

## سخنرانی‌های یازدهمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها

|   |   |
|---|---|
| مهدی ترابیان  | نتایج آزمایش g-2 آزمایشگاه فرمی در اندازه گیری ممان دو قطبی مغناطیسی میون   |
| کاظم عزیزی  | نتایج اخیر آزمایش LHCb روی نقض جهانشمولی طعم لپتونی: نشانی از یک اندرکنش بنیادی جدید؟                                       |
| عبیده جعفری   | تازه‌ها از برخورددهنده بزرگ هادرونی درباره فیزیک کوارک تاپ  |
| سید یاسر ایازی  | مروری بر پدیده شناسی ماده تاریک در عصر کوید-۱۹  |
| مجتبی محمدی نجف‌آبادی   | پتانسیل فیزیکی آشکارساز CMS ارتقا یافته در درخشندگی بالای LHC   |
| حمزه خانپور   | پدیده‌شناسی فیزیک ذرات در برخورددهنده‌های انرژی بالای نسل آینده   |
| علی اشتری اصفهانی   | مروری اجمالی بر فیزیک نوترینوی تجربی  |
| امراهی اینی علیا، بهمن؛ علی اکبری، محمد؛ اسدی، محمد؛                    | وابستگی دمایی درهم‌تنیدگی خالص‌سازی در حضور پتانسیل شیمیایی   |
| اطمینان، فیصل؛ سنجولی، زهرا؛ فیروزآبادی، محمد مهدی؛ هادی زاده، محمدرضا؛ | انرژی بستگی و شعاع ماده‌ی حالت‌های پایه $NN\Omega$ و $N\Omega\Omega$  |
| اطمینان، فیصل؛ فرساد، سیده فریما؛ هادیزاده، محمد رضا؛                   | بررسی ابرهسته‌ی فرضی $(\Omega\Omega^6)\text{He}$  |
| بخشیان، حامد؛ جعفری، عبیده؛ خزاعی، الهام؛ زینلی، مریم                   | اندازه‌گیری درخشندگی برخورد سرب-سرب با انرژی مرکز جرم ۵/۰۲ تراالکترون‌ولت در سال ۲۰۱۵ توسط آزمایش CMS                       |
| بخشیان، حامد؛ جعفری، عبیده؛ خزاعی، الهام؛ زینلی، مریم؛                  | بررسی واپاشی غیراستاندارد بوزون هیگز به یک جفت ذره شبیه اسکالر در برخورد پروتون-پروتون در انرژی مرکز جرم $13\text{TeV}$     |
| موسوی نژاد، سید محمد؛ سرتیپی پاراحمدی، پگاه؛                            | تولید هادرون از واپاشی بوزون هیگز باردار سنگین در مدل هیگز دوگانه   |
| هاشمی، مجید؛ ابراهیمی، الناز؛   | اصلاحات سینماتیک و روش‌های بازسازی برای بوزون هیگز خنثی واپاشی شده به $b\bar{b}$ در نوع اول 2HDM در شتابدهنده‌های خطی آینده |
| عزیزی، مجید؛ خرمیان، علی؛ پاک طینت مهدی آبادی، سعید؛                    | تاثیر داده‌های سطح مقطع جت در استخراج توابع توزیع پارتونی   |
| کردوالش آبادی، رامین؛ مدرس، مجید؛ رضایی، سمیه؛ امین زاده نیک، رضا       | سطح مقطع تولید تک جت و دو جت در چارچوب‌های مختلف تکانه‌ی عرضی و مقایسه‌ی آن با داده‌های گروه ژئوس                           |
| اتفاقی، محمد مهدی؛ عسکری پور راوری، زکیه؛                               | حالت‌های آمیخته برای نوترینوی Z   |
| محسنی سجادی، حسین؛ یزدانی احمد آبادی، حسین؛                             | اثر جفت‌شدگی میدان اسکالری کمثون و ماده بر تغییر طعم نوترینوها  |

|   |   |
|---|---|
| تقوی، رقیه؛ مدرس، مجید؛ امین زاده نیک، رضا؛ کردوالش آبادی، رامین؛ | بررسی تولید جفت لپتون در فرایندهای درل-یان با استفاده از رهیافت فاکتورگیری اندازه ی حرکت عرضی و اعمال قیده‌های نظم زاویه ای مختلف |
| هاشمی، مجید؛ نوبخت فلاتی، ندا؛                                    | بررسی تاثیر پارامترهای مدل ۲ HDM بر سطح مقطع تولید HZ در پراکندگی الکترون و پوزیترون در شتابدهنده FCC                             |
| عبدی، فریبا؛ برون، غلامرضا؛                                       | محاسبه جرم تتراکوارک های سنگین  |

## پوسترهای علمی یازدهمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها

(به ترتیب الفبای نام خانوادگی اولین نویسنده)

| عنوان مقاله  | اسامی مؤلفین   |
|--|--|
| نابودی ماده تاریک فرمیون تکتابی به دو فوتون از طریق ذره ی مبادله ای شبه اسکالر   | محمد مهدی اتفاقی، رضا معظمی<br>گودرزی، مریم یزدانی نجف آبادی |
| حل عددی معادله دیراک در حضور پتانسیل Mathieu   | سهراب آقایی، علیرضا چناقلو، نیلوفر آزادی                     |
| مطالعه ساختار باریون‌های با طعم سنگین در مدل کووارک-دی کووارک  | ناهید امیری، سید محمد موسوی<br>نژاد، آیدا آرمات              |
| ترکش گلوئون به باریون امگا سی سی بی با در نظر گرفتن اثر جرم باریون   | ناهید امیری، سید محمد موسوی<br>نژاد، مهدی دلپسند             |
| اثر اصلاحات غیر اختلالی روی پایداری سیاه چاله کر-نیومن-گودل  | بهنام پورحسین  |
| کوانتش کانونی ژئودزیک‌های BMS سه بعدی  | مهدی دهقانی، مریم مردانی، سلمان ابرقویی نژاد                 |
| محاسبه ثابت پیوندی با استفاده از توصیف اختلالی ذرات در برهمکنش‌های پروتون-پروتون و الکترون-پروتون                                  | محمد ابراهیم زمردیان، ریحانه صالح<br>مقدم، عباس نبی قوشخانه  |
| انصراف   |  |
| پیچیدگی و خنثی‌سازی پیچیدگی در طی تزریق انرژی  | سیده مهسا لزگی، محمد علی اکبری                               |
| تعیین جرم تتراکوارکها با روش غیر نسبی با استفاده از پتانسیل مبادله پایون   | مجید منعم زاده، نرگس<br>تعظیمی، محمدرضا آقائی                |
| تعیین انرژی بستگی و جرم تتراکوارک CSCS   | مجید منعم زاده، نرگس<br>تعظیمی، محمدرضا آقائی                |
| بررسی و محاسبه میزان نفوذ ذره در پدیده تونل زنی کوانتومی و تشریح کاربرد آن در میکروسکوپ تونل زنی روبشی                             | شهرام مهرمنش   |
| محاسبه نیمه عمر واپاشی آلفازای هسته‌های زوج-زوج ۱۱۸ ۳۱۰-۲۸۲ با استفاده از پتانسیل مجاورتی و تقریب WKB و مقایسه با روابط نیمه تجربی | عنایت اله یزدان کیش  |

## تازه‌ها از برخورددهنده بزرگ هادرونی درباره فیزیک کوارک تاپ

جعفری، عبیده<sup>۱,۲</sup><sup>۱</sup>دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی اصفهان، خمینی‌شهر، اصفهان  
<sup>۲</sup>گروه سی.ام.اس، مرکز تحقیقاتی دزی، هامبورگ

## چکیده

پس از گذشت بیش از ۱۰ سال از آغاز به کار برخورددهنده بزرگ هادرونی در سرن، *LHC*، که بعنوان کارخانه تولید کوارک تاپ شد ناخته می‌شد، شناخت ویژگی‌های کوارک تاپ وارد مرحله اندازه‌گیری دقیق شده‌است. مجموعه عظیم و ذی‌قیمت داده‌های *LHC* در سال‌های ۲۰۱۶-۲۰۱۸ میلادی امکان چنین اندازه‌گیری‌هایی را با دقتی که هرگز در دسترس نبوده فراهم آورده‌است. همچنین، حجم زیاد داده‌ها علاوه بر انرژی بالاتر برخورد پروتون‌ها موجب شده مطالعه فرآیندهایی که علاوه بر کوارک تاپ، چندین ذره سنگین دیگر هم تولید می‌کنند، میسر شود. این فرآیندها مخصوصاً برای بررسی نشانه‌هایی از پدیده‌های جدید (فرای مدل استاندارد ذرات بنیادی) در قالب نظریه میدان مؤثر بسیار مورد توجه هستند. در این نوشتار، مروری داریم بر آخرین نتایج فیزیک کوارک تاپ در *LHC*، اعم از اندازه‌گیری دیفرانسیلی سطح مقطع تولید، جرم کوارک تاپ و رانش آن، و نیز تولید همزمان کوارک تاپ با سایر ذرات بنیادی.

## Latest LHC results on top quark physics

Jafari, Abideh<sup>1,2</sup><sup>1</sup> Department of Physics, Isfahan University of Technology, Isfahan<sup>2</sup> CMS group, Deutsches Elektronen-Synchrotron, Hamburg, DE

## Abstract

*At the CERN LHC the top quark physics has entered the precision era. The wealth of the Run-II data taken during 2016-2018 has enabled us to measure the top quark properties with an unprecedented precision. At the same time, added to the high center-of-mass energy, it has brought the opportunity to measure rare processes involving multiple heavy particles, including top quarks. Such processes are in particular interesting to search for new phenomena in the context of the Effective Field Theory. We will review the latest top quark measurements at the LHC, including the differential cross sections, top quark mass and its running, and top quark production in association with additional particles.*

## مروری بر پدیده شناسی ماده تاریک در عصر کوید-۱۹

ایازی ، سید یاسر

دانشکده فیزیک، دانشگاه سمنان ، سمنان

### چکیده

باوجود دستاورد بزرگ شتابدهنده بزرگ هادرونی و کاوشگرهای امواج گرانشی هیچگونه انحرافی از مدل های استاندارد فیزیکی مشاهده نشده است. این در حالی است که مسائل متعددی از لحاظ نظری و مشاهداتی در پیش روی فیزیک ذرات بنیادی و کیهانشناسی وجود دارد. در این سخنرانی مروری خواهیم داشت بر یکی از مهمترین آنها یعنی ماده تاریک. در ادامه تحولات آزمایشگاهی، پدیده شناسی و نظری یکسال اخیر را در این حوزه بررسی می کنیم.

## in the Age of Covid-19 A Review of the phenomenology of Dark Matter

Seyed Yaser Ayazi

Physics Department, Semnan University, Semnan,

*As it is well known, there are strong evidences for non-baryonic dark matter (DM) which according to Planck satellite constitute more than 0.26 of energy density in the universe. Since the standard, model (SM) cannot explain DM evidences, there is a strong motivation to extend SM in a way to provide suitable DM candidate. In this talk, we will review the progress of experimental, theatrical and the phenomenological study of DM in the age of Covid-19.*

## پتانسیل فیزیکی آشکارساز CMS ارتقا یافته در درخشندگی بالای LHC

محمدی نجف آبادی، مجتبی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>پژوهشکده ذرات و شتابگرها، پژوهشگاه دانشهای بنیادی

### چکیده

در این سخنرانی، پتانسیل فیزیکی LHC ارتقا یافته را که با درخشندگی آنی  $10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  کار می‌کند، ارائه می‌دهیم و عملکرد آشکارساز CMS به روز شده مورد بحث قرار می‌گیرد. برخی از نمونه های پتانسیل فیزیک، از اندازه گیری دقیق مدل استاندارد تا کشف فرآیندهای جدید فیزیک مورد بحث قرار می‌گیرد.

## Physics Potential of the upgraded CMS detector at High Luminosity LHC

Mohammadi Najafabadi, Mojtaba<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Particles and Accelerators, IPM, Tehran

### Abstract

*In this talk, We present the physics potential of the upgraded LHC operating at an instantaneous luminosity of  $10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  and the upgraded CMS detector performance is discussed. Some examples of the physics potential are discussed, ranging from SM precise measurements to the discovery reach for new physics processes.*

## پدیده‌شناسی فیزیک ذرات در برخورددهنده‌های انرژی بالای نسل آینده

حمزه خانپور

گروه فیزیک، دانشگاه علم و فناوری مازندران، صندوق پستی ۴۸۵۱۸۷۸۱۹۵، بهشهر، مازندران  
پژوهشکده ذرات و شتابگرها، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (IPM)، صندوق پستی ۱۹۳۹۵۵۳۱، تهران

### چکیده

با توجه به موفقیت برخورد دهنده هادرونی بزرگ (LHC)، فیزیک ذرات انرژی بالا به لحظه‌ی تاریخی مهمی از دوره خود رسیده است. کشف بوزون هیگز در LHC در سال ۲۰۱۲ ساختار مدل استاندارد فیزیک ذرات را که تئوری اصلی مجموعه شناخته شده‌ی ذرات بنیادی و برهم‌کنش‌های بین آنها است را تکمیل کرده است. LHC طیف گسترده‌ای از اندازه‌گیری‌های دقیق مدل استاندارد را انجام داده و هنوز انتظار می‌رود بینش جدیدی را نیز ارائه دهد. با این حال، برای پرداختن به برخی سوالات بدون پاسخ در مدل استاندارد و بررسی دقیق منشأ بوزون هیگز که اخیراً کشف شده است، در آینده‌ی نزدیک برخورددهنده‌هایی با انرژی و درخشندگی بالا مورد نیاز باشد. از این رو انتظار می‌رود که این برخورددهنده‌ها بتوانند مسیر آینده فیزیک ذرات را تعیین کنند. نسل‌های بعدی این برخورددهنده‌ها باید از لحاظ دقت، حساسیت و انرژی برخورد تا حد ممکن قدرتمند باشند. در این سخنرانی، ما یک نمای کلی از پیشنهادات موجود برای برخورددهنده‌های مختلف انرژی بالا و برنامه‌های پیشنهادی آنها را ارائه خواهیم داد و در مورد انگیزه‌های فیزیک این برخورددهنده‌ها صحبت خواهیم کرد. ما همچنین نشان خواهیم داد که از بین این برخورددهنده‌های پیشنهادی، برخورددهنده حلقوی نسل آینده (FCC) می‌تواند فرصت‌های منحصر به فردی را ارائه دهد.

## Phenomenology of particle physics at the future high-energy colliders

Hamzeh Khanpour

Department of Physics, University of Science and Technology of Mazandaran, P.O.Box 48518-78195, Behshahr  
School of Particles and Accelerators, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), P.O.Box 19395-5531, Tehran

### Abstract

Building on the success of the Large Hadron Collider (LHC), the field of high-energy particle physics has arrived at an important moment in its history. The discovery of the Higgs boson at LHC in 2012 has completed the structure of the Standard Model of particle physics, which is the core theory behind the known set of elementary particles and the fundamental interactions among them. The LHC made a wide range of precise SM measurements and still expected to provide new insights; however, to address some open questions in the SM and to investigate in detail the origin of the newly discovered Higgs boson, high-energy and high-luminosity colliders are required in the near future. Hence, it is expected that these colliders would be able to determine the future direction of the field of particle physics. Future generations of such

colliders should be powerful as possible with a capacity of unprecedented precision, sensitivity, and colliding energy reach. In this talk, we will provide a short overview of the available proposals for the different colliders for the high-energy frontier and their proposed run plans, and we will discuss the physics motivations behind such colliders. We also argue that among the proposed colliders, the Future Circular Colliders (FCC) could be able to offer unique opportunities.

## مروری اجمالی بر فیزیک نوترینوی تجربی

علی اشتری اصفهانی

دانشکده فیزیک دانشگاه شریف، خیابان آزادی، تهران

### چکیده

فهم ما از فیزیک نوترینو در دو دهه‌ی گذشته شاهد تغییراتی شگرف بوده است. سرآغاز این تحولات اثبات جرم‌دار بودن نوترینوها بود. این کشف به حل مسئله‌ی نوترینوهای خورشیدی انجامید. نوترینوهای جرم‌دار همچنین باعث برآمدن آزمایش‌های متعدد برای یافتن پروسه‌ی واپاشی بتای جفتی بی نوترینو شده است. این پروسه، در صورت کشف، نشانه‌ای از شکست تقارن لپتونی و منظری به فیزیک ورای مدل استاندارد خواهد بود. در این ارائه به بررسی زمینه‌های اشاره شده در بالا خواهیم پرداخت. همچنین نظری خواهیم انداخت به مسئله‌ی نوترینوی عقیم و حوزه‌ی رصد نوترینوهای با انرژی بالا در اخترفیزیک.

## A Brief Review of Experimental Neutrino Physics

Ali Ashtari Esfahani

Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran

### Abstract

The past two decades has witnessed a revolutionized expansion of our knowledge in the field of neutrino physics. This rapid growth has started with the establishment of a non-vanishing neutrino mass. Based on this, the missing solar neutrino puzzle was solved. The non-zero neutrino mass also attracted major interests in search for the neutrino-less double beta decay process. This process, if discovered, will violate the lepton number symmetry and will be a hint for physics beyond the standard model. We will review these areas alongside the sterile neutrino puzzle and the high energy astrophysical neutrinos.



## وابستگی دمایی درهم‌تنیدگی خالص‌سازی در حضور پتانسیل شیمیایی

امراهی<sup>۱</sup>، بهمن<sup>۱</sup>؛ علی‌اکبری، محمد<sup>۲</sup>؛ اسدی، محمد<sup>۳</sup><sup>۱</sup> و <sup>۲</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران<sup>۳</sup> پژوهشکده ذرات و شتابگرها، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

## چکیده

با استفاده از ایده هولوگرافی، درهم‌تنیدگی خالص‌سازی را برای یک نظریه میدان دارای نقطه بحرانی در حد‌های دمایی متوسط و دمایی پایین مطالعه کردیم. این نظریه، دارای دما ( $T$ ) و پتانسیل شیمیایی ( $\mu$ ) است. در حد دمایی متوسط، به خاطر حضور پتانسیل شیمیایی، مشاهده کردیم که جملاتی متناسب با  $T^2$  در نتیجه نهایی درهم‌تنیدگی خالص‌سازی ظاهر شده است. در حالی که در پتانسیل شیمیایی صفر، فقط جملات  $T^0$  و  $T^4$  ظاهر می‌شوند. نتایجی که به دست آوردیم نشان می‌دهد که درهم‌تنیدگی خالص‌سازی، یعنی همبستگی بین زیرسیستم‌ها، بسته به مقدار  $\frac{\mu}{T}$  می‌تواند افزایش یا کاهش پیدا کند. با این حال، در حد دمایی پایین، در مقایسه با حالتی که پتانسیل شیمیایی صفر است، همبستگی مستقل از مقدار  $\frac{\mu}{T}$  همواره کاهش پیدا می‌کند. ما نمای بحرانی را برای این نظریه در هر دو حد،  $0.5$  به دست آوردیم.

## Temperature Dependence of Entanglement of Purification in Presence of Chemical Potential

Amrahi, Bahman<sup>1</sup>; Ali-Akbari, Mohammad<sup>2</sup>; Asadi, Mohammad<sup>3</sup><sup>1,2</sup> Department of Physics, Shahid Beheshti University, Tehran<sup>3</sup> IPM, School of Particles and Accelerators, Tehran

## Abstract

Using holographic idea, we study the entanglement of purification in a field theory with a critical point in intermediate and low temperature regime. This theory includes temperature  $T$  as well as chemical potential  $\mu$ . In the intermediate regime, due to chemical potential, we observe that new terms proportional to temperature square appear in the final result of entanglement of purification or equivalently, apart from  $T^0$  and  $T^4$  terms in the case of  $\mu = 0$ , it contains the terms proportional to  $T^2$ . Our results also indicate that the entanglement of purification, i.e. the correlation between subsystems, can decrease or increase depending on the value of  $\frac{\mu}{T}$ . However, in the low temperature limit, the correlation always decreases, comparing to the  $\mu = 0$  case, independent of the value of  $\frac{\mu}{T}$ . We analytically show that the critical exponent is equal to  $0.5$  in both regimes.

## مقدمه

که در آن  $S_{AA'} = -\text{Tr} \rho_{AA'} \ln \rho_{AA'}$  و  $\rho_{AA'} = \text{Tr}_{BB'} |\psi\rangle\langle\psi|$  آنتروپی درهم‌تنیدگی مربوط به  $\rho_{AA'}$  است و  $|\psi\rangle$  حالت‌های خالصی در فضای هیلبرت بزرگتر  $\mathcal{H}_{AA'} \otimes \mathcal{H}_{BB'}$  هستند که به آن‌ها خالص‌سازی برای  $\rho_{AB}$  گفته می‌شود. کمینه‌سازی باید روی تمام  $|\psi\rangle$ ‌های ممکن انجام شود. با استفاده از دوگانی پیمان‌های/گرانشی، نسخه‌ای برای محاسبه درهم‌تنیدگی خالص‌سازی در سمت گراننش دوگانی ارائه شده است که در آن درهم‌تنیدگی خالص‌سازی با مساحت کوچکترین سطح مقطع گوه درهم‌تنیدگی دوگان با  $\rho_{AB}$  متناظر است [1,2] که به این صورت تعریف می‌شود:

در سال‌های اخیر، درهم‌تنیدگی خالص‌سازی از دیدگاه هولوگرافی بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است. این کمیت، همبستگی کل (کلاسیکی و کوانتومی) بین دو زیرسیستم را در یک حالت آمیخته که با ماتریس چگالی  $\rho_{AB} = \rho_{AUB}$  توصیف می‌شود، اندازه‌گیری می‌کند و به این صورت تعریف می‌شود:

$$E_p(\rho_{AB}) = \min_{\rho_{AB} = \text{Tr}_{A'/B'} |\psi\rangle\langle\psi|} S_{AA'} \quad (1)$$

$$\xi^{\frac{1}{2}} \equiv QZ_H = \sqrt{2} \left( \frac{1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\mu/T}{\pi/\sqrt{2}}\right)^2}}{\frac{\mu/T}{\pi/\sqrt{2}}} \right). \quad (9)$$

از آنجایی که  $QZ_H$  حقیقی و نامنفی است، از معادله بالا می‌توان نتیجه گرفت که  $\mu/T \in [0, \pi/\sqrt{2}]$ . کمیت بی‌بعد  $(QZ_H)^2$  در محاسبات ما بسیار ظاهر شده بود. به این خاطر متغیر  $\xi$  را تعریف کردیم. نظریه‌ی میدان دوگان با این متریک، همدیس است. بنابراین تمام کمیت‌های فیزیکی را می‌توان به صورت تابعی از متغیر بی‌بعد  $\frac{\mu}{T}$  بسط داد. نشان داده شده است که نمودار فاز نظریه میدان دوگان، به یک نقطه بحرانی در  $(QZ_H = \sqrt{2})$  ختم می‌شود [5]. همچنین برای هر  $\frac{\mu}{T}$  دو مقدار برای  $QZ_H$  وجود دارد که جواب‌ها برای  $QZ_H < \sqrt{2}$  به صورت ترمودینامیکی پایدار هستند.

