مورد مطالعه قرار گرفت[2]. طبق محاسبات انجام شده، در یک دمای بحرانی، گذار فاز مرتبه دوم رخ می‌دهد و میدان اسکالر شروع به شکل گیری می‌کند که این میدان جواب پایداری برای معادلات میدان است [2]. در این مقاله قصد داریم به بررسی ابررساناهای هولوگرافیک با الکترودینامیک غیر خطی مرتبه بالاتر و در حضور گرانش گاوس بونه بپردازیم.

ساختار کلی ابررسانای هولوگرافیک با الکترودینامیک غیر خطی در گرانش گاوس بونه

ابتدا کنش اینشتین گاوس بونه در فضای پاد دوسیته 5 بعدی که متناظر با ابررسانای (3+1) بعدی است را در نظر می‌گیریم:

$$S=\int d^5x\sqrt{-g}[R-2\Lambda+\frac{\alpha}{2}(R^2-4R^{\mu\nu}R_{\mu\nu}+R^{\mu\nu\rho\sigma}R_{\mu\nu\rho\sigma})+L_M \quad (1)$$

که R، $R_{\mu\nu}$ و $R_{\mu\nu\rho\sigma}$ به ترتیب اسکالر ریچی، تانسور ریچی و تانسور ریمان هستند و $\Lambda=-\frac{6}{l^2}$ ثابت کیهانشناسی فضا زمان پاد دوسیته با شعاع پاد دوسیته l که برای راحتی مقدار آن را مساوی با یک در نظر می‌گیریم α ضریب گاوس بونه و L_M که معرف لاگرانژی میدان های مادی است به شکل زیر تعریف می شود:

$$L_M=\mathcal{F}+b\mathcal{F}^2-|\nabla\psi-iqA\psi|^2-m^2|\psi|^2 \qquad (2)$$

که A میدان پیمانه، ψ میدان اسکالر و q و m نیز بار و جرم میدان اسکالر هستند که در این جا مقدار q را یک در نظر گرفتیم. رابطه $\mathcal{F}$ برابر است با $\mathcal{F}=-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ و $F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$. شکل کلی متریک با افق رویداد تخت به صورت زیر است:

$$ds^2=-f(r)dt^2+\frac{dr^2}{f(r)}+r^2(dx^2+dy^2+dz^2), \qquad (3)$$

که درآن تابع $f(r)$ برابر است با:

$$f(r)=\frac{r^2}{2\alpha}\left[1-\sqrt{1-4\alpha\left(1-\frac{r_+^4}{r^4}\right)}\right]. \qquad (4)$$

در این جا r_+ شعاع افق رویداد سیاهچاله است. اگر پارامتر شعاع پاد دوسیته موثر را به صورت $L_{eff}^2=\frac{2\alpha}{1-\sqrt{1-4\alpha}}$ تعریف کنیم، تابع $f(r)$ برای $r\to\infty$ به شکل $f(r)\approx\frac{r^2}{L_{eff}^2}$ در خواهد آمد. دمای سیاهچاله پنج بعدی در افق رویداد برابر است با:

$$T=\frac{r_+}{\pi}. \qquad (5)$$

با در نظر گرفتن دو فرض $\psi=\psi(r)$ و $A_\mu=(\phi(r),0,0,0,0)$ کنش (1) را نسبت به A و ψ وردش می دهیم و معادلات زیر حاصل می شوند:

$$\phi''+\frac{3}{r}\left(1-2b\phi'^2\right)\phi'-\frac{2\psi^2\phi}{f}\left(1-3b\phi'^2\right)=0 \qquad (6)$$

و

$$\psi''+\left(\frac{3}{r}+\frac{f'}{f}\right)\psi'+\left(\frac{\phi^2}{f^2}-\frac{m^2}{f}\right)\psi=0 \qquad (7)$$

با توجه به معادلات بالا در حد $r\to r_+$ داریم:

$$\phi(r_+)=0 \quad , \quad \psi(r_+)=\frac{f'(r_+)}{m^2}\psi'(r_+) \qquad (8)$$

از حل معادلات (6) و (7) در $r\to\infty$ رفتار مجانبی ϕ و ψ به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi(r)=\mu-\frac{\rho}{r^2} \quad \text{و} \quad \psi(r)=\frac{\psi_+}{r^{\Delta_-}}+\frac{\psi_+}{r^{\Delta_+}} \qquad (9)$$

که μ و ρ به ترتیب تعبیر پتانسیل شیمیایی و چگالی بار در نظریه دوگان میدان های کوانتومی را دارند و مقدار $\Delta_\pm$ برابر است با:

$$\Delta_\pm=2\pm\sqrt{4+m^2L_{eff}^2} \qquad (10)$$

$O_\pm$ عملگر دوگان میدان اسکالر است پس $\psi_\pm=<O_\pm>$ و نشان دهنده پارامتر نظم است. با توجه به مقاله [2] می‌توان شرایط مرزی را در نظر گرفت که ψ_- یا ψ_+ برابر صفر باشد. در ادامه، $\psi_-=0$ را در نظر می‌گیریم. با توجه به رابطه (10) روشن است که باید $m^2L_{eff}^2\geq-4$ باشد، $\mathfrak{m}^2=m^2L_{eff}^2$ را تعریف می کنیم و مقدار آن را برابر -3 که بالاتر از حد برایتنلوهنر-فریدمن می‌باشد در نظر می گیریم [3]. با این انتخاب $\Delta_+=3$ خواهد شد.

با تغییر متغیر $z=\frac{r_+}{r}$ می‌توانیم معادلات (6) و (7) را بر حسب z بازنویسی کنیم:

$$\phi''-\frac{1}{z}\phi'+\frac{6bz^3}{r_+^2}\phi'^3-\frac{2\psi^2\phi r_+^2}{fz^4}+\frac{6b\phi'^2\phi\psi^2}{f}=0 \qquad (11)$$

$$\psi''+\left(\frac{f'}{f}-\frac{1}{z}\right)\psi'+\frac{r_+^2}{z^4}\left(\frac{\phi^2}{f^2}-\frac{m^2}{f}\right)\psi=0 \qquad (12)$$

که در این جا علامت پرایم به معنی مشتق نسبت به متغیر z است. در نزدیکی دمای بحرانی $\psi=0$ است، با جایگذاری این مقدار در رابطه (11) و حل آن داریم:

$$\phi(z)=\lambda r_{+c}(1-z^2)\left[1-\frac{b\lambda^2}{2}\xi(z)\right]+O(b^2) \qquad (13)$$

که $\xi(z)=(1+z^2)(1+z^4)$ و $\lambda=\frac{\rho}{r_{+c}^3}$ و r_{+c} شعاع افق رویداد سیاهچاله در نقطه گذار فاز است. اینک می خواهیم رابطه ای برای دمای بحرانی بیابیم بدین منظور ابتدا باید مقدار λ را از روش مسئله ویژه مقداری اشتورم-لیوویل به دست آوریم. در نزدیکی دمای بحرانی ψ برابر است با:

$$\psi|_{z\to0}\sim\frac{<O_+>}{r_+^3}z^3F(z) \qquad (14)$$

که با توجه به رابطه (9)، $F(z)$ باید شرایط مرزی $F(0)=1$ و $F'(0)=0$ را ارضا کند. با قرار دادن روابط (3)، (13) و (14) در رابطه (12) به معادله دیفرانسیل مرتبه دو به شکل کلی زیر می‌رسیم:

$$F''+p(z)F'+q(z)F+\lambda^2\omega(z)F=0 \qquad (15)$$

که توابع $p(z)$، $q(z)$، $\omega(z)$ به طور مجزا قابل تشخیص هستند. حال این معادله حاصل شده را به شکل استاندارد معادله اشتورم–لیوویل باز نویسی می کنیم:

$$\left(T(z)F'(z)\right)' - Q(z)F(z) + \lambda^2 P(z)F(z) = 0 \qquad (16)$$

که

$$T(z)=z^3\sqrt{1-z^4}\exp\{-\frac{z^4 F1(1,\frac{1}{2},1,2,\frac{4z^4\alpha}{4\alpha-1},z^4)}{2\sqrt{1-4\alpha}}\}$$
$$P(z)=T(z)\omega(z) \quad \text{و} \quad Q(z)=-T(z)q(z) \qquad (17)$$

که F_1 تابع اِپل هندسی با دو متغیر α و z می‌باشد [4].

ویژه مقدار معادله اشتورم–لیوویل (λ^2) از رابطه زیر حاصل می شود:

$$\lambda^2 = \frac{\int_0^1 \left\{T(z)[F'(z)]^2 + Q(z)F^2(z)\right\}dz}{\int_0^1 T(z)F^2(z)dz} \qquad (18)$$

انتگرال فوق را به کمک تابع آزمایشی $F(z)=1-az^2$ محاسبه می‌کنیم که این تابع آزمایشی با شرایط مرزی $F(z)$ سازگار است. پس از حل انتگرال، مقدار a را به گونه ای می‌یابیم که λ^2 را کمینه سازد. حال با استفاده از λ^2_{min} و معادله (4) دمای بحرانی گذار فاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T_c=\zeta\rho^{1/3} \qquad \text{و} \qquad \zeta=\frac{1}{\pi\lambda_{min}^{1/3}} \qquad (19)$$

نمای بحرانی گذار فاز

در ابتدا دما را برابر دمای بحرانی در نظر میگیریم، با قرار دادن (14) در (11) رابطه زیر را به دست می‌آوریم:

$$\phi'' - \frac{1}{z}\phi' + \frac{6bz^3}{r_+^2}\phi'^3 = \frac{<O_+>^2}{r_+^4}B\phi \quad \text{و} \quad B=\frac{2z^2}{f}(1-\frac{3bz^4\phi'^2}{r_+^2})F^2(z) \qquad (20)$$

از آن جایی که در نزدیکی دمای بحرانی مقدار $\frac{<O_+>^2}{r_+^4}$ بسیار کوچک است، می توان $\phi(z)$ را به صورت زیر بسط داد:

$$\frac{\phi(z)}{r_+} = \lambda(1-z^2)\left[1-\frac{b\lambda^2}{2}\xi(z)\right] + \frac{<O_+>^2}{r_+^4}\chi(z) \qquad (21)$$

که χ شرایط مرزی $\chi(1)=\chi'(1)=0$ را ار ضا می کند. با جایگذاری رابطه (21) در (20) به معادله زیر دست می‌یابیم:

$$\chi''(z) - \frac{\chi'}{z} + 72b\lambda^2 z^5\chi' = \lambda B(1-z^2)(1-\frac{b}{2}\lambda^2\xi(z)) \qquad (22)$$

با توجه به رابطه (22) مشخص می‌شود که در حد $z\to 0$ مقدار $\chi''(0)=\frac{\chi'(z)}{z}|_{z\to 0}$ است. برای حل معادله (22) ابتدا آن را به صورت دیفرانسیل کامل نوشته و سپس از طرفین معادله انتگرال می گیریم،

$$\frac{\chi'}{z}|_{z\to 0} = -\frac{\lambda}{r_+^2}A$$
$$A \approx \int_0^1 \frac{2z^3F^2(z)\left[1-\frac{b}{2}\lambda^2(1+z^2+z^4+z^6)\right][1-\alpha(1-z^4)]}{1+z^2}dz \qquad (23)$$

حال روابط (9) و (21) را مساوی قرار داده و ضرایب z^2 در طرفین معادله را بازنویسی می کنیم:

$$\frac{\rho}{r_+^3} = \lambda(1+\frac{<O_+>^2}{2r_+^6}A) \qquad (24)$$

که با جایگذاری دو رابطه $\lambda=\frac{\rho}{r_+^3}$ و (5) در معادله بالا و حل این معادله برای $<O_+>$ رابطه زیر به دست می‌آید:

$$<O_+> = \gamma\pi^3 T_c^3\sqrt{1-\frac{T}{T_c}} \qquad (25)$$

که $\gamma=\sqrt{\frac{6}{A}}$ اســـت. رابطه بالا بیانگر آن اســـت که نمای بحرانی این گذار فاز $\frac{1}{2}$ است که مستقل از b و α است و همچنین حاکی از آن است که در $T=T_c$ مقدار $<O>$ صفر بوده و تنها در حالت $T<T_c$ چگالش داریم.

رسانندگی

برای این منظور باید رسانندگی الکتریکی ابررسانا را به وسیله وارد کردن اختلال کوچک $\delta A_x=A_x(r)exp(-i\omega t)$ در میدان پیمانه ای بالک محاسبه کنیم، که ω معرف فرکانس است.

با وردش کنش (1) نسبت به A_μ معادله حرکت میدان پیمانه ای $A_x(r)$ حاصل می شود.

$$A_x'' + \left[\frac{1}{r}\left(1-6b\phi'^2\right)+\frac{f'}{f}+\frac{4b\phi\phi'\psi^2}{f}\right]A_x' - \left[\frac{2\psi^2}{f}\left(1-b\phi'^2\right)-\frac{\omega^2}{f^2}\right]A_x = 0 \qquad (26)$$

حد بینهایت معادله بالا را به دست می آوریم:

$$A_x'' + \frac{3}{r}A_x' + \frac{\omega^2}{r^4}A_x + \ldots = 0 \qquad (27)$$

که جواب آن در نزدیکی مرز برابر است با:

$$A_x = A_x^{(0)} + \frac{A_x^{(1)}}{r^2} + \frac{\omega^2 ln(Kr)}{2r^2}A_x^{(0)} + \ldots \qquad (28)$$

که $A_x^{(0)}$ و $A_x^{(1)}$ دو ثابت هستند و K یک پارامتر ثابت با بعد طول است که برای بی بعد کردن لگاریتم وارد شده است. بر اساس نظریه AdS/CFT کنش روی پوسته ای که معادلات میدان در آن جا بر قرار است به شکل زیر تعریف می شود:

$$S_{o.s.} \equiv \int_{r_+}^{r_\infty} dr\int d^4x\sqrt{-g}L \qquad (29)$$

پس از جایگذاری و با استفاده از معادلات (26) و (28) داریم:

$$S_{o.s.} = \int d^4x[A_x^{(0)}A_x^{(1)} - \frac{\omega^2 A_x^{(0)2}}{4} + \frac{1}{2}\omega^2 ln(Kr)A_x^{(0)2}] \qquad (30)$$

برای حذف واگرایی مربوط به قسمت لگاریتمی باید یک جمله به کنش اضافه شود که با $S_{c.t.}$ معرفی می شود [5]:

$$S_{c.t.}=-\frac{1}{2}ln(Kr)\int d^4x\omega^2 A_x^{(0)2} \qquad (31)$$

در نظریه میدان داریم [2]:

$$<J_x>=\frac{\delta S}{\delta A_x^{(0)}}=2A_x^{(1)}-\frac{\omega^2}{2}A_x^{(0)} \qquad (32)$$

با توجه به قانون اهم، معادله بالا و $E_x=-\partial_t\delta A_x$ رسانندگی الکتریکی برابر است با:

$$\sigma(\omega)=\frac{<J_x>}{E_x}=-\frac{2iA_x^{(1)}}{\omega A_x^{(0)}}+\frac{i\omega}{2} \qquad (33)$$

در نهایت رسانندگی هولوگرافیک با حل عددی معادله دیفرانسیلی (26) به طوری که موج وارد شونده زیر در افق رویداد اعمال شود به دست می آید:

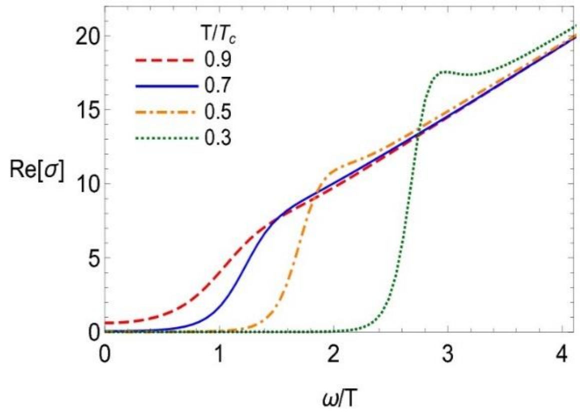
$$A_x(r)=exp(-\frac{i\omega}{4\pi T})S(r) \qquad (34)$$

که T دمای هاوکینگ است و:

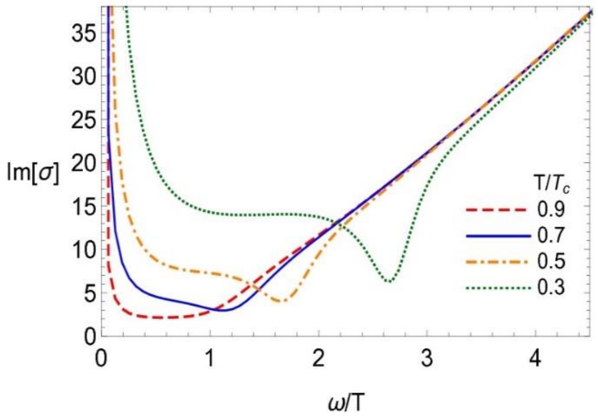
$$S(r)=1+a_1(r-r_+)+a_2(r-r_+)^2+... \qquad (35)$$

به طوری که a_1 و a_2 بوسیله بسط تیلور از معادله (26) در نزدیکی افق رویداد به دست می آید.

