مقایسه‌ی معیارهای مختلف مرکزیت در شبکه‌های پیچیده

جواد محمدی[1]، مهدی حاجی‌هاشمی[2]، کیوان آقابابایی سامانی[3]
1و ۲و ۳، گروه سیستم‌های پیچیده ، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان
javadmohamadi1994@gmail.com

چکیده

معیارهای مرکزیت برای مشخص کردن اهمیت رأس‌ها در شبکه‌ها به‌کار می‌روند. هریک از این معیارها بر اساس کاربرد و نوع شبکه می‌توانند در رتبه‌بندی رأس‌ها متفاوت عمل کنند. برای مقایسه نحوه ی عمل‌کرد این معیارها از همبستگی پیرسون استفاده می‌کنیم. هدف ما بررسی تأثیر ساختار هریک از این شبکه‌ها بر همبستگی بین معیارهای مرکزیت است. به‌طور خاص تاثیر پارامترهای ساخت شبکه را برهمبستگی بین معیارهای مرکزیت بررسی خواهیم کرد. نشان خواهیم داد که در شبکه تصادفی تغییر ساختار تاثیر چندانی بر همبستگی‌ها نخواهد گذاشت اما در شبکه‌ی بی‌مقیاس این تغییرات می‌تواند تاثیرات چشمگیری بر همبستگی‌ها بگذارد.

مقدمــه

شبکه‌های پیچیده ابزار مفیدی برای بیان ویژگی‌های یک سیستم در علوم مختلف‌اند. تحقیقات اخیر بسیاری از خواص یک جمعیت را با استفاده از شبکه‌ها شبیه‌سازی کرده‌اند. برای مطالعه‌ی این شبکه‌ها معیارهای مختلفی ارائه شده‌است.

یکی از این معیارها که در بررسی شبکه‌های پیچیده و بخصوص شبکه‌های واقعی کاربرد دارد مرکزیت است. در هر شبکه به هر رأس عددی به نام مرکزیت می‌توان نسبت داد که میزان اهمیت رأس را نسبت به سایر رأس‌های شبکه مشخص می‌کند. تعریف یکتا وعمومی برای مرکزیت وجود ندارد و بسته به شبکه‌ی مورد مطالعه و استفاده‌ی مورد نظر تعریف‌های متفاوتی برای آن ارائه شده‌است.

محاسبه‌ی این معیارها در شبکه‌ها، بخصوص شبکه‌های بزرگ طولانی و وقت‌گیراست.هدف ما در این مطالعه بررسی همبستگی میان معیارهای مختلف مرکزیت و تأثیر ساختار شبکه بر این همبستگی است. با بررسی این همبستگی می‌توان میزان تفاوت معیارهای مختلف مرکزیت در رتبه‌بندی رأس‌ها را شناخت و اگر در یک شبکه دو معیار در رتبه بندی رأس‌ها به یک طریق عمل می‌کنند، از معیاری که پیچیدگی محاسباتی کمتری دارد بجای معیاری با پیچیدگی محاسباتی بیشتر استفاده کرد.

ما به‌طور خاص همبستگی پیرسون را بین معیارهای مرکزیت مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای این مطالعه دو شبکه شامل شبکه‌ی تصادفی با مدل اردوش_رنی و شبکه‌ی بی‌مقیاس با مدل باراباسی_آلبرت را در نظر می‌گیریم.

روش انجام کار

برای ساخت هریک از شبکه‌های مدل مورد بررسی ما، پارامترهایی وجود دارد که می‌توانند مقادیر مختلفی را به خود بگیرند. هدف ما بررسی تأثیر این پارامترها بر میزان همبستگی پیرسون بین معیارهای مرکزیت است .

همبستگی پیرسون بین دو بردار X و Y به‌صورت زیر تعریف می شود:

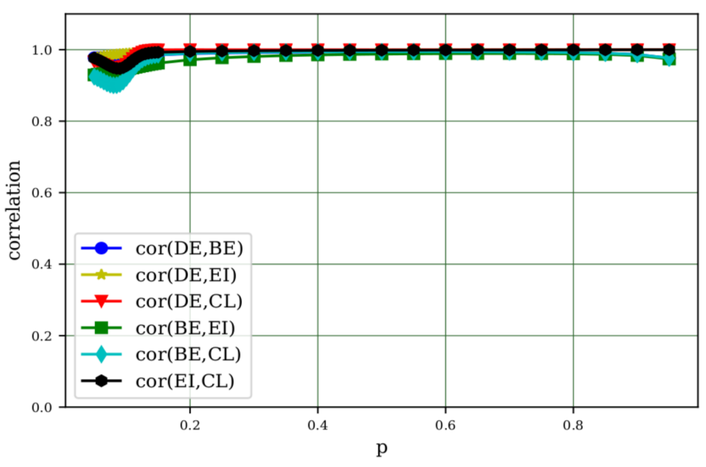
$$R_{XY}=\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{X})(y_i-\bar{Y})}{N\sigma_X\sigma_Y}$$

که در این رابطه $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ میانگین و σ_X و σ_Y انحراف معیار دوبردار هستند.