### درهم‌تنیدگی خالص‌سازی

برای محاسبه درهم‌تنیدگی خالص‌سازی ما از متریک (5) استفاده می‌کنیم و یک پیکربندی متقارن، متشکل از دو نوار موازی به پهنای بی‌نهایت و به طول مساوی  $l$  که به فاصله  $l'$  از هم قرار دارند را در یک برش زمانی به عنوان زیرسیستم‌های  $A$  و  $B$  در نظر می‌گیریم. می‌توان درهم‌تنیدگی خالص‌سازی بین دو زیرسیستم را که معادل با کوچکترین سطح مقطع گوه درهم‌تنیدگی است، برای پس‌زمینه (5) و پیکربندی در نظر گرفته شده، به این صورت به دست آورد:

$$E_p \equiv 4G_N^{(5)} E_w = L^2 \int_{z_{l'}^*}^{z_{l'+2l}^*} dz \frac{e^{2A(z)+B(z)}}{z^2 \sqrt{h(z)}} \quad (10)$$

و  $Z_{l'}^*$  و  $Z_{l'+2l}^*$  به ترتیب نقاط بازگشتی سطوح ریو-تاکایاناگی  $\Gamma_{l'}$  و  $\Gamma_{l'+2l}$  هستند. از کمینه کردن این سطوح، رابطه‌ای بین طول زیرسیستم و نقاط بازگشتی، به این صورت به دست می‌آید:

$$\frac{l'}{2} = \int_0^{z_{l'}^*} dz e^{3A(z)} \sqrt{x'(z)^2 + \frac{e^{2B(z)-2A(z)}}{z^4 h(z)}} \quad (11)$$

رابطه مشابهی برای  $Z_{l'+2l}^*$  با قرار دادن  $l' + 2l$  به جای  $l'$  در رابطه (11) به دست می‌آید. با قرار دادن مؤلفه‌های متریک از رابطه (6) و

استفاده از بسط‌های دو جمله‌ای و سه جمله‌ای به منظور حل تحلیلی انتگرال‌ها [6]، روابط (10) و (11) را می‌توان به این صورت نوشت:

$$E_p = \frac{L^2}{2} \sum_{k,m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^k \frac{\Gamma(k+\frac{1}{2})(-1)^{k+n} \xi^{k-n+m} (1+\xi)^n}{\Gamma(n+1)\Gamma(k-n+1)\Gamma(m+1)\Gamma(\frac{3}{2}-m)} \times \frac{z_{l'+2l}^{2(n+k+m-1)} - z_{l'}^{2(n+k+m-1)}}{2(n+k+m-1)z_H^{2(n+k+m)}}, \quad (12)$$

$$E_w(\rho_{AB}) = \frac{A(\Sigma_{AB}^{\min})}{4G_N} \quad (2)$$

که  $G_N$  ثابت نیوتون است و  $\Sigma_{AB}^{\min}$  سطح کمینه در گوهی درهم‌تنیدگی است که انتهای آن روی سطح ریو-تاکایاناگی مربوط به  $A \cup B$  قرار دارد [3]. به عنوان یک نتیجه داریم:  $E_p(\rho_{AB}) = E_w(\rho_{AB})$ . ما علاقه‌مندیم که یک نظریه میدان  $(3+1)$  بعدی را که دارای یک نقطه بحرانی است، از دیدگاه هولوغرافی مورد مطالعه قرار دهیم. به این منظور کنش ۵ بعدی زیر را در نظر می‌گیریم [4]

$$\mathcal{S} = \frac{1}{16\pi G_N} \int d^5x \sqrt{-g} [\mathcal{R} - \frac{f(\phi)}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - V(\phi)], \quad (3)$$

که  $F_{\mu\nu}$  تانسور شدت میدان برای میدان پیمانه‌ای  $\phi$  و میدان دیلاتون هست. پتانسیل دیلاتون  $V(\phi)$  و تابع جفت‌شدگی بین دیلاتون و میدان پیمانه‌ای  $f(\phi)$ ، به این صورت است:

$$V(\phi) = \frac{-1}{R^2} \left( 8e^{\frac{\phi}{\sqrt{6}}} + 4e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\phi} \right), \quad f(\phi) = e^{-\frac{\sqrt{4}{3}\phi}. \quad (4)$$

از حل معادلات حرکت کنش (3)، به جواب زیر می‌رسیم:

$$ds^2 = e^{2A(z)} (-h(z) dt^2 + d\vec{x}^2) + \frac{e^{2B(z)} R^4}{h(z) z^4} dz^2, \quad (5)$$

که در آن

$$\begin{aligned} A(r) &= \ln\left(\frac{R}{z}\right) + \frac{1}{6} \ln\left(1 + \frac{Q^2 z^2}{R^4}\right), \\ B(r) &= -\ln\left(\frac{R}{z}\right) - \frac{1}{3} \ln\left(1 + \frac{Q^2 z^2}{R^4}\right), \\ h(r) &= 1 - \frac{M^2 z^4}{R^6 \left(1 + \frac{Q^2 z^2}{R^4}\right)}. \end{aligned} \quad (6)$$

این متریک، یک سیاهچاله بارداد با جرم  $M$  و بار  $Q$  را توصیف می‌کند.  $R$  شعاع AdS است که در ادامه آن را یک در نظر می‌گیریم. نظریه میدان دوگان با این متریک، روی مرز در  $z \rightarrow 0$  زندگی می‌کند. افق سیاهچاله از  $h(z_H) = 0$  به این صورت به دست می‌آید

$$z_H = \sqrt{\frac{Q^2 + \sqrt{Q^4 + 4M^2}}{2M^2}}. \quad (7)$$

دما  $T$  و پتانسیل شیمیایی  $\mu$  نظریه میدان دوگان با متریک (5) با این روابط داده می‌شود:

$$T = \frac{1}{2\pi z_H} \left( \frac{2+Q^2 z_H^2}{\sqrt{1+Q^2 z_H^2}} \right), \quad \mu = \frac{Q}{\sqrt{1+Q^2 z_H^2}}. \quad (8)$$

با استفاده از رابطه (8) می‌توان به این رابطه رسید:

• جملاتی که متناسب با  $\xi^k$  هستند، به خاطر وجود پتانسیل شیمیایی غیر صفر در نظریه میدان ظاهر می‌شوند. در پتانسیل شیمیایی صفر، ثابت  $a_3$  ظاهر نمی‌شود.

• جمله ثابت  $\frac{a_2}{a_1} - \frac{1}{2}$  همیشه مثبت است. بنابراین، در پتانسیل شیمیایی صفر، دما باعث کاهش همبستگی بین دو زیرسیستم می‌شود. هر چه دما بیشتر باشد، همبستگی کمتر خواهد بود.

•  $\gamma(\xi)$  همواره مثبت است و بنابراین همانند دما، پتانسیل شیمیایی نیز همبستگی بین دو زیرسیستم را کاهش می‌دهد. در شکل ۱،  $\gamma(\xi)$  را برحسب  $\frac{\mu}{T}$  رسم کرده‌ایم. همانطور که در شکل می‌بینیم، با توجه به مقدار  $\frac{\mu}{T}$ ، جمله تصحیحی می‌تواند کاهش یا افزایش پیدا کند. علاوه بر این، شکل نشان می‌دهد که برای هر مقدار دلخواهی از دما، ممکن است دو حالت مختلف با دو مقدار مختلف  $\frac{\mu}{T}$  و مقدار یکسان  $\gamma(\xi)T^4$  وجود داشته باشد. در پتانسیل شیمیایی صفر، جمله تصحیحی به صورت تابع یک به یک از دما و متناسب با  $T^4$  است. می‌توان حدس زد که این رفتار به دلیل وجود یک نقطه بحرانی در نظریه اتفاق افتاده است.

• در پتانسیل شیمیایی صفر، رابطه (15) به نتایجی که قبلاً برای AdS دما دار به دست آمده است، کاهش پیدا می‌کند [7].

**حد دمای متوسط:** حد دمای متوسط با  $Tl \ll 1 \ll Tl'$  داده می‌شود که برحسب متغیرهای توده با  $Z_{l'} \ll Z_H$  و  $Z_{l'+2l} \rightarrow Z_H$  متناظر است. رابطه (10) را می‌توانیم به صورت زیر می‌نویسیم:

$$E_p = \frac{L^2}{z_H^3} \int_{\frac{z_{l'}}{z_H}}^{\frac{z_{l'+2l}}{z_H}} dz \left(1 + \xi \left(\frac{z}{z_H}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \left(\frac{z}{z_H}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \times \left(1 + (1 + \xi) \left(\frac{z}{z_H}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

در رابطه بالا، جمله  $\left(1 - \left(\frac{z}{z_H}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$  بسط می‌دهیم و سپس انتگرال می‌گیریم. جوابی که به صورت سری به دست می‌آید، در حد  $Z_{l'+2l} \rightarrow Z_H$  همگرا می‌شود. بنابراین می‌توانیم این حد را به راحتی بگیریم. همچنین جملات مربوط به  $Z_{l'}$  را تا مرتبه دوم  $\frac{z_{l'}}{z_H}$  بسط می‌دهیم و با استفاده از رابطه (13) برای  $Z_{l'}$ ، درهم‌تیدگی خالص‌سازی به این صورت به دست می‌آید:

$$E_p = \frac{L^2}{2} \left\{ \frac{a_1^2}{l'^2} + \alpha(\xi)T^2 + \frac{\pi^4}{a_1} \gamma(\xi)l'^2 T^4 \right\}, \quad (18)$$

$$l' = z_{l'}^* \sum_{k,m,j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^k \frac{\Gamma(k+\frac{1}{2})\Gamma(j+m+\frac{1}{2})\Gamma(2+3j+k+n)}{\Gamma(n+1)\Gamma(k-n+1)\Gamma(3+3j+k+n+m)} \times \frac{(-1)^{k+n} \xi^{k-n+m} (1+\xi)^n (z_{l'}^*/z_H)^{2(m+n+k)}}{\Gamma(j+1)(1+\xi(z_{l'}^*/z_H)^2)^m}. \quad (13)$$

**حد دمای پایین:** در حد دمای پایین یعنی  $Tl, Tl' \ll 1$  که با  $Z_{l'}^*, Z_{l'+2l} \ll Z_H$  متناظر است، سهم اصلی به درهم‌تیدگی خالص‌سازی از مرز AdS می‌آید و تصحیحات دمایی در حضور پتانسیل شیمیایی را که متناظر با اختلاف هندسه توده از AdS است، به صورت اختلالی محاسبه می‌کنیم. در این حد، رابطه (13) را می‌توان تا مرتبه چهارم از  $\frac{z_{l'}}{z_H}$  بسط داد و  $Z_{l'}$  را به صورت اختلالی برحسب  $l'$  به دست آورد:

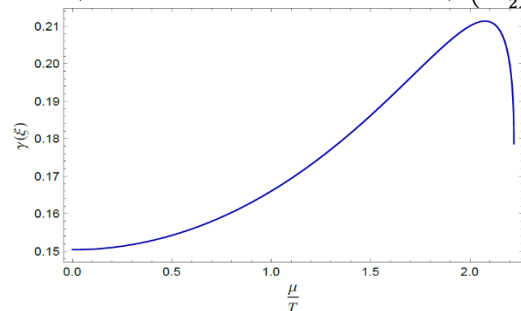
$$z_{l'}^* = \frac{l'}{a_1} \left\{ 1 + \frac{\xi}{6a_1^2} \left(\frac{l'}{z_H}\right)^2 + \frac{1}{2a_1^4} \left[ \frac{\xi^2}{5} \left(1 - \frac{a_3}{2a_1}\right) - \frac{a_2}{a_1} (1 + \xi) \right] \left(\frac{l'}{z_H}\right)^4 \right\} \quad (14)$$

که در آن  $a_3 = 0.52$  و  $a_2 = 0.56$ ،  $a_1 = 0.86$  ضرایب عددی هستند. رابطه مشابهی برای  $Z_{l'+2l}$  به دست می‌آید. با قرار دادن  $Z_{l'}$  و  $Z_{l'+2l}$  در رابطه (13)، درهم‌تیدگی خالص‌سازی به این صورت به دست می‌آید:

$$E_p = \frac{L^2 a_1^2}{2} \left\{ \frac{1}{l'^2} - \frac{1}{(l'+2l)^2} \right\} - \frac{2L^2 \pi^4}{a_1^2} \gamma(\xi) l(l'+l) T^4 \quad (15)$$

که در آن

$$\gamma(\xi) = \left( \frac{\xi^2}{12} \left(\frac{a_3}{a_1} - 1\right) + \left(\frac{a_2}{a_1} - \frac{1}{2}\right) (1 + \xi) \right) \frac{(1+\xi)^2}{(1+\frac{\xi}{2})^4}. \quad (16)$$



شکل ۱-  $\gamma(\xi)$  به صورت تابعی از  $\frac{\mu}{T}$

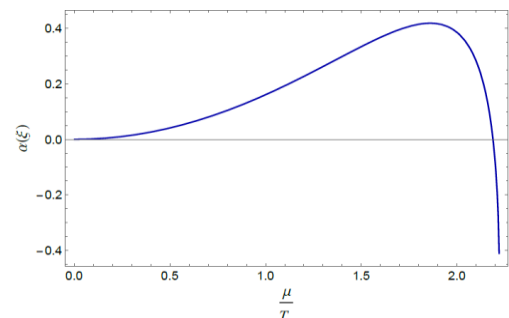
در ادامه نکاتی را در مورد روابط به دست آمده، بیان می‌کنیم:

• جمله اول در رابطه (14)، جمله اصلی است که برای دما و پتانسیل شیمیایی صفر به دست می‌آید و همیشه مثبت است.

که در آن

$$\alpha(\xi) = \left[ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Gamma(n+\frac{1}{2})F_1(n-1; -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; n; -\xi, -(1+\xi))}{\sqrt{\pi}\Gamma(n-1)\Gamma(n+1)} + \frac{\xi}{2} \left( \frac{4}{3} + F_1\left(1; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; -\xi, -(1+\xi)\right) \right) + \frac{1}{2} - \sqrt{(1+\xi)(2+\xi)} \right] \frac{(1+\xi)\pi^2}{(1+\frac{\xi}{2})^2}. \quad (19)$$

در اینجا  $F_1^1$  تابعی دو متغیره است که آن را می‌توان برحسب توابع هایپرژئومتریک نوشت. نتیجه نهایی که به دست آوردیم، وابستگی به  $l$  ندارد. در [8] نشان داده شده است که برای مقادیر بزرگ  $l$  درهم‌تنیدگی خالص‌سازی مستقل از طول زیرسیستم است. بنابراین، این نتیجه منطقی به نظر می‌رسد. در رابطه (18)، جمله متناسب با  $l^{-2}$ ، سهم اصلی را به درهم‌تنیدگی خالص‌سازی می‌دهد و جملات دیگر به صورت تصحیحات دمایی ظاهر شده‌اند.



شکل ۲-  $\alpha(\xi)$  برحسب  $\frac{\mu}{T}$

در پتانسیل شیمیایی صفر، جملاتی که متناسب با  $T^2$  هستند، ظاهر نمی‌شوند. بنابراین بخاطر وجود پتانسیل شیمیایی غیر صفر، سهم جدیدی متناسب با  $T^2$  ظاهر می‌شود که آن را جمله تصحیحی غیر اختلالی می‌نامیم به این دلیل که نیازی نیست دما کوچک باشد. همچنین جمله آخر را جمله تصحیحی/اختلالی می‌نامیم به این علت که  $lT$  باید به اندازه کافی کوچک باشد. در حضور پتانسیل شیمیایی همبستگی بین دو زیرسیستم به مقدار  $l$  و دما حساس است، نه به مقدار  $lT$ . جمله آخر در رابطه (18) برعکس حد دمای پایین، مثبت است. بنابراین در پتانسیل شیمیایی صفر که جملات متناسب با  $T^2$  ظاهر نمی‌شوند، دما همواره باعث افزایش همبستگی بین دو زیرسیستم می‌شود. در شکل ۲،  $\alpha(\xi)$  را برحسب  $\frac{\mu}{T}$  رسم کرده‌ایم. این شکل نشان می‌دهد که  $\alpha(\xi)$  مقدار محدود دارد و می‌تواند مثبت

یا منفی باشد. بنابراین دما، بسته به مقدار پتانسیل شیمیایی، می‌تواند همبستگی بین دو زیرسیستم را افزایش یا کاهش دهد. در  $\mu = 0$ ، به نتیجه به دست آمده برای AdS دمدار می‌رسیم [7].

### نمای بحرانی

همانطور که قبلاً اشاره کردیم، نظریه میدان مورد مطالعه ما در این مقاله، دارای یک نقطه بحرانی در  $\frac{\mu}{T} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$  است. رفتار مشاهده‌پذیرهای مختلف در نزدیکی نقطه بحرانی در مقالات مطالعه شده و نشان می‌دهد که این رفتار به صورت  $\left(\frac{\mu}{T} - \left(\frac{\mu}{T}\right)^*\right)^{-\theta}$  است که به  $\theta$  نمای بحرانی گفته می‌شود و مقدار آن 0.5 به دست آمده است [5,8]. در نزدیکی نقطه بحرانی در هر دو حد، به دست آوردیم که

$$\frac{dE_p}{d\left(\frac{\mu}{T}\right)} \propto \left(\frac{\mu}{T} - \left(\frac{\mu}{T}\right)^*\right)^{-0.5}. \quad (20)$$

بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که نمای بحرانی برای این نظریه برابر است با 0.5 که این مقداری است که با استفاده از جابجاگر کوبو برای جریان‌های پایسته به دست آمده است [4]. همچنین با استفاده از کمیت‌هایی مانند اطلاعات دوجانبه، زمان تعادل و زمان اشباع نیز برای این نظریه، نمای بحرانی 0.5 به دست آمده است.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله، با استفاده از بسط‌های دوجمله‌ای و سه‌جمله‌ای درهم‌تنیدگی خالص‌سازی را در دو حد دمای پایین و متوسط مطالعه کردیم. نتایج به دست آمده، نشان می‌دهد که در حد دمای پایین، هم دما و هم پتانسیل شیمیایی، باعث کاهش همبستگی بین دو زیرسیستم می‌شود. با این حال، در حد دمای متوسط، تأثیر دما وابسته به مقدار پتانسیل شیمیایی است و بنابراین، بسته به مقدار پتانسیل شیمیایی، دما می‌تواند باعث افزایش یا کاهش همبستگی بین دو زیرسیستم شود. همچنین برای پتانسیل شیمیایی صفر، در حد دمای پایین، دما همبستگی بین دو زیرسیستم را کاهش و در حد دمای متوسط، افزایش می‌دهد.

### مرجع‌ها

- [1] T. Takayanagi and Umemoto, "Entanglement of purification through holographic duality," Nature Phys. **14**, no. 6, 573 (2018)  
 [2] P. Nguyen, T. Devakul, M. G. Halbasch, M. P. Zaletel and B. Swingle, "Entanglement of purification: from spin chains to holography," JHEP **1801**, 098 (2018)

<sup>1</sup> Appell hypergeometric function

- [3] S. Ryu and T. Takayanagi, “*Holographic derivation of entanglement entropy from AdS/CFT*,” Phys. Rev. Lett. **96**, 181602 (2006)
- [4] S. S. Gubser, “*Thermodynamics of spinning D3-branes*,” Nucl. Phys. B **551**, 667 (1999)
- [5] O. DeWolfe, S. S. Gubser and C. Rosen, “*Dynamic critical phenomena at a holographic critical point*,” Phys. Rev. D **84**, 126014 (2011)
- [6] W. Fischler and S. Kundu, “*Strongly coupled gauge theories: high and low temperature behavior of non-local observables*,” JHEP **05**, 098 (2013)
- [7] K. Babaei Velni, M. R. Mohammadi Mozaffar and M. H. Vahidinia, “*Some Aspects of Entanglement Wedge Cross-Section*,” JHEP **1905**, 200 (2019)
- [8] B. Amrahi, M. Ali-Akbari, M. Asadi, “*Holographic entanglement of purification near a critical point*,” Eur. Phys. J. C **80** no.12, 1152 (2020)

## انرژی بستگی و شعاع ماده‌ی حالت‌های پایه‌ی $\Omega\Omega N$ و $\Omega NN$

اطمینان، فیصل<sup>۱</sup>؛ سنجولی، زهرا<sup>۱</sup>؛ فیروزآبادی، محمد مهدی<sup>۱</sup>؛ هادیزاده، محمدرضا<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

<sup>۲</sup>دانشکده فیزیک و نجوم، دانشگاه بیرجند، دانشگاه اهایو، آمریکا

### چکیده

سیستم‌های سه ذره‌ای  $\Omega\Omega N$  و  $\Omega NN$  (به صورت سیستم  $AAB$  نشان داده می‌شود.) با استفاده از روشی که اخیراً به منظور حل معادله‌های فدیو در مختصات مکانی توسعه داده شده است، و با بکارگیری آخرین نسخه‌ی استخراج شده‌ی توسط گروه هل. کیو. سی. دی. برای برهمکنش  $N\Omega$  و  $\Omega\Omega$  مورد مطالعه قرار گرفته است. برای برهمکنش  $NN$  از نسخه‌ی اخیراً اصلاح شده‌ی پتانسیل مالفت-تیجن در موج S استفاده شده است. در اینجا انرژی بستگی سه-جسمی،  $B_3$ ، در مدل خوشه‌ای و با استفاده از هماهنگ‌های ابرکروی مورد کاوش قرار گرفته است. نتایج این کار با کارهای قبلی که بر اساس حل انتگرالی معادلات فدیو حالت مقید سه-جسمی بوده است، مقایسه شده است. نتایج ما تأیید می‌کند که سیستم  $\Omega d$  (آمگا-دوترون) در حالتی با حداکثر اسپین  $(I)J^P = (0)5/2^+$  مقید است و انرژی بستگی آن حدود  $20\text{MeV}$  است. جوانب مختلف رابطه‌ی بین انرژی بستگی دو جسمی  $B_2(AB)$  و  $B_3(V_{AA} = 0)$  مورد بحث قرار گرفته است. همچنین شعاع ماده‌ای (r. m. s.) سیستم‌های مذکور، محاسبه شده است.