نتایج حل عددی رابطه بین رسانندگی الکتریکی و فرکانس برای یک α و b مشخص در دمای مختلف زیر دمای بحرانی در نمودار های زیر آورده شده اند. با توجه به نمودار (1) گاف ابررسانایی در زیر دمای بحرانی به وجود می آید که با کاهش دما عمیق تر می شود. واگرایی در نمودار موهومی در $\omega=0$ یک تابع دلتا در قسمت حقیقی را در در $\omega=0$ نشان می دهد. با توجه به نمودار (2) رسانندگی هولوگرافی دارای یک مینیمم در قسمت موهومی است، که با کاهش دما، مینیمم موجود در قسمت موهومی به سمت فرکانس های بیشتر برای مقادیر مختلف α و b جا به جا می شود.



نمودار1: قسمت حقیقی رسانندگی به عنوان تابعی از فرکانس برای $b=0.01$ و $\alpha=0.01$ و مقادیر مختلف دما



نمودار2: قسمت موهومی رسانندگی به عنوان تابعی از فرکانس برای $b=0.01$ و $\alpha=0.01$ و مقادیر مختلف دما

نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی ابررسانای هولوگرافیک با الکترودینامیک غیر خطی در گرانش گاس بونه پرداختیم و رابطه بین دمای بحرانی و چگالی را محاسبه کردیم به طوری که برای مقادیر ثابت α، با افزایش مقدار b مقدار $\frac{T_c}{\rho^{1/3}}$ کاهش وچگالش سخت تر می شود. همچنین برای مقادیر ثابت b وبا افزایش α دمای بحرانی کاهش و چگالش نیز سخت تر می شود. همچنین نمای بحرانی این گذار فاز را به دست آوردیم و نشان دادیم که به ازای تمام پارامترهای b و α این نما مقدار $\frac{1}{2}$ را دارد. در انتها رسانندگی الکتریکی را محاسبه کرده و گاف ابررسانایی را بررسی کردیم که با کاهش دما عمیق تر می شود و قسمت موهومی دارای یک مینیمم است که با کاهش دما این مینیمم به فرکانس بیشتر منتقل می شود.

مرجع ها

[1] J. Maldacena, “The large-N limit of superconformal field theories and supergravity”; *Adv. Theor. Math. Phys*. **2**, 231 (1998).

[2] S.A. Hartnoll, C.P. Herzog and G.T. Horowitz, “Building a holographic superconductor”; *Phys. Rev. Lett*. **101**, no. 3 (2008) 031601

[3] P. Breitenlohner and D. Z. Freedman, “Stability In Gauged Extended Supergravity”; *Annals Phys*. **144**, no. 2 (1982) 249-281.

[4] P. Appell, “Sur une formule de M. Tisserand et sur les fonctions hyperg´eom´etriques de deux variables”; *J. Math. Pures Appl*. **10** (1884) 407.

[5] L. Barclay, R. Gregory, S. Kanno and P. Sutcliffe, Gauss-Bonnet holographic super-conductors, JHEP **12**, 29 (2010).

بررسی چگونگی تولید قطبش دایره‌ای تابش زمینه کیهانی با رهیافت معادله بولتزمان

قاضی عسگر، سپیده[۱] ؛ حسین پور، احمد[۱] ؛ زارعی، مسلم[۱]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

چکیده

اندازه‌گیری تابش زمینه کیهانی می‌تواند اطلاعات بیشماری از سازوکار فیزیکی حاکم بر کیهان در سطح مقطع آخرین پراکندگی فراهم آورد. علاوه بر مشاهدهٔ قطبش خطیِ ایجاد شده توسط پراکندگی کامپتون، با مشاهدهٔ قطبش دایره‌ای، امکان وجود برهم‌کنش‌های فیزیکی دیگری علاوه بر پراکندگی کامپتون در آن دورهٔ کیهانی وجود دارد. با تعمیم معادلهٔ بولتزمان در چارچوب نظریهٔ میدان‌های کوانتومی و با درنظر گرفتن یک مدل کلّی‌تر برای سازوکار پراکندگی فوتون، تحول پارامترهای استوکس بررسی می‌شوند. با بررسی اثر برهم‌کنشی این مدل‌ها بر روی جملات" پراکندگی رودرو" در معادله بولتزمان همان‌طور که انتظار می‌رود در برهم‌کنش الکترودینامیک کوانتومی (یعنی با فرض وجود برهم‌کنش کامپتون)، به دلیل بقای پاریته در این مدل، تنها سهم جملات پراکندگی مستقیم در معادلهٔ بولتزمان صفر می‌شود. در ادامه با تحلیل تقارن موجود در دامنهٔ مدل که از تقارن مدلِ برهم‌کنشی ناشی شده است نتیجه گرفته می‌شود که اگر دامنه، نسبت به نوع قطبشِ یکسانِ فوتون‌های ورودی و خروجی تقارن داشته باشد و نیز برای نوع قطبش متفاوت فوتون‌های فرودی و خروجی دامنه با جابجایی قطبش فوتون‌ها، قرینه شود، آن‌گاه می‌توان انتظار ایجاد قطبش دایروی برای فوتون در جملات پراکندگی رودررو داشت.

Generation of circular polarization of the Cosmic Microwave Background

Ghaziasgar, Sepideh[1]; Hoseinpour, Ahmad[1]; Zarei, Moslem[1]

[1] *Department of Physics، Isfahan University of Technology، Isfahan، Iran.*

Abstract

The measurement of CMB can provide us useful information about physical mechanisms governing in the last scattering surface. By detecting any circular polarization, we can study the physical interactions in addition to the Compton scattering. By generalizing the Boltzmann equation in the frame of QFT and by taking into account a general model for the scattering of CMB photons, the evolution of Stokes parameters are studied. With investigating the effect of these models on forward scattering terms as is expected, the standard Compton scattering vanishes, due to parity conservation. Then with analyzing available symmetries in scattering amplitude one can find the general conditions leads to the generation of circular polarization.

PACS No.

مقدمه

تابش زمینه کیهانی علاوه بر افت و خیزهای دمایی دارای ویژگی قطبش نیز می‌باشد که یکی از مهم ترین ابزارهای بررسی و مطالعه کیهان اولیه و آزمودن نظریه های کیهان شناسی، به شمار می‌رود. قطبش یکی از ویژگی‌های ذاتی امواج الکترومغناطیس و به طور کلی تمام امواج عرضی است. شواهد نشان می دهد که تابش زمینه به صورت جزئی قطبیده می باشد، به نظر می‌رسد که تا حدود ۱۰ درصد از ناهمسانگردی‌ها در هر مقیاسی قطبیده می‌باشند. منشا قطبش تابش زمینه کیهانی، پراکندگی کامپتون می باشد قطبش تابش زمینه کیهانی با پارامترهای استوکس توصیف می شود. از مزایای نمایش قطبش با استفاده از پارامترهای استوکس این است که ما با چهار کمیت حقیقی سر و کار داریم که به طور مستقیم قابل اندازه گیری هستند و ابعاد فیزیکی یکسانی دارند. اندازه گیری قطبش

دایره‌ای تابش زمینه کیهانی به خاطر سهم کوچک آن در ناهمسانگردی‌ها، با دشواری‌های زیادی همراه است. درسال های اخیر برخی مدل ها پیش بینی کرده‌اند که مقدار قطبش دایره‌ای، $V \neq 0$ است [۱]. در این مقاله، ما کلی ترین شرایط تولید V، را بررسی می کنیم. هم‌چنین همراه با مدل‌های ارائه شده برای قطبش دایره‌ای، تلاش هایی برای اندازه گیری قطبش انجام شده است که در ادامه به آن ها اشاره شده است. موردنظر استفاده نمود، که در اینجا از ذکر آن صرف نظر کرده‌ایم.

اندازه‌گیری قطبش دایره‌ای در جت های رادیویی برای چشمه‌هایی مانند Sgr A* و M81* در گذشته انجام شده است که کسر جزیی قطبش دایره‌ای m_c، در دو باند انرژی۴.۸ گیگا هرتز و ۸.٤ گیگا هرتز به صورت زیر گزارش شده است، مقدار قطبش دایره‌ای جزیی، دارای دو بخش خطا است که به ترتیب خطای اول، خطای آماری وخطای دوم، خطای سیتماتیک (دستگاهی) می‌باشد،[۳,۲].

$m_c = ۰.۲۷ \pm ۰.۰٦ \pm ۰.۰۷\%$ ، $m_c = ۰.٥٤ \pm ۰.۰٦ \pm ۰.۰۷\%$

اسپایدر، یکی از آزمایش‌های اخیری است که به منظور اندازه گیری قطبش تابش زمینهٔ کیهانی طراحی و انجام شده است.اسپایدر ابزاری بر روی یک بالون است که اندازه‌گیری قطبش، از مرتبه‌ای است که طیف توان مد– B اولیه در حساسیت $r = ۰.۰۳$ تعیین شود. اسپایدر مشاهدات و رصدهای خود را در دو پهنای باند انرژی معین انجام می‌دهد تا بتواند نور قطبیده تابش زمینه کیهانی را از نورهای قطبیدهٔ زمینه تمیز دهد. در دو باند انرژی ۹۵ گیگا هرتز و ۱۵۰ گیگا هرتز در حدود $33 \prec l \prec 307$ بر روی قطبش دایره ای حد گذاری شده است[٤].

قطبش فوتون و پارامترهای استوکس

پارامترهای قطبش که به پارامترهای استوکس، معروف هستند به صورت زیر تعریف می شوند، [٥ و٦].

$$I = \langle E_{x0}^{\;2} + E_{y0}^{\;2} \rangle \qquad (۱)$$

$$Q = \langle E_{x0}^{2} - E_{y0}^{2} \rangle \qquad (۲)$$

$$U = \langle 2E_{x0}E_{y0}\cos\left(\phi_x - \phi_y\right)\rangle \qquad (۳)$$

$$V = \langle 2E_{x0}E_{y0}\sin\left(\phi_x - \phi_y\right)\rangle \qquad (٤)$$

پارامتر I، شدت تابش را نشان می‌دهد که همیشه مقداری مثبت دارد. سه پارامتر دیگر، حالت های قطبش موج را نشان می‌دهد. پارامترهای Q و U ، قطبش خطی وپارامتر V، قطبش دایره‌ای را نشان می‌دهد. در یک نور غیرقطبیده، مقدار همه این پارامترها برابر صفر می‌باشد.

پارامترهای استوکس و به عبارت بهتر توصیف قطبش را نیز می‌توان از دیدگاه کوانتومی بررسی کرد. در این رهیافت فضای پایه های یک فوتون را با جفت بردارهایی که در زیر آمده است توصیف می‌کنیم که این دو پایه بر هم متعامدند. برای یک فوتون در حال انتشار در جهت محورZ ، پایه های اولیه به صورت زیر می‌باشد،

$$|\epsilon\rangle = a_1 e^{i\theta_1}|\epsilon_1\rangle + a_2 e^{i\theta_2}|\epsilon_2\rangle \qquad (٥)$$

پارامترهای استوکس را می‌توان، برحسب این پایه ها به صورت عملگری نوشت،[٥].

$$\hat{I} = |\epsilon_1\rangle\langle\epsilon_1| + |\epsilon_2\rangle\langle\epsilon_2| \qquad (٦)$$

$$\hat{Q} = |\epsilon_1\rangle\langle\epsilon_1| - |\epsilon_2\rangle\langle\epsilon_2| \qquad (۷)$$

$$\hat{U} = |\epsilon_1\rangle\langle\epsilon_2| + |\epsilon_2\rangle\langle\epsilon_1| \qquad (۸)$$

$$\hat{V} = i\,|\epsilon_2\rangle\langle\epsilon_1| - i\,|\epsilon_1\rangle\langle\epsilon_2| \qquad (۹)$$

برای فوتون در حالت کلی، مقدار چشم داشتی شدت I با استفاده از ماتریس چگالی تعریف می‌شود،

$$I = tr\,\rho\hat{I} = tr\begin{pmatrix}\rho_{11} & \rho_{12}\\ \rho_{21} & \rho_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} = \rho_{11} + \rho_{22} \qquad (۱۰)$$

به طور مشابه می‌توان برای سه پارامتر استوکس دیگر هم چنین روابطی را نوشت،

$$Q = \rho_{11} - \rho_{22}\; I = \rho_{11} + \rho_{22}$$

$$U=\rho_{12}+\rho_{21} \quad V=i\left(\rho_{21}-\rho_{12}\right) \tag{۱۱}$$

همچنین برای رابطهٔ ماتریس چگالی درپایه های قطبش خطی، خواهیم داشت. دراین رابطه، I ، ماتریس یکه و σ_i ها ماتریس‌های پاولی هستند،

$$\rho=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}= \tag{۱۲}$$

$$\frac{1}{2}\left(I\,\mathrm{I}+Q\sigma_3+U\sigma_1+V\sigma_2\right)\Rightarrow$$
$$P=C\langle EE^{\dagger}\rangle=\theta I+Q\sigma_3+U\sigma_1+V\sigma_2$$

معادله کوانتومی بولتزمان

تحول ماتریس چگالی فوتون‌های تابش زمینه کیهانی، توسط معادله کوانتومی به صورت زیر داده شده است،

$$(2\pi)^3\,2k^0\delta^3(0)\frac{d}{dt}\rho_{ij}(k)=i\langle\left[H_I^0(t),D_{ij}^0(k)\right]\rangle$$
$$-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}dt\langle\left[H_I^0(t),\left[H_I^0(0),D_{ij}^0(k)\right]\right]\rangle \tag{۱۳}$$

در این معادله اولین جمله سمت راست جمله پراکندگی رودررو می باشد که در نظریه الکترودینامیک کوانتومی، این جمله صفر به دست می‌آید، هم‌چنین جمله دوم در سمت راست معادله، جمله پراکندگی می‌باشد. در این رابطه $H_I^0(t)$، هامیلتونی برهم‌کنش و $D_{ij}^0(k)$، عملگر تعداد می‌باشد. ما می‌خواهیم این معادله را برای هر مدل برهم کنشی علاوه بر برهم‌کنش الکترودینامیک کوانتومی گسترش دهیم. جمله پراکندگی رودررو را برای یک عنصر ماتریسی دلخواه می نویسیم، [1]

$$i\langle\left[H_I^0(t),D_{ij}^0(k)\right]\rangle=$$
$$=\frac{i}{2}\int dq\,n_e(q)(\delta_{is}\rho_{s'j}(k)-\delta_{js'}\rho_{is}(k))\times M(s,s') \tag{۱٤}$$

که در این رابطه s,s' معرف قطبش فوتون‌های فرودی و خروجی و دامنهٔ M جمع دو دامنهٔ M_1+M_2 مربوط به دو نمودار کانال پراکندگی S و T می‌باشد. بنابراین باتوجه به رابطهٔ بالا برای جمله برخورد رودررو داریم،

$$\frac{d\rho_{ij}(k)}{dt}=\frac{i}{8\pi^2k^0}\int q^2dq\int\frac{d\Omega'}{4\pi}n_e(q)\delta_{rr'}$$
$$\times\left[\delta_{is}\rho_{s'j}(k)-\delta_{js'}\rho_{is}(k)\right]M(s,s',q,k) \tag{۱۵}$$

و به همین ترتیب برای جمله دوم معادله بولتزمان، یعنی جمله برهم کنش هم تحول زمانی محاسبه شد که در این مقاله از ذکر آن به دلیل طولانی شدن، اجتناب شده است. درنهایت برای بررسی قطبش، تحول زمانی تمامی پارامترهای استوکس برای جمله پراکندگی رودررو، به طور کامل مورد مطالعه قرار گرفت که در ادامه آمده است. ما به طور خاص پارامتر استوکس V را که نشانگر قطبش دایره‌ای است، بررسی می‌کنیم. برای پارامترهای استوکس Q ، U و V ، تحول زمانی با جمع بر روی قطبش فوتون‌های فرودی و پراکنده شده (s,s') به صورت زیر به دست می‌آید،

$$\dot{I}=\dot{\rho}_{11}+\dot{\rho}_{22}=$$

$$\dot{I}=\frac{i}{8\pi^2k^0}\int q^2dq\int\frac{d\Omega'}{4\pi}n_e(q)\delta_{rr'}$$
$$\times\{\rho_{11}(k)M(1,1)+\rho_{21}(k)M(1,2)$$
$$-\rho_{11}(k)M(1,1)-\rho_{12}(k)M(2,1)$$
$$+\rho_{12}(k)M(2,1)+\rho_{22}(k)M(2,2)$$
$$-\rho_{21}(k)M(1,2)-\rho_{22}(k)M(2,2)\}$$

$$\dot{I}=0$$

(۱٦)

$$\dot{Q} = \dot{\rho}_{11} - \dot{\rho}_{22} = \\ = \frac{i}{4\pi^2 k^0} \int q^2 dq \int \frac{d\Omega'}{4\pi} n_e(q) \delta_{rr'} \\ \times \left[\rho_{21}(k) M(1,2) - \rho_{12}(k) M(2,1) \right]$$