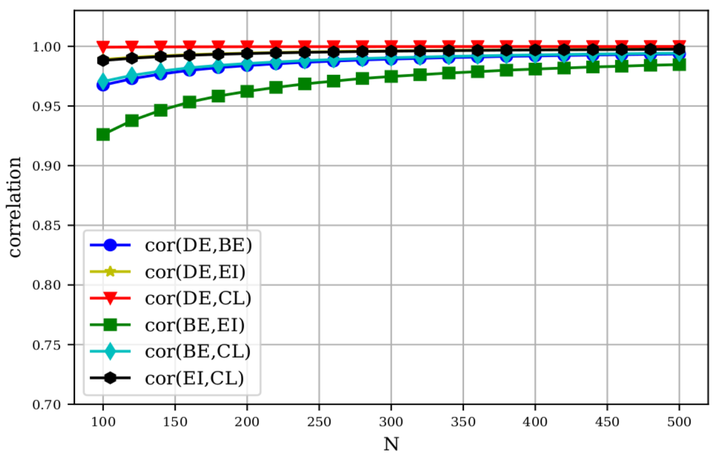
روش کار ما به این صورت است که در هر دوشبکه مورد بررسی یک پارامتر را به‌عنوان پارامتر متغیر و پارامتر دیگر را ثابت در نظر می‌گیریم. به ازای هر مجموعه پارامتر مشخص شبکه‌ی مورد نظر را می‌سازیم. در هر تحقق معیارهای مرکزیت و همبستگی بین این معیارها را محاسبه می کنیم. سپس پارامتر مورد نظر را تغییر داده و کارهای قبلی را دوباره انجام می‌دهیم. در آخر نمودار تغییرات همبستگی میان هر جفت معیار مرکزیت را بر حسب پارامتر مورد نظر رسم می‌کنیم و آن را مورد بررسی وتحلیل قرار می‌دهیم.

از بین معیارهای مختلف مرکزیت ما چهار مورد را برای بررسی انتخاب کرده‌ایم که از مهمترین معیارهای مرکزیت‌اند. این معیارها عبارتند از مرکزیت درجه(DE)، مرکزیت میانگی(BE) ، مرکزیت ویژه‌برداری(EI) و مرکزیت نزدیکی(CL).

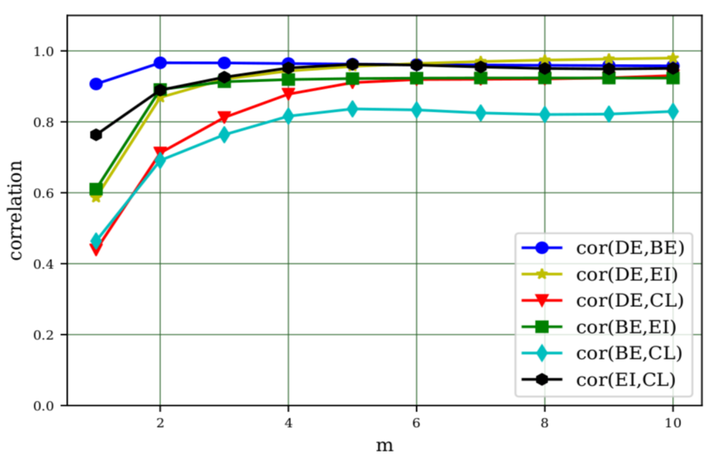
شکل ها



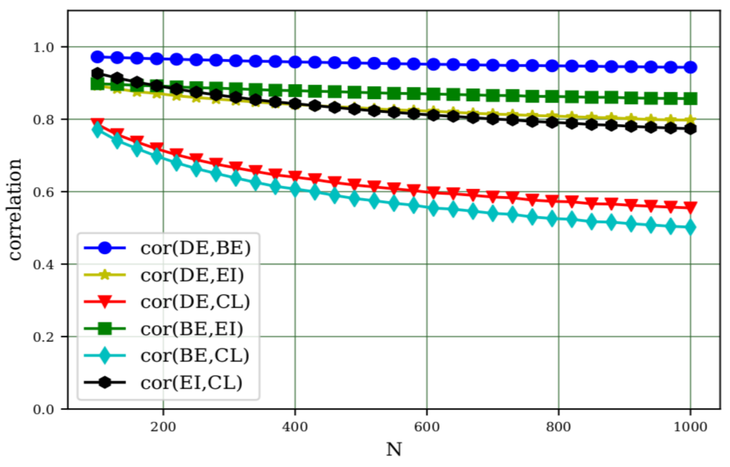
شکل ۱-همبستگی بین معیار های مرکزیت در شبکه تصادفی بر حسب پارامتر p