### Binding Energy and Matter Radius of $\Omega NN$ and $\Omega\Omega N$ states

Etminan, Faisal<sup>1</sup>; Sanchuli, Zahra<sup>1</sup>; Firoozabadi, Mohammad Mehdi<sup>1</sup>; Hadizadeh, Mohammadreza<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, University of Birjand, Birjand, Birjand

<sup>2</sup> College of Engineering, Science, Technology and Agriculture, Central State University, Wilberforce, OH, 45384, USA and Department of Physics and Astronomy, Ohio University, Athens, OH, 45701, USA

### Abstract

The recently developed method to solve the Faddeev equations in coordinate space is used to study the  $\Omega NN$  and  $\Omega\Omega N$  three-body systems (with the notation as  $AAB$  system) making use of the latest HAL QCD Collaboration  $N\Omega$  and  $\Omega\Omega$  interactions. We use the recently proposed modification for the s-wave Malfliet-Tjon potential. The three-body binding energy,  $B_3$ , is explored in a cluster model using the method of hyperspherical harmonics. The results are compared with previous publications and with calculations based on the three-body bound-state Faddeev equations. Our results confirms that the  $\Omega d$  system in the state with maximal spin  $(I)J^P = (0)5/2^+$  is bound with a binding energy of about  $20\text{ MeV}$ . The different types of the relation between  $B_2(AB)$  and  $B_3(V_{AA} = 0)$  are presented. We also calculated the r. m. s. matter radius of the mentioned systems.

PACS No.

### مقدمه

ترتیب در سیستم‌های بدون عدد شگفتی انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون  $B/A$ ، با نسبت‌های 1:3:7 با عدد جرمی  $A = 2,3,4$  افزایش می‌یابد. بنابراین، مطالعه‌ی سیستم‌های چند جسمی می‌تواند ما را در یافتن حالت‌های مقید و یا حالت‌های تشدید دو جسمی در سیستم‌های حاوی کوارک شگفت کمک شایانی بکند. متأسفانه علاوه بر آزمایشات تحقیقاتی زیادی که انجام شده است دوترون تنها دیباریون شناخته شده تا به کنون است، برهمکنش‌های یون‌های سنگین نسبیتی [۱] به همراه توسعه‌ی روش‌های جدید

سیستم‌های چند-جسمی که شامل نوکلئون‌ها هستند ممکن است که انرژی بستگی رزونانس‌های دو جسمی یا حالت‌های مقید را افزایش دهند. مثال‌های ساده‌ای در طبیعت داریم، با وجود این که هیچ مدرکی برای حالت مقید دیباریون<sup>۱</sup> وجود ندارد هایپرتریون<sup>۲</sup>  $(^3\Lambda H)$ ،  $(I)J^P = (0)1/2^+$  با انرژی جداسازی  $130 \pm 50\text{KeV}$  مقید است و هسته هلیوم  $^4\Lambda H$  و  $(I)J^P = (0)0^+$  با انرژی جدا سازی  $2.04 \pm 0.04\text{MeV}$  مقید است. به همین

<sup>3</sup> Relativistic heavy-ion collisions

<sup>1</sup> Dibaryon

<sup>2</sup> Hypertriton

## برهمکنش‌های دو جسمی

در مورد برهم‌کنش NN، پتانسیل دو جسمی در پیکربندی فضایی

توسط رابطه زیر داده شده است [۸]،

$$V_{NN}(r) = \sum_{n=1}^2 C_n \frac{e^{-\mu_n r}}{r}. \quad (1)$$

پارامترهای مربوط به معادله ۱ در جدول ۱ داده شده است که انرژی بستگی دوترون را  $B = 2.2307 \text{ MeV}$  پیش بینی می‌کند.

جدول ۱- پارامترهای پتانسیل مرکزی موضعی یوکاوا شکل که در رابطه‌ی ۱ برای برهمکنش NN در کانال  $^1S_0$  و  $^3S_1$  داده شده است.

| $(L, J)$ | $C_1 (\text{MeV fm})$ | $\mu_1 (\text{fm}^{-1})$ | $C_2 (\text{MeV fm})$ | $\mu_2 (\text{fm}^{-1})$ |
|----------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|
| (1,0)    | -513.968              | 1.55                     | 1438.72               | 3.11                     |
| (0,1)    | -626.885              | 1.55                     | 1438.72               | 3.11                     |

برای سیستم  $\Omega N$  گروه هل. اخیراً برهمکنش با اسپین ۲ و مؤلفه‌ی موج S با جرم‌های نزدیک به مقدار فیزیکی کوارک‌ها منتشر کرده است [۷]. نتایج شبکه‌ای توسط یک تابع تحلیلی برازش شده است. این تابع برازش شده شامل یک جمله با یک هسته‌ی جاذبه‌ای گاوسی به اضافه‌ی یک جمله‌ی یوکاوا‌یی جاذبه‌ای بلند برد [۷ و ۳] است:

$$V_{\Omega N}(r) = b_1 e^{-b_2 r^2} + b_3 (1 - e^{-b_4 r^2}) \left( \frac{e^{-m_\pi r}}{r} \right)^2. \quad (2)$$

پارامترهای برازشی در رابطه‌ی ۲ مورد استفاده قرار گرفته در اینکار برای برهمکنش  $^5S_2 \Omega N$  عبارتند از [۷]:

$$b_1 = -306.5 \text{ MeV}, b_2 = 73.9 (\text{fm}^{-2}), \\ b_3 = -266 (\text{MeV fm}^{-2}), b_4 = 0.78 (\text{fm}^{-2}).$$

در نهایت، برهمکنش  $\Omega\Omega$  در کانال  $^1S_0$  که اخیراً توسط گروه هل در یک شبکه با حجم بزرگ و جرم تقریباً فیزیکی پایون مطالعه شده است [۱۱] نتایج نشان می‌دهد که برهمکنش  $\Omega\Omega$  به طور کلی جاذبه‌ای است به ویژه پتانسیل استخراج شده به یک تابع تحلیلی که از سه جمله گاوسی تشکیل شده است، برازش شده است:

$$V_{\Omega\Omega}(r) = \sum_{j=1}^3 c_j e^{-(r/d_j)^2}, \quad (3)$$

که در آن  $(c_1, c_2, c_3) = (914, 305, -112)$  در واحد MeV و  $(d_1, d_2, d_3) = (0.143, 0.305, 0.949)$  در واحد فرمی با  $\chi^2/d.o.f \sim 1.3$  می‌باشند. شکل تابع برازش شده همانند شکل

برای آزمایشات امولسیون هسته‌ای<sup>۴</sup> [۲] جذابیت موضوع دیباریون‌ها را دو چندان کرده است.

سیستم‌های دو جسمی که شامل باریون  $\Omega$  هستند به نظر می‌رسد که حالت مقید دو جسمی یا رزونانس تشکیل دهند. بنابراین انتظار داریم که در برهمکنش‌های  $\Omega N$  مغز دافعه غایب باشد. چرا که طعم‌های کوارک‌های تشکیل دهنده نوکلئون با طعم‌های کوارک‌های تشکیل دهنده  $\Omega$  بطور کامل متفاوت هستند. اصل طرد پائولی در این جا اعمال نمی‌شود [۳ و ۴]. یک مثال از بررسی این برهمکنش منجر به پیش‌بینی دیباریون  $\Omega N$  در کانال  $^5S_2$  در مدل کوارکی شده است [۴]. همچنین تحلیل‌هایی که توسط اندازه‌گیری‌های اولیه‌ی تابع همپوشانی<sup>۵</sup> پروتون-امگا [۵] در برهمکنش‌های یون‌های سنگین توسط آزمایشات STAR انجام شده است در برخورددهنده‌ی یون-های سنگین<sup>۶</sup> (RHIC) [۶]، فرضیه حالت مقید پروتون-امگا را بیشتر مورد توجه قرار می‌دهد.

نتایج اولیه‌ی ارائه شده توسط گروه هل. [۷ و ۳] نیز ویژگی جاذبه‌ای برهمکنش  $^5S_2 \Omega N$  را نشان می‌دهد. با استفاده از پتانسیل موضعی برهمکنش  $\Omega N$  که در [۷] داده شده است به همراه پتانسیل نوکلئون-نوکلئون (NN) معروف به مالفلیت-تیجن<sup>۷</sup> در کانال  $^3S_1$  که در [۸] داده شده است ما برهمکنش سیستم امگا-دوترون،  $\Omega d$  با بیشترین اسپین در کانال  $(I)^P = (0)5/2^+$  مورد مطالعه قرار داده‌ایم. این سیستم با انرژی بستگی حدود 20 MeV مقید است [۹ و ۱۰]. آخرین نتایج گروه هل که با جرم‌های فیزیکی کوارک‌ها ( $m_\pi \sim 146 \text{ MeV}, m_K \sim 525 \text{ MeV}$ ) به دست آمده است، به تازگی به صورت عمومی منتشر شده است [۷]. این نتایج جاذبه‌ای بودن طبیعت حالت  $^5S_2 \Omega N$  را تایید می‌کند. به علاوه گروه هل اخیراً برهمکنش  $^1S_0 \Omega\Omega$  با جرم نزدیک به مقدار فیزیکی پایون یعنی  $m_\pi = 146 \text{ MeV}$  منتشر کرده است که خاصیت جاذبه‌ای کلی این برهمکنش را نشان می‌دهد [۱۱]. بنابراین ما تمام ابزارهای لازم جهت بررسی امکان کاربردهای برهمکنش‌های  $\Omega N$  و  $\Omega\Omega$  که طبیعت جاذبه‌ای دارند در سیستم‌های چند جسمی براساس اصل اول برهمکنش‌های کوانتوم کرومودینامیک شبکه‌ای داریم.

<sup>6</sup> Relativistic Heavy-Ion Collider

<sup>7</sup> Malfliet-Tjon

<sup>4</sup> Nuclear emulsion

<sup>5</sup> correlation function

زاویه‌ای مداری به ترتیب مرتبط با مختصات ژاکوبی  $x$  و  $y$  است،  $l$  تکانه‌ی زاویه‌ای مداری کل ( $l = l_x + l_y$ ) است،  $S_x$  اسپین ذرات مربوط به مختصات ژاکوبی  $x$ ، و  $J_{ab} = l + j_{ab}$  از جفت شدن  $J$  است،  $S_x$  ناشی می‌شود. اگر  $I$  اسپین ذره سوم باشد و فرض می‌شود ثابت است، تکانه‌ی زاویه‌ای کل  $J$  با  $J = j_{ab} + I$  داده می‌شود.  $\chi_{S_x}^\sigma$  تابع موج اسپینی دو ذره که توسط مختصات  $x$  ژاکوبی است و  $\kappa_l^j$  تابع موج اسپینی ذره‌ی سوم است.  $HH$  ویژه توابع عملگرهای ابرتکانه‌ای  $\hat{K}^2$  هستند، و می‌شود آنها را برحسب هماهنگ‌های کروی بیان کرد:

$$Y_{Klm_l}^{l_x l_y}(\Omega) = \sum_{m_x m_y} \langle l_x m_x l_y m_y | l m_l \rangle Y_K^{l_x l_y m_x m_y}(\Omega), \quad (6)$$

$$Y_{K l_x l_y m_x m_y}(\Omega) = \varphi_k^{l_x l_y}(\alpha) [Y_{l_x m_x}(\hat{x}) \otimes Y_{l_y m_y}(\hat{y})], \quad (7)$$

$$\varphi_k^{l_x l_y}(\alpha) = N_k^{l_x l_y} (\sin \alpha)^{l_x} (\cos \alpha)^{l_y} P_n^{l_x+1/2, l_y+1/2}(\cos 2\alpha), \quad (8)$$

که در آن  $P_n^{\alpha\beta}$  چند جمله‌ای ژاکوبی است،  $N_k^{l_x l_y}$  ضریب بهنجارش و  $n = (k - l_x - l_y)/2$  است. از طرف دیگر،  $R_{i\beta}(\rho)$  توابع موج ابرشعاعی است، که شاخص  $i$  برانگیختگی ابرشعاعی را مشخص می‌کند. حالت‌های سیستم توسط قطری‌سازی کردن هامیلتونی سه-جسمی در پایه‌های محدود به عبارت دیگر  $i_{max}$  تا برانگیختگی ابرشعاعی در هر کانال داده می‌شود:

$$\begin{aligned} \Psi_{nj\mu}(\rho, \Omega) &= \sum_{\beta} \sum_i^{i_{max}} C_n^{i\beta j} \psi_{i\beta j\mu}(\rho, \Omega) \\ &= \sum_{\beta} \left( \sum_i^{i_{max}} C_n^{i\beta j} \psi_{i\beta j\mu}(\rho, \Omega) \right) \mathcal{Y}_{\beta j\mu}(\Omega) \\ &= \sum_{\beta} \mathcal{R}_{\beta}^{nj}(\rho) \mathcal{Y}_{\beta j\mu}(\Omega), \quad (9) \end{aligned}$$

که در آن  $C_n^{i\beta j}$  ضرایب قطری‌سازی است و  $\mathcal{R}_{\beta}^{nj}$  تابع موج شعاعی در کانال  $\beta$  است. برحسب  $n$  ویژه حالت‌ها را می‌شمارد. شعاع ماده برای یک سیستم شامل  $A$  نوکلئون به صورت

$$r^2 = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A r_i^2, \quad (10)$$

تابع برازش شده به برهمکنش  $\Omega N$  است، به عبارت دیگر دو جمله گاوسی به اضافه یک جمله بلند برد  $\left( \text{تابع یوکاوا} \right)^2$  یک تابع نسبتاً خوبی فراهم می‌آورد که چندان بر نتایج تاثیر نمی‌گذارد. داده‌های کم انرژی که از این برهمکنش به دست می‌آیند، عبارتند از: طول پراکندگی  $a_0^{\Omega\Omega} = 4.6 \text{ fm}$  و برد موثر  $r_{\text{eff}}^{\Omega\Omega} = 1.27 \text{ fm}$  انرژی بستگی  $B_{\Omega\Omega} = 1.6 \text{ MeV}$

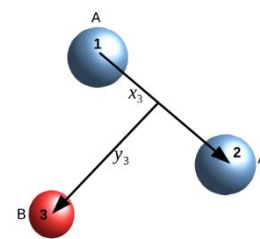
### رهیافت سه-جسمی با بسط هارمونیک‌های ابرکروی

مختصات ژاکوبی  $(x, y)$  که در شکل ۱ نشان داده شده است برای توصیف سیستم‌های سه-جسمی (مسئله‌های ۶ بعدی) مورد استفاده قرار می‌گیرد. متغیر  $X$  متناسب با مختصات نسبی بین دو ذره است و  $Y$  مختصات متناظر با فاصله‌ی بین مرکز جرم این دو ذره با ذره‌ی سوم است، که هر دو یک ضریب مقیاسی که وابسته به جرم هایشان است، دارند [۱۲ و ۱۳]. از مختصات ژاکوبی می‌توان مختصات ابرکروی تعریف کرد:  $(\rho, \alpha, \hat{x}, \hat{y})$  که در آن ابرشعاع برابر  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  و ابرزاویه برابر با  $\alpha = \tan^{-1} x/y$  است. با استفاده از مختصات ابرکروی و معرفی  $\Omega \equiv (\alpha, \hat{x}, \hat{y})$  برای نمایش وابستگی زاویه‌ای، توابع موج حالت را می‌توان بر حسب توابع پایه‌ای تری نوشت:

$$\Psi_{i\beta j\mu}(\rho, \Omega) = R_{i\beta}(\rho) \mathcal{Y}_{\beta j\mu}(\Omega). \quad (4)$$

در اینجا  $\mathcal{Y}_{\beta j\mu}(\Omega)$  حالت‌هایی با تکانه‌ی زاویه‌ای کل خوب است که برحسب هماهنگ‌های کروی  $(HH)$   $Y_{Klm_l}^{l_x l_y}(\Omega)$  بسط داده شده است [۱۳ و ۱۴]:

$$\Psi_{i\beta j\mu}(\rho, \Omega) = \sum_{v_l} \langle j_{ab} v_l | j_{\mu} \rangle \kappa_l^j \sum_{m_l \sigma} \langle l m_l S_x \sigma | j_{ab} v \rangle Y_{Klm_l}^{l_x l_y}(\Omega) \chi_{S_x}^\sigma, \quad (5)$$



شکل ۱- دستگاه مختصات ژاکوبی- $T$ .

این مجموعه‌ای از اعداد کوانتومی به نام  $\beta \equiv \{K, l_x, l_y, l, S_x, j_{ab}\}$  در این مجموعه  $K$  ابرتکانه است،  $l_x$  و  $l_y$  تکانه‌ی



جدول ۲- $B_3$ ، انرژی‌های بستگی و  $r_{mat}$  شعاع ماده‌ی حالت‌های پایه‌ی  $d\Omega$ ،  $NN\Omega$  و  $NN\Omega$ . همه‌ی انرژی‌ها در واحد  $MeV$  و فاصله‌ها در واحد فرمی هستند. انرژی بستگی سه جسمی درحالتی که پتانسیل بین دو ذره‌ی یکسان صفر است،  $B_3(V_{AA} = 0)$  نیز داده شده است. اعداد درون پرانتز در ستون سوم از مرجع [۱۰] جهت مقایسه آورده شده است.

| سیستم           | $I(J^P)$     | $B_3, HH$  | $B_3$<br>( $V_{AA} = 0$ ) | $\langle \rho^2 \rangle^{1/2}$ | $r_{mat}$ |
|-----------------|--------------|------------|---------------------------|--------------------------------|-----------|
| $d\Omega$       | $0(5/2^+)$   | 21.1(20.9) | --                        | 1.985                          | 1.077     |
| $NN\Omega$      | $1(3/2^=)$   | 2.98(2.25) | 2.98                      | 3.564                          | 1.854     |
| $N\Omega\Omega$ | $1/2(1/2^+)$ | 4.93(5.00) | 4.20                      | 3.046                          | 1.482     |

مرجع‌ها

- [1] S. Cho et al. "Exotic hadrons from heavy ion collisions", Prog. Part. Nucl. Phys. 95, 279 (2017).
- [2] K. Nakazawa et al. "Study of double-strangeness nuclear systems with nuclear emulsion", Prog. Theor. Exp. Phys. 033D02 (2015).
- [3] F. Etminan et al. "Spin-2  $N\Omega$  dibaryon from Lattice QCD", Nucl. Phys. A 928, 89 (2014).
- [4] T. Goldman, K. Maltman, G. J. Stephenson Jr., K. E. Schmidt, and F. Wang, "Further study of the  $N\Omega$  dibaryon within constituent quark models" Phys. Rev. Lett. 59, 627 (1987).
- [5] K. Morita, A. Ohnishi, F. Etminan, and T. Hatsuda, "Probing multistrange dibaryons with proton-omega correlations in high-energy heavy ion collisions", Phys. Rev. C 94, 031901(R) (2016).
- [6] J. Adam et al. "The Proton- $\Omega$  correlation function in Au+ Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV", arXiv:1808.02511.
- [7] T. Iritani, "  $N\Omega$  dibaryon from lattice QCD near the physical point," Physics Letters B, vol. 792 (2019) 284-289.
- [8] J. L. Friar, B. F. Gibson, G. Berthold, W. Glöckle, Th. Cornelius, H. Witala, J. Haidenbauer, Y. Koike, G. L. Payne, J. A. Tjon, and W. M. Kloet, "Benchmark solutions for a model three-nucleon scattering problem", Phys. Rev. C 42, 1838 (1990).
- [9] H. Garcilazo and A. Valcarce, "  $\Omega$  d bound state", Phys. Rev. C 98, 024002 (2018).
- [10] H. Garcilazo and A. Valcarce, "  $\Omega$  NN and  $\Omega\Omega N$  states", Phys. Rev. C 99, 014001 (2019).
- [11] H. Gongyo, " Most strange dibaryon from lattice QCD" ,Physical review letters, vol. 120, no. 21 (2018) 212001.
- [12] J. Casal, J. Singh, L. Fortunato, W. Horiuchi, and A. Vitturi, " Electric dipole response of low-lying excitations in the two-neutron halo nucleus  $^{29}F$ ", Phys. Rev. C 102, 064627 (2020).
- [13] J. Casal, M. Rodríguez-Gallardo, and J. M. Arias, " Analytical transformed harmonic oscillator basis for three-body nuclei of astrophysical interest: Application to  $^6He$ ", Phys. Rev. C 88, 014327 (2013).
- [14] M. V. Zhukov, B. V. Danilin, D. V. Fedorov, J. M. Bang, I. J. Thompson, and J. S. Vaagen, " Bound state properties of Borromean halo nuclei:  $^6He$  and  $^{11}Li$ ," Phys. Rep. 231, 151 (1993) .