(۱۷)

$$\dot{U} = \dot{\rho}_{12} + \dot{\rho}_{21} = \\ = \frac{i}{8\pi^2 k^0} \int q^2 dq \int \frac{d\Omega'}{4\pi} n_e(q) \delta_{rr'} \\ \times \left[Q(M(2,1) - M(1,2)) - iV(M(1,1) - M(2,2)) \right]$$

(۱۸)

در نهایت تحول زمانی پارامتر V که معرف قطبش دایره‌ای است را محاسبه می‌کنیم،

$$\dot{V} = i(\dot{\rho}_{21} - \dot{\rho}_{12}) = \\ = \frac{i}{8\pi^2 k^0} \int q^2 dq \int \frac{d\Omega'}{4\pi} n_e(q) \delta_{rr'} \\ \times \{ (\rho_{12}(\mathrm{k}) + \rho_{21}(\mathrm{k})) M(1,1) \\ -(\rho_{12}(\mathrm{k}) + \rho_{21}(\mathrm{k})) M(2,2) \\ -(\rho_{11}(\mathrm{k}) - \rho_{22}(\mathrm{k})) M(1,2) \\ -(\rho_{11}(\mathrm{k}) - \rho_{22}(\mathrm{k})) M(2,1) \}$$

$$\dot{V} = i(\dot{\rho}_{21} - \dot{\rho}_{12}) = \\ = \frac{i}{8\pi^2 k^0} \int q^2 dq \int \frac{d\Omega'}{4\pi} n_e(q) \delta_{rr'} \\ \times \left[U(M(1,1) - M(2,2)) - Q(M(1,2) + M(2,1)) \right]$$

(۱۹)

ما به طور خاص پارامتر استوکس V را که نشانگر قطبش دایره‌ای است، بررسی می‌کنیم. باتوجه به نتایج به‌دست آمده برای تحول پارامترهای استوکس مرتبط با جمله برخورد رودررو، برای یک مدل کلی نظریه میدان کوانتومی با دامنهٔ کلی $M(\mathrm{s},\mathrm{s}')$ (که s,s' قطبش فوتون‌های فرودی و پراکنده شده هستند) به‌راحتی با بررسی ویژگی های دامنه پراکندگی کامپتون[٦] می‌توان تحقیق کرد که تحول پارامترهای استوکس برای جمله برخورد رودرروِی معادله بولتزمان صفر می‌گردد. با وجود این معادلات کلی و با توجه به مطالعه تقارن های دامنهٔ پراکندگی مرتبط با هر مدل، به این نکته پی بُرد که آیا مدل مورد نظر می‌تواند تولید قطبش دایره‌ای کند یا خیر. نکته قابل توجه این است که نوشتن این روابط کلی برای تحول پارامترهای استوکس برای جمله برهم‌کنش معادله بولتزمان به راحتی جمله پراکندگی رودررو نیست، و حتما باید از تقریب‌های متناسب با مدل

نتیجه گیری

به نظر می‌رسد می‌توان، مدل هایی ساخت که مقدار قطبش دایره‌ای غیر صفر می‌دهد. با کمک آزمایش هایی مانند اسپایدر که به منظور اندازه‌گیری قطبش دایره‌ای است، می‌توان بر روی مدل های ارایه شده به مطالعه پرداخت.

مرجع ها

[۱] E. Bavarsad, M. Haghighat, Z. Rezaei, R. Mohammadi, I. Motie and M. Zarei, “Generation of circular polarization of the CMB”, Phys. Rev. D **81** 14, (2010), arXiv: astro-ph/ 0912.2993.

[۲] Brunthaler, A., Falcke, H., Bower, C, G., Mellon, R, R., "Detection of Circular Polarization in M81", arXiv: astro-ph/0109170v1.

[۳] G. C. Bower, H. Falcke, and D. C. Backer, “Detection of circular polarization in the galactic center black hole candidate sagittarius a,” AJL, vol.523, no.1, pL29, (1999).

[۴] J. Nagy, P. Ade, M. Amiri, S. Benton, A. Bergman, R. Bihary, J. Bock, J. Bond, S. Bryan,H. Chiang, *et al.*, “A new limit on cmb circular polarization from spider,” The Astrophysical Journal, Vol. 844 ,Number 2, Pages 151-157 (2017). arXiv: astro-ph/1704.00215v3.

[۵] Hu, W., White, M., "A CMB Polarization Primer", New Astron. 2: 323, (1997), arXiv: astro-ph/9706147v1.

[۶] A. Kosowsky, “Cosmic microwave background polarization,” Ann. Phys. 246: 49-85, (1996), arXiv: astro-ph/9501045.

بررسی رفتار کیهان بر پایه گاز چاپلین تصحیح یافته در تئوری برنزدیک

کاظمی نوشین [۱]،احمدی کلاته فاطمه [۲]

دانشکده علوم پایه ، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی ، تهران لویزان خیابان شیان

دانشکده علوم پایه ، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی ، تهران لویزان خیابان شیان

چکیده

در این مقاله با استفاده ازمعادله حالت گاز چاپلین تصحیح یافته، به عنوان کاندیدی برای انرژی تاریک، به بررسی رفتار انبساطی عالم پرداخته شده است. همچنین با درنظرگرفتن این سیال به عنوان میدان اسکالر موجود در تئوری اسکالر تانسوری برنزدیک، شکل این میدان اسکالر و پتانسیل وابسته به آن به دست آمده است.

کلمات کلیدی : گاز چاپلین تصحیح یافته، انرژی تاریک، میدان اسکالر، تئوری برنزدیک

Investigating the behavior of the cosmic state based on modified Chaplygin gas in Brans-Dick theory

Noosheen kazemi[1]،Ahmadi Kalate Fateme[2]

Faculty of Sciences, Shahid Rajaee Teacher Treaning University, Tehran, Levizan, Shiyan

Abstract

In this paper, using the modified Chaplygin gas equation of state, as a candidate for dark energy, we investigate the expansion of the universe. Also, considering this fluid as the scalar field in Brans-Dick scalar tensor theory, the shape of this scalar field and its related potansial is found.

Keywords: modified Chaplygin gas, Dark Energy, Scalar Field, Brans-Dick Theory

[1]*noosheenkazemi90@gmail.com*

[2]*Fateahmadi@yahoo.com*

مقدمه

اطلاعات به دست آمده از داده های رصدی هابل در سال ۱۹۲۹، داده های رصدی چون ابر نو اخترنوع I_a، تابش پس زمینه میکروموج کیهانی و نوسانات باریونیک و البته ساختار بزرگ مقیاس جهان ، همگی حاکی از یک فاز انبساطی با شتاب مثبت برای کیهان می باشند [۱]. حال آنکه معادلات فریدمان، شتاب انبساط جهان را با علامت منفی نشان میدهد.

یک رهیافت کلی در حل این تناقض بررسی مجدد موجودیت مادی عالم است. دیدگاه غالب در علم کیهانشناسی این است که بخش مادی کیهان،لذا کیهانشناسی نوین مسئول انبساط شتابدار عالم را سیال ناشناخته ایی به نام انرژی تاریک می داند. تاکنون کاندید های بسیاری به عنوان جایگزین انرژی تاریک بیان شده اند. اولین و ساده ترین آنها ثابت کیهانشناسی است. از دیگر کاندید های بیان شده می توان به میدان های پتانسیل اسکالری کوینتیسنس و مانند آن اشاره کردکه بر پایه تصحیحات میدان های

اسکالر و تنظیمات دقیق یک پتانسیل خود بر همکنشی تعریف می شوند.

کاندید دیگری که اخیرا مطرح شده است ، میدان مرموزی با معادله حالت گاز چاپلین است. سیال گازی شکلی با چگالی انرژی مثبت وفشار منفی . لذا هدف اصلی در این مقاله استفاده از شکل تصحیح یافته این سیال در بررسی رفتار عالم در تئوری اسکالر تانسوری برنزدیک می باشد. علاوه بر این با جایگزین کردن معادله حالت گاز چاپلین تصحیح یافته به عنوان میدان اسکالر موجود درتئوری برنزدیک، رفتار عالم و پتانسیل متناسب با این میدان مورد بررسی قرار گرفته است.

مدل

شکل تصحیح یافته گاز چاپلین دارای معادله حالت به صورت زیر است .

(۱)

$$P = A\rho - \frac{C}{\rho^{\beta}}$$

در این رابطه A و C مقادیر ثابت و مثبتی هستند و $0 < \beta \leq 1$ است[۲].

کنش برنزدیک در دستگاه اینشتین به شرح زیر است(۲)

$$S_{ef} = \int d^4x\sqrt{-g}\,(\tfrac{R}{16\pi G} - \tfrac{1}{2}g^{\mu\upsilon}\nabla_\mu\varphi\nabla_\upsilon\varphi - U(\varphi)) + S_m(g_{\mu\upsilon},\Psi)$$

با وردش گیری نسبت به $g_{\mu\nu}$ خواهیم داشت :

(۳)

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G\left(T_{\mu\nu} + T^{\varphi}_{\mu\nu}\right)$$

که دراین رابطه

(۴)

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P)U_\mu U_\nu + Pg_{\mu\nu}$$

$$T^{\varphi}_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}g_{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\nabla_\alpha\varphi\nabla_\beta\varphi - g_{\mu\nu}U(\varphi) + \nabla_\mu\varphi\nabla_\nu\varphi$$

با وردش گیری نسبت به میدان اسکالرϕ، معادله زیررا برای میدان اسکالر به دست می آوریم.

(۵)

$$\Box\Phi - \frac{du}{d\rho} = -\frac{1}{2}\alpha T$$

معادله پایستگی به دست آمده از اتحاد بیانکی، برای بخش ماده ی معمولی، به شرح زیر است.

(٦)

$$\dot{\rho}_m + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho_m = \frac{1}{2}\alpha\dot{\varphi}\,\rho_m$$

با حل این رابطه برای چگالی ماده معمولی خواهیم داشت

(۷)

$$\rho_m = \rho_{m_0}a^{-3}e^{\frac{1}{2}\alpha\varphi}$$

همچنین برای بخش انرژی تاریک رابطه مشابه زیر برای چگالی انرژی برقرار است .

(۸)

$$\dot{\rho}_\varphi + 3\frac{\dot{a}}{a}(\omega_\varphi + 1)\rho_\varphi = -\frac{1}{2}\alpha\dot{\varphi}\rho_m$$

با جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۷) برای چگالی انرژی تاریک خواهیم داشت[۴].

(۹)

$$\rho_\varphi = \left[\frac{C}{(1+\varepsilon)(A+1)} + \frac{D}{(1+\varepsilon)W^{\beta+1}}\right]^{\frac{1}{\beta+1}}$$

در این رابطه

$$W = a^{3(A+1)}$$

$$\overline{\rho}_\varphi = \rho_\varphi W$$

$$\varepsilon = \frac{\rho_{m0}a^{-3}\frac{d}{dt}e^{\frac{\alpha\varphi}{2}}}{\dot{\overline{\rho}}_\varphi}W$$

ثابت انتگرال گیری Dرا میتوان با فرض صفر شدن فشار برای زمانی که دو بخش سیال کامل خطی و سیال غیر خطی رفتاری مشابه دارند، به دست آورد. در این حالت طبق رابطه (۱)، برای چگالی ρ_0 مطابق با شتاب انبساط a_0 خواهیم داشت

$$\rho_\varphi (a_0)^{\beta+1} = \frac{C}{A}$$

بنابر این رابطه به دست آمده برای چگالی انرژی تاریک به شکل زیر است.

(۱۰)

$$\rho_\varphi = \left(\frac{C}{(1+\varepsilon)(A+1)}\right)^{\frac{1}{\beta+1}} \left[1 + \frac{(1+(A+1)\varepsilon)}{A \quad {W_T}^{\beta+1}}\right]^{\frac{1}{\beta+1}}$$

در این رابطه $W_T = \frac{W}{W_0}$ می باشد. رابطه (۱۰) به خوبی گذر عالم را از دوران غلبه ماده در جهان اولیه، (برای مقادیر کوچک فاکتور مقیاس) به دوران غلبه انرژی تاریک در جهان حال حاضر،(برای مقادیر بزرگ فاکتور مقیاس) نشان می دهد.برای زمان حال حاضر، این چگالی انرژی متناظربا یک ثابت کیهانشناسی است.و در زمان های اولیه مانند سیال خطی با معادله حالت به شکل $P = A\rho$ می باشد [۳].

گاز چاپلین تصحیح یافته به عنوان میدان اسکالر

حال با استفاده از رابطه (٤) برای تانسور انرژی تکانه میدان اسکالرو با در نظر گرفتن گازچاپلین تصحیح یافته، برای این میدان اسکالر،چگالی و فشار این میدان به شکل زیرخواهید بود

$$\rho_\varphi = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + U_\varphi = \rho_{MCG} \qquad (۱۱)$$

$$P_\varphi = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - U_\varphi = A\rho_{MCG} - \frac{C}{{\rho^\beta}_{MCG}}$$

همچنین انرژی جنبشی و پتانسیل این میدان اسکالر به شکل زیر است.

(۱۲)

$$\dot{\phi}^2 = (1 + \omega_\varphi)\rho_\varphi$$

$$U_\varphi = \frac{1}{2}(1 - \omega_\varphi)\rho_\varphi$$

در اینجا $\omega_\varphi = P_\varphi/\rho_\varphi$ و طبق رابطه زیر می باشد

(۱۳)

$$\omega = \frac{P}{\rho} = -\left(1 - \frac{1}{{W_r}^{\beta+1}}\right)\left(1 + \frac{1}{A{W_r}^{\beta+1}}\right)^{-1}$$

با تعریف رابطه زیر برای میدان پتانسیل به ادامه محاسبات می پردازیم[۵]

(۱۴)

$$\dot{\varphi} = \varphi' \dot{W}_r$$

دراین رابطه $\varphi' = \frac{d\varphi}{dW_r}$ و $\dot{W}_r = \frac{dW_r}{da}$ است. با استفاده از رابطه هابل در معادله فریدمان، برای جهانی تخت$(K = 0)$ و با درتوجه به غالب بودن انرژی تاریک در مقادیر بالای شتاب انبساط ، برای میدان پتانسیل خواهیم داشت

(۱۵)

$${\varphi'}^2 = \frac{1}{3(A+1)^2}\frac{1+\omega_\varphi}{{W_r}^2}$$

با جایگذاری رابطه (۱۳)در رابطه (۱۵) خواهیم داشت

(۱۶)

$$\varphi' = \sqrt{\frac{1}{3A(A+1)}}W_r^{-\left(\frac{\beta+3}{2}\right)}\left(1+\frac{1}{AW_r^{\beta+1}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

با حل انتگرالی رابطه (١٦) به رابطه زیر برای میدان اسکالرمی رسیم.

(۱۷)

$$\Delta\varphi = \acute{\omega}\frac{1}{\beta+1}\sinh^{-1}\left(A^{-\frac{1}{2}}W_r^{\frac{-(\beta+1)}{2}}\right)$$

با توجه به این رابطه می توان رابطه زیر را استخراج کرد .

(۱۸)

$$AW_r^{\beta+1} = \frac{1}{\sinh^2(\acute{\omega}(\beta+1)\Delta\varphi)}$$

که در آن $\acute{\omega} = \sqrt{\frac{3}{4}(A+1)}$ و $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$

با جایگذاری رابطه (۱۸) در رابطه (۱۰) برای چگالی انرژی تاریک به رابطه زیر می رسیم

(۱۹)

$$\rho_\varphi = \left(\frac{C}{(1+\varepsilon)(A+1)} + 1 + \varepsilon(A+1)\right)^{\frac{1}{\beta+1}}\cosh^{\frac{2}{\beta+1}}(\acute{\omega}(\beta+1)\Delta\varphi)$$

با جایگذاری رابطه(۱۹) در رابطه (۱) فشار به دست آمده برای میدان اسکالر به صورت زیر خواهد بود

(۲۰)

$$P_\varphi = \left(\frac{C}{(1+\varepsilon)(A+1)} + 1 + (A+1)\varepsilon\right)^{\frac{1}{\beta+1}}\left(A\cosh^{\frac{2}{\beta+1}}(\acute{\omega}(\beta+1)\Delta\varphi) - \frac{C\left(\frac{C}{(1+\varepsilon)(A+1)} + 1 + (A+1)\varepsilon\right)^{\frac{\beta-1}{\beta+1}}}{\cosh^{\frac{2\beta}{\beta+1}}(\acute{\omega}(\beta+1)\Delta\varphi)}\right)$$

با جایگذاری روابط (۱۹) و (۲۰) در رابطه (۱۲) پتانسیل به دست آمده برای میدان اسکالر به شکل زیر می باشد

(۲۱)

$$U_\varphi = \frac{1}{2}\left(\frac{C}{(1+\varepsilon)(A+1)} + 1 + (A+1)\varepsilon\right)^{\frac{1}{\beta+1}}\left((1-A)\cosh^{\frac{2}{\beta+1}}(\acute{\omega}(\beta+1)\Delta\varphi) + C\left(\frac{C}{(1+\varepsilon)(A+1)} + 1 + (A+1)\varepsilon\right)^{\frac{\beta-1}{\beta+1}}\left(\cosh^{\frac{2\beta}{\beta+1}}(\acute{\omega}(\beta+1)\Delta\varphi)\right)^{-1}\right)$$

نتیجه گیری

دررابطه (۲۱) بر همکنش ماده معمولی ومیدان پتانسیل به عنوان انرژی تاریک به وضوح مشخص است. بنابر این در نظر گرفتن معادله حالت گاز چاپلین تصحیح یافته به عنوان میدان اسکالر موجود در تئوری اسکالر تانسوری برنز-دیک ،راهی برای نشان دادن گذر از دوران غلبه ماده به دوران غلبه انرژی تاریک است. علاوه بر این میدان اسکالر به دست آمده در رابطه (۱۷) و پتانسیل وابسطه به آن به خوبی غلبه این میدان اسکالر را به عنوان کاندیدی برای انرژی تاریک در جهان حال حاضر،یعنی برای مقادیر بالای فاکتور مقیاس نشان می دهد.