شکل ۲-همبستگی بین معیار های مرکزیت در شبکه تصادفی بر حسب پارامتر N



شکل ۳-همبستگی بین معیار های مرکزیت در شبکه بی مقیاس بر حسب پارامتر m



شکل ۴-همبستگی بین معیار های مرکزیت در شبکه بی مقیاس بر حسب پارامتر N

نتایــج و بحث

برای ساخت شبکه تصادفی به دو پارامتر N و P نیاز است که N تعداد رأس‌های شبکه را مشخص می‌کند و هر رأس با احتمال P به رأس‌های دیگر متصل می‌شود که در بازه‌ی ۰ تا ۱ قرار دارد.

برای بررسی تاثیر پارامتر P بر همبستگی بین معیارهای مرکزیت شبکه‌ای با ۴۰۰ رأس را در نظر می‌گیریم. در شکل۱ می‌توان این موضوع را مشاهده کرد که همه‌ی همبستگی‌ها در این شبکه مقداری نزدیک به ۱ دارند و افزایش P نیز تاثیر چندانی بر این همبستگی‌ها ندارد و با شیب بسیار کمی باعث افزایش همبستگی‌ها می‌شود.

برای دیدن تاثیر پارامتر دوم، شبکه‌ای با P=۰/۳ را در نظر می‌گیریم. پارامتر N را از۱۰۰تا۵۰۰ تغیر می‌دهیم. در شکل۲ می‌توان مشاهده کرد که افزایش اندازه شبکه باعث افزایش همبستگی‌ها می‌شود و تقریبا در N بزرگ تمامی همبستگی‌ها به ۱ همگرا می‌شوند.

برای ساخت یک شبکه بی مقیاس، به دو پارامتر N و m نیاز است که N تعداد رأس‌های شبکه را مشخص می‌کند. برای بررسی تاثیر پارامتر m شبکه‌ای باN=۲۰۰ را در نظر می‌گیریم و پارامتر m را از ۱ تا ۱۰ تغییر می‌دهیم. در شکل۳ می‌توان تاثیر تغیر پارامتر m بر همبستگی بین معیارهای مرکزیت را مشاهده کرد در تمامی موارد با افزایش m همبستگی بین معیارها افزایش پیدا می‌کند. در m *های* کوچک این همبستگی‌ها مقدار کم و قابل توجه‌ای دارند. این نشان دهنده‌ی این موضوع است که در m های کوچک هریک از معیارهای مرکزیت در رتبه‌بندی رأس‌ها رفتار متفاوتی دارند.

در آخرین قسمت تأثیر پارامترN بر همبستگی را بررسی می‌کنیم. بدین منظور شبکه‌ای باm=۲ را در نظر می‌گیریم و پارمتر N را از ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ تغییر می‌دهیم. در شکل۴ می‌توان مشاهده کرد که افزایش سایز شبکه باعث کاهش میزان همبستگی بین معیارهای مرکزیت می‌شود.

ما در این مطالعه تاثیر ساختار شبکه‌های مورد نظر بر میزان همبستگی بین معیارهای مرکزیت را بررسی کردیم. در شبکه‌ی تصادفی با مدل اردوش_رنی، بدون در نظر گرفتن ساختار، تمامی معیارهای مرکزیت با تقریب بسیار خوبی به یک طریق عمل می‌کنند و استفاده از هر معیار به طور جداگانه نتیجه‌ی متفاوتی در رتبه بندی رأس‌ها ندارد. در شبکه‌ی بی‌مقیاس با مدل باراباسی_آلبرت می‌توان به طور واضح تاثیرات تغییر ساختار بر میزان همبستگی‌ها را مشاهده کرد. تغییر هر یک از پارامترهای ساخت این شبکه تاثیرات قابل ملاحظه‌ای را بر میزان همبستگی بین معیارهای مرکزیت می‌گذارد. برای شبکه‌ی بی‌مقیاس به طور کلی می‌توان گفت که در شبکه‌های باسایز بزرگ و مقدار m کوچک معیارهای مرکزیت در رتبه‌بندی رأس‌ها بسیارمتفاوت عمل می‌کنند.

منابــع

-M.E.J.Newman,Networks:An Introduction(oxford University Press, Inc., New York, 2010) ;
-B Voelkland and C. Kasper, Biol. Letter 5, 462 (2009);
-N. Friedkin, Am. J. Social, 96, 1478 (1991);
-Y. Li, N. Li and B. Li, Eur. Phys. J. B 88, 1, (2015);
-X He and N Meghanathan ,Comput. Sci. Inf. Technol, 9, (2016);