تعریف می‌شود [۱۳]، که  $r_i$  مکان هر هسته در مرکز جرم سیستم است. با در نظر گرفتن یک سیستم سه خوشه‌ای، این بردار را می‌توان به دو قسمت تقسیم کرد،

$$r_i = R_q + r_{i(q)}, \quad (11)$$

در اینجا،  $R_q$  موقعیت خوشه‌ها و  $r_{i(q)}$  موقعیت‌های هر هسته با توجه به مرکز جرم خوشه‌ی آن است. درج معادله ۱۱ در ۱۰، پس از یک مشتق گیری ساده، به نتیجه نهایی،

$$r_{mat} = \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{A} \left[ \left( \sum_{q=1}^3 A_q \langle r_{A_q}^2 \rangle \right) + \langle \rho^2 \rangle \right]}, \quad (12)$$

منتهی می‌شود که در آن  $A_q$  و  $\langle r_{A_q}^2 \rangle$  به ترتیب عدد جرم و مجذور میانگین شعاع شناخته شده هر خوشه هستند.

## نتایج عددی

$B_3$ ، انرژی‌های بستگی و شعاع ماده‌ی حالت‌های پایه  $d\Omega$ ،  $NN\Omega$  و  $N\Omega\Omega$  با استفاده از روش مذکور در هارمونیک‌های ابرکروی با مقدار  $K_{max} = 20$  محاسبه شده و نتایج در جدول ۲ خلاصه شده است.

## نتیجه گیری

نتایج عددی با  $K_{max} = 20$  نسبتاً همخوانی خوبی با کارهای قبلی در مقدار انرژی بستگی دارد ولی از آنجایی که خواص ویژه‌ی روش  $HH$  در همگرا و اشباع شدن نسبتاً سریع تابع موج است تمام کمیت‌هایی که از تابع موج بدست می‌آیند، مانند فاصله‌های بین اجزای مختلف سیستم‌ها و تابع توزیع احتمال آنها می‌توانند دانش ما را در مورد این سیستم‌های جدید افزایش بدهند. این محاسبات در حال انجام است.

## بررسی ابرهسته‌ی فرضی ${}^6_{\Omega\Omega}\text{He}$

اطمینان، فیصل<sup>۱</sup>؛ فرساد، سیده فریماه<sup>۱</sup>؛ هادی‌زاده، محمدرضا<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

<sup>۲</sup>دانشکده فیزیک و نجوم، دانشگاه آهایو، آمریکا

### چکیده

گروه هل. کیو. سی. دی. از نظریه کوانتوم کرومودینامیک شبکه‌ای (LQCD) برهمکنش از نوع جاذبه در کانال‌های  $\Omega\Omega^1S_0$  و  $\Omega N^5S_2$  بدست آورده‌اند که منجر به حالت مقید با انرژی بستگی به مقدار مرکزی  $1.54\text{ MeV}$  و  $1.6\text{ MeV}$  به ترتیب در این دو کانال می‌شود. این دستاورد، ما را برآن داشت تا هسته‌ی فرضی  ${}^6_{\Omega\Omega}\text{He}$  با ۶ کوارک شگفت در یک سیستم با سه خوشه  $\Omega\Omega\alpha$  (با نماد گذاری AAB) مورد مطالعه قرار دهیم تا شاید بتوانیم حالت‌های مقید عمیق و یا تشدید که ممکن است در آزمایش‌های آینده مشاهده شوند، پیش‌بینی کنیم. در این کار انرژی بستگی سیستم  $\Omega\Omega\alpha$  حدود  $65\text{ MeV}$  برآورد شده است. همچنین، مشخصات هندسی حالت پایه‌ی  ${}^6_{\Omega\Omega}\text{He}$  مانند فاصله‌های r. m. s بین اجزای تشکیل دهنده‌ی سیستم، و شعاع ماده تقریب زده شده است. به‌علاوه، به‌منظور مقایسه و راستی‌آزمایی، محاسبات برای ابرهسته‌های  ${}^6_{\Xi\Xi}\text{He}$  و  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  ( $S = 0, I = 1$ ) در چارچوب مدل سه-خوشه‌ای در رویکرد موج S انجام شده است.

## Investigation of hypothetical ${}^6_{\Omega\Omega}\text{He}$ hypernuclei

Etminan, Faisal<sup>1</sup>; Farsad, Seyyede Farimah<sup>1</sup>; Hadizadeh, Mohammadreza<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, University of Birjand, Birjand

<sup>2</sup> College of Engineering, Science, Technology and Agriculture, Central State University, Wilberforce, OH, 45384, USA and Department of Physics and Astronomy, Ohio University, Athens, OH, 45701, USA

### Abstract

HAL QCD Collaboration in the lattice QCD simulations, have found attractive interaction in the  $\Omega N^5S_2$  and  $\Omega\Omega^1S_0$  channels which support bound state with a central binding energy of  $1.54\text{ MeV}$  and  $1.6\text{ MeV}$ , respectively. Motivated by the above, in the present work, we study hypothetical multi-strangeness nucleus  ${}^6_{\Omega\Omega}\text{He}$  in the three-body  $\Omega\Omega\alpha$  system (with the notation as AAB) searching for deeply bound states or resonances which may be sought experimentally. We approximate the binding energy of the multi-strangeness system  $\Omega\Omega\alpha$  about  $65\text{ MeV}$ . Also, we define the geometrical characteristics of  ${}^6_{\Omega\Omega}\text{He}$ ' ground state i.e. the different r. m. s. distances between the particles including the r. m. s. matter radius. To compare our systems, we have performed calculations for  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  and  ${}^6_{\Xi\Xi}\text{He}$  ( $S = 0, I = 1$ ) hypernuclei within the framework of the three-cluster model in the s-wave approach.

### مقدمه

انرژی بستگی حالت  $\Xi d(I)J^P = (1/2)^3/2_+$  می‌تواند حدود  $17/2\text{ MeV}$  باشد [۲]. همچنین به‌تازگی، افزایش انرژی بستگی به ازای هر باریون در سیستم‌های چند-جسمی با اضافه کردن باریون شگفت مشاهده شده است [۳].

اخیراً پتانسیل‌های برهمکنشی  $N\Omega(^5S_2)$  و  $\Omega\Omega(^1S_0)$  با جرم کوارک نزدیک به مقدار فیزیکی آن  $m_\pi \approx 140\text{ MeV}$  و  $m_k \approx 525\text{ MeV}$  (از نظریه کوانتوم کرومودینامیک شبکه‌ای<sup>۳</sup> (LQCD))

حالت‌های مقید دوجسمی یا تشدید ممکن است در سیستم‌های حاوی چند نوکلئونی افزایش بیابد. برای مثال، تاکنون هیچ حالت مقیدی برای سیستم دو باریونی<sup>۱</sup> با عدد شگفت -۱ مشاهده نشده است. اما هایپرتریئون<sup>۲</sup>،  $(I)J^P = (0)1/2_+$  با انرژی جداسازی  $50 \pm 130\text{ KeV}$ ، مقید است. در مورد  $\Xi N$ ، اگر حالت  $(I)J^P = (1)1^+ \Xi N$  با انرژی حدود  $1.06\text{ MeV}$  مقید باشد [۱]،

<sup>3</sup> Lattice Quantum Chromodynamics

<sup>1</sup> Dibaryon

<sup>2</sup> Hypertriton

می شود که شامل سه جمله‌ی گاو سی است و پارامترهای آن در جدول ۱ داده شده است [۱۴ و ۱۳]:

$$V_{\Lambda\Lambda}(r, \gamma) = \sum_{i=1}^3 v^{(i)}(r, \gamma) \exp\left(-\frac{r^2}{\beta_i^2}\right). \quad (1)$$

جدول ۱- پارامترهای مربوط به رابطه‌ی ۱.

| i | $v^{(i)}(MeV)$ | $\beta_i(fm)$ |
|---|----------------|---------------|
| ۱ | -۲۱/۴۹         | ۱/۳۴۲         |
| ۲ | -۳۷۹/۱         | ۰/۷۷۷         |
| ۳ | ۹۳۲۴           | ۰/۳۵۰         |

(ب) پتانسیل  $\Lambda\alpha$ -برای برهمکنش  $\Lambda\alpha$  از پتانسیل نوع آیزل<sup>۸</sup> استفاده می‌کنیم که دارای شکل گوسی است:

$$V_{\Lambda\alpha}(r) = 450.4 e^{-(r/1.25)^2} - 404.9 e^{-\left(\frac{r}{1.41}\right)^2}. \quad (2)$$

(ج) پتانسیل  $\Xi\Xi$ -در اینجا از پتانسیل  $(S=0, I=1)$  که از مدل نایمخن هسته‌ی نرم (ESC08c) شبیه سازی شده، استفاده شده است:

$$V_{\Xi\Xi}(r) = \frac{-155.0 e^{(-1.75r)} + 490 e^{(-5.6r)}}{r}. \quad (3)$$

(د) پتانسیل  $\Xi\alpha$ -برای برهمکنش  $\Xi\alpha$  از پتانسیل نوع آیزل، با پارامترهای داده شده در مرجع [۱۳] با شکل گوسی استفاده شده است:

$$V_{\Xi\alpha}(r) = 450.4 e^{-(r/1.269)^2} - 404.9 e^{-(r/1.41)^2} \quad (4)$$

(ه) پتانسیل  $\Omega\Omega$ -برهمکنش  $\Omega\Omega$  در کانال  $^1S_0$  که اخیراً توسط گروه هل در یک شبکه با حجم بزرگ و جرم تقریباً فیزیکی پایون مطالعه شده است [۵]. پتانسیل استخراج شده به یک تابع تحلیلی که از سه جمله گاوسی تشکیل شده است، برازش شده است:

$$V_{\Omega\Omega}(r) = \sum_{j=1}^3 c_j e^{-(r/d_j)^2}, \quad (5)$$

که در آن  $(c_1, c_2, c_3) = (914/305, -112)$  در واحد  $MeV$  و  $(d_1, d_2, d_3) = (0/143, 0/305, 0/949)$  در واحد فرمی با  $\chi^2/d.o.f \sim 1.3$  می‌باشند.

توسط گروه هل. کیو. سی. دی. استخراج شده است [۴، ۵]. آن‌ها برهمکنش از نوع جاذبه در کانال های  $\Omega N^5 S_2$  و  $\Omega N^1 S_0$  را پیدا کردند که منجر به حالت مقید بانرژی بستگی به مقدار مرکزی  $MeV 54$  و  $MeV 1$  به ترتیب در این دو کانال می‌شود. برای برهمکنش بین  $\Omega$  و  $\alpha$  از پتانسیل پدیده‌شناختی به شکل وود-ساکسونی<sup>۴</sup> استفاده شده است. این پتانسیل از روش سینگل-فویل<sup>۵</sup> با استفاده از پتانسیل هل. کیو. سی. دی.  $N\Omega$  استخراج شده است [۶]. برهمکنش  $\Omega\alpha$  ی گزارش شده به ازای تمامی فاصله‌ها رفتار جاذبه-ای نشان می‌دهد که منجر به حالت مقید با انرژی بستگی با مقدار مرکزی حدود  $MeV 23$  می‌شود.

به جهت مقایسه سیستم فرضی مورد نظر در این جا، ما محاسبات را برای ابرهسته‌های  $^6_{\Lambda\Lambda}He$  و  $^6_{\Xi\Xi}He$  در چارچوب مدل سه-خوشه ای در رویکرد موج s انجام داده‌ایم. انرژی بستگی حالت پایه‌ی  $^6_{\Lambda\Lambda}He$  دارای دو مقدار تجربی  $MeV 9/10$  [۷] و  $MeV 7/25$  [۸] است. انرژی بستگی  $^6_{\Xi\Xi}He$  توسط فیلیخین و همکارانش [۹] با استفاده از روش حل معادله‌های فدیو<sup>۶</sup> به صورت دیفرانسیلی و انتگرالی محاسبه شده است که به ترتیب مقدارهای  $MeV 5/635$  و  $MeV 4/335$  برای روش دیفرانسیلی و انتگرالی گزارش شده است. سیستم‌های بورومین<sup>۷</sup> مانند  $^6He$  و  $^{11}Li$  به خوبی به صورت سیستم سه-جسمی (Core+N+N) مدل سازی شده و در روش هارمونیک‌های ابرکروی (HH) مطالعه شده‌اند [۱۰ و ۱۱]. ویژگی برجسته‌ی فرمولبندی HH این است که تابع موج برای حالت‌های مقید و در گستره‌ی انرژی‌های پایین خیلی زود اشباع می‌شود، به عبارت دیگر نسبتاً خیلی زود تابع موج و دیگر کمیت‌های وابسته به تابع موج (ویژگی‌های هندسی سیستم) همگرا می‌شوند [۱۲].

### پتانسیل‌های دو جسمی

پتانسیل‌های بکار برده شده در این کار به قرار زیر هستند:

(الف) پتانسیل  $\Lambda\Lambda$ -در مورد زیر سیستم  $\Lambda\Lambda$  از پتانسیل دو جسمی در کانال  $^1S_0$  به عنوان ورودی معادلات فدیو استفاده

<sup>7</sup> Borromean

<sup>8</sup> Isle-type

<sup>4</sup> Woods-saxon

<sup>5</sup> single-folding potential method

<sup>6</sup> Faddeev equations

$$\gamma_{JKLSM}^{lxly}(\Omega_5) = [\gamma_{KLM}^{lxly}(\Omega_5) \otimes X_S]_{JM}, \quad (13)$$

توابع پایه‌ی ابرهارمونیک<sup>۱۱</sup>  $\gamma_{KLM}^{lxly}(\Omega_5)$  که بخشی از همبستگی شعاعی را استخراج می‌کند، تابعی از پنج زاویه‌ی قطبی ابرگروی تابع  $X_S$  می‌باشد.  $\Omega_5 = (\alpha \hat{x} \otimes \hat{y})$  که  $\alpha = \tan^{-1} x/y$  است، می‌باشد.  $l_x$  و  $l_y$  به ترتیب اسپینی و ایزواسپینی دو نوکلئون جفت شده است. گشتاور زاویه‌ای مداری مربوط به مختصات ژاکوبی  $x$  و  $y$  هستند،  $l = l_x + l_y$  تکانه‌ی زاویه‌ای مداری کل است. عدد کوانتومی اضافی  $K = l_x + l_y + 2n$ , ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) مرتبط به  $\alpha$  است که ابرتکانه<sup>۱۲</sup> نامیده می‌شود،

$$\gamma_{KLM}^{lxly}(\Omega_5) = \psi_k^{lxly}(\alpha) [Y_{l_x}(\hat{x}) \otimes Y_{l_y}(\hat{y})]_{LM}, \quad (14)$$

قسمت ابرزاویه‌ای HH (وابسته به  $\alpha$ ) دارای شکل صریح زیر است:

$$\psi_k^{lxly}(\alpha) = N_k^{lxly} (\sin \alpha)^{l_x} (\cos \alpha)^{l_y} P_n^{l_x+1/2, l_y+1/2}(\cos 2\alpha), \quad (15)$$

که در آن  $P_n^{\alpha\beta}$  چند جمله‌ای ژاکوبی است،  $N_k^{lxly}$  ضریب بهنجارش و  $n = (k - l_x - l_y)/2$  است. شعاع ماده برای یک سیستم شامل  $A$  نوکلئون به صورت [۱۰]

$$r_{mat} = \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{A} \left[ \left( \sum_{q=1}^3 A_q \langle r_{A_q}^2 \rangle \right) + \langle \rho^2 \rangle \right]}, \quad (16)$$

تعریف می‌شود که در آن  $A_q$  و  $\langle r_{A_q}^2 \rangle$  به ترتیب عدد جرم و مجذور میانگین شعاع شناخته شده هر خوشه هستند.

### نتایج عددی

از آنجایی که  $\alpha$  دارای تراکم‌پذیری کم و انرژی آستانه‌ی برانگیختگی آن نسبتاً بالا است، می‌توان از تقریب یک کانال در محدوده وسیعی از انرژی استفاده کنیم. لذا در نظر گرفتن ابر هسته‌ی فرضی  ${}^6\Omega He$  به صورت سه خوشه‌ی  $\alpha + \Omega + \Omega$  منطقی به نظر می‌رسد.

ز) پتانسیل  $\Omega\alpha$ - در آخر، پتانسیل  $\Omega\alpha$  نیز اخیراً با استفاده از روش پتانسیل سینگل-فویل، براساس یک پتانسیل  $\Omega N$  هل. کیو. سی. دی. استخراج شده در اینجا مورد استفاده قرار گرفته است:

$$V_{\Omega\alpha}(r) = -61 \left[ 1 + \exp\left(\frac{r-0.47}{1.7}\right) \right]^{-1}. \quad (6)$$

### روش

تابع موج کل سه-جسمی سیستم  $Y+Y+\alpha$ ،  $\Psi^{JM}$  به صورت جمع سه مولفه‌ی  $\Psi_i^{JM}$  نوشته می‌شود:

$$\Psi^{JM} = \sum_{i=1}^3 \Psi_i^{JM}(x_i, y_i). \quad (7)$$

هر  $\Psi^{(i)}$  به صورت یکی از سه مجموعه‌ی مختلف مختصات ژاکوبی بیان می‌شود و حل معادلات جفت‌شده‌ی فدیو است:

$$(T - E)\Psi_i^{JM} + V_{jk}(\Psi_i^{JM} + \Psi_j^{JM} + \Psi_k^{JM}) = 0, \quad (8)$$

که در آن  $T$  عملگر انرژی جنبشی،  $E$  انرژی کل و  $V_{jk}$  برهمکنش دو جسمی بین جفت مربوطه است. اگر  $m_i$  و  $r_i$  جرم و مکان ذره‌ی  $i$  باشند، سه مجموعه‌ی ممکن از مختصات ژاکوبی  $(x_i, y_i)$  عبارتند- از:

$$x_i = \sqrt{A_{jk}} r_{jk}, \quad y_i = \sqrt{A_{(jk)i}} r_{(jk)i}, \quad (9)$$

$$r_{jk} = r_j - r_k, \quad r_{(jk)i} = \left( r_i - \frac{A_j r_j + A_k r_k}{A_j + A_k} \right). \quad (10)$$

که در آن  $r_{jk}$  فاصله‌ی بین هر جفت از ذرات است و  $r_{(jk)i}$  فاصله‌ی بین مرکز جرم جفت و سومین ذره‌ی مربوطه است. جرم‌های کاهش یافته به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A_{jk} = \frac{A_j A_k}{A_j + A_k}, \quad A_{(jk)i} = \frac{(A_j + A_k) A_i}{A_i + A_j + A_k}, \quad (11)$$

که در آن  $a. m. u$  با  $A_i = m_i/m$ ،  $i, j, k \in (1, 2, 3)$  و  $m = 1$  مقدار جرم ذره  $i$  در  $a. m. u$  است. سه مجموعه‌ی ژاکوبی با تعداد جایگشت زوج از  $\{i, j, k\}$  تعیین می‌شوند. در روش HH توابع موج سه-جسمی  $\Psi_{JM}^T(x, y)$  به صورت زیر است:

$$\Psi_{JM}^T(x, y) = \rho^{-5/2} \sum_B \chi_{n\beta}^{JM}(\rho) \gamma_{JKLSM}^{lxly}(\Omega_5) X_{T M_T}, \quad (12)$$

که در آن  $\chi_{n\beta}^{JM}(\rho)$  تابع موج ابرشعاعی<sup>۱۰</sup> است و،

<sup>12</sup> Hypermoment

<sup>9</sup> a. m. u: Atomic mass Unit

<sup>10</sup> Hyperradial

<sup>11</sup> Hyperharmonic

جدول ۲: انرژی‌های بستگی حالت‌های پایه،  $B_3$ ، برای سیستم‌های  ${}^6_{\Lambda\Lambda}He$ ،  ${}^6_{\Xi\Xi}He$  و  ${}^6_{\Omega\Omega}He$  با مقدار  $K_{max} = 20$  ارائه شده است.  $(S, I)$  حالت اسپین-ایزواسپینی و  $B_2$  انرژی‌های بستگی دو جسم برای جفت‌های  $AA$  و  $AB$  است. به علاوه، انرژی بستگی سه جسمی با شرایط  $V_{AA} = 0$  نیز محاسبه شده است. اعداد داخل پرانتز نشان دهنده‌ی نتایج موجود از روش حل معادله‌های فدیو دیفرانسیلی از مرجع [۱۴] برای سیستم  ${}^6_{\Lambda\Lambda}He$  و  ${}^6_{\Xi\Xi}He$  است. همانطور که دیده می‌شود نتایج با کارهای قبلی همخوانی خوبی دارد. همگی انرژی‌ها در واحد  $MeV$  و فاصله‌ها در واحد فرمی هستند.

| ${}^6_{\Omega\Omega}He$ | تعداد کوآرک شگفتی | (اسپین، ایزواسپین) | $B_2(AA)$ | $B_2(AB)$ | $B_3, HH$ | $B_3, DFE$ | $B_3(V_{AA} = 0)$ |
|-------------------------|-------------------|--------------------|-----------|-----------|-----------|------------|-------------------|
| $\Lambda\Lambda\alpha$  | ۲                 | (۰, ۰)             | NB        | ۳/۱       | ۹/۱۶      | ۹/۱۰ [۳۰]  | ۶/۴۶              |
| $\Xi^0\Xi^0\alpha$      | ۴                 | (۱, ۰)             | NB        | ۲/۰۹      | ۷/۹۵      | ۷/۶۳۵ [۱۳] | ۴/۳۹              |
| $\Omega\Omega\alpha$    | ۶                 | (۰, ۰)             | ۱/۶       | ۲۳        | ۶۷/۱۷     | -          | ۴۸/۹۵             |

جدول ۳: فاصله‌های ریشه میانگین مربعی بین بخش‌های مختلف سیستم‌های  $AAB$  بدست آمده از روش هارمونیک ابرکروی ( $HH$ ) با  $K_{max} = 20$  ارائه شده است.  $R_{AA}$  فاصله  $r.m.s$  بین ذرات یکسان است،  $R_{(AA)B}$  بین مرکز جرم جفت  $AA$  و خوشه‌ی  $B$  است و  $R_{AB}$  بین ذره‌ی  $A$  و  $B$  است. به منظور مقایسه مقدرارهای  $r.m.s$  محاسبه شده از روش فدیو دیفرانسیلی برای موج  $S$  در پرانتز آورده شده است [۱۴]. همگی انرژی‌ها در واحد  $MeV$  و فاصله‌ها در واحد فرمی هستند.

| سیستم                  | (اسپین، ایزواسپین) | $R_{AA}$    | $R_{(AA)B}$ | $R_{AB}$    | $\langle\rho^2\rangle^{1/2}$ | $R_m$ |
|------------------------|--------------------|-------------|-------------|-------------|------------------------------|-------|
| $\Lambda\Lambda\alpha$ | (۰, ۰)             | ۳/۳۲ (۳/۳۶) | ۲/۱۰ (۲/۱۱) | ۲/۶۷ (۲/۷۰) | ۳/۶۳۴                        | ۱/۸۴۸ |
| $\Xi^0\Xi^0\alpha$     | (۰, ۱)             | ۳/۲۰        | ۲/۰۹        | ۲/۶۱        | ۳/۷۹۱                        | ۱/۸۴۰ |
| $\Omega\Omega\alpha$   | (۰, ۰)             | ۱/۵۲        | ۱/۰۵        | ۱/۲۶۹       | ۲/۰۳۷                        | ۱/۳۲۶ |

[8] D. J. Prowse, "He 6  $\Lambda\Lambda$  Double Hyperfragment," *Physical Review Letters*, vol. 17, no. 14 (1966) 782.