مرجع ها

[۱] E.O. Kahya B. Pourhassan Gas, , 4 Feb 2015

, *The universe dominated by the extended Chaplygin*
Physics Department, Istanbul Technical University, Istanbul, Turkey
School of Physics, Damghan University, Damghan, Iran

[۲]=[۱]

[۳] H. B. Benaoum,15 Nov 2012, *Modified Chaplygin Gas Cosmology*, Prince Mohammad Bin Fahd University, Al-Khobar 31952, Saudi Arabia, arXiv:1211.3518v1

[۴] Yousef Bisabr, 15 Oct 2011, *Cosmic Acceleration in Brans-Dicke Cosmology*, Department of Physics, Shahid Rajaee Teacher Training Univ
ersity, Lavizan, Tehran 16788, Iran

[۵]=[۳]

نظریه گرانش تک‌مدولی با ثابت ساختار علّی فضازمانی دینامیکی

گل‌گل ، نگین ؛ ایزدی، اعظم

دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

چکیده

در این مقاله به بررسی نظریه گرانش تک‌مدولی با فرض متغیر بودن ثابت ساختار فضازمانی می‌پردازیم. نظریه گرانش تک‌مدولی از جمله نظریات موفق در راستای حل مشکل ثابت کیهان‌شناسی می‌باشد. از سوی دیگر نظریه سرعت نور دینامیکی (VSL) قادر به رفع برخی از مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی نظیر مساله افق است. در این مقاله با هدف یافتن نظریه‌ای واحد برای توضیح تورم اولیه و شتاب اخیر کیهان، به ادغام نظریات گرانش تک‌مدولی و سرعت متغیر نور پرداخته و نتایج را بررسی خواهیم کرد.

The Unimodular Gravity with Varying Space-time Casual Structure Constant Theory

Golgol, Negin; Izadi, Azam

Department of Physics, Khaje Nasir Toosi University of Technology

Abstract

In this paper we will investigate the unimodular theory of gravity by considering the dynamical space-time causal structure constant. The unimodular theory of gravity is one of the successful theories in solving the cosmological constant problem. On the other side the varying speed of light theory (VSL) is able to solve some problems of the standard model of cosmology like the horizon problem. In this paper with the aim of finding a unified theory to describe the initial inflation and recent acceleration of universe, we will combine the theories of unimodular gravity and VSL and investigate the results.

PACS No.

مقدمه

مدل استاندارد کیهان‌شناسی با وجود موفقیت در توضیح بخش زیادی از تاریخچه کیهان، با مشکلاتی نیز روبرو می‌باشد. از جمله این مشکلات، مساله ثابت کیهان‌شناسی است. یکی از نظریات موفقی که برای رفع این مساله مطرح شده است، نظریه گرانش تک‌مدولی است که با اعمال قید برروی متریک، منجر به ظهور یک ثابت انتگرال‌گیری در معادلات میدان می‌شود. این ثابت بدون مسائل پیرامون ثابت کیهان-شناسی (Λ)، می‌تواند نقشی مشابه را ایفا کرده و شتاب اخیر کیهانی را توضیح دهد[1].

یکی دیگر از مشکلات پیش روی کیهان‌شناسی استاندارد، مساله افق یکی می‌باشد. از جمله نظریاتی که قادر به توضیح این موضوع است، نظریه سرعت متغیر نور می‌باشد.

در این مقاله، هدف، ترکیب این دو نظریه به منظور ایجاد یک نظریه واحد برای توضیح همزمان تورم اولیه و شتاب اخیر کیهانی است.

نظریه گرانش تک‌مدولی

ثابت کیهان‌شناسی که به منظور توضیح شتاب فزاینده کیهان ارائه شده است را می‌توان به دو صورت مادی و هندسی تعبیر کرد. در صورتی که تعبیر مادی در نظر گرفته شود، فرم معادلات، مشابه معادلات خلاء خواهد بود. اما مقدار اندازه‌گیری شده برای Λ و انرژی خلاء در حدود ۱۲۰ مرتبه با یکدیگر اختلاف دارند. بنابراین Λ از جنس خلاء نیست. به منظور رفع این تعارض، نظریه گرانش تک‌مدولی ارائه شده است. در این نظریه، دترمینان متریک برابر با ۱- قرار داده می‌شود:

$$\sqrt{-g} = 1 \qquad (1)$$

به این ترتیب، یک ثابت به عنوان ثابت انتگرال‌گیری در معادلات ظاهر می‌شود که دقیقا مشابه Λ است، اما نقشی در هندسه فضازمان نداشته و الزامی برای ارتباط با انرژی خلاء ندارد.

مشخص است که برای متریک تخت FLRW، این قید برقرار نمی‌باشد. بنابراین به منظور اعمال این قید بر متریک، متریک باید دستخوش تغییراتی شود. بنابراین مولفه زمانی جدیدی معرفی می‌کنیم[6]:

$$d\tau = a(t)^3 dt \qquad (2)$$

در نتیجه متریک جدید که سازگار با قید تک‌مدولی است، به شکل زیر نوشته خواهد شد:

$$ds^2 = -a\big(t(\tau)\big)^{-6} d\tau + a\big(t(\tau)\big)^2 \sum_{i=1}^{3} \left(dx^i\right)^2 \qquad (3)$$

با توجه به تغییرات اعمال شده، باید بار دیگر پارامتر هابل را تعریف کرده($K = \frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}$) و با محاسبه عناصر غیرصفر همبسته، تانسور و اسکالر ریچی را بدست آوریم. حال با استفاده از ضریب نامعین لاگرانژ، قید را بر کنش نیز اعمال می‌کنیم[2]:

$$S = \int d^4x \left\{\frac{1}{2}\sqrt{-g}R - \lambda\left(\sqrt{-g} - 1\right)\right\} + S_m \qquad (4)$$

حاصل وردش گرفتن از (٤) نسبت به λ ، قید (١) خواهد بود. همچنین در صورتی که نسبت به متریک از آن وردش بگیریم، معادلات میدان به شکل زیر بدست خواهند آمد:

$$G_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} \qquad (5)$$

شکل معادلات کاملا مشابه معادلات میدان مدل کیهان‌شناسی استاندارد با حضور Λ (ΛCDM) بوده و تنها ماهیت ثابت λ متفاوت می‌باشد.

نظریه سرعت متغیر نور

مطابق [3] در ابتدا باید مشخص کرد که کدام c متغیر درنظر گرفته می‌شود. الیس در [3] به معرفی چهار مفهوم مختلف برای c که عبارتند از ثابت الکترومغناطیس(c_{EM})، ثابت انیشتین(c_E)، سرعت امواج گرانشی در خلاء(c_{GW}) و ثابت ساختار فضازمان(c_{ST}) می‌پردازد. در این مقاله، ثابت ساختار فضازمان که در ناوردای لورنتس ظاهر می‌شود، متغیر فرض می‌شود. با این فرض، ناوردایی لورنتس شکسته خواهد شد. به منظور حفظ آن، باید مولفه صفرم فضا زمان را تغییر دهیم. بدین ترتیب یک مولفه زمان‌گونه به شکل زیر معرفی می‌کنیم[4]:

$$dx^0 = dt \quad (c = 1) \qquad (6)$$

با این تعریف، ناوردایی لورنتس حفظ خواهد شد.

در بخش بعدی، به ترکیب دو نظریه پرداخته و نتایج را بررسی خواهیم کرد.

نظریه گرانش تک‌مدولی با سرعت نور متغیر

در این بخش به بررسی نظریه گرانش تک‌مدولی با فرض متغیر بودن c_{ST} می‌پردازیم. هدف از این کار دست‌یابی به یک نظریه واحد است که به طور همزمان قادر به توصیف شتاب اولیه و شتاب اخیر کیهانی باشد. به همین منظور، با افزودن یک میدان اسکالر به کنش (٤) و برقراری جفتیدگی با اسکالر ریچی، کنش نظریه مورد نظر را بازنویسی می‌کنیم:

$$S = \frac{1}{2}\int d^4x\{\sqrt{-g}[F(\psi)R - \partial_\alpha\psi\partial^\alpha\psi - 2U(\psi)] - \lambda\left(\sqrt{-g} - 1\right)\} + S_m \qquad (7)$$

علاوه بر معرفی کنش، باید متریک مورد استفاده نیز مشخص شود. متریک تخت سازگار شده FLRW با توجه به قید تک‌مدولی و شرط حفظ ناوردایی لورنتس، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$ds^2 = a^{-6}\left(x^0(\chi)\right)d\chi^2 + a^2\left(x^0(\chi)\right)\sum_{i=1}^{3}\left(dx^i\right)^2 \qquad (8)$$

که در آن، x^0 مختصه زمان‌گونه بوده و پارامتر χ به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$d\chi = a^3(x^0)dx^0 \qquad (9)$$

بدین ترتیب پس از این، نماد $\dot{}$ به صورت مشتق نسبت به پارامتر χ و پارامتر هابل به شکل $K = \frac{1}{a}\frac{da}{d\chi}$ تعریف می‌شوند.

از (7) نسبت به متریک وردش گرفته، مولفه‌های فضا-فضا و زمان-زمان متریک را جاگذاری کرده و معادلات فریدمن را بدست می‌آوریم:

$$3K^2F(\psi) = \rho\, a^{-6} + (1/2)\,\dot{\psi}^2 + a^{-6}U(\psi) - 6K\dot{F}(\psi) + (1/2)a^{-6}\lambda \qquad (10)$$

$$-2\dot{K}F(\psi) = (3\rho + p)a^{-6} + 2\dot{\psi}^2 + 2a^{-6}U(\psi) - 12K\dot{F}(\psi) + a^{-6}\lambda + \ddot{F}(\psi) \qquad (11)$$

و در نتیجه وردش‌گیری از (۷) نسبت به میدان اسکالر، معادله میدان اسکالر بدست می‌آید:

$$\ddot{\psi} + 6\,K\dot{\psi} = \frac{dF(\psi)}{d\psi}\{3\dot{K} + 15K^2\} - a^{-6}\frac{dU(\psi)}{d\psi} \qquad (12)$$

در این بخش، فرضیات کلی کیهان‌شناسی نظریه نوشته شد. در بخش بعدی با استفاده از معادلات (۱۰)-(۱۲)، دستگاه سیستم‌های دینامیکی را تشکیل داده و به حل آن می‌پردازیم.

حل سیستم‌های دینامیکی

به منظور تشکیل سیستم معادلات پس از معرفی نحوه جدید مشتق-گیری به صورت $' = \frac{d}{dlna} \equiv \frac{d}{dN} = \frac{1}{K}\frac{d}{d\chi}$، متغیرهای بدون بعد را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$x_1 = -\frac{F'}{F}, \quad x_2 = \frac{a^{-6}\lambda}{6K^2F}, \quad x_3 = \frac{a^{-6}U}{3K^2F}, \quad x_4^2 = \frac{\psi'^2}{6F}, \quad x_5 = \frac{\rho_r a^{-6}}{3K^2F} = \Omega_r \qquad (13)$$

حال با مشتق گرفتن از هریک از متغیرهای (۱۳) نسبت به N، دستگاه معادلات را تشکیل می‌دهیم.

$$x_1' = x_1^2 - 6x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 3x_4^2 + x_5 + 9 + 2\frac{K'}{K} - x_1\frac{K'}{K} \qquad (14)$$

$$x_2' = x_2\left(x_1 - 6 - 2\frac{K'}{K}\right) \qquad (15)$$

$$x_3' = x_3\left(x_1(1-m) - 6 - 2\frac{K'}{K}\right) \qquad (16)$$

$$(x_4^2)' = x_1\left(mx_3 - 5 - \frac{K'}{K}\right) + x_4^2\left(x_1 - 12 - 2\frac{K'}{K}\right) \qquad (17)$$

$$x_5' = x_5\left(x_1 - 10 - 2\,\frac{K'}{K}\right) \qquad (18)$$

که در این معادلات پارامتر m به شکل $m \equiv (\frac{U_{,\psi}}{U})/(\frac{F_{,\psi}}{F})$ تعریف می-شود. و در معادله (۱۸) از اصل بقای انرژی –که برای این مدل نیز به فرم مشابه مدل استاندارد برقرار است– استفاده شده است.

حال برای حل معادلات، نیازمند جاگذاری مقدار عددی $\frac{K'}{K}$ برای هر دوره هستیم. با توجه به تعریف K می‌توان به رابطه پارامتر هابل نظریه گرانش تک‌مدولی با c_{ST} متغیر و پارامتر هابل فیزیکی–که متعلق به مدل ΛCDM می‌باشد–، دست یافت:

$$\frac{K'}{K} = \frac{H_P'}{H_P} + \frac{1}{4}x_1 - 3 \qquad (19)$$

با استفاده از رابطه $w_{eff} = -1 - \frac{2}{3}\frac{H_P'(N)}{H_P(N)}$ و جاگذاری مقدار w_{eff} برای هر دوره زمانی، می‌توان مقدار $\frac{H_P'}{H_P}$ را بدست آورد که برای دوره-های تابش غالب، ماده غالب و دسیتر به ترتیب برابر با ۲-، ۱.۵- و ۰ می‌باشد.

پس از جاگذاری مقادیر مربوط و حل دستگاه معادلات، نقاط بحرانی سیستم برای هر دوره بدست می‌آید.

برای دوره تابش غالب، شش مجموعه پاسخ بدست می‌آید که علی-الاصول، دو مجموعه قابل قبول هستند. در یک مجموعه، تمام متغیرها صفر بوده (میدان اسکالر بی‌اثر است) و تنها چگالی انرژی تابشی در این دوره، غالب می‌باشد. همچنین با توجه به لزوم مثبت بودن متغیر x_4^2 پاسخ قابل قبول دیگر به صورت R_1 می‌باشد و با استفاده از آن می‌توان حدود پارامتر m را مشخص می‌کرد.

$$R_1{:}\, x_1 = \frac{8}{2m-1}, x_2 = 0, x_3 = \frac{8m^3-4m^2-66m+129}{3(2m+3)(2m-1)^2}, \; x_4^2 = \frac{4(4m^3+4m^2-39m-6)}{3(2m+3)(2m-1)^2}, x_5 = 0 \qquad (20)$$

با توجه به قید $x_4^2 > 0$، m باید در حدود زیر صدق کند.

$$m < -3.59561, \qquad -1.5 < m < -0.151841 \qquad m > 2.74745 \qquad (21)$$

به همین ترتیب، نقاط بحرانی را برای دوره ماده غالب پیدا کرده و حدود m را نیز مشخص می‌کنیم. با توجه به قیود موجود، در این عصر تنها یک مجموعه پاسخ به نام M_1 به شکل زیر، قابل قبول است.

$$M_1{:}\, x_1 = \frac{6}{2m-1}, \; x_2 = 0, \; x_3 = \frac{2(3m^2-7m+5)}{(2m-1)^2}, x_4^2 = \frac{6m^2-10m-1}{(2m-1)^2}, x_5 = 0 \qquad (22)$$

و با توجه به مجموعه جواب (۲۲) می‌توان حدود زیر را برای پارامتر m بدست آورد:

$$m < -0.0946274 \;, \;\; m > 1.76129 \qquad (23)$$

و در نهایت برای دوره دسیتر، نقاط بحرانی را بدست می‌آوریم. در این عصر نیز تنها پاسخ قابل قبول، به شکل زیر است:

$$\Lambda_1{:}\, x_1 = 0, x_2 + x_3 = 1\,, x_4 = 0, x_5 = 0 \qquad (24)$$

همانطور که از جواب‌های (۲۰)، (۲۲) و (٢٤) مشخص است، در دوران‌های تابش غالب و ماده غالب، ثابت کیهان‌شناسی نقشی ایفا

نمی‌کند و میدان اسکالر فعال است. و هنگامی که به دوره دسیتر می‌رسیم، میدان اسکالر غیرفعال شده (سرعت نور به مقدار ثابتی رسیده است) و تنها پتانسیل آن در کنار ثابت کیهان‌شناسی عامل ایجاد شتاب در انبساط عالم می‌شود. به منظور بررسی این مساله، پارامتر کاهش سرعت (q) برای مدل و این دوره محاسبه می‌شود. مقدار این پارامتر برابر با -4 است که حاکی از شتاب تندشونده کیهان می‌باشد.