[9] I. Filikhin, "Faddeev calculations for light  $\Xi$ -hypernuclei," *arXiv preprint arXiv*, vol. 1705, p. 03446, 2017.

[10] M. V. Zhukov, B. V. Danilin, D. V. Fedorov, J. M. Bang, I. J. Thompson, and J. S. Vaagen, "Bound state properties of Borromean halo nuclei:  ${}^6He$  and  ${}^{11}Li$ ," *Phys. Rep.* 231 (1993) 151.

[11] I. J. Thompson and M. V. Zhukov, "Effects of  ${}^{10}Li$  virtual states on the structure of  ${}^{11}Li$ ," *Physical Review C*, vol. 49, no. 4, (1994) 1904.

[12] B. V. Danilin, I. J. Thompson, M. V. Zhukov and J. S. Vaagen, "Three-body continuum structure and response functions of halo nuclei (I):  ${}^6He$ ," *Nuclear Physics A*, vol. 632, no. 3 (1998) 383-416.

[13] Filikhin, I., Suslov, V. M., & Vlahovic, B. "Bound state of the  $\alpha\Lambda\Xi_0$  system". *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 35(3) (2008). 035103.

[14] Filikhin, I. N., & Gal, A. "Faddeev-Yakubovsky calculations for light  $\Lambda\Lambda$  hypernuclei". *Nuclear Physics A*, 707 (2002). 491-509.

$B_3$ ، انرژی‌های بستگی حالت‌های پایه  ${}^6_{\Lambda\Lambda}He$ ،  ${}^6_{\Xi\Xi}He$  و  ${}^6_{\Omega\Omega}He$  با استفاده از روش مذکور در هارمونیک‌های ابرکروی با مقدار  $K_{max} = 20$  محاسبه شده و نتایج در جدول ۲ خلاصه شده است. با داشتن توابع موج سیستم‌های  $AAB$  در رهیافت  $HH$  مشاهده پذیرهای هندسی مانند فاصله‌های  $r.m.s$  بین اجزای تشکیل دهنده-ی سیستم، به علاوه شعاع ماده، محاسبه شده است (برای اولین بار) و نتایج عددی در جدول ۳ آورده شده است.

## مراجع

[1] H. Ciement, "On the history of dibaryons and their final observation," *Progress in particle and Nuclear physics*, vol. 93, (2017) 195-242.

[2] H. Garcilazo, "Maximal isospin few-body systems of nucleons and  $\Xi$  hyperons.," *Physical REVIEW C*, vol. 94, no. 2 (2016) 024002.

[3] H. Garcilazo and A. Valcarce, " $\Omega NN$  and  $\Omega\Omega N$  states," *Physical Review C*, vol. 99, no. 1 (2019) 014001.

[4] T. Iritani, "N $\Omega$  dibaryon from lattice QCD near the physical point," *Physics Letters B*, vol. 792 (2019) 284-289.

[5] H. Gongyo, "Most strange dibaryon from lattice QCD.," *Physical review letters*, vol. 120, no. 21 (2018) 212001.

[6] F. Etmnan, "Simple Woods-Saxon-type form for  $\Omega\alpha$  and  $\Xi\alpha$  interactions using folding model", *Chinese Physics C* Vol. 44, No. 5 (2020) 054106.

[7] H. Takahashi, "Observation of a  ${}^6_{\Lambda\Lambda}He$  Double Hypernucleus," *physical review letters*, vol. 87, no. 21 (2001) 212502.

## اندازه‌گیری درخشندگی برخورد سرب-سرب با انرژی مرکز جرم ۵/۰۲ تراالکترون‌ولت در سال ۲۰۱۵ توسط آزمایش CMS

بخشیان، حامد<sup>۱</sup>؛ جعفری، عبیده<sup>۱</sup>؛ خزاعی، الهام<sup>۱</sup>؛ زینلی، مریم<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

<sup>۲</sup> مرکز تحقیقات DESY، هامبورگ، آلمان

<sup>۳</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

### چکیده

در این مقاله به اندازه‌گیری درخشندگی برخوردهای سرب-سرب که در سال ۲۰۱۵ میلادی توسط آزمایش CMS جمع‌آوری شده و در انرژی مرکز جرم ۵/۰۲ تراالکترون‌ولت انجام شده می‌پردازیم. سه آشکارساز مختلف به منظور سنجش درخشندگی مورد استفاده قرار می‌گیرند:  $BCM1F$  و  $PLT$  و  $HF$ . برای اندازه‌گیری درخشندگی، لازم است ضریب کالیبراسیون یا سطح مقطع مشاهده‌پذیر تعیین شود که این ضریب طی یکسری اسکن‌های خاص با نام اسکن‌های ون-در-میر به دست می‌آید. در اسکن ون-در-میر دو بیم پروتونی در فواصل مختلف محور دو بیم از روی یکدیگر عبور داده می‌شوند و نرخ ثبت اتفاقات توسط آشکارسازهای مختلف ذخیره و نگهداری می‌شود. از برازش این اطلاعات پهنای هر یک از دو بیم تعیین می‌شود که با استفاده از آن می‌توان تقریب اولیه‌ای از ضریب کالیبراسیون ارائه داد. با اعمال تصحیحات مختلف روی ضریب کالیبراسیون درخشندگی مثل تصحیحات ناشی از بارهای کاذب و سرگردان، زمینه و تصحیح مقیاس طول، در نهایت عدم-قطعیت‌های سیستماتیک مربوطه ارزیابی می‌شوند.

## CMS luminosity measurement using Pb-Pb collisions at energy of 5.02 TeV in 2015

Bakhshian, Hamed<sup>1,2</sup>; Jafari, Abideh<sup>1,2</sup>; Khazaie, Elham<sup>1</sup>; Zeinli, Marvam<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, Isfahan University of Technology, Isfahan

<sup>2</sup> DESY, Hamburg, Germany

<sup>3</sup> Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran

### Abstract

The calibration of the integrated luminosity delivered to the CMS experiment during the 2015 lead-lead (PbPb) period at nucleon-nucleon center-of-mass energy of 5.02 TeV is presented. Three different subdetectors are used: the forward hadron calorimeter, the Pixel Luminosity Telescope, and the Fast Beam Conditions Monitor. Visible cross sections are obtained using the van der Meer (vdM) procedure for integrating the luminometer rate as a function of beam separation. The visible cross section is corrected for various sources such as ghost-satellite, background, orbit drift and length-scale and systematic uncertainties are estimated.

PACS No. 11

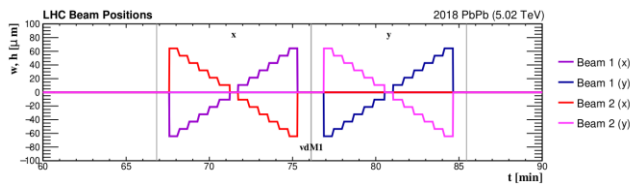
می‌کند و ضریب تناسب آهنگ تولید یک برهم‌کنش  $\mu$  و سطح مقطع

آن برهم‌کنش  $\sigma$  است:  $\mathcal{L} = \mu / \sigma$ .

در این مقاله به اندازه‌گیری درخشندگی ناشی از برخورد یون‌های سرب که در سال ۲۰۱۵ توسط شتاب‌دهنده بزرگ هادرونی واقع در سرن؛ آزمایشگاه اروپایی فیزیک ذرات، تولید شده می‌پردازیم.

### مقدمه

واژه لومینوسیتی که با نماد  $\mathcal{L}$  نمایش داده می‌شود و به صورت درخشندگی ترجمه می‌شود از لغت لاتین «لومِن» به معنای نور گرفته شده است. در فیزیک ذرات این کمیت یک ویژگی ماشین برخورددهنده ذرات است که قدرت تولید رویدادهای نادر را بیان



شکل ۲: نمایش کلی اسکن ون-در-میر در دو راستای عمود بر جهت برخورد. در این نوع اسکن‌ها دو بیم پروتونی در فواصل مختلف یک بار در راستای  $x$  و بار دیگر در امتداد  $y$  از روی یک‌دیگر عبور داده می‌شوند و در هر گام جدایی دو بیم، نرخ رخداد مشاهده‌پذیرها در آشکارساز ثبت می‌گردد. اینکه چگونه این نوع اسکن به اندازه‌گیری درخشندگی کمک می‌کند در زیر توضیح داده می‌شود.

رابطه کلی برای درخشندگی ماشین به صورت زیر است:

$$\mathcal{L} = f N_1 N_2 \int \rho_1(x, y) \rho_2(x, y) dx dy$$

که  $\rho_1$  و  $\rho_2$  توزیع چگالی احتمال پروتون‌ها در دسته شماره ۱ و ۲ از بیم فرودی است و  $N_1$  و  $N_2$  تعداد پروتون‌ها در هر دسته می‌باشد. فرکانس برخورد دسته‌ها با  $f$  نمایش داده می‌شود. با فرض استقلال توزیع چگالی پروتون‌ها در دو راستای  $x$  و  $y$  و تقریب گوسی برای هر یک از دو تابع توزیع،

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

می‌توان نشان داد که موج برهم‌نهاد هنوز یک توزیع گوسی است. مثلاً در راستای  $x$  خواهیم داشت:

$$\int \rho_1(x+d)\rho_2(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Sigma} e^{-\frac{d^2}{2\Sigma^2}}$$

که در آن  $\Sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$  بنابراین درخشندگی در فاصله  $\Delta x$  و  $\Delta y$  از نقطه برهم‌کنش به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathcal{L}(x, y) = \frac{f N_1 N_2}{2\pi \Sigma_x \Sigma_y} e^{-\frac{\Delta_x^2}{2\Sigma_x^2}} e^{-\frac{\Delta_y^2}{2\Sigma_y^2}}$$

و در نهایت با مساوی قراردادن رابطه بالا با عبارت  $\frac{R_{visible}}{\sigma_{visible}}$  به فرمول

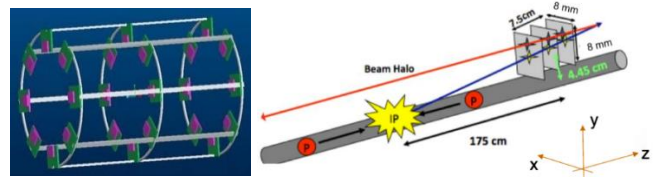
نهایی زیر برای محاسبه ضریب کالیبراسیون می‌رسیم:

$$\sigma_{visible} = \frac{2\pi \Sigma_x \Sigma_y R_{visible}}{f N_1 N_2}$$

که در آن  $\Sigma_x$  و  $\Sigma_y$ ؛ پهنای موج برهم‌نهاد شده در هر یک از دو راستا؛ از برازش منحنی نرخ مشاهده‌پذیرها که در فواصل مختلف دو بیم از یک‌دیگر توسط آشکارسازهای مختلف به ثبت رسیده است

## آشکارسازهای مختلف برای اندازه‌گیری درخشندگی

ابزارهای متنوعی توسط گروه BRIL آزمایش CMS برای اندازه‌گیری درخشندگی طراحی و ساخته شده است که از آن جمله می‌توان به آشکارساز PLT، HF و BCM1F اشاره کرد. در اینجا آشکارساز PLT را به اختصار شرح می‌دهیم. ماده حساس آشکارساز که سیلیکون است، در قطعاتی با ابعاد 8 در 8 میلی‌متر در صفحه عمود بر جهت برخورد در فاصله 5 سانتی‌متری از محور بیم برخورد و در امتداد تقریباً دو متری از نقطه برهم‌کنش قرار گرفته‌اند. چیدمان سه‌تایه این حساس‌گرها که ستونی به طول 7.5 سانتی‌متر را می‌سازند یک تلسکوپ نامیده می‌شود. یک رویداد وقتی ثبت می‌شود که هر سه ماژول موجود در یک تلسکوپ آن اتفاق را مشاهده کرده باشند. یک آشکارساز PLT و موقعیت قرارگیری آن در شکل 1 نمایش داده شده است.



شکل ۱: پیکر بندی و موقعیت نصب آشکارساز PLT نسبت به آزمایش CMS.

## فرمول‌بندی استخراج ضریب کالیبراسیون

با توجه به اینکه بیم ذرات به صورت دسته‌های پروتون (یا یون-های سنگین در برخورد سرب-سرب) در تونل شتاب‌دهنده وجود دارد، لذا برخورد دو دسته پروتون (یا یون) مورد بررسی قرار می‌گیرد. اگر فرض کنیم در هر بار برخورد دسته‌های پروتونی تعداد  $\mu$  برهم‌کنش اتفاق می‌افتد و نتیجه این برهم‌کنش‌ها به صورت خطی در آشکارسازها مشاهده می‌شود، می‌توان رابطه زیر را برای درخشندگی اثبات کرد:

$$\mathcal{L} = \frac{\langle N_{observable} \rangle}{\sigma_{visible}}$$

که  $\langle N_{observable} \rangle$  تعداد مشاهده‌پذیر ثبت شده توسط آشکارساز است و  $\sigma_{visible}$  سطح مقطع مشاهده‌پذیر یا ضریب کالیبراسیون خوانده می‌شود. بنابراین اندازه‌گیری درخشندگی معادل تعیین ضریب کالیبراسیون است که طی یکسری اسکن‌های خاص موسوم به ون-در-میر انجام می‌شود که در شکل ۲ دیده می‌شود.

دو بیم که برخورد پروتون‌ها با احتمال خیلی نادری ثبت می‌شود؛ که این شرایط در حالت بیشینه فاصله دو بیم از یکدیگر متصور است؛ رویدادی را به ثبت برساند این نشان از وجود یک خطای زمینه می‌دهد که لازم است آن آشکارساز نسبت به این نوع سیگنال‌های اشتباهی تصحیح شود. برچسب BG روی اشکال به اختصار معرف تصحیح Background است.

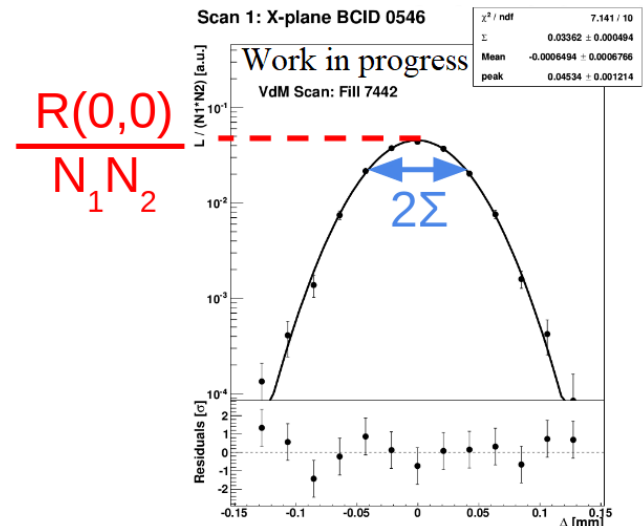
علت دیگری که در محاسبه ضریب کالیبراسیون تولید خطا می‌کند ناشی از مقیاس طول است. به این معنا که بنابر برنامه اسکن وَن-در-میر ماشین شتاب‌دهنده فواصل مختلف دو بیم را تنظیم می‌کند و حال آن‌که این تنظیمات خود ممکن است خطا داشته باشد. راه حلی که پیشنهاد می‌شود مقایسه مقدار میانی فاصله جدایی بیم‌ها از دو طریق مجزا است. یک روش همان است که توسط ماشین تنظیم می‌گردد و روش دوم با اندازه‌گیری دقیق این مکان توسط آزمایش CMS که از بازسازی رأس‌های برهم‌کنش در برخورد ذرات امکان‌پذیر می‌گردد، قابل دست‌یابی است. این تصحیح که Length Scale خوانده می‌شود به اختصار با برچسب LS معرفی می‌شود. در ادامه به تفصیل بیشتری به این مورد می‌پردازیم.

علت‌های دیگری نظیر انحراف از مسیر (Orbit Drift) و فرض استقلال توابع توزیع چگالی پروتون‌ها (xy Factgorization) نیز موجب بروز خطا روی  $\sigma_{visible}$  می‌شوند که لازم هست نسبت به این منابع نیز تصحیح صورت گیرد.

### بررسی تصحیح مقیاس طول بر ضریب کالیبراسیون

به منظور برآورد تصحیح مقیاس طول یکسری اسکن‌های خاص انجام می‌شود که در آن دو بیم ورودی با فاصله یکسان دو محور، در زمان‌های مختلف از روی هم عبور می‌کنند. این اسکن یکبار در راستای  $x$  و بار دیگر در راستای  $y$  انجام می‌شود. هدف این است که فاصله مکانی که توسط ماشین شتاب‌دهنده تنظیم می‌شود را با یک اندازه‌گیری دقیق‌تر که توسط سیستم ردیاب آشکارساز ارائه می‌شود، مقایسه کرده و از اختلاف این دو مقدار یک ضریب تصحیح بخوانیم. این نوع اسکن در یک مرحله رفت (به سمت جلو) و برگشتی (به سمت عقب) در هر یک از دو راستای متعامد بر جهت برخورد صورت می‌گیرد. شکل ۴ پیکربندی و موقعیت مکان دو بیم فرودی را در یک اسکن مقیاس طول در راستای  $x$  نشان می‌دهد.

ارزیابی می‌شوند. همچنین میانگین نرخ ثبت مشاهده‌پذیر در دو راستای  $x$  و  $y$  زمانی که جدایی دو بیم صفر باشد (برخورد سر-به-سر) یک تقریب خوب از کمیت  $R_{visible}$  بدست می‌دهد. شکل 3 نمایش‌دهنده یک نمودار نوعی از نرخ مشاهده‌پذیر است که به منظور محاسبه  $\sigma_{visible}$  با یک توزیع گوسی فیت شده است.



شکل ۳: خروجی حاصل از اسکن وَن-در-میر برای برخورد یک دسته خاص از پروتون‌ها، نرخ ثبت مشاهده‌پذیرها به ازاء یک برخورد (محور عمودی) در فواصل مختلف جدایی دو بیم (محور افقی) به وسیله یک تابع گوسی برازش شده است.

### تصحیحات مختلف روی $\sigma_{visible}$

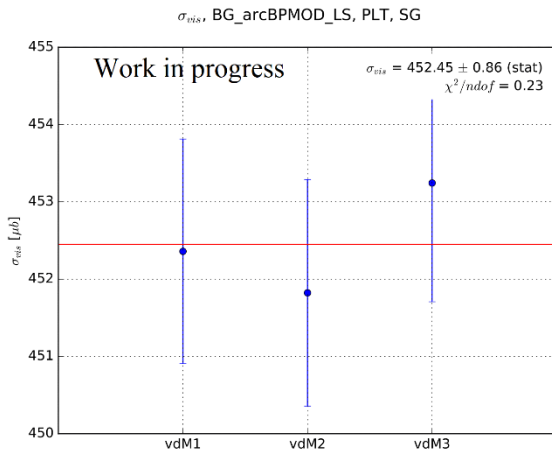
منابع مختلفی وجود دارند که لازم است ضریب کالیبراسیون را نسبت به آن‌ها تصحیح کنیم. به عنوان مثال هر گونه تغییر در تعداد پروتون‌ها در هر دسته که در بهنجارش نرخ مشاهده‌پذیرها (شکل ۳) مورد استفاده قرار می‌گیرد، در مقدار نهایی ضریب کالیبراسیون نقش دارد. در واقع برخی از پروتون‌ها که در دسته‌های پروتونی جایگزیده نشده‌اند به صورت بارهای سرگردان و کاذب در اطراف نواحی برخورد در حال حرکتند که لازم است سهم آن‌ها از نرخ ثبت‌شده توسط آشکارسازها کسر گردد. به این تصحیح سهم ناشی از Ghost-Satellite می‌گوییم که در شکل‌ها به اختصار با GS برچسب خورده است.

منبع دیگری از خطا که در محاسبه ضریب کالیبراسیون وارد می‌شود و قبل از اندازه‌گیری درخشندگی لازم است تصحیح شود عبارتست از سهم زمینه. در واقع اگر یک آشکارساز در موقعیتی از



## ارزیابی $\sigma_{visible}$ برای آشکارساز PLT

پس از اعمال تصحیحات مختلف، ضریب کالیبراسیون برای آشکارساز PLT در شکل ۶ نمایش داده شده است.