همچنین با توجه به (٢٤) مشهود است که پارامتر m در دوران دسیتر تعیین کننده نیست. چراکه از ابتدا نیز انتظار می‌رفت (مطابق تعریف m) که میدان اسکالر در دوران دسیتر تاثیرگذار نباشد.

با توجه به اینکه پارامتر m در دوره دسیتر نقشی ندارد، از نتایج بخش‌های قبل، حدود نهایی m را مطابق زیر بدست می‌آوریم:

$$m > 2.74745\,, -1.5 < m < -0.15841,\quad m < -3.59561 \tag{25}$$

می‌توان مقادیر مختلفی را با رعایت شروط بالا برای m در نظر گرفت و به ازای هریک، شرایط پایداری نقاط را بدست آورد.

بازسازی فرم توابع میدان اسکالر

با استفاده از (١٣)، می‌توان فرم توابع میدان اسکالر را برحسب میدان ψ بدست آورد. اگر مجموعه نقاط بحرانی را به صورت $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4^2, \bar{x}_5)$ معرفی کنیم، تابع $F(\psi)$ که با بخش گرانشی جفت می‌شود به صورت

$$F(\psi) = F_0 e^{-\bar{x}_1 N} = \frac{1}{24}\frac{\bar{x}_1{}^2}{\bar{x}_4^2}\psi^2 = \xi^2\psi^2 \tag{26}$$

و تابع پتانسیل به شکل زیر خواهد بود:

$$U(\psi) = \frac{\sqrt{6}}{4}\frac{\bar{x}_1\,\bar{x}_3}{\bar{x}_4}\,H_P^2\psi = 3\xi\psi\bar{x}_3H_P^2 \tag{27}$$

در اینجا با توجه به اهمیت مقدار H_P^2 در هر دوره، فرم تابع پتانسیل متفاوت خواهد بود[5]. با توجه به (٢٦) فرم تابع پتانسیل به شکل مقابل نوشته می‌شود: $U(\psi) = \beta\psi^{1+\alpha}$

که در آن α و β به این صورت تعریف می‌شوند:

$$\alpha = \begin{cases} (8/\bar{x}_1) & rad.era \\ (6/\bar{x}_1) & mat.era \\ 0 & dS.era \end{cases} \tag{28}$$

$$\beta = \begin{cases} 3H_0^2\bar{x}_3\Omega_{0r}F^{\frac{-4}{\bar{x}_1}}\xi^{\frac{8}{\bar{x}_1}+1} & rad.era \\ 3H_0^2\bar{x}_3\Omega_{0m}F^{\frac{-3}{\bar{x}_1}}\xi^{\frac{6}{\bar{x}_1}+1} & mat.era \\ 3H_0^2(1-\Omega_{0m}-\Omega_{0r})\bar{x}_3\xi & dS.era \end{cases} \tag{29}$$

با استفاده از تعریف پارامتر m، رابطه بین پتانسیل و تابع جفتیدگی، به شکل $U(\psi) = C_0F^m = U_0\psi^{2m}$ می‌باشد. از قیاس دو رابطه نتیجه می‌گیریم که باید رابطه $1 + \alpha = 2m$ برقرار باشد. این معادله با جواب‌های R_1 و M_1 نیز سازگار می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به مرور کوتاهی بر نظریه گرانش تک‌مدولی با سرعت متغیر نور پرداختیم. با استفاده از روش حل سیستم‌های دینامیکی، برای هر دوره نقاط بحرانی را محاسبه کرده و با توجه به جواب‌های قابل قبول، دریافتیم که نظریه همچون مدل استاندارد کیهان‌شناسی عمل می‌کند و مطابق انتظار قبلی، در دوران تابش غالب ثابت کیهان‌شناسی بی‌اثر بوده و میدان اسکالر نقش ایفا می‌کند. همچنین پس از رسیدن به دوران دسیتر، میدان اسکالر خاموش شده و پتانسیل میدان اسکالر به همراه ثابت کیهان‌شناسی عامل شتاب اخیر کیهانی می‌شوند.

با استفاده از شرایط حاکم بر جواب‌ها، حدود پارامتر آزاد m را بدست آوردیم. با توجه به حدود m در رابطه (٢٩)، می‌توان مقداری را برای آن پیدا کرد که بتواند پاسخ مناسب برای هر دوره را بدهد. همچنین با استفاده از نقاط بحرانی فرم کلی توابع اسکالر برحسب میدان اسکالر را بازسازی کردیم.

بدین ترتیب پیش‌بینی می‌شود که نظریه گرانش تک‌مدولی با فرض سرعت متغیر نور، قادر به ارائه توضیح مناسبی برای جهان می‌باشد.

مرجع‌ها

[1] Ellis, G.F.R. “The Trace-Free Einstein Equations and inflation” *GRG*. **46**, (2014), arXiv: 1306.3021v3 [gr-qc]
[٢] Sáez-Gómez D. “Analyzing modified unimodular gravity via Lagrange multipliers” *PhysRevD.*, **93** (2016) arXiv: 1602.04771v2 [gr-qc]
[٣] Ellis, G.F.R. and Uzan, J.-P., “‘*c*’ is the speed of light, isn’t it?” *Am. J. Phys.*, **73**, 240–247, (2005), arXiv: 0305099v2 [gr-qc]
[٤] Magueijo.J, “Covariant and locally Lorentz-invariant varying speed of light theories”. *PhysRevD.*, **62,** (2000), arXiv: 0007036v1 [gr-qc]
[5] S Capozziello, S Nesseris, L Perivolaropoulos. “Reconstruction of the scalar–tensor Lagrangian from a ΛCDM background and Noether symmetry”, JCAP,**12,** (2007) arxiv:0705.3586v4 [gr-qc]
[6] S. Nojiri, S. D. Odintsov and V. K. Oikonomou, “Unimodular F(R) Gravity”. *JCAP.*, **2016**, 46-68, (2016) arXiv: 1512.07223 [gr-qc]

آنسامبل کانونی در یک اصل عدم قطعیت تعمیم یافته جدید

محمدیان ایوری ، رمضانعلی [۱]؛ کاظم یوسفی [۱]؛ پژوهش رضا [۱]

[۱] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند

چکیده

بعضی از رهیافت‌ها ونتایج مهم گرانش کوانتمی یک طول کمینه قابل اندازه‌گیری را پیشنهاد می‌کنند. این طول کمینه منجر به ارائه و اصلاح اصل عدم قطعیت تعمیم یافته هایزنبرگ می شود. ما شکل دیگری از اصل عدم قطعیت تعمیم یافته را پیشنهاد کردیم، اثر ات این تصحیح را بر روی ترمودینامیک یک گاز ایده آل با آنسامبل کانونیک را بررسی می کنیم و نشان می دهیم تعداد میکروحالت ها در نزدیکی مقیاس پلانک به شدت افزایش می یابند.

Canonical ensemble in a new Generalized Uncertainty Principle

Mohammadian evari, Ramzan Ali[1]; Yoosefi, Kazem[1]; Pazhouhesh, Reza[1]

[1] *Department of physics, Factuality of sciences, University of Birjand, Birjand, Iran*

Abstract

Some important approaches to quantum gravity suggested, there is a minimum measurable length. This minimal length leads to a modification of the Heisenberg uncertainty principle to new Generalized Uncertainty Principle (GUP). We introduced another form of the GUP and the effects of this modifications on the thermodynamics of an ideal gas within the canonical ensemble will studied. Interestingly, we find that the number of accessible microstates for a given system increases drastically in near the Planck scale.

PACS No: 12

مقدمه

رهیافت‌های منتهی به گرانش کوانتومی مانند نظریه ی ریسمان[۱]، فیزیک سیاهچاله ها[۲]، گرانش کوانتومی حلقه‌ای[۳] و نسبیت خاص دوگانه[۴]، یک طول کمینه قابل اندازه گیری از مرتبه طول پلانک را پیش‌بینی می‌کنند [۱-٤].

$$l_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{C^3}} \sim 10^{-35} \tag{1}$$

وجود یک طول کمینه منجر به تصحیح اصل عدم قطعیت هایزنبرگ می شود که به آن اصل عدم قطعیت تعمیم یافته (GUP)[۵] می‌گویند، همچنین باعث یک تصحیح متناظر از رابطه جابجایی بین عملگرهای مکان و تکانه می شود. در مرجع [۵] شکل دیگری از GUP را معرفی کرده ایم که برای این GUP، تصحیح متناظر با رابطه جابجایی بین عملگرهای مکان و تکانه به صورت زیر خواهد بود:

$$[X_i, P_j] = i\hbar\left\{\delta_{ij} + \alpha\left(P\delta_{ij} + \frac{P_i P_j}{P}\right) + \alpha^2 P_i P_j\right\} \tag{2}$$

همچنین، مانند مرجع [٦]، ساده ترین شکل از معادله بالا را می توان به صورت:

$$[X, P] = i\hbar\{1 + 2\alpha P + \alpha^2 P^2\} \tag{3}$$

نوشت. عملگر تکانه در انرژی های بالا (P_i) را می توان نسبت به این عملگر در انرژی های پایین (P_{0i}) بسط داد. نوشتن این بسط تا مرتبه دوم α به صورت زیر خواهد بود.

$$P_j = P_{0j}\left(1 + \alpha P_0 + \alpha^2 {P_0}^2\right) \tag{4}$$

بنابراین،

$$H_{GUP} = \frac{P^2}{2m} + V(\vec{x}) = H_0 + H_1 + V(\vec{x})$$
$$= \frac{P_0^2}{2m} + \frac{\alpha P_0^3}{m} + \frac{3\alpha^2 P_0^4}{2m} + V(\vec{x}) \qquad (5)$$

خواهد بود که در آن، هامیلتونی H_0 در نزدیکی مقیاس پلانک توسط جمله جدید H_1 مختل می شود. در ادامه سعی خواهد شد برخی از جنبه های مربوط به استفاده از این GUP جدید در یک آنسامبل کانونی مورد مطالعه قرار گیرد.

آنسامبل کانونی

در آنسامبل کانونی انرژی سیستم متغیر است و می تواند بین سیستم و محیط مبادله شود، این بدان معناست که انرژی هر یک از میکروحالت های سیستم، احتمال اشغال آن را در فضای فاز تعیین می کند. همچنین در این حالت، چگالی حالت ها، تابعی از انرژی سیستم بوده و به صورت زیر با فاکتور بولتزمن متناسب خواهد بود:

$$\rho(X,P)^{ce} \propto \exp\left(-\frac{H(X,P)}{T}\right) \qquad (6)$$

تابع پارش این سیستم را می توان به صورت زیر نوشت:

$$Q(P,q) = \sum_{\varepsilon} \exp\left(\frac{-\varepsilon}{KT}\right) \qquad (7)$$

که در آن، ε انرژی هر یک از میکروحالت ها، و یا به عبارت دیگر، یک جواب از معادله شرودینگر مربوط به سیستم مورد نظر خواهد بود. بنابراین باید معادله شرودینگر تصحیح شده را با توجه به GUP جدید حل کرده و انرژی میکروحالت ها را در رابطه (۷) قرار دهیم (مانند مرجع [۷]).

برای ادامه، یک گاز ایده آل تک اتمی که بین ذرات آن هیچ بر همکنشی وجود ندارد را در نظر می گیریم. در این صورتف انرژی ذرات این گاز تماماً جنبشی بوده و هامیلتونی این سیستم را می توان به صورت زیر نوشت:

$$H(P,q) = \sum_{1}^{N} \left(\frac{P_i^2}{2m}\right) \qquad (8)$$

در صورت زیاد بودن تعداد میکروحالت ها و به تبع آن، نزدیکی ترازهای انرژی سیستم به هم، می توان این جمع را با یک انتگرال تقریب زد [۷]. در ادامه در تمامی مراحل محاسبات به دلیل پیچیدگی زیاد روابط، پس از بسط عملگر تکانه در انرژی های بالا، بر حسب این عملگر در انرژی های پایین و بر اساس رابطه (۳)، تنها جملات تا مرتبه اول α را در محاسبات نگه خواهیم داشت و برای سادگی از جملات مراتب بالاتر صرف نظر خواهد شد. بنابراین، برای یک سیستم N ذره ای، تابع پارش به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$Q_N(P,q) = \frac{1}{N!\,\hbar^{3N}} \iint_{-P_p}^{P_p} \frac{e^{-\sum_1^N \beta\left(\frac{P_i^2}{2m}\right)}}{(1+2\alpha P_0)^{3N}} \prod_{i=1}^{N} (dq_i^3\, dp_i^3) \qquad (9)$$

از آن جایی که هامیلتونی این سیستم فقط تابع تکانه است، در رابطه (۹)، انتگرال گیری روی متغیر مکان به طور سر راست انجام شده و یک ضریب $\mathrm{V^N}$ را می دهد، که V حجم سیستم است. علاوه بر این، انتگرال گیری روی عملگر تکانه را نیز می توان با N انتگرال یکسان، همانند زیر، جایگزین کرد:

$$Q_N(P,q) = \frac{V^N}{N!\,\hbar^{3N}} \left[\int_{-P_p}^{P_p} e^{-\beta\left(\frac{P_0^2}{2m}+\frac{\alpha P_0^3}{m}\right)} \frac{4\pi P^2}{(1+2\alpha P_0)^3}\, dp\right]^N \qquad (10)$$

در اینجا P_0 و P به ترتیب اندازه عملگرهای تکانه در انرژهای پایین و بالا می باشند. در معادله (۱۰)، P_i^2 در تابع نمایی را تا مرتبه اول α بسط داده ایم. در قدم بعدی جمله $\frac{4\pi P^2}{(1+2\alpha P_0)^3}$ را تا مرتبه اول α بسط می دهیم در نتیجه، معادله (۱۰) به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$Q_N(P,q) = \frac{V^N}{N!\,\hbar^{3N}} [A + B + C + D]^N \qquad (11)$$

که ضرایب A، B، C و D در آن، به صورت زیر تعریف می شوند:

$$A = 4\pi \int_{-P_p}^{P_p} \frac{P_0^2}{1+6\alpha P_0} dP_0 \qquad (12)$$

$$B = 16\alpha\pi \int_{-P_p}^{P_p} e^{-\beta\frac{P_0^2}{2m}} \frac{P_0^3}{1+6\alpha P_0} dP_0 \qquad (13)$$

$$C = -4\alpha\pi \int_{-P_p}^{P_p} e^{-\beta\frac{P_0^2}{2m}} \frac{P_0^5}{mKT(1+6\alpha P_0)} dP_0 \qquad (14)$$

$$D = -16\alpha^2\pi \int_{-P_p}^{P_p} e^{-\beta\frac{P_0^2}{2m}} \frac{P_0^6}{mKT(1+6\alpha P_0)} dP_0 \qquad (15)$$

با چند تغییر متغیر و استفاده از رابطه انتگرالی:

$$\gamma(\alpha,x) = \int_0^x e^{-t} t^{\alpha-1} dt = \frac{x^\alpha}{\alpha} M(\alpha,\alpha+1,-x) \qquad (16)$$

که در آن $\gamma(\alpha,x)$ تابع گامای ناقص و $M(\alpha,\alpha+1,-x)$ تابع فوق هندسی همشار کامر[7] می باشد،[8] می توانیم رابطه (۱۱) را به صورت زیر باز نویسی کنیم:

$$\begin{aligned}Q_N(P,q) &= \frac{V^N}{N!\,\hbar^{3N}}\Bigg[-\frac{16\alpha\pi}{9}(2mKT)^2 P_P^3 M(3,4,-P_P) \\ &+ \frac{16\pi}{9}(2mKT)^{\frac{3}{2}} P_P^{\frac{3}{2}} M\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2},-P_P\right) \\ &- \frac{8\pi}{45}(2mKT)^{\frac{3}{2}} P_P^{\frac{5}{2}} M\left(\frac{5}{2},\frac{7}{2},-P_P\right) \\ &+ \frac{\pi}{27\alpha}(2mKT) P_P^2 M(2,3,-P_P)\Bigg]^N \qquad (17)\end{aligned}$$

اکنون می توانیم انرژی آزاد هلمولتز را برای این سیستم به صورت زیر بدست آوریم:

$$\begin{aligned}A(V,N,T) &= -KT\ln Q_N(q,P) \\ &= -NKT\Bigg\{\ln\frac{V}{N}\left(\frac{2\pi mKT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} + \ln\alpha + 1 \\ &+ \ln\Bigg(\frac{1}{\alpha}\Bigg[-\alpha(2mKT)^{\frac{1}{2}} P_P^3 M(3,4,-P_P) \\ &+ P_P^{\frac{3}{2}} M\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2},-P_P\right) \\ &- \frac{1}{6} P_P^{\frac{5}{2}} M\left(\frac{5}{2},\frac{7}{2},-P_P\right)\Bigg]\Bigg)\Bigg\} \qquad (18)\end{aligned}$$

که در بدست آوردن آن از $\left(\frac{16}{9}\cong\sqrt{\pi}\right)$ استفاده شده است. اکنون تمام کمیت های ترمودینامیکی این آنسامبل کانونی می تواند از انرژی آزاد هلمولتز بدست آید. از آن جا که کمیت مورد علاقه ما آنتروپی است سعی می کنیم آنتروپی سیستم را با استفاده از رابطه (۱۸) بدست آوریم. در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}S &= -\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right) \\ &= NK\Bigg\{\ln\frac{V}{N}\left(\frac{2\pi mKT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} + \ln\alpha + \frac{5}{2} \\ &+ \ln\Bigg(\frac{1}{\alpha}\Bigg[-\alpha(2mKT)^{\frac{1}{2}} P_P^3 M(3,4,-P_P) \\ &+ P_P^{\frac{3}{2}} M\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2},-P_P\right) - \frac{1}{6} P_P^{\frac{5}{2}} M\left(\frac{5}{2},\frac{7}{2},-P_P\right)\Bigg]\Bigg)\Bigg\} \\ &+ \frac{1}{F}\left\{-\frac{NK}{2}\alpha(2mKT)^{\frac{1}{2}} P_P^3 M(3,4,-P_P)\right\} \qquad (19)\end{aligned}$$

که در آن

$$\begin{aligned}F &= -\alpha(2mKT)^{\frac{1}{2}} P_P^3 M(3,4,-P_P) + P_P^{\frac{3}{2}} M\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2},-P_P\right) \\ &- \frac{1}{6} P_P^{\frac{5}{2}} M\left(\frac{5}{2},\frac{7}{2},-P_P\right) \qquad (20)\end{aligned}$$

است. رابطه (۱۹) نشان می دهد که در انرژی های بالا یعنی در حد $T\to T_P$، آنتروپی بشدت افزایش می یابد و به سمت بینهایت میل خواهد کرد، با توجه به نظریه انفجار بزرگ، این رفتار همان رفتار معمول و مورد انتظار از کمیت ترمودینامیکی آنتروپی در نزدیکی مقیاس پلانک خواهد بود. زیرا وقتی $S\to\infty$ میل می کند، معنی اش این است که سیستم بینهایت میکروحالت قابل دسترسی دارد و این معادل این است که احتمال اشغال هر میکروحالت توسط سیستم به سمت صفر میل کرده و بنابراین هیچ اطلاعات فیزیکی از سیستم نخواهیم داشت (برعکس وقتی $S=0$ باشد، معنی آن این است که تنها یک میکروحالت قابل دسترس برای سیستم وجود دارد و بنابراین وضعیت سیستم به طور دقیق مشخص خواهد بود). در نهایت وقتی اثرات گرانش کوانتومی از بین بروند یعنی در حد $\alpha\to 0$، شکل استاندارد ترمودینامیک از رابطه (۱۹) بدست خواهد آمد.

$$\lim_{\alpha\to 0} S = NK\left\{\ln\frac{V}{N}\left(\frac{2\pi mKT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{2}\right\} \qquad (21)$$

بنابراین، مدل پیشنهادی ما در حد میدان های ضعیف گرانشی توانایی بازتولید نتایج مکانیک کوانتومی استاندارد را دارد.

نتیجه گیری

در این پژوهش، ترمودینامیک گاز ایده آل در آنسامبل کانونی ما بر اساس یک GUP جدید که مرجع [۵] پیشنهاد شده، مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شد که آنتروپی بدست آمده برای این سیستم در نزدیکی مقیاس پلانک و زمانی که اثرات کوانتومی گرانش اهمیت پیدا می کنند، بشدت رشد می کند. این نتیجه با شرایط اولیه کیهان در نظریه انفجاربزرگ که در آن هیچ اطلاعات فیزیکی از کیهان اولیه، به خاطر تکینگی، نداریم در توافق است. اما در مراجع [۷و۸و۹] در

حد انرژیهای بالا(نزدیک مقیاس پلانک) از مدل هایی استفاده شده که باعث می شود آنتروپی در این مقیاس به سمت صفر میل کند.

مرجع‌ها

[1] D. Amati, M. Ciafaloni and G. Veneziano, Phys. Lett. B216, 41 (1989).
[2] A. Kempf, G. Mangano and R. B. Mann, Phys. Rev. D52, 1108 (1995) [hep-th/9412167].
[3] A. Kempf, J. Phys. A30, 2093 (1997) [hep-th/9604045].
[4] L.J. Garay, Quantum gravity and minimum length, Int. J. Mod. Phys. A10, 145 (1995) [arxiv: gr-qc/9403008].
[۵].محمدیان ایوری رمضـــانعلی، پژوهش رضـــا-گرانش کوانتومی، اصـــل عدم قطعیت تعمیم یافته- مقاله شماره ۳۹همایش گرانش و کیهان شنا سی دانشگاه تحصیلات تکمیلی زنجان
[6] K. Nozari,S. Namdari,and J. Vahedi , *Natural cutoffs and Dynamics of Harmonic oscillations* , Chinese Journal Of Physics Vol.50, No.4
[7] B. Vakili and M.A.Gorji, Thermostatistics with minimal length uncertainty relation, (2012), arxiv: 1207.1049v2 [gr-qc].
[8] H. Shababi, *statistical Mechanics* of ideal gas in the presence of minimal length, (2013) arxiv: 1310.3243 [Phys.gen-ph]
[9] K. Nozari and S. Hamid Mehdipour, *Implications of Minimal Length scale*, (2006) arxiv: hep-th/0601096

---

[1] String theory
[2] Black hole physics
[3] Loop quantum gravity
[4] Doubly special relativity
[5] Generalized Uncertainty Principle
[6] Lower incomplete Gamma function
[7] Kummer's confluent hypergeometric function
[8] تابع فوق هندسی همشار کامر به صورت $M(a,b,c)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}\frac{c^n}{n!}$ تعریف می شود که در آن $a_0=b_0=1$، $a_n=\prod_{i=0}^{n-1}(a+i)$ و $b_n=\prod_{i=0}^{n-1}(b+i)$ است.

رفتار قرص برافزایشی حول سیاهچاله چرخان با استفاده از رهیافت هامیلتونی

هندی، سیدحسین؛ بهرامی اصل، بنفشه

بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشگاه شیراز

چکیده

در این مقاله با استفاده از رهیافت هامیلتونی، رفتار سیال قرص برافزایشی حول سیاهچاله‌های چرخان بررسی شده است. ابتدا فرض شده سیال کامل است و تانسور انرژی مومنتوم مربوط به سیال برحسب آنتالپی و چگالی جرمی سیال بدست آورده شده است. سپس با استفاده از معادلات هیدرودینامیک برای سیالات نسبیتی، هامیلتونی را بدست آورده و در نهایت با انتخاب یک معادله حالت مناسب، رفتار سیال فوق نسبیتی بررسی شده است.

Solutions of accretion disk of rotating black hole via Hamiltonian approach

Hendi, Seyed Hossein; Bahrami Asl, Banafsheh

Department of Physics and Biruni Observatory, Shiraz University

Abstract

In this paper, by using the Hamiltonian approach, the behavior of accreting fluid around the rotating black holes is investigated. First, we assume that the fluid is perfect and the energy-momentum tensor is calculated in terms of enthalpy and mass density of the fluid. Then, Hamiltonian is developed by using the relativistic hydrodynamic relations. Finally, we choose an appropriate equation of state to investigate the behavior of ultra-relativistic fluid.

مقدمه

یکی از پدیده های بسیار جذاب در اخترفیزیک قرص های برافزایشی سیاهچاله هاست. این قرص ها شامل سیالاتی است که به دور جسم بسیار چگالی مانند سیاهچاله می‌چرخند. مهمترین انگیزه از مطالعه این قرصهای برافزایشی، بررسی پرتوهای گاما و ایکس خارج شده از نواحی مرکزی آنهاست که به عنوان یکی از شواهد وجود سیاهچاله مورد نظر قرار می‌گیرد. برای توصیف این پدیده دانستن فیزیک حاکم بر سیالات و معادلات توصیف کننده دینامیک سیال ضروری است. در این مقاله به جای استفاده از معادلات مکانیک سیالات نسبیتی برای بدست آوردن معادلات حرکت برای سیال داخل قرص برافزایشی حول یک سیاهچاله چرخان از روش هامیلتونی استفاده شده است[۱]. قبلا همین روش برای سیاهچاله های ایستا مورد استفاده قرار گرفته است [۱] ولی با توجه به اینکه می دانیم سیاهچاله های واقعی چرخان هستند، بررسی این قرصهای برافزایشی و تاثیر دوران سیاهچاله بر آن جالب توجه خواهد بود.

معادلات قرص چرخان

متریک حاکم بر فضای چرخان با تقارن محوری توسط متریک کر به فرم زیر معرفی می‌شود:

$$ds^2=\left(1-\frac{2GMr}{\Sigma}\right)dt^2-\frac{\Sigma}{\Delta}dr^2-\Sigma d\theta^2-\left(r^2+a^2-\frac{2GMr}{\Sigma}a^2\sin^2\theta\right)\sin^2\theta d\phi^2-\frac{2GMra\sin^2\theta}{\Sigma}dtd\phi, \quad (۱)$$

در این رابطه M جرم سیاهچاله و a پارامتر چرخش است و Σ و Δ به فرم زیر هستند:

$$\Sigma=r^2+a^2\cos^2\theta \quad (۲)$$

$$\Delta=r^2-2GMr+a^2 \quad (۳)$$

فرض می‌کنیم سیال کامل است و تانسور انرژی مومنتوم سیال کامل به صورت زیر است:

$$T_{\mu\nu}=(p+\varepsilon)u_\mu u_\nu+pg_{\mu\nu} \quad (۴)$$

در رابطه (۴) p فشار و ϵ چگالی انرژی و u^μ چهار بردار سرعت است که با معادله زیر نشان داده می‌شود:

$$u^\mu=\frac{dx^\mu}{d\tau}=(u^t,u^r,0,u^\phi) \quad (۵)$$

در رابطه فوق τ زمان ویژه و u^θ به دلیل تقارن سمتی صفر است. با توجه به شرط نرمالیزاسیون $u_\mu u^\mu=-1$ خواهیم داشت:

$$u^t=b\pm\{g_{tt}(g_{tt}b^2+1+\frac{\Sigma}{\Delta}(u^r)^2+g_{\phi\phi}\frac{a^2}{r^4}\sin^2\theta)\}^{1/2} \quad (۶)$$

در رابطه فوق $b=\frac{GMa^2\sin^2\theta}{\Sigma r\varsigma}$ است که در این رابطه ς برابر است با: $\varsigma=(1-\frac{2GM}{\Sigma}r)$.

سه بردار سرعت سیال به صورت $v_a=\sqrt{\frac{g_{ab}}{g_{tt}}}\frac{dx^b}{dt}$ تعریف می‌شود و تنها مولفه های r و ϕ غیر صفر هستند که عبارت اند از:

$$v_r=(\frac{\Sigma}{\Delta\varsigma})^{1/2}(\frac{u^r}{u^t}) \quad (۷)$$

$$v_\phi=(\frac{g_{\phi\phi}}{\varsigma})^{1/2}(\frac{a}{r^2u^t}) \quad (۸)$$

مطابق با روابط بالا می‌توان سرعت همراه سیال (u^r) را برحسب v_r نوشت:

$$u^r=\frac{\Sigma}{\Delta dv_r\varsigma}+(\frac{\Sigma}{\Delta\varsigma}(dv_r)^2+\frac{1}{d\varsigma}+\frac{g_{\phi\phi}a^2}{r^4d\varsigma})^{1/2} \quad (۹)$$

$$d=(\frac{\Sigma}{\Delta v_r\varsigma}-\frac{\Sigma}{\Delta\varsigma}) \quad (۱۰)$$

معادلات هیدرودینامیک برای سیال نسبیتی

با داشتن چهاربردار سرعت می‌توان معادله پیوستگی را برای این سیال نوشت.

$$\rho r^2u^r=C_1 \quad (۱۱)$$

در این رابطه C_1 مقداری ثابت است. قوانین ترمودینامیک حاکم بر سیال کامل عبارت اند از:

$$dp=\rho(dh-Tds) \quad (۱۲)$$

$$d\varepsilon=hd\rho+\rho Tds \quad (۱۳)$$

در روابط (۱۲) و (۱۳) ρ چگالی جرم h آنتالپی ویژه (آنتالپی بر جرم) و s آنتروپی ویژه (آنتروپی بر جرم) است. روابط (۱۲) و (۱۳) را در تانسور انرژی مومنتوم جایگذاری می‌کنیم و داریم:

$$T_{\mu\nu}=\rho hu_\mu u_\nu+(\rho h-\varepsilon)g_{\mu\nu} \quad (۱۴)$$

ازجمله معادلات حاکم بر سیالات معادله برنولی است که فرم نسبیتی آن به شکل زیر معرفی می‌شود [۴]:

$$hu^{\mu}\eta_{\mu}=u^{t}h(\varsigma+\frac{2GM}{\Sigma}ra^{2}\sin^{2}\theta)$$
$$+h\frac{a}{r^{2}}(g_{\phi\phi}+\frac{2GM}{\Sigma}ra^{2}\sin^{2}\theta)=C_{2} \qquad (۱۵)$$

در این رابطه C_2 مقداری ثابت و η بردار کیلینگ است. بیشتر فرآیندهای اخترفیزیکی بصورت بی دررو انجام می‌شود بنابراین در طی فرایند آنتروپی ثابت باقی می‌ماند و معادلات (۸) و (۹) به فرم زیر منجر می‌شوند:

$$dp=\rho dh \qquad (۱۶)$$
$$d\varepsilon=hd\rho \qquad (۱۷)$$

با توجه به ثابت بودن آنتروپی فرم کانونیک معادله حالت به فرم باروتروپیک منجر می‌شود [۲].

$$\varepsilon=F(\rho) \qquad (۱۸)$$
$$p=G(\rho) \qquad (۱۹)$$

با توجه به روابط(۱۶) و (۱۷) فرم G مشخص می‌شود.

$$h=F'(\rho) \qquad (۲۰)$$
$$p=G(\rho)=\rho F'(\rho)-F(\rho) \qquad (۲۱)$$

پریم مشتق نسبت به چگالی جرمی است. بعلاوه می‌دانیم سرعت صوت برابر است با $C_s^2=\frac{dp}{d\varepsilon}$ ، با جایگذاری روابط (۱۸) و (۱۹) در رابطه سرعت صوت خواهیم داشت:

$$h(\rho)=f(\rho^{c_s^2}) \qquad (۲۲)$$

در این رابطه f ثابت انتگرالگیری است.

هامیلتونی سیستم

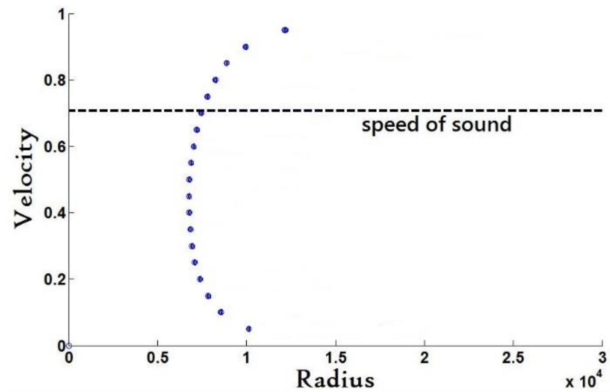
در این مقاله برای بدست آوردن معادلات حرکت بجای استفاده از معادلات مکانیک سیالات نسبیتی از روش هامیلتونی استفاده می‌کنیم، بدین منظور ابتدا باید هامیلنونی را نوشته و از روی آن معادلات هامیلتون را بدست آوریم. می‌دانیم هامیلتونی یک سیستم، همان انرژی کل سیستم است که طبق اصل بقای انرژی، هامیلتونی یک کمیت پایسته است و مقداری ثابت دارد. تا این مرحله با استفاده از معادلات حاکم بر سیالات دو ثابت بدست آوردیم که ثابت اول (C_1) از معادله پیوستگی و ثابت دوم (C_2) از رابطه برنولی نسبیتی بدست آمده است؛ ثابت C_2 شامل ضریب متریک و آنتالپی (آنتالپی خود تابع چگالی جرمی است) و سرعت سیال است بنابراین جامع‌تر بوده و گزینه مناسبی برای نوشتن هامیلتونی است[۳].

$$H(r,v)=C_2^2 \qquad (۲۳)$$

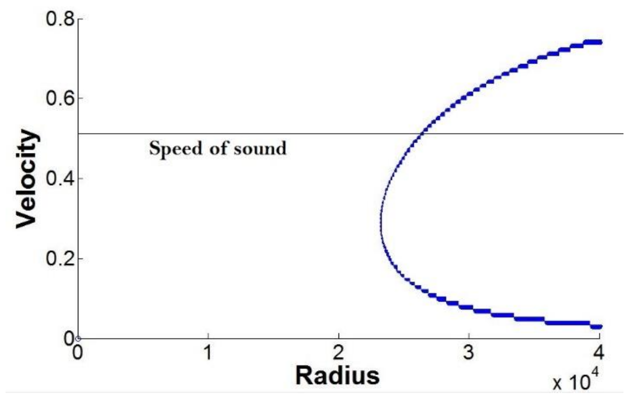
با توجه به رابطه (۱۵) و فرم C_2 هامیلتونی تنها تابع فاصله و سرعت سیال است زیرا آنتالپی تابعی از چگالی جرمی (رابطه (۲۲)) و چگالی جرمی نیز تابعی از سرعت و فاصله (رابطه (۱۱)) است. با انتخاب معادله حالت مناسب می‌توان سرعت سیال را برحسب فاصله از مرکز سیاهچاله توصیف کرد.