شکل ۶: نتیجه نهایی اندازه‌گیری ضریب کالیبراسیون برای آشکارساز PLT. از آنجایی که برنامه اسکن وَن-در-میر برای برخورد سرب-سرب سال ۲۰۱۵ شامل ۳ اسکن مجزا بوده است، نتایج اندازه‌گیری برای هر سه اسکن به صورت مجزا نمایش داده شده است. سازگاری بین مقادیر مختلف در حد عدم قطعیت آماری مشهود است.

### نتیجه‌گیری

اندازه‌گیری درخشندگی با استفاده از برخوردهای سرب-سرب که در سال ۲۰۱۵ توسط آزمایش CMS جمع‌آوری شده است برای اولین بار است که انجام می‌شود، اگرچه تحلیل مشابهی با داده‌های برخورد سال ۲۰۱۸ انجام شده است [۱]. در این راستا از کدهای برنامه‌نویسی موجود برای انجام این پروژه بهره برداری کردیم [۲]. تدوین یک مقاله پژوهشی بر مبنای نتایج این پروژه در جریان است.

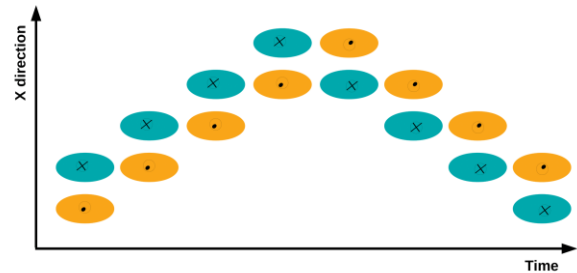
### سپاسگزاری

مریم زینلی شاغل پسادکتری دانشگاه صنعتی شریف، مراتب قدردانی جدی از پشتیبانی‌های کامل دانشگاه را اعلام و عمیقاً از حمایت‌های همه‌جانبه جناب آقای دکتر روحانی به عنوان استاد میزبان و همچنین پشتیبانی بی‌دریغ جناب آقای دکتر ارفع‌ی سپاسگزاری می‌نماید.

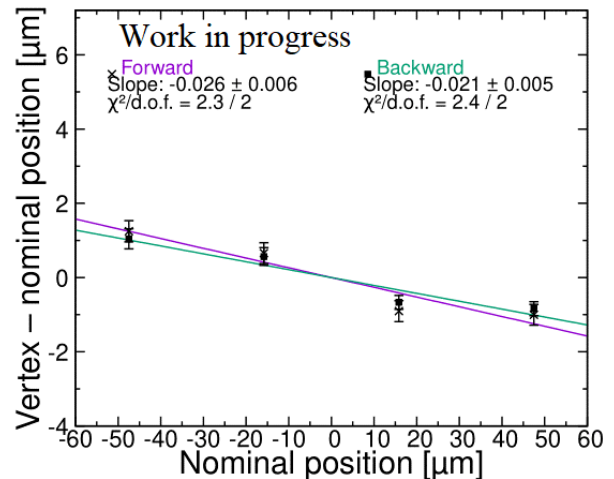
### مرجع‌ها

[۱] CMS collaboration; "Luminosity Measurement for the 2018 PbPb Data-Taking Period"; AN-2019/159, work in progress.

[۲] F. Eble; "https://gitlab.cern.ch/briil/VdMFramework"; A tool for the van-der-Meer scan data analysis and measuring the calibration constant.



شکل ۴: نمایش موقعیت دو بیم در یک اسکن مقیاس طول در راستای  $x$ . نتیجه نهایی برای اندازه‌گیری مقدار تصحیح مقیاس طول در راستای  $x$  در شکل ۵ گزارش شده است. محور عمودی اختلاف ناشی از دو روش اندازه‌گیری است که بر حسب مقادیر اسمی کشیده شده است. بنابراین شیب نمودار بیان‌کننده اندازه تصحیحات است.



شکل ۵: نتیجه نهایی مطالعه تصحیح مقیاس طول. تنظیمات اسمی ماشین (محور افقی) با اختلاف این مقدار از اندازه‌گیری دقیق مکان رأس برهم‌کنش‌ها (محور عمودی) مقایسه می‌شود. شیب نمودار مبین مقدار تصحیح است.

مقادیر تصحیحات در هر یک از دو راستای عمود بر جهت برخورد و در هر یک از دو جهت اسکن در جدول ۱ به طور خلاصه جمع‌آوری شده است. میانگین حسابی ضریب تصحیحات نیز در ستون آخر نشان داده شده است.

جدول ۱: ضریب تصحیح مقیاس طول در راستاهای مختلف.

| میانگین ضریب تصحیح | ضریب تصحیح اسکن به سمت عقب | ضریب تصحیح اسکن به سمت جلو |          |
|--------------------|----------------------------|----------------------------|----------|
| $0.977 \pm 0.004$  | $0.979 \pm 0.005$          | $0.974 \pm 0.006$          | اسکن $x$ |
| $0.985 \pm 0.006$  | $0.981 \pm 0.010$          | $0.988 \pm 0.006$          | اسکن $y$ |

بررسی واپاشی غیراستاندارد بوزون هیگز به یک جفت ذره سبک شبه اسکالر در برخورد پروتون-پروتون-

## پروتون در انرژی مرکز جرم ۱۳ TeV

بخشیان، حامد<sup>۱</sup>؛ جعفری، عبیده<sup>۱</sup>؛ خزاعی، الهام<sup>۱</sup>؛ زینلی، مریم<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

<sup>۲</sup>مرکز تحقیقات DESY، هامبورگ

<sup>۳</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

### چکیده

در این پژوهش ما واپاشی غیراستاندارد بوزون هیگز به یک جفت ذره شبه اسکالر سبک  $a_1$  را مطالعه می‌کنیم، با فرض اینکه یکی از این ذرات شبه اسکالر به دو میون با بار مخالف و ذره شبه اسکالر دیگر به دو کوارک  $b$  با بار مخالف واپاشی کند. چنین نشانه‌هایی در تعدادی از تعمیم‌های مدل استاندارد فیزیک ذرات (BSM) از جمله مدل‌های  $2HDM + S$  و NMSSM پیش‌بینی شده‌اند. مطالعات براساس یک مجموعه داده از برخورد پروتون-پروتون در LHC طی سال‌های ۲۰۱۶ تا ۲۰۱۸ مطابق با درخشندگی تجمعی  $137 \text{ fb}^{-1}$  و در انرژی مرکز جرم  $13 \text{ TeV}$  انجام خواهد شد.

## Search for an exotic decay of the Higgs boson to a pair of light pseudo scalars in proton-proton collisions at 13 TeV

Bakhshian, Hamed<sup>1,2</sup>; Jafari, Abideh<sup>1,2</sup>; Khazaie, Elham<sup>1</sup>; Zeinali, Maryam<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, Isfahan University of Technology, Isfahan,

<sup>2</sup> Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Hamburg,

<sup>3</sup> Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran,

### Abstract

In this research, we study an exotic decay of the Higgs boson to a pair of light pseudo scalar particles  $a_1$ , assuming that one of the pseudoscalars decays to a pair of opposite sign muons and the other decays to a pair of opposite sign  $b$ -quarks. Such signatures are predicted in a number of extensions of the standard model (BSM), including NMSSM and  $2HDM + S$ . The studies will be based on a data set of proton-proton collisions corresponding to an integrated luminosity of  $137 \text{ fb}^{-1}$ , accumulated with the CMS experiment at the CERN LHC within 2016-2018 at a center-of-mass energy of 13 TeV.

PACS No. 11

گیری نموده‌اند، همچنین جفت‌شدگی آن با بوزون‌ها و فرمیون‌ها در کانال‌های واپاشی متعدد مشاهده شده است و در حد دقت آزمایش‌ها کاملاً با مدل استاندارد منطبق است اما از طرفی با توجه به عدم قطعیت موجود در اندازه‌گیری‌های بوزون هیگز، امکان وجود فیزیک فراتر از مدل استاندارد که با هیگز وارد برهمکنش شود و اثر آن در عدم قطعیت‌های موجود پنهان شده باشد وجود دارد. اگرچه از زمان کشف اولیه در اندازه‌گیری خصوصیات بوزون

### مقدمه

از حدود ده سال پیش که اولین داده‌های برخورد pp در برخورددهنده بزرگ هادرونی (LHC) جمع‌آوری شده است، پیشرفت عظیمی در دانش ما از ذرات و برهمکنش‌های اساسی طبیعت حاصل شده است. تا کنون آخرین ذره پیش‌بینی شده توسط مدل استاندارد فیزیک ذرات (SM) یعنی بوزون هیگز، کشف شده است و جرم آن را با دقت تقریباً ۰٫۱ درصد اندازه-

واپاشی هیگز به یک جفت کوارک و پاد کوارک و یک جفت میون با بار مخالف از طریق ذره شبه اسکالر  $a_1$  محتمل‌تر است. به دلیل وجود میون‌ها این کانال در مقایسه با مثلاً واپاشی هیگز به  $4$  کوارک  $b$  پس زمینه کمتری دارد. بنابراین سیگنالی که ما به دنبال آن هستیم به شکل زیر می‌باشد:

$$h \rightarrow a_1 a_1 \rightarrow \mu\mu b\bar{b}$$

این رویداد برای کشف تعمیم‌های مدل استاندارد با شبه اسکالر اضافه  $a_1$ ، ( $NMSSM$  و  $2HDM+S$ ) بسیار مناسب است و همچنین می‌تواند حساسیت بهتری ایجاد نماید. احتمال این رویداد می‌تواند در این مدل‌ها بسیار بزرگ باشد.

جستجوی واپاشی‌های غیراستاندارد بوزون هیگز به یک جفت شبه ذره سبک با این فرضیه که یکی از شبه ذرات به یک جفت میون با علامت مخالف و دیگری به کوارک و پادکوارک  $b$  تبدیل شود براساس مجموعه داده‌های برخورد پروتون-پروتون مربوط به درخشندگی تجمعی  $35/9 fb^{-1}$  در مرجع [۴] انجام شده است. در این آنالیز داده‌ها با آزمایش CMS در سال ۲۰۱۶ با انرژی مرکز جرم  $13 TeV$  جمع‌آوری شده‌اند. با توجه به پس زمینه SM در ناحیه جستجو برای مقیاس جرم شبه ذرات،  $20 GeV$  تا نیمی از جرم بوزون هیگز، هیچ افزایش آماری قابل توجهی مشاهده نشده است. حد بالا که در سطح اطمینان ۹۵٪ بر روی حاصلضرب سطح مقطع تولید و کسر انشعابی ( $h \rightarrow a_1 a_1 \rightarrow \mu\mu b\bar{b}$ )  $\sigma_h \beta =$  تعیین شده است، برحسب مقیاس جرم شبه ذره از  $5 fb$  تا  $33 fb$  متغیر است. حد بالای کسر انشعابی، با فرض پیش‌بینی مدل استاندارد برای  $\sigma_h$ ،  $(1-7) \times 10^{-4}$  می‌باشد.

این جستجو نسبت به جرم  $a_1$  در بازه  $m_{a_1} > 20 GeV$  حساس است. حساسیت جستجو تا حد زیادی نسبت به جرم  $a_1 = 20$  و پایین‌تر کاهش می‌یابد زیرا تکانه  $a_1$  زیاد می‌شود و دو جفت کوارک‌های  $b$  در هم ادغام می‌شوند، بنابراین تشخیص آن‌ها سخت‌تر می‌شود. حد بالای جرم نیز توسط جرم بوزون هیگز تحمیل می‌شود. همچنین آنالیز دیگری برای واپاشی غیراستاندارد بوزون هیگز ( $h \rightarrow a_1 a_1 \rightarrow \mu\mu b\bar{b}$ ) در مرجع [۶] برای داده‌های جمع‌آوری شده در برخورد pp طی سال‌های ۲۰۱۵ و ۲۰۱۶ توسط آشکارساز ATLAS در انرژی مرکز جرم  $13 TeV$

هیگز پیشرفت زیادی حاصل شده است، اما این تنها آغاز یک دوره علمی است که از این ذره جدید برای کاوش در طبیعت استفاده می‌شود در واقع ما هنوز در مرحله اولیه مطالعه بوزون هیگز هستیم.

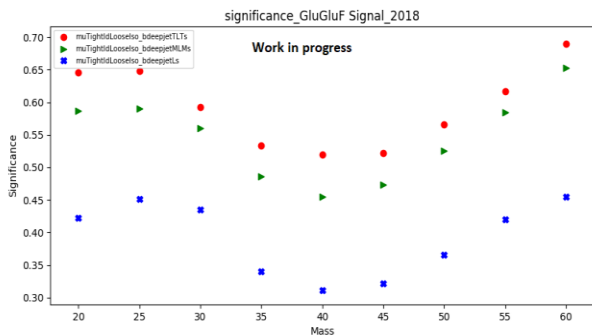
### واپاشی غیر استاندارد بوزون هیگز

جستجوی واپاشی‌های غیراستاندارد هیگز یک روش به خصوص برای جستجوی فیزیک جدید است. داده‌های جمع‌آوری شده در LHC حاوی واپاشی غیر استاندارد هیگز در هر آزمایش می‌توانند باشند، بنابراین یک پتانسیل بزرگ برای کشف فیزیک جدید را به ما ارائه می‌دهند [۱]. ترکیب اندازه‌گیری‌های دو آشکارساز CMS و ATLAS نشان می‌دهد که نرخ واپاشی بوزون هیگز به ذرات BSM در سطح اطمینان ۹۵٪ و در انرژی مرکز جرم  $7 TeV$  و  $8$  حداکثر ۳۴٪ می‌باشد [۲]. داده‌های LHC در انرژی مرکز جرم  $13 TeV$  در سطح اطمینان ۹۵٪ حد بالای ۴۰٪ را بر روی نرخ واپاشی‌های غیر استاندارد بوزون هیگز قرار می‌دهد [۳]. مطالعات مربوط به ذره با اسپین صفر و جرم  $125 GeV$  که دارای خواصی مطابق با بوزون هیگز مدل استاندارد است تعمیم‌هایی از SM که شامل بخش‌های اسکالر هستند را به شدت محدود می‌کند. بسیاری از مدل‌ها وجود دارند که وجود واپاشی بوزون هیگز به ذرات غیر مدل استاندارد را پیش‌بینی می‌کنند، از جمله مدل‌های  $NMSSM$  و  $2HDM+S$  [۴].

در این مدل‌ها بوزون‌های هیگز بیشتری پیش‌بینی می‌شود که یکی از آن‌ها خنثی است. این بوزون هیگز خنثی همانند بوزون هیگز SM حول جرم خود دارای یک پهنای بسیار باریکی است و به دلیل جفت‌شدگی بسیار ضعیف یوکاواپی که با فرمیون‌های مدل استاندارد دارد، می‌تواند به طور مستقیم به ذرات SM واپاشی کند علاوه بر این، می‌تواند از طریق ذرات واسطه نیز به ذرات SM واپاشی کند، بنابراین اگر فرض کنیم بوزون هیگز که در LHC کشف شده است همان بوزون هیگز خنثی موجود در این مدل‌ها باشد، باید بتواند از طریق ذرات واسطه مثلاً  $a_1$  به ذرات SM واپاشی کند [۵].

برای فضای پارامتری  $\tan \beta = 2$  و  $2HDM+S$  (Type3)

جتهای انتخاب شده و همچنین گزینش‌های مختلف برای شناسایی میون‌ها را براساس داده‌های سال ۲۰۱۸ نشان می‌دهد.



شکل ۱: نقطه کارهای مختلف برای الگوریتم (bdeepjet)

در نهایت یک جفت جت که حداقل یکی از آنها نقطه کار Tight را پاس کند برای هر سه سال انتخاب شده است. از طرفی با توجه به حالت نهایی دو میون و دو کوارک b در سیگنال، انتظار داریم:

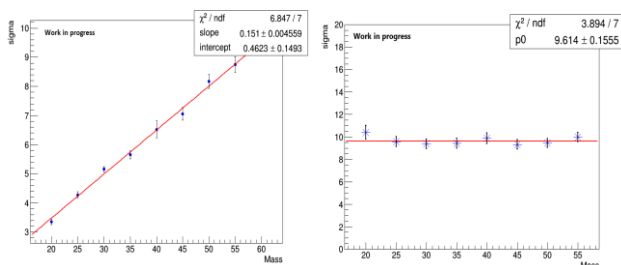
$$m_{\mu\mu} \sim m_{bb}$$

$$m_h \sim m_{\mu\mu bb}$$

برای اعمال این قید کمیت  $\chi^2_{tot}$  را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\chi^2_{tot} = \left( \frac{m_{bb} - m_{\mu\mu}}{\sigma_{bb}} \right)^2 + \left( \frac{m_{\mu\mu bb} - m_h}{\sigma_h} \right)^2 = \chi^2_{bb} + \chi^2_h$$

که  $\sigma_{bb}$  و  $\sigma_h$  به ترتیب رزلوشن تابع گوسی برازش شده به توزیع جرم  $m_{\mu\mu bb}$  و  $m_{bb}$  می‌باشند، با این کار برشی که اعمال می‌کنیم بهینه‌تر است زیرا مقدار اختلاف جرم‌ها را نسبت به خطا اندازه‌گیری می‌کنیم.  $\sigma_{bb}$  و  $\sigma_h$  در شکل ۲ به عنوان تابعی از  $m_{a_1}$  برای سال ۲۰۱۸ نشان داده شده‌اند.



(ب)

(الف)

شکل ۲: پهنای تابع گوسی برازش شده به توزیع الف)  $m_{\mu\mu bb}$  ب)  $m_{bb}$

و درخشندگی تجمعی  $fb^{-1}$  ۳۶/۱ انجام شده است.

در این پژوهش ما به آنالیز داده‌های Run-II (۲۰۱۶-۲۰۱۸) می‌پردازیم و ضمن افزایش داده‌ها از روش‌های بهتری از جمله استفاده از الگوریتم‌های جدید برچسب زدن کوارک b (deepjet) و deepcsv) برای بهبود حساسیت آنالیز استفاده خواهیم کرد. هدف ما در این آنالیز بهبود حدی است که بر روی کسر انشعابی گذاشته شده است.

## رویدادهای پس زمینه

بیشترین سهم پس زمینه این سیگنال، مربوط به فرآیندهای زیر می‌باشد:

$$1) Drell - Yan : (z / \gamma^* (\rightarrow \mu\mu) + jets)$$

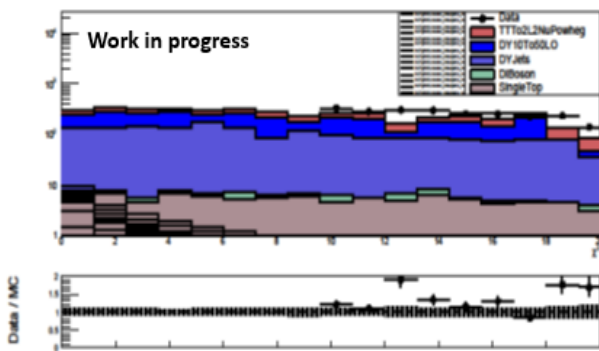
$$2) t\bar{t} : (t \rightarrow bw, w \rightarrow \mu\nu_\mu)$$

پس زمینه‌های دیگر شامل تولید دو بوزون (WW, ZZ, WZ) و همچنین تولید یک کوارک t به همراه یک بوزون w می‌باشند که سطح مقطع‌های کمتری دارند.

## انتخاب رویدادها و بهینه سازی برش‌ها

برای انتخاب رویدادهای مناسب براساس ویژگی‌های سیگنال مورد نظر، برش‌های اولیه زیر را در نظر گرفته‌ایم:

دو میون با بار مخالف که از یک راس اولیه آمده باشند با  $p_T > 15, 18 GeV$  و این میون‌ها باید ایزوله باشند، حداقل دو جت با  $p_T > 15 GeV$ ، انرژی عرضی گمشده با  $MET < 60 GeV$ ، فاصله جدایی  $\Delta R(j, j) > 0.4$  میان جت‌ها و  $\Delta R(l, j) > 0.4$ ،  $\Delta R(l, l) > 0.4$  میان جت‌ها و میون‌ها، در محدوده جرمی  $20 < M_{a_1} < 60 GeV$  سپس با کمک پیشرفته‌ترین الگوریتم‌های برچسب زدن کوارک b جت‌ها را برچسب می‌زنیم تا مطمئن شویم از کوارک b سرچشمه گرفته‌اند. روش بهینه‌سازی برش‌ها را با برچسب گذاری کوارک b شروع می‌کنیم و برای ویژگی‌های دیگر ادامه می‌دهیم. برای تعیین بهینه بودن برش‌ها و گزینش‌ها کمیت  $\frac{s}{\sqrt{B}}$  را اندازه می‌گیریم که  $S$  و  $B$  به ترتیب تعداد رویدادهای سیگنال و پس زمینه می‌باشند. شکل ۱ گزینه‌های مختلف نقاط کار الگوریتم bdeepjet برای



شکل ۴: توزیع  $\chi_{tot}^2$  برای رویدادهای سیگنال، پس زمینه و داده واقعی بیشتر از ۱۰.

### نتیجه گیری

ما انتظار داریم تا زمان کنفرانس بتوانیم از طریق اعمال برش بر روی  $\chi_{tot}^2$  گزینش بهینه را پیدا کنیم. این گزینش در مقایسه با گزینشی که در آنالیز داده‌های سال ۲۰۱۶ انتخاب شده است بهینه‌تر است، به دلیل استفاده از روش‌های نوین و الگوریتم‌های پیشرفته‌تر برای برچسب زدن کوارک b. پس از انتخاب گزینش بهینه می‌توانیم اثر مجموع این بهینه‌سازی‌ها را بر روی حد کسر انشعابی سیگنال مورد نظر بدست آوریم.

### سپاسگزاری

در پایان از حمایت‌های بی دریغ استاد گرانتقدر، جناب آقای دکتر شیرزاد کمال سپاس و قدردانی را دارم.