معادلات سیال فوق نسبیتی

سیال درون قرص اطراف سیاهچاله‌ها عموما فوق نسبیتی هستند و معادله حالتی نظیر $p=\frac{\varepsilon}{2}$ ($C_s=\frac{1}{\sqrt{2}}$) و یا $p=\frac{\varepsilon}{3}$ ($C_s=\frac{1}{\sqrt{3}}$) دارند. با جایگذاری این مقادیر برای سرعت صوت می‌توان نمودار سرعت سیال برحسب فاصله از مرکز سیاهچاله را بدست آورد که در شکل ۱و۲ به ترتیب برای سرعت صوت‌های $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $\frac{1}{\sqrt{3}}$ رسم شده است.



شکل ۱: نمودار سرعت برحسب فاصله برای سیال فوق نسبیتی که سرعت صوت در آن $\sqrt{2}/2$ است . نمودار خط چین سرعت صوت در این سیال است.



شکل ۲: نمودار سرعت برحسب فاصله برای سیالی که سرعت صوت در آن $\sqrt{3}/3$ است. نمودار خط صاف سرعت صوت در این سیال است.

شکل ۱ و ۲ نمودار سرعت سیال برحسب فاصله از مرکز سیاهچاله به ازای $a=10$ و $H=9\times10^{-7}$ رسم شده است، نمودار خط چین سرعت صوت در این دو سیال است. نقاط روی این دو شکل نشان می‌دهد که در فاصله‌ی مشخص از مرکز سیاهچاله، سیال چه سرعتی می‌تواند داشته باشد و همانطور که در دو شکل مشخص است به ازای هر فاصله‌ی مشخص شده، برای سیال دو سرعت مجاز وجود دارد و این سیال از یک فاصله‌ای نزدیکتر نمی‌تواند بیاید (روی شکل جاییکه به ازای فاصله مشخص یک سرعت مجاز وجود دارد) و اگر سیال از این فاصله نزدیکتر شود ویژگی‌هایش تغییر می‌کند دیگر سیال کامل نیست.

نتیجه گیری

در این مقاله رفتار دیسک برافزایشی حول سیاهچاله چرخان با فرض کامل بودن سیال بررسی شده است و حرکت سیال توصیف شده است بدین منظور دو سیال مختلف با سرعت‌های صوت مختلف در نظر گرفته شده و نمودار سرعت در فاصله‌های مختلف، برای این دو سیال رسم شده است که نشان می‌دهد در شعاع‌های مشخص شده دو سرعت مجاز برای سیال وجود دارد و اگر از شعاع مشخصی نزدیکتر برود ویژگی‌های سیال تغییر می‌کند و دیگر سیال کامل نیست. از مقایسه دو نمودار متوجه می‌شویم با افزایش سرعت صوت در سیال، سیال تا فاصله نزدیکتری ویژگی‌هایش را حفظ می‌کند.

مراجع

[1] Jawad, A; Shahzad, M.U; Eur. Phys. J. C **77,** 515 (2017).
[2] Ahmed, H. *Eur. Phys*. J. C **76**, 280 (2016).
[3] Chaverra, E; Sarbach,O; *Class. Quant. Grav*. **32**, 15 (2015).
[4] Rezzola, L; Zanotti, O;" Relativistic *Hydrodynamics*"; *Oxford University Press* (2013)

معادلات تشابه بین خصوصیات اپتیکی فرامواد و سیاهچاله های چرخشی

هندی، سید حسین[۱] ؛ تقدمی، زهرا سادات[۱]

[۱]بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

چکیده

در این مقاله تشابه بین سیاهچاله کر و فرا ماده مطالعه شده است. همچنین اثر پارامتر دوران بر روی تانسورهای گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفته است.

Analogy between optical properties of metamaterials and rotating black holes

Hendi, Seyed Hossein[1]; Taghadomi, Zahra Sadat[1]

[1] *Physics Department and Biruni Observatory, Shiraz University, Shiraz, Iran*

Abstract

The analogy between the Kerr black hole and metamaterial has been studied in this paper. One can find the effect of rotation parameter on the permittivity and permeability tensors.

04

مقدمه

یکی از موضوعات به روز در عرصه تکنولوژی ساخت مواد مصنوعی است که گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی آن‌ها را می‌توان از طریق ترکیب عناصری که ابعاد آن در مقیاسی کمتر از طول موج نور است، به دلخواه طراحی کرد. به این گونه مواد که دست‌ساز بشر هستند و ویژگی‌هایی جدا از مواد معمولی دارند، فراماده گفته می‌شود[1].

در سال‌های اخیر با استفاده از ویژگی‌های فرامواد و میدان های الکتریکی و مغناطیسی توانسته‌اند ویژگی های سیاهچاله‌ها را شبیه‌سازی کنند. به گونه‌ای که با قرار دادن ساختار خاصی از فرامواد در ناحیه‌ای از فضا، امواج الکترومغناطیسی تابیده شده به فراماده در شعاع خاصی جذب فراماده می‌شود. این گونه سیاهچاله‌ها، تحت عنوان سیاهچاله‌های اپتیکی شناخته شده‌اند [2].

از سوی دیگر می دانیم که در گرانش، مسیر انتشار نور به دلیل حضور ماده یا انرژی خمیده است. مشابه این رفتار در اپتیک، انتشار نور ناشی از وجود ماده است که ایجاد مسیر خمیده برای نور می‌کند [3]. دو روش برای شبیه سازی این دو فضا وجود دارد:

۱. تناظر بین مکانیک و اپتیک با در نظر گرفتن اصل کمترین کنش در مکانیک و اصل فرما در اپتیک
۲. استفاده از امواج الکترومغناطیس و فرامواد و سپس مقایسه ضریب شکست فرامواد و متریک فضای جایگزین

قبل از توضیح هر رهیافت، قابل توجه است که به تفاوت بین اپتیک هندسی و اپتیک موجی اشاره شود. در اپتیک هندسی نور به صورت باریکه یا پرتو در نظر گرفته می‌شود و مسیر آن با توجه به اصل فرما و معادلات حرکت هامیلتون بدست می‌آید. در حالی که در اپتیک موجی، نور به صورت موج در نظر گرفته می‌شود که همان امواج الکترومغناطیسی است و از حل معادله موج حاصل از معادلات ماکسول، بدست می‌آید.

تناظر بین مکانیک و اپتیک: اصل کمترین کنش در مکانیک و اصل فرما در اپتیک

در مواد اپتیکی مسیر انتشار باریکه نور از اصل فرما تبعیت می کند. به عبارتی، نور مسیر اپتیکی بهینه را طی می‌کند. مسیر اپتیکی از رابطه زیر تبعیت می کند [4]:

$$S = \int n\,dl \tag{1}$$

که در آن n ضریب شکست و dl طول مسیر هندسی است که به صورت زیر معرفی می شود:

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \tag{2}$$

S را می توان بر حسب لاگرانژی به فرم زیر بازنویسی کرد [4]:

$$s = \int n\sqrt{(\frac{dx}{d\xi})^2 + (\frac{dy}{d\xi})^2 + (\frac{dz}{d\xi})^2}\,d\xi = \int L d\xi \tag{3}$$

که در آن لاگرانژی به صورت زیر تعریف می شود:

$$L = \sqrt{n^2 v^2} \tag{4}$$

از سوی دیگر در گرانش مسیر حرکت نور از معادله ژئودزیک تبعیت می‌کند که این معادله نیز از معادلات اویلر-لاگرانژ بدست می‌آید. لاگرانژی وابسته به متریک فضا زمان به صورت زیر تعریف می‌شود [4]:

$$L = \sqrt{g_{ij}\dot{x}^i \dot{x}^j} \tag{5}$$

که در آن

$$\dot{x}^i = \frac{dx^i(\xi)}{d\xi} \tag{6}$$

و ξ متغیری است که مسیر را پارامتر بندی می کند. با در نظر گرفتن تناظر بین این دو مکانیک می توان متریک فضا را بر حسب ضریب شکست به صورت زیر بدست آورد:

$$g_{ij} = n^2 \delta_{ij} \tag{7}$$

استفاده از امواج الکترومغناطیسی و فرامواد: مقایسه ضریب شکست و متریک فضا

با در نظر گرفتن معادلات ماکسول در مختصات خمیده، در غیاب چشمه و در ۴-بعد خواهیم داشت [5]:

$$D^i = \varepsilon^{ij} E_j - \left(\vec{\Gamma} \times \vec{H}\right)^i \tag{8}$$

$$B^i = \mu^{ij} H_j + \left(\vec{\Gamma} \times \vec{E}\right)^i \tag{9}$$

که در این روابط $\vec{\Gamma}$ ، پذیرفتاری الکتریکی و تراوایی مغناطیسی به ترتیب از روابط زیر بدست می آیند [5]:

$$\Gamma_i = -\frac{g_{0i}}{g_{00}} \tag{10}$$

$$\varepsilon^{ij} = \mu^{ij} = -\frac{\sqrt{-g}}{g_{00}} g^{ij} \tag{11}$$

روابط بدست آمده نشان دهنده تناظر بین متریک فضایی و ویژگی های فراماده است. از این طریق می‌توان فراماده مورد نظر را با متریک داده شده معادل سازی کرد. نتیجه حاصل، که نشان دهنده نحوه انتشار نور در فضای خمیده است تغییری نخواهد کرد [6].

فضازمان کر

فضازمان کر معرف سیاهچاله های چرخان است. متریک کر در مختصات دکارتی به فرم زیر است [7]:

$$ds^2 = d\bar{t}^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 - \frac{2mr^3}{r^4+a^2z^2}[d\bar{t} + \frac{r}{a^2+r^2}(xdx+ydy) + \frac{a}{a^2+r^2}(ydx-xdy) + \frac{z}{r}dz]^2 \qquad (12)$$

در این متریک a پارامتر دوران است و

$$d\bar{t} = dt + (\frac{2mr+\Delta}{\Delta} - 1)dr \qquad (13)$$

که در آن

$$\Delta = r^2 - 2mr + a^2 \qquad (14)$$

فضازمان کر معادل فراماده‌ای است که مولفه های تانسورهای $\varepsilon^{\mu\nu}$ و $\mu^{\mu\nu}$ به صورت زیر بدست می آیند:

$$\varepsilon^{xx} = \mu^{xx} = -Q[-r^8 + 2r^7m - 2r^6a^2 + 4m(a^2 - \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{2})r^5 + (-a^4 - a^2z^2 + 4mxay)r^4 + 2a^2m(a^2 - x^2 - 2z^2)r^3 - 2a^4z^2(r^2+mr) - a^6z^2] \times [(1 - \frac{2mr^3}{r^4+a^2z^2})(a^2+r^2)(r^6 - 2mr^5 + r^4a^2 - 2m(a^2-r^2)r^3 + a^2z^2(r^2+2mr+a^2))]^{-1} \qquad (15)$$

$$\varepsilon^{xy} = \varepsilon^{yx} = \mu^{xy} = \mu^{yx} = 2Q(ay+rx)(ax-ry)mr^3 \times [(1 - \frac{2mr^3}{r^4+a^2z^2})(a^2+r^2) \times (r^6 - 2mr^5 + r^4a^2 - 2m(a^2-r^2)r^3 + a^2z^2(r^2+2mr+a^2))]^{-1} \qquad (16)$$

$$\varepsilon^{xz} = \varepsilon^{zx} = \mu^{xz} = \mu^{zx} = -2Q \times (ay+rx)mr^2z \times [(1 - \frac{2mr^3}{r^4+a^2z^2}) \times (r^6 - 2mr^5 + r^4a^2 - 2m(a^2-r^2)r^3 + a^2z^2(r^2+2mr+a^2))]^{-1} \qquad (17)$$

$$\varepsilon^{yz} = \varepsilon^{zy} = \mu^{yz} = \mu^{zy} = 2Q \times (ax-ry)mr^2z \times [(1 - \frac{2mr^3}{r^4+a^2z^2}) \times (r^6 - 2mr^5 + r^4a^2 - 2m(a^2-r^2)r^3 + a^2z^2(r^2+2mr+a^2))]^{-1} \qquad (18)$$

$$\varepsilon^{zz} = \mu^{zz} = -Q[-r^6 + 2r^5m - r^4a^2 + 2m(a^2 - x^2 - y^2)r^3 - a^2z^2(r^2+z^2)] \times [(1 - \frac{2mr^3}{r^4+a^2z^2}) \times (r^6 - 2mr^5 + r^4a^2 - 2m(a^2-r^2)r^3 + a^2z^2(r^2+2mr+a^2))]^{-1} \qquad (19)$$

که در این روابط

$$Q = \frac{a\sqrt{\left[z^2\left(a^2+r^2\right)+r^3\left(r-2m\right)\right]\left(2a^2mz^2r+r^6\right)}}{(r^4+a^2z^2)(a^2+r^2)} \qquad (20)$$

برای تحلیل انتشار موج در فراماده معادل با فضازمان کر، از معادلات ماکسول در غیاب چشمه استفاده می کنیم:

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \quad , \quad \vec{\nabla}.\vec{D} = 0$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad , \quad \vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \qquad (21)$$

که $\vec{D}$ و $\vec{B}$ به ترتیب از معادلات (8) و (9) بدست می‌آیند.

با در نظر گرفتن موج تک فرکانس با فرکانس ω و قطبش TE معادلات ماکسول در صفحه xy به معادلات زیر تبدیل می شوند:

$$\begin{aligned}
&\partial_y E_z = i\omega(\mu_{xx}H_x + \mu_{xy}H_y) + i\omega\Gamma_y E_z \\
&-\partial_x E_z = i\omega(\mu_{xy}H_x + \mu_{yy}H_y) - i\omega\Gamma_x E_z \\
&\partial_x E_y - \partial_y E_x = i\omega\mu_{zz}H_z + i\omega(\Gamma_x E_y - \Gamma_y E_x) \qquad (22) \\
&\partial_y H_z = -i\omega(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y) + i\omega\Gamma_y H_z \\
&-\partial_x H_z = -i\omega(\varepsilon_{xy}E_x + \varepsilon_{yy}E_y) - i\omega\Gamma_x H_z \\
&\partial_x H_y - \partial_y H_x = -i\omega\varepsilon_{zz}E_z + i\omega(\Gamma_x H_y - \Gamma_y H_x)
\end{aligned}$$

دینامیک پرتو از معادلات حرکت هامیلتون بدست می‌آید. هامیلتونی در فضازمان کر به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}
H &= g^{\alpha\beta}P_\alpha P_\beta \qquad (23) \\
&= \frac{(r+2m)a^2 + r^3}{r(r^2 - 2mr + a^2)}P_t{}^2 + \frac{4ma}{r(r^2 - 2mr + a^2)}P_\phi P_t \\
&+ \frac{2m - r}{r(r^2 - 2mr + a^2)}p_\phi{}^2 + \frac{2mr - a^2 - r^2}{r^2}P_r{}^2
\end{aligned}$$

و از طریق معادلات زیر می توان مسیر حرکت پرتو نور را مشخص کرد.

$$\dot{q}^\alpha = \frac{\partial H}{\partial p_\alpha} \quad , \quad \dot{P}^\alpha = -\frac{\partial H}{\partial q^\alpha} \qquad (24)$$

در ادامه معادلات بدست آمده‌ی هامیلتون با استفاده از محاسبات عددی و معادلات موج مورد نظر به کمک COMSOL حل خواهند شد. بررسی نتایج حاصل از این دو رهیافت همخوانی خوبی خواهد داشت.

نتیجه گیری

با توجه به اهمیت دوران در سیاهچاله های واقعی اخترفیزیکی، جهت ارتباط گرانش با اپتیک، باید از متریک کر استفاده نمود. به وضوح تاثیر پارامتر دوران در معادلات و نیز تراوایی و گذردهی دیده می شود. متاسفانه با توجه به محدودیت فضا ی مقاله، امکان ارایه محاسبات عددی و نتایج گرافیکی معادلات (که بکمک MAPLE و COMSOL انجام گرفته) نیست. بررسی نتایج و خصوصیات اپتیکی در نواحی معادل فضای کر نظیر ارگوسفر، افق رویداد و سطح گذار به سرخ بینهایت در دست مطالعه است که نتایج آن بزودی منتشر خواهد شد.