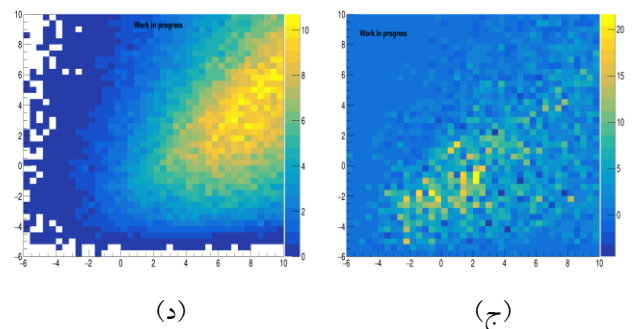
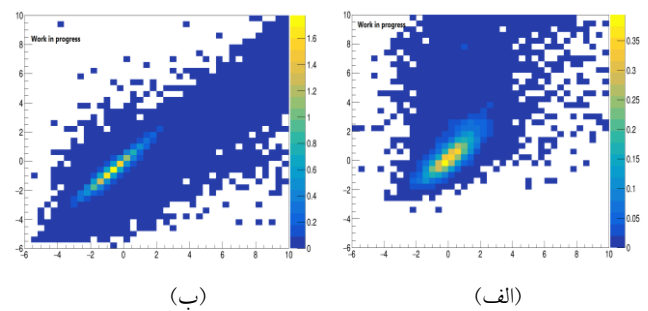
### مرجع‌ها

- [۱] “Exotic Decays of the 125 GeV Higgs Boson”, doi: 10.1103/PhysRevD.90.075004
- [۲] ATLAS and CMS Collaborations, “Measurements of the Higgs boson production and decay rates and constraints on its couplings from a combined ATLAS and CMS analysis of the LHC pp collision data at 13 TeV and 8 TeV”, *JHEP* **08** (2016) 045, doi: 10.1007/JHEP **08** (2016)045, arxiv: 1606.02266.
- [۳] CMS Collaboration, “Combined measurements of Higgs boson couplings in proton-proton collisions at 13 TeV”, *Eur. Phys. J. C* **79** (2019) 421, doi:10.1140/epic/s10052-019-6909-y, arxiv: 1809.10733.
- [۴] CMS Collaboration, “Search for an exotic decay of the Higgs boson to a pair of light pseudo scalars in the final state with two muons and two b quarks in pp collisions at 13 TeV”, *Phys. Lett. B* **795** (2019) 398, arxiv: 1812.06359v2.
- [۵] “Search for light bosons in decays of the 125 GeV Higgs boson in proton-proton collisions at 8 TeV”, *JHEP* **10** (2017) 076, arxiv: 1701.02032v2.
- [۶] ATLAS Collaboration, “Search for Higgs boson decays into a pair of light bosons in the  $bb\mu\mu$  final state in pp collision at 13TeV with the ATLAS detector”, *Phys. Lett. B* **790** (2019) 1, doi: 10.1016/j.physletb.2018.10.073, arxiv: 1807.00539.

**b-tagging algorithm**

الگوریتم بر چسب زدن کوارک b :

همانطور که از شکل ۲ مشخص است، در حالی که  $\sigma_h$  مستقل از  $m_{a_1}$  است، پهنای توزیع  $m_{bb}$  با افزایش جرم  $a_1$  به صورت خطی افزایش می‌یابد، بنابراین متغیر  $\sigma_{bb}$  به صورت خطی برحسب  $m_{a_1}$  برای داده‌های جمع‌آوری شده در هر سال بطور جداگانه مدل‌سازی می‌شود، سپس در شکل ۳ توزیع دو بعدی  $\chi_{bb}$  را برحسب  $\chi_h$  برای سیگنال با جرم‌های  $20\text{GeV}$  و  $60\text{GeV}$  و همچنین برای پس زمینه‌های اصلی یعنی Drell-Yan و  $t\bar{t}$  در سال ۲۰۱۷ را بدست آورده ایم. مشابه این توزیع را برای داده‌های سال‌های دیگر نیز بدست آورده ایم.



شکل ۳: توزیع دو بعدی  $\chi_{bb}$  برحسب  $\chi_h$  (الف) برای رویدادهای سیگنال با جرم  $20\text{GeV}$ . (ب) رویدادهای سیگنال با جرم  $60\text{GeV}$ . (ج) رویداد پس زمینه Drell-Yan. (د) رویداد پس زمینه  $t\bar{t}$

با توجه به این شکل برخلاف رویدادهای سیگنال رویدادهای پس زمینه از نقطه  $(0,0)$  فاصله گرفته‌اند، بنابراین می‌توانیم با در نظر گرفتن یک بیضی در اطراف نقطه  $(0,0)$  رویدادهای سیگنال را از رویدادهای پس زمینه جدا نماییم. پس از آن می‌توان برش نهایی را بر روی  $\chi_{tot}^2$  اعمال نمود و بهینه بودن این برش را بررسی کرد. شکل ۴ توزیع  $\chi_{tot}^2$  را برای رویدادهای سیگنال، پس زمینه و داده واقعی برای مقادیر بیشتر از ۱۰ نشان می‌دهد.

## تولید هادرون از واپاشی بوزون هیگز باردار سنگین در مدل هیگز دوگانه

موسوی نژاد، سید محمد؛ سرتیپی یاراحمدی، پگاه

دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

## چکیده

مشاهده بوزون هیگز باردار، در شناخت بیشتر و دقیق‌تر ما از مدل‌های ماورای مدل استاندارد اهمیت بسزایی دارد. در این مقاله، قصد داریم کانال پیشنهادی خود را برای جستجوی بوزون هیگز باردار سنگین با مطالعه توزیع انرژی مزون‌هایی با طعم کوارک ته (B) که از واپاشی بوزون هیگز باردار فرآیند  $H^+ \rightarrow t\bar{b} \rightarrow B + X$  تولید می‌شوند، ارائه دهیم. مطالعه ما در چارچوب مدل هیگز دوگانه (2HDM) و در رهیافت بدون جرم که در آن از جرم کوارک ته صرف‌نظر می‌شود، انجام می‌شود.

## Hadron production from heavy charged Higgs boson decay in 2HDM

Moosavi Nejad, Seyed Mohammad; Sartipi Yarahmadi, Pegah

Department of Physics, University of Yazd, Yazd

## Abstract

Observing of charged Higgs bosons has important role in our understanding of the models beyond the standard model. In this work, we intend to present our proposed channel to search for heavy charged Higgs through the study of scaled-energy distribution of bottom-flavored mesons (B) inclusively produced in charged Higgs decay, i.e.,  $H^+ \rightarrow t\bar{b} \rightarrow B + X$ . Our study is carried out within the framework of the generic two Higgs doublet model (2HDM) using the massless scheme in which bottom quark mass is ignored.

PACS No. 13

ناحیه کوچکی به ازای  $m_{H^+} = 150-160 \text{ GeV}$  برای  $\tan \beta \approx 10$ ، حذف شده است؛ بنابراین به نظر می‌رسد شناسی برای یافتن بوزون‌های هیگز باردار سبک وجود ندارد و بررسی‌ها باید بر روی بوزون‌های هیگز باردار سنگین ( $m_{H^+} > m_t$ ) متمرکز شوند.

بوزون‌های هیگز باردار سنگین عمدتاً و مستقیماً در ارتباط با کوارک سر تولید می‌شوند. در اینجا، ما واپاشی غالب  $H^+ \rightarrow t\bar{b}$  و به دنبال آن  $b \rightarrow B + X$  را مطالعه می‌کنیم. کانال پیشنهادی ما بررسی توزیع انرژی هادرون B است که در آن از رهیافت بدون جرم برای کوارک ته استفاده می‌کنیم و سپس با استفاده از قضیه جداسازی، تجزیه و تحلیل عددی خود را ارائه می‌دهیم.

نرخ واپاشی در مرتبه دوم اختلال  $\Gamma(H^+ \rightarrow t\bar{b})$ 

ابتدا تصحیحات تابشی مرتبه دوم را برای پهناهای واپاشی فرآیند:

$$H^+ \rightarrow t\bar{b} \quad (1)$$

محاسبه می‌کنیم. در مدل 2HDM، دوتایی‌های  $H_1$  و  $H_2$  با مقدار چشم‌داشتی‌های حالت خلا  $v_1$  و  $v_2$ ، موجب جرم‌دار شدن کوارک‌های سر و ته می‌شوند. نسبت مقدار چشم‌داشتی

## مقدمه

علیرغم موفقیت‌های مدل استاندارد (SM)، این مدل شامل سوالاتی است که هنوز بدون جواب باقی مانده‌اند. مانند منشأ ماده تاریک، عدم تقارن ماده و پادماده در جهان، مسئله سلسله مراتبی و... برای حل این مشکلات نظریه‌های بسیاری ارائه شده که تحت عنوان تئوری‌های فراتر از مدل استاندارد (BSM)، شناخته می‌شوند. این مدل‌ها اغلب شامل یک عامل هیگز توسعه یافته‌اند. یکی از این مدل‌های تعمیم یافته، مدل هیگز دوگانه (2HDM) [۱] است که در آن ۵ بوزون هیگز، شامل دو بوزون هیگز باردار پیش‌بینی شده است [۲].

از آنجا که هیچ بوزون اسکالر باردار بنیادی در مدل استاندارد وجود ندارد، بنابراین کشف یک بوزون اسکالر باردار به وضوح نشان‌دهنده شواهد بدون ابهامی برای وجود فیزیک جدید است. در این زمینه، قصد داریم کانال پیشنهادی خود را برای جستجوی بوزون‌های هیگز باردار ارائه دهیم.

جستجو برای بوزون‌های هیگز باردار سبک ( $m_{H^+} < m_t$ ) قبلاً در Tevatron آغاز شده و آخرین نتایج داده‌های ثبت شده در  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  در برخورد پروتون-پروتون با همکاری CMS [۳] و ATLAS گزارش شده است [۴]. طبق نتایج گزارش شده، ناحیه بزرگی در فضای پارامتری  $m_{H^+} - \tan \beta$  برای محدوده جرمی  $m_{H^+} = 80-160 \text{ GeV}$ ، به استثنای یک

از بین بردن واگرایی‌ها از تکنیک منظم‌سازی ابعادی در  $D = 4 - 2\epsilon$  بعد استفاده می‌کنیم. با در نظر گرفتن فضای فاز دو ذره‌ای خواهیم داشت:

$$\frac{d\Gamma_b^{\text{vir}}}{dx_b} = \frac{S}{8\pi m_H} \overline{|M^{\text{vir}}|^2} \delta(1-x_b), \quad (۸)$$

در این رابطه،  $\overline{|M^{\text{vir}}|^2} = \sum_{\text{spin}} (M_0^+ M_{\text{loop}} + M_{\text{loop}}^+ M_0)$ ، دامنه بورن در رابطه (۴) است و  $M_0$  دامنه بازبهنجار شده  $M_{\text{loop}} = v_b (\Lambda_{\text{ct}} + \Lambda_1)(a + b\gamma^5) \bar{u}_t$  تصحیحات مجازی است که در آن ناشی از بازبهنجارش جرم و میدان است و  $\Lambda_1$  عبارت مربوط به تصحیح رأس است [۷]. پیرو رهیافت بکار گرفته شده در مراجع [۸، ۹]، داریم:

$$\Lambda_{\text{ct}} = \frac{\delta Z_b}{2} + \frac{\delta Z_t}{2} + \frac{\delta m_t}{m_t}, \quad (۹)$$

در رهیافت ZM-VFN و با فرض  $m_b = 0$ ، برای تصحیح جرم کوارک ته داریم  $\delta m_b = 0$  و همچنین [۱۰]:

$$\delta Z_b = -\frac{\alpha_s(\mu_R)}{4\pi} C_F \left[ \frac{1}{\epsilon_{\text{UV}}} - \frac{1}{\epsilon_{\text{IR}}} \right],$$

$$\delta Z_t = -\frac{\alpha_s(\mu_R)}{4\pi} C_F \left[ \frac{1}{\epsilon_{\text{UV}}} + \frac{2}{\epsilon_{\text{IR}}} - 3\gamma_E + 3 \ln \frac{4\pi\mu_F^2}{m_t^2} + 4 \right], \quad (۱۰)$$

$$\frac{\delta m_t}{m_t} = \frac{\alpha_s(\mu_R)}{4\pi} C_F \left[ \frac{3}{\epsilon_{\text{UV}}} - 3\gamma_E + 3 \ln \frac{4\pi\mu_F^2}{m_t^2} + 4 \right],$$

در رابطه فوق  $\gamma_E = 0.5772\dots$  ثابت اولیور است،  $C_F = (N_C^2 - 1)/2N_C = 4/3$  برای  $N_C = 3$  و  $\mu_F$  مقیاس جداسازی است که به صورت دلخواه  $\mu_F = m_H$  در نظر گرفته می‌شود و  $\epsilon_{\text{UV}}$  و  $\epsilon_{\text{IR}}$  به ترتیب واگرایی مادون قرمز و فرابنفش را نشان می‌دهند. همچنین در تصحیح رأس:

$$\Lambda_1 = \frac{\alpha_s N_C m_H^2}{\pi} C_F (a^2 + b^2) [y - 1 + (1-y)B_0(0,0,0) - yB_0(m_H^2, 0, m_t^2) + B_0(m_t^2, 0, m_t^2) - (1-y)^2 m_H^2 C_0(0, m_t^2, m_H^2, 0, 0, m_t^2)], \quad (۱۱)$$

که در آن  $B_0$  و  $C_0$  انتگرال‌های دو نقطه‌ای و سه نقطه‌ای بازارینو-ولتمن هستند [۱۱]. با جمع تصحیحات مجازی، در نهایت واگرایی‌های UV حذف می‌شوند و خواهیم داشت:

$$\frac{d\Gamma_b^{\text{vir}}}{dx_b} = \Gamma_0 \frac{\alpha_s(\mu_R)}{2\pi} C_F \delta(1-x_b) \left\{ 2\text{Li}_2(y) - \frac{1}{\epsilon_{\text{IR}}^2} + \frac{F}{\epsilon_{\text{IR}}} - \frac{F^2}{2} + (2y-5) \ln \frac{1-y}{y} + \ln^2 y - \frac{3\pi^2}{4} - \frac{7}{4} \right\}, \quad (۱۲)$$

در رابطه فوق  $\text{Li}_2(y)$  تابع دی-لگاریتم است و همچنین:

$$F = -\ln \frac{4\pi}{y} + 2 \ln \frac{1-y}{y} + \gamma_E - \frac{5}{2} \quad (۱۳)$$

حالت خلأ را می‌توان با پارامتر  $\tan \beta = v_2/v_1$  مشخص کرد. فرآیند واپاشی (۱) در چارچوب سکون بوزون هیگز باردار مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. برای بدست آوردن دامنه پراکندگی واپاشی فوق، به عامل رأس  $H^+ t b$  نیاز داریم. در دو سناریو I و II که در آن‌ها جریان‌های خنثای تغییردهنده طعم کوارک وجود ندارد، عامل رأس به صورت  $(a + b\gamma^5)$  است. در سناریو اول (مدل I)، فاکتورهای جفت‌شدگی a و b به صورت زیر هستند [۵]:

$$\text{modle I: } a = \frac{g_w}{2\sqrt{2} m_w} V_{tb} (m_t - m_b) \cot \beta, \quad (۲)$$

$$b = \frac{g_w}{2\sqrt{2} m_w} V_{tb} (m_t + m_b) \cot \beta,$$

که  $g_w = 4\sqrt{2} m_w^2 G_F$  عنصر ماتریس کابیو-کوبایاشی-ماساکاوا (CKM) است.

در سناریو دوم (مدل II)، a و b به صورت زیر هستند:

$$\text{modle II: } a = \frac{g_w}{2\sqrt{2} m_w} V_{tb} (m_t \cot \beta + m_b \tan \beta), \quad (۳)$$

$$b = \frac{g_w}{2\sqrt{2} m_w} V_{tb} (m_t \cot \beta - m_b \tan \beta),$$

بنابراین، دامنه پراکندگی این واکنش به صورت:

$$M_0 = v_b (a + b\gamma^5) \bar{u}_t = v_b \left\{ g_t \frac{1+\gamma^5}{2} + g_b \frac{1-\gamma^5}{2} \right\} \bar{u}_t, \quad (۴)$$

است و نرخ واپاشی به صورت زیر خواهد بود:

$$\Gamma_0 = \frac{N_C m_H}{8\pi} \lambda^{\frac{1}{2}}(1, R, y) [2(a^2 + b^2)(S - R) - 2(a^2 - b^2)\sqrt{Ry}], \quad (۵)$$

که در آن  $N_C = 3$  و  $\lambda(x, y, z) = (x - y - z)^2 - 4yz$  عامل رنگ است. برای سادگی، کمیت زیر را تعریف کرده ایم:

$$R = (m_b/m_H)^2, y = (m_t/m_H)^2, S = (1 + R - y)/2, \quad (۶)$$

نتیجه (۵)، در تطابق کامل با نتیجه مرجع است [۶].

با فرض  $m_b \approx 0$ ، نرخ واپاشی به صورت زیر است:

$$\Gamma_0 = \frac{N_C m_H (1-y)^2}{8\pi} (a^2 + b^2), \quad (۷)$$

که در رابطه فوق، در هر دو سناریو I و II  $(a^2 + b^2) = \sqrt{2} G_F |V_{tb}|^2 m_t^2 \cot^2 \beta$  است.

حال، تصحیحات  $O(\alpha_s)$  را اعمال می‌کنیم و نرخ واپاشی دیفرانسیلی  $d\Gamma(H^+ \rightarrow B + X)/dx_b$  را در مرتبه NLO در رهیافت ZM-VFN ارائه می‌دهیم به طوری که کسر انرژی مقیاس شده کوارک با دامنه تغییرات  $0 \leq x_b \leq 1$  است.

### تصحیحات مجازی

تصحیحات مجازی QCD برای فرآیند  $H^+ \rightarrow t \bar{b}$  شامل واگرایی‌های مادون قرمز (IR) و فرابنفش (UV) است. برای

## تصحیحات حقیقی

با در نظر گرفتن دو گراف فایمن شامل گلوئون حقیقی انتشار یافته از کوراک‌های سر و ته، برای دامنه تصحیحات حقیقی داریم:

$$M^{\text{real}} = g_s \frac{\lambda^a}{2} v(p_b, s_b) \left\{ -\frac{2p_t^\mu + \not{p}_g \gamma^\mu}{2p_t \cdot p_g} + \frac{p_b^\mu + \gamma^\mu \not{p}_g}{2p_b \cdot p_g} \right\} \{ a1 + b\gamma_5 \} \bar{u}(p_t, s_t) \varepsilon_\mu^*(p_g, r), \quad (14)$$

که در آن،  $\varepsilon_\mu(p_g, r)$  بردار قطبش گلوئون حقیقی است. مانند قبل، از روش منظم‌سازی ابعادی استفاده می‌کنیم. برای نرخ واپاشی داریم:

$$d\Gamma^{\text{real}} = \frac{\mu_F^{2(4-D)}}{2m_H} |M^{\text{real}}|^2 dR_3(p_t, p_b, p_g, p_{H^+}), \quad (15)$$

که  $dR_3$  عنصر فضای فاز و به صورت زیر است:

$$\frac{d^{D-1} \vec{p}_b}{2E_b} \frac{d^{D-1} \vec{p}_t}{2E_t} \frac{d^{D-1} \vec{p}_g}{2E_g} (2\pi)^{3-2D} \delta^D(p_H - \sum_{g,b,t} p_f) \quad (16)$$

برای محاسبه نرخ واپاشی دیفرانسیلی  $d\Gamma_b^{\text{real}}/dx_b$ ، تکانه کوآرک ته را ثابت در نظر گرفته (۱۵) و بر روی انرژی گلوئون در محدوده:

$$m_H \frac{(1-y)(1-x_b)}{2} \leq E_g \leq m_H \frac{(1-y)(1-x_b)}{2(1-x_b(1-y))}. \quad (17)$$

انTEGRال می‌گیریم.

نتایج تحلیلی برای  $d\Gamma/dx_b$ 

تصحیحات مرتبه دوم اختلال برای نرخ واپاشی دیفرانسیلی فرآیند (۱) با جمع مرتبه برون، سهم گلوئون مجازی و حقیقی برابر با:

$$\frac{d\Gamma_b^{\text{NLO}}}{dx_b} = \Gamma_0 \left[ \delta(1-x_b) + \frac{C_F \alpha_s}{2\pi} \left\{ \left[ -\frac{1}{\varepsilon} + \gamma_E - \ln 4\pi \right] \times \left[ \frac{3}{2} \delta(1-x_b) + \frac{1+x_b^2}{(1-x_b)_+} \right] + T_1 \right\} \right], \quad (18)$$

است که در رابطه فوق  $S = (1-y)/2$  و همچنین:

$$T_1 = \delta(1-x_b) \left\{ \frac{3}{2} \ln y + 4S \ln \frac{y}{1-y} - 2\text{Li}_2 \frac{1}{y} - \frac{\pi^2}{3} - 2 \right\} + 2(1-x_b^2) \left( \frac{\ln(1-x_b)}{1-x_b} \right)_+ + \frac{1-x_b^2}{(1-x_b)_+} \left\{ \ln \frac{4S^2 x_b^2}{1-2Sx_b} + \frac{1}{(1-2Sx_b)^2} \left[ -2S^2 x_b^2 + \frac{(1-x_b)^2 + 2x_b(4Sx_b-1)}{1+x_b^2} \right] \right\}, \quad (19)$$

که نتایج با [۶] مطابقت دارد.

هدف اصلی ما محاسبه توزیع انرژی هادرون‌های B تولید شده از واپاشی بوزون هیگز باردار سنگین است. برای اینکار نیاز

به محاسبه سهم نرخ دیفرانسیلی واپاشی گلوئون نیز هست. با صرف‌نظر از جزئیات محاسبه، این نتیجه به صورت زیر است:

$$\frac{d\Gamma_g^{\text{NLO}}}{dx_g} = \Gamma_0 \frac{C_F \alpha_s}{2\pi} \left\{ \frac{1+(1-x_g)^2}{x_g} \left( -\frac{1}{\varepsilon} + \gamma_E - \ln 4\pi \right) + T_2 \right\} \quad (20)$$

که در آن  $x_g = 2E_g/(m_H(1-y))$  انرژی مقیاس شده گلوئون حقیقی است. در رابطه فوق داریم:

$$T_2 = \frac{1+(1-x_g)^2}{x_g} \ln \frac{S^2 x_g^2 (1-x_g)^2 (1-2Sx_g)}{y^2} + \frac{(x_g+2)^2 - 8}{x_g} \quad (21)$$

همانگونه که در روابط (۱۹) و (۲۱) مشاهده می‌کنیم،  $T_1$  و  $T_2$  عاری از هرگونه واگرایی‌اند.