مرجع ها

[1] W. Cai and V. Shalaev, *Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications*, (Springer, 2010).
[2] E. E. Narimanov and A. V. Kildishev, Appl. Phys. Lett. **95**, 041106 (2009).
[3] A. J. Kox and et al, "*The Collected Papers of Albert Einstein*." Vol. **6** (Princeton Univ. Press, 1997).
[4] U. Leonhardt and T. G. Philbin, *Geometry and Light: The Science of Invisibility*, (New York: Dover Publ, 2010).
[5] I. Fernandez-Nunez and O. Bulashenko, Phys. Lett. A **380**, 1757 (2016).
[6] Q. Cheng, T. J. Cui, W. X. Jiang and B. G. Cai, [arXiv:0910.2159].
[7] R. d`Inverno, *Introducing Einstein's Relativity*, (Oxford University Press).

گذار فاز در سیاه چاله های آنتی دوسیته باردار غیرخطی در گرانش $F(R)$

هندی ، سیدحسین[۱] ؛ رحیمی، ابراهیم[۲]

[۱]بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشگاه شیراز ، شیراز

[۲] دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کاشان

چکیده

در این مقاله، گرانش $F(R)$ در حضور الکترودینامیک غیرخطی بورن-اینفلد مورد مطالعه قرار گرفته است. در ابتدا، تابع متریک بصورت تحلیلی بدست آمده و سپس کمیت های ترمودینامیکی محاسبه شده است. در ادامه با درنظر گرفتن رابطه بین ثابت کیهان شناسی و فشار، رفتار بحرانی و گذار فاز احتمالی توسط بررسی نمودار همدمای فشار- حجم مورد مطالعه قرار می گیرد.

Phase transition od nonlinearly Charged AdS Black Holes in F(R) Gravity

Hendi, Seyed Hossein[1]; Rahimi, Ebrahim[2]

[1] *Physics Department and Biruni Observatory, Shiraz University, Shiraz*
[2] *Department of Physics, Kashan University, Kashan*

Abstract

In this paper, we study F(R) gravity in the presence of Born-Infeld nonlinear electrodynamics. At first, we obtain exact solution of metric function and then, we calculate thermodynamic quantities. Taking into account the relation between the cosmological constant and pressure, we study critical behavior and possible phase transition by investigating isothermal P-V diagram.

PACS No. 04

مقدمه

اگرچه نتایج نسبیت عام در بیشتر مواقع در توافق خوبی با مشاهدات است [۱]، وجود برخی مشکلات موجب شده که نظریه های تعمیم یافته که لاگرانژی آن تابعی از اسکالر ریچی و دیگر اسکالرهای ساخته شده با تانسور ریمان است، در دهه های اخیر مورد توجه خاصی قرارگرفته است.

این نظریه ها در حد انحنای بسیار کم یا زیاد (یا هر دو حد) از نظریه نسبیت عام فاصله گرفته و نتایج متفاوتی ارایه می کنند. در سال ۱۹۱۸، وایل اولین مقاله را در این زمینه به چاپ رساند [۲]. گرانش F(R) نوعی تئوری گرانش اصلاح شده است که نتایج قابل توجهی در ساختارهای بزرگ و نیز منظومه شمسی دارد.

از سوی دیگر در سال ۱۹۳٤، بورن و اینفلد یک الکترودینامیک غیرخطی را با این هدف که یک مقدار محدود را برای خود انرژی یک بار نقطه ای محاسبه کنند، معرفی کردند [۳].

جوابهای تحلیلی گرانش F(R) فقط برای میدان غیرخطی ناوردای ماکسول به دلیل سادگی معادلات و بدون رد (trace) بودن تانسور انرژی تکانه ارایه شده است . در اینجا جالب توجه خواهد بود که امکان وجود جواب تحلیلی سیاهچاله ای برای این گرانش و در حضور میدان بورن-اینفلد مورد بررسی قرار گیرد. همچنین مطالعه خواص ترمودینامیکی سیاهچاله آنتی دوسیته و همچنین رفتار بحرانی و گذار فاز این جوابها مورد تحلیل قرار خواهد گرفت.

معادلات میدان و جوا ب های سیاهچاله ای:

هدف این مقاله، مطالعه ترمودینامیک سیاهچاله باردار آنتی دوسیته در گرانش $F(R)=R+f(R)$ و در حضور میدان بورن اینفلد در چهار بعد است که در آن اسکالر ریچی ثابت است $(R=R_0)$، می باشد.

لاگرانژی مورد نظر در این مقاله به صورت زیر است:

$$L=R+f(R)-L_{BI} \qquad (۱)$$

که در آن

$$L_{BI}=4\beta^2\left(1-\sqrt{1-\frac{F}{2\beta^2}}\right) \qquad (۲)$$

$$F=F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

و $F_{\mu\nu}$ تانسور میدان الکترومغناطیسی است که مرتبط با پتانسیل الکترومغاطیسی (A_μ) به شکل زیر است:

$$F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu \qquad (۳)$$

کنش نیز به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$S=\int_M d^4x\sqrt{-g}[R+f(R)+L_{BI}] \qquad (٤)$$

با توجه به کنش(٤) و وردش آن نسبت به میدان گرانشی $g_{\mu\nu}$و پتانسیل پیمانه ای (A_μ)، می توان معادلات حرکت را به صورت زیر به دست آورد:

$$R_{\mu\nu}[1+f'(R)]-1/2[R+f(R)]g_{\mu\nu}+[g_{\mu\nu}\nabla^2-\nabla_\mu\nabla_\nu]f'(R)=T_{\mu\nu} \qquad (٥)$$

$$\partial_\mu\left(\frac{\sqrt{-g}F^{\mu\nu}}{\sqrt{1+\frac{F}{2\beta^2}}}\right)=0 \qquad (٦)$$

که در آن تانسور انرژی تکانه به صورت زیر معرفی می شود:

$$T_{\mu\nu}=\frac{g_{\mu\nu}}{2}\left(4\beta^2(1-\sqrt{1-\frac{F}{2\beta^2}})\right)-\frac{2F_{\mu\lambda}F_\nu^\lambda}{\sqrt{1+\frac{F}{2\beta^2}}} \qquad (٧)$$

با توجه به انتخاب انحنای ثابت $(R=R_0)$، در رابطه (٥) به معادله زیر منجر می شود

$$R_0[1+f'(R_0)]-2[R_0+f(R_0)]=T \qquad (۸)$$

با قرار دادن این مقدار در معادله (٥)، می توان نوشت:

$$R_{\mu\nu}-\frac{R}{4}g_{\mu\nu}=\frac{T_{\mu\nu}-\frac{T}{4}g_{\mu\nu}}{1+f'(R_0)} \qquad (۹)$$

در ادامه یک متریک متقارن کروی ایستا معرفی می کنیم

$$ds^2=-N(r)dt^2+\frac{dr^2}{N(r)}+r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2) \qquad (۱۰)$$

از حل مولفه های معادلات (۹)، تابع متریک به صورت زیر بدست می آید:

(۱۱)

$$N(r)=1-\frac{m}{r}-\frac{r^2\Lambda}{3}+\frac{2q\beta}{3[1+f'(R_0)]}\times\left[\sqrt{1+\frac{\beta^2r^4}{q^2}}-\frac{2EllipticF\left(r\sqrt{\frac{\beta\,\mathrm{I}}{q}},\mathrm{I}\right)}{r\sqrt{\frac{\beta\,\mathrm{I}}{q}}}\right]$$

که در این رابطه تابع $EllipticF$ یک تابع خاص ریاضی است که بصورت زیر تعریف می شود:

$$EllipticF(z,k)=\int_0^z\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-k^2x^2}}.$$

خصوصیات ترمودینامیکی جوابها

در این قسمت ما قصد داریم ترمودینامیک سیاه چاله های آنتی دوسیته باردار در گرانش $F(R)$ - بورن اینفلد را بررسی کنیم.

در ابتدا از تعریف گرانش سطحی برای بدست آوردن دمای هاوکینگ استفاده می کنیم

$$T=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{2}(\nabla_\mu\chi_\nu)(\nabla^\mu\chi^\nu)} \qquad (١٤)$$

جایی که $\chi=\frac{\partial}{\partial t}$ ، بردار کیلینگ می باشد. با اندک محاسبه می توان نوشت:

$$T=\frac{N'(r_+)}{4\pi} \qquad (١٥)$$

آنتروپی مرتبط با جواب های سیاهچاله در گرانش $F(R)$ را از رابطه زیر بدست می آوریم [٤]:

$$S=\frac{A}{4\pi}F'(R_0) \tag{١٦}$$

که در آن $A=4\pi r_+^2$ مساحت افق رویداد می باشد. به منظور مطالعه ی گذار فازی شبیه گاز واندروالس، در فضای فاز گسترش یافته، از ثابت کیهان شناسی به فشار تعبیر می شود. فشار ترمودینامیکی از رابطه زیر محاسبه می گردد [٥]

$$P=-\frac{\Lambda}{8\pi} \tag{١٧}$$

به کمک رابطه دما و نیز جایگذاری رابطه فوق، می توان به معادله حالت سیستم دست یافت:

$$P=\frac{(r_+^4\beta^2+q^2)}{\Sigma}\left[4\pi T\left(1+\frac{\beta r_+^2}{q}\right)^{\frac{3}{2}}\left[q^2\{1+f'(R_0)\}+2r_+^4\beta^2\right]+\frac{\frac{r_+^5\beta^3}{q}[1-f'(R_0)]}{1+\frac{r_+^2\beta}{q}}+2r_+^5\beta^4\right]$$

که در آن

$$\Sigma=\left[8\pi r_+^5\beta^2\left[1+f'(R_0)\right](q^2+r_+^4\beta^2)(1+\frac{r_+^2\beta}{q})\right]$$

نقاط بحرانی

در این قسمت ما نقطه بحرانی را بصورت عددی محاسبه خواهیم کرد و با استفاده از نقاط بحرانی، نمودار فشار–حجم را رسم و گذار فاز را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

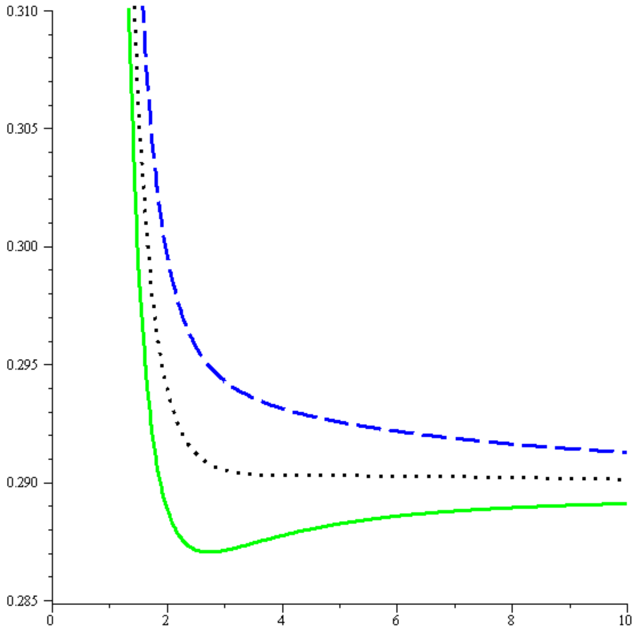
با توجه به خصوصیات نقطه عطف، نقطه بحرانی از مشتقات اول و دوم فشار نسبت به حجم محاسبه خواهد شد:

$$\frac{\partial P}{\partial V}=0,\qquad \frac{\partial^2 P}{\partial V^2}=0 \tag{١٨}$$

باجایگذاری $q=2,\ f'(R_0)=0.1, \beta=2$، دمای بحرانی، شعاع بحرانی و فشار بحرانی به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$T_c=0.23$$
$$r_c=4.66$$
$$P_c=0.29$$

نمودار فشار–حجم به صورت زیر رسم می گردد:



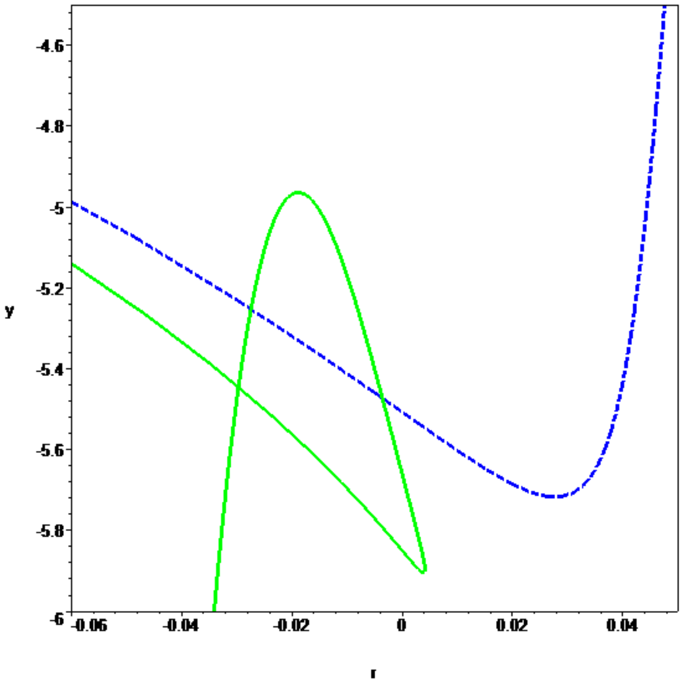
شکل ۱ : نمودار فشار–حجم سیاه چاله آنتی دوسیته باردار غیرخطی در چهار بعد در گرانش $F(R)$. خط های نقطه چین بالایی برای حالت $T>T_c$ و نقطه چین میانی برای حالت $T=T_c$ و خط پیوسته برای حالت $T<T_c$ رسم شده است.

با نگاهی به این نمودار، رفتار واندروالس گونه و گذار فاز در زیر دمای بحرانی بخوبی قابل مشاهده است. برای تکمیل این ایده، انرژی آزاد گیبس را نیز محاسبه می نماییم. انرژی آزاد گیبس از رابطه زیر محاسبه می شود

$$G=M-TS \tag{١٩}$$

که در آن M,T,S به ترتیب آنتروپی، دما و جرم سیاهچاله می باشند. نکته قابل ذکر آنکه در فضای فاز تعمیم یافته از M به آنتالپی تعبیر می شود نه انرژی درونی سیستم. با جایگذاری جرم،

دما و آنتروپی، انرژی آزاد گیبس قابل محاسبه است. جهت مطالعه دقیقتر نمودار انرژی آزاد گیبس را بر حسب دما به صورت زیر رسم می کنیم:



شکل۲ : نمودار انژی آزاد گیبس بر حسب دما در سیاه چاله های آنتی دوسیته باردار غیرخطی در گرانش $F(R)$ خط های نقطه چین برای حالت $P > P_c$ و خط پیوسته برای حالت $P < P_c$ رسم شده است.

به وضوح می توان تایید کرد که یک گذار فاز در زیر فشار بحرانی در نمودار انرژی آزاد گیبس دیده می شود.

نتیجه گیری

در این مقاله در ابتدا جوابهای گرانش تعمیم یافته $F(R)$ با اسکالر ریچی ثابت در حضور میدان بورن-اینفلد بصورت تحلیلی بدست آمده است. سپس با محاسبه ی کمیتهای ترمودینامیکی و معرفی ثابت کیهان شناسی به عنوان یک فشار دینامیکی، معادله حالت این سیاهچاله در فضای فاز گسترش یافته بدست آمده است. سپس امکان وجود گذار فاز مورد بررسی واقع شده است.

با توجه به نمودار فشار-حجم و انرژی آزاد گیبس بر حسب دما مشاهده شد که در دماهای بیستر از دمای بحرانی رفتار عادی (بدون گذار فاز) و در دمای برابر دمای بحرانی ، رفتار بحرانی داریم. همچنین در دماهای کمتر از دمای بحرانی ، گذار فاز در سیاه چاله های آنتی دوسیته باردار غیرخطی در گرانش $F(R)$ اتفاق می افتد. وجود گذار فاز در نمودار $G-T$ نیز برای فشارهای زیر فشار بحرانی مورد تایید قرار گرفت.

مراجع

[1] C. M. Will, Living Rev. Relativ. 17 (2014) 4.
[2] H. Weyl, Sitzungsber. Preuss. Akad. d. Wiss “Gravitation und Elektrizit”,. Teil 1 (1918) 465.
[3] M. Born and L. Infeld, Proc. Roy. Soc. Lond. A 144, (1934) 425.
[4] G. Cognola, E. Elizalde, S. Nojiri, S. D. Odintsov and S. Zerbini, JCAP 02, (2005) 01.
[5] B. P. Dolan, Class. Quantum Gravit.28 (2011) 125020;
B. P. Dolan, Class. Quantum Gravit. 28 (2011) 235017;
D. Kubiznak and R. B. Mann, JHEP 07, (2012) 033;