## نتایج عددی

با داشتن نرخ واپاشی دیفرانسیلی (روابط (۱۸) و (۲۰))، می‌توانیم پیش‌بینی‌های پدیده‌شناسی خود را با استفاده از قضیه جداسازی QCD [۱۲] که به صورت زیر است:

$$\frac{d\Gamma}{dx_b} = \sum_{a=b,g} \int_{x_a^{\text{min}}}^{x_a^{\text{max}}} \frac{dx_a}{x_a} \frac{d\Gamma_a}{dx_a}(\mu_R, \mu_F) D_a^B \left( \frac{x_b}{x_a}, \mu_F \right), \quad (22)$$

بیان کنیم. تجزیه و تحلیل عددی خود را به نواحی مجاز فضای پارامتری  $mH^+ - \tan\beta$  در آزمایش CMS محدود می‌کنیم [۴] و از مرجع [۱۳] پارامترهای ورودی  $m_t = 172.98 \text{ GeV}$ ،  $G_F = 1.16637 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$  و  $\alpha_s(\mu) = 0.1184$  را اتخاذ می‌کنیم.

ابتدا نتایج عددی نرخ واپاشی  $\Gamma(H^+ \rightarrow t\bar{b})$  را در مرتبه NLO ارائه می‌دهیم. نتایج برای مقادیر مختلف  $m_{H^+}$  به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \Gamma^{\text{NLO}} &= \Gamma_0(1-0.01574) = 0.77493 \cot^2 \beta, \quad m_H = 200 \text{ GeV} \\ \Gamma^{\text{NLO}} &= \Gamma_0'(1-0.05396) = 15.6038 \cot^2 \beta, \quad m_H = 400 \text{ GeV} \\ \Gamma^{\text{NLO}} &= \Gamma_0''(1-0.07050) = 42.9046 \cot^2 \beta, \quad m_H = 800 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (23)$$

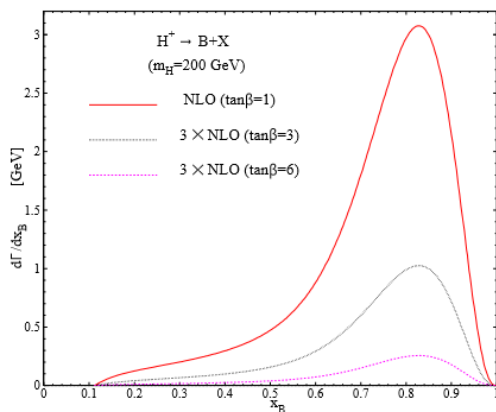
مشاهده می‌شود که همانند مرتبه برون، تصحیحات QCD به جرم هیگز و  $\cot\beta$  بستگی دارد.

هدف ما بررسی توزیع انرژی هادرون B در واپاشی بوزون هیگز باردار سنگین است.

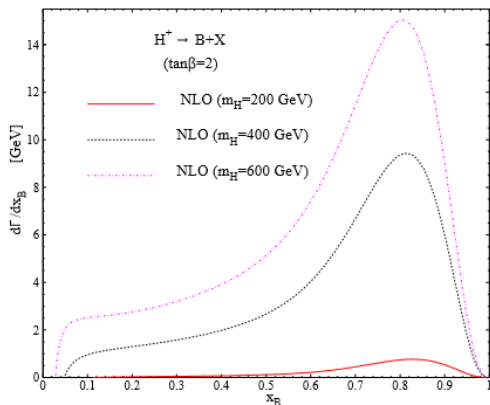
برای این منظور از قضیه جداسازی استفاده می‌کنیم (۲۲) که در آن تابع ترکش در مرتبه NLO و در رهیافت ZM-VFN کار گرفته می‌شود. با توجه به رویکرد مورد استفاده در مرجع [۱۴]، از مدل توانی  $D_b(z, \mu_F^{\text{ini}}) = Nz^\alpha (1-z)^\beta$  برای ترکش  $B \rightarrow b$  استفاده می‌کنیم که در آن، پارامترهای آزاد در مقیاس اولیه  $\mu_F^{\text{ini}} = 4.5 \text{ GeV}$  مشخص شده‌اند. از نتیجه برازش این تابع با داده‌های آزمایشگاهی مقادیر  $N = 2575.014$ ،  $\alpha = 15.424$  و  $\beta = 2.394$  را خواهیم داشت.

در شکل ۱، پیش‌بینی ما برای طیف انرژی هادرون‌هایی با طعم کوآرک ته برای مرتبه LO و NLO بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که تصحیحات NLO منجر به افزایش قابل توجه





شکل ۲:  $d\Gamma(H^+ \rightarrow B+X)/dx_B$  به عنوان تابعی از  $x_B$  با مقادیر  $\tan\beta = 1, 3, 6$  در  $m_{H^+} = 200\text{GeV}$



شکل ۳: طیف  $x_B$  در واپاشی هیگز باردار برای مقادیر مختلف جرم هیگز باردار:  $m_{H^+} = 200, 400, 600\text{GeV}$

## مرجع‌ها

- [1] T. D. Lee, Phys. Rev. D 8 (1973) 1226.
- [2] A. Djouadi, Phys. Rept. 459, 1 (2008).
- [3] G. Aad et al. [ATLAS Collaboration], JHEP 1603 (2016) 127.
- [4] A. M. Sirunyan et al. [CMS Collaboration], JHEP 2007 (2020) 126.
- [5] J. F. Gunion, H. Haber, G. Kane, and S. Dawson, The Higgs Hunter's Guide (Addison-Wesley, Reading, MAA, 1990), and references therein.
- [6] C. S. Li and R. J. Oakes, Phys. Rev. D 43 (1991) 855.
- [7] S. M. Moosavi Nejad, Eur. Phys. J. C 72 (2012) 2224.
- [8] A. Czarnecki and S. Davidson, Phys. Rev. D 47, 3063 (1993).
- [9] J. Liu and Y. P. Yao, Phys. Rev. D 46, 5196 (1992).
- [10] J. G. Korner and M. C. Mauser, Eur. Phys. J. C 54 (2008) 175.
- [11] S. Dittmaier, Nucl. Phys. B 675 (2003) 447.
- [12] J. C. Collins, Phys. Rev. D 58, 094002 (1998).
- [13] K. Nakamura et al. (Particle Data Group), J. Phys. G 37, 075021 (2010).
- [14] M. Salajegheh, S. M. Moosavi Nejad, H. Khanpour, B. A. Kniehl and M. Soleymaninia, Phys. Rev. D 99(2019) no.11, 114001.

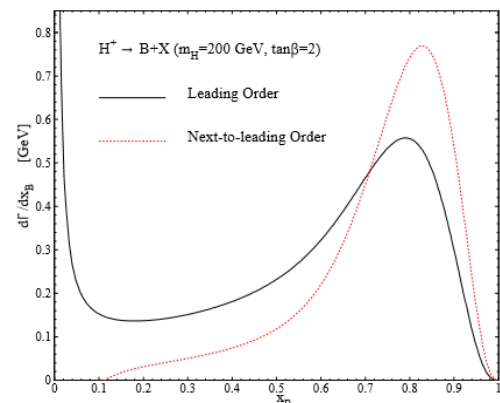
بیشینه مقدار پهنای واپاشی می‌شود، در حالی که این تصحیحات باعث کاهش نرخ واپاشی در نواحی پایین  $x_B$  می‌شود.

در شکل ۲، وابستگی طیف  $x_B$  به  $\tan\beta$  در  $m_H = 200\text{GeV}$  بررسی شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش  $\tan\beta$  نرخ واپاشی کاهش می‌یابد. در شکل ۳، وابستگی طیف  $x_B$  به جرم هیگز باردار را بررسی کرده‌ایم که با افزایش جرم هیگز باردار نرخ واپاشی نیز افزایش می‌یابد، اما در  $x_B$  بالا، نتیجه مستقل از جرم هیگز است.

## نتیجه گیری

کشف بوزون‌های هیگز باردار، دلیل وجود فیزیک جدید فراتر از مدل استاندارد است. تاکنون جستجوی بوزون‌های هیگز باردار سبک ( $m_{H^+} < m_t$ ) نتیجه‌ای نداشته است. نتایج گزارش شده توسط ATLAS و CMS نشان‌دهنده حذف نواحی بزرگی در فضای پارامتری  $m_{H^+} - \tan\beta$  است؛ بنابراین تلاش‌ها باید روی بوزون‌های هیگز سنگین ( $m_{H^+} > m_t$ ) متمرکز شود.

در این کار ما واپاشی غالب  $H^+ \rightarrow t\bar{b}$  را مطالعه و برای اولین بار یک بیان تحلیلی برای تصحیحات تابشی NLO در واپاشی  $d\Gamma(H^+ \rightarrow t\bar{b})/dx_a (a=b,g)$  ارائه دادیم. نتایج در رهیافت ZM-VFN بیان شد که در آن از جرم کوآرک‌ته صرف‌نظر می‌شود. در این طرح نتایج در هر دو سناریوی نوع I و II یکسان است. انتظار می‌رود تجزیه‌وتحلیل ما در جستجوهای LHC برای بوزون‌های هیگز باردار و در نتیجه، فیزیک جدید فراتر از مدل استاندارد سهم داشته باشد. تجزیه‌وتحلیل ما همچنین می‌تواند بر روی تولید هادرون‌هایی غیر از B-hadron نیز انجام شود.



شکل ۴:  $d\Gamma(H^+ \rightarrow B+X)/dx_B$  به عنوان تابعی از  $x_B$  در واپاشی هیگز باردار سنگین در NLO (خط چین) و LO (خط ممتد) در  $m_{H^+} = 200\text{GeV}$  و  $\tan\beta = 2$

# اصلاحات سینماتیک و روش های بازسازی برای بوزون هیگز خشی واپاشی شده به $b\bar{b}$ در نوع اول 2HDM در شتابدهندهای خطی آینده

هاشمی، مجید<sup>۱</sup>؛ ابراهیمی، الناز<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>بخش فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز، شیراز

## چکیده

در این مقاله، رویکردی برای جستجوی بوزون های هیگز خشی در نوع اول مدل دو دوتایی هیگز در برخوردندهای الکترون-پوزیترون با انرژی مرکز جرم  $1\text{TeV}$  فرض شده است. فرآیند سیگنال مورد نظر که حالت نهایی آن کاملاً هادرونیک است، به صورت  $e^+e^- \rightarrow AH \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$  انتخاب شده، که هر دو بوزون هیگز خشی  $CP$  زوج و  $CP$  فرد)  $A$  و  $H$  (به یک جفت جت کوآرک  $b$  واپاشی می کنند. نشان داده شده است که با تصحیح حرکتی مناسب برای حالت نهایی که شامل چهار جت کوآرک  $b$  است، میتوان با انتخاب مناسب از این جت ها به محاسبه جرم نوردای  $b\bar{b}$  و به بازسازی جرمی بوزون های هیگز خشی پرداخت. در نهایت میتوان سیگنال های قابل مشاهده ای با مقدار معناداری بیش از  $5\sigma$  در درخشندگی  $50 \cdot \text{fb}^{-1}$  بدست آورد.

## Kinematic corrections and reconstruction methods for neutral Higgs boson decay to $b\bar{b}$ in 2HDM type-I at future linear colliders

Hashemi, Majid<sup>1</sup>; Ebrahimi, Elnaz<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Physics Department, College of Sciences, Shiraz University, Shiraz

## Abstract

In this paper, an approach for neutral Higgs bosons search is described based on 2HDM type-I at electron-positron linear colliders operating at  $\sqrt{s} = 1\text{ TeV}$ . The signal process produces a fully hadronic final state through  $e^+e^- \rightarrow AH \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$  where both CP-even and CP-odd Higgs bosons ( $H$  and  $A$ ) are assumed to decay to a pair of  $b$ -jets. It is shown that with a proper kinematic correction applied on final state  $b$ -jet four momenta, true combinations of  $b$ -jets can be found for simultaneous reconstruction of both Higgs bosons through  $b\bar{b}$  invariant mass calculation. Results show that at integrate luminosity of  $500\text{ fb}^{-1}$ , observable signals can be achieved with statistical significance exceeding  $5\sigma$ .

## مقدمه

بوزون هیگز مدل دو دوتایی هیگز با بوزون هیگز مدل استاندارد یکسان می شود و با انتخاب این شرط بوزون های هیگز اضافی این مدل هیچ اتصالی با بوزون های پیمانان ای مدل استاندارد ندارند [۲]. برای جلوگیری از پدیده ی FCNC، اعمال تقارن  $Z_2$  سبب محدودیت در جفت شدگی های میدان هیگز با میدان های فرمیونی می شود. با توجه به نوع جفت شدگی ها، مدل دو دوتایی هیگز در قالب چهار نوع ظاهر می شود. لاگرانژی برهم کنش بین میدان هیگز خشی و فرمیون ها در مدل دو دوتایی هیگز به شکل رابطه ۱ است:

مدل دو دوتایی هیگز 2HDM با در نظر گرفتن دو دوتایی هیگز  $SU(2)$  که دارای ۸ درجه آزادی می باشد، تعریف می شود. از این درجات آزادی همانند مدل استاندارد، ۳ درجه آزادی زمانی که تقارن الکتروضعیف شکسته می شود صرف جرم دار شدن بوزون های  $Z$  و  $W$  می شود و ۵ درجه آزادی دیگر به پیش بینی بوزون های هیگز می انجامد، که شامل ۳ بوزون هیگز خشی  $h$  و  $H$  ( $CP$  زوج) و  $A$  ( $CP$  فرد) و ۲ بوزون هیگز باردار  $H^\pm$  است [۱]. از آن جایی که نتایج مدل دو دوتایی هیگز بایستی با نتایج مدل استاندارد هم خوانی داشته باشد، با قرار دادن شرط  $\sin(\beta-\alpha)=1$  سبکترین

برای تحلیل این فرآیند، ابتدا با کمک بسته 2HDMC [۶] کانال‌های مجاز واپاشی بوزون‌های خنثی (A و H) و نسبت شاخه‌ای این واپاشی‌ها را محاسبه کرده ایم. پایداری، اختلال پذیری و یکانی بودن پتانسیل مدل بررسی شده است. این سه معیار، شرط لازم برای فیزیکی بودن این مدل و نتایج آن می‌باشد. فایل خروجی آن با فرمت LHA [۷] تولید می‌شود که حاوی اطلاعات مورد نیاز برای شبیه‌سازی رویدادهای سیگنال و پس‌زمینه است و به وسیله‌ی بسته PYTHIA [۸] خوانده می‌شود. سطح مقطع برخوردها برای هر فرآیند سیگنال و پس‌زمینه به طور جداگانه محاسبه می‌شود. در جدول ۲، مقادیر پارامترهای مربوط برای چهار نقطه معیار در  $\tan\beta=10$  و سطح مقطع برخورد‌های تولیدی برای فرآیند سیگنال آورده شده است.

جدول ۲: نقاط منتخب فرآیند سیگنال و مقادیر سطح مقطع و نسبت شاخه‌ای واپاشی.

| جرم بوزون های هیگز خنثی (GeV) | نقطه منتخب اول | نقطه منتخب دوم | نقطه منتخب سوم | نقطه منتخب چهارم |
|-------------------------------|----------------|----------------|----------------|------------------|
| $m_h$                         | ۱۲۵            | ۱۲۵            | ۱۲۵            | ۱۲۵              |
| $m_H$                         | ۱۵۰            | ۲۰۰            | ۲۵۰            | ۳۰۰              |
| $m_A$                         | ۱۵۰            | ۲۵۰            | ۲۵۰            | ۳۰۰              |
| $m_{H^\pm}$                   | ۱۵۰            | ۲۵۰            | ۲۵۰            | ۳۰۰              |
| سطح مقطع کل (fb)              | ۱۲/۱           | ۹/۴            | ۸/۵            | ۶/۲              |
| نسبت شاخه‌ای کل               | ۰/۳۸           | ۰/۰۸           | ۰/۱۵           | ۰/۰۶             |
| سطح مقطع به $(fb)bb$          | ۴/۶۴           | ۰/۷۶           | ۱/۲۶           | ۰/۳۸             |

از جمله فرآیندهای مهم پس‌زمینه  $ZZ$ ،  $Z/\gamma^*$  و  $t\bar{t}$  هستند که سطح مقطع‌های قابل توجهی نسبت به فرآیند سیگنال دارند و در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳: سطح مقطع فرآیندهای پس‌زمینه.

| پس‌زمینه      | $ZZ$ | $Z/\gamma^*$ | $t\bar{t}$ |
|---------------|------|--------------|------------|
| سطح مقطع (fb) | ۲۳۵  | ۴۳۲۳         | ۲۱۱        |

برای شناسایی جت‌ها از بسته FASTJET [۹] با الگوریتم anti-kt [۱۰] استفاده شده است، همچنین الگوریتم ردیابی کوارک‌های b براساس برنامه DELPHES [۱۱] (شبیه ساز آشکار سازهای

$$L = v^{-1} (m_d d\bar{d} + m_u u\bar{u} + m_d l\bar{l})h + v^{-1} (\rho^d m_d d\bar{d} + \rho^u m_u u\bar{u} + \rho^l m_l l\bar{l})H + iv^{-1} (-\rho^d m_d \bar{d} \gamma_5 d + \rho^u m_u \bar{u} \gamma_5 u - \rho^l m_l \bar{l} \gamma_5 l)A \quad (1)$$

ضرایب  $\rho$  با توجه به نوع مدل دو دوتایی هیگز توابع مختلفی از پارامتر  $\beta$  هستند که در جدول ۱ بیان شده است. لازم به ذکر است که در این مدل  $\tan\beta$  به عنوان نسبت دو مقدار چشم‌داشتی خلا برای دو دوتایی هیگز مطرح می‌شود [۳ و ۴].

جدول ۱: اتصالات بوزون هیگز با فرمیون‌ها در نوع‌های مختلف مدل دو دوتایی هیگز.

| ضریب     | نوع اول     | نوع دوم      | نوع سوم      | نوع چهارم    |
|----------|-------------|--------------|--------------|--------------|
| $\rho^d$ | $\cot\beta$ | $-\tan\beta$ | $-\tan\beta$ | $\cot\beta$  |
| $\rho^u$ | $\cot\beta$ | $\cot\beta$  | $\cot\beta$  | $\cot\beta$  |
| $\rho^l$ | $\cot\beta$ | $-\tan\beta$ | $-\tan\beta$ | $-\tan\beta$ |

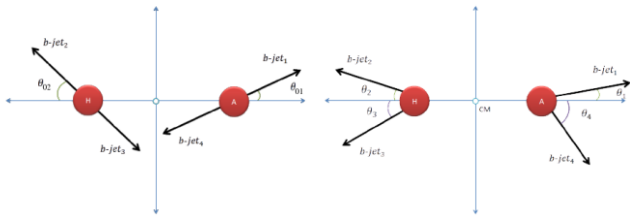
نوع انتخابی ما برای این مقاله نوع اول 2HDM است. در این نوع جفت‌شدگی بین فرمیون‌ها و هیگز خنثی همگی متناسب با  $\cot\beta$  است و از طرفی جرم فرمیون‌ها در این که کدام برهم‌کنش غالب است بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

فرآیند سیگنالی که برای مشاهده پذیری بوزون‌های هیگز سنگین خنثی در نظر شده به این صورت است  $e^+e^- \rightarrow AH \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$ . این فرآیند را برای نوع اول 2HDM در شتابدهندهای خطی، قبلاً بررسی کرده ایم [۵] و نتایج آن نیز منتشر شده است ولی در این مقاله نشان خواهیم داد که با اعمال تصحیحات حرکتی نتایج بسیار بهتری قابل بدست آوردن است که در ادامه به تفصیل خواهیم آورد. جرم انتخابی برای بوزون‌های هیگز خنثی به صورتی است که از لحاظ سینماتیکی تولید جفت کوارک t اتفاق نمی‌افتد، از طرفی تفاضل جرم بوزون‌های هیگز خنثی کمتر از تولید بوزون پیمانه‌ای Z در نظر گرفته شده است.

## پدیده‌شناسی و مشاهده پذیری ذرات هیگز خنثی در مدل دو دوتایی هیگز

براساس نوع اول 2HDM، مشاهده پذیری بوزون‌های هیگز خنثی و سنگین A و H بررسی می‌شوند. در این تحلیل، فرآیند سیگنال با انرژی مرکز جرم 1 TeV، در شتابدهندهای خطی و در محدوده جرمی GeV (۱۵۰-۳۰۰) برای بوزون‌های هیگز خنثی، در چهار نقطه معیار به کار برده می‌شود.

از طرفی با برقرار بودن پایستگی انرژی  $E_1 + E_4 = E_2 + E_3$ ، می‌توان جت‌ها را بر اساس انرژی به این صورت  $E_1 > E_2 > E_3 > E_4$  مرتب کرد.



شکل ۱: واپاشی بوزون هیگز خنثی به جفت جت‌های کوآرک پایین. تصویر سمت چپ: در چارچوب سکون خودشان، تصویر سمت راست: در چارچوب مرکز جرم آزمایشگاه.

در نتیجه کم انرژی‌ترین جت و پر انرژی‌ترین جت باید از یک ذره مادر متولد شده باشند و حالت‌های ممکن که می‌توان برای بازسازی جرمی بوزون‌های هیگز خنثی در نظر گرفت به این صورت است:

$$H \rightarrow b_1 b_4, A \rightarrow b_2 b_3 \quad \text{یا} \quad H \rightarrow b_2 b_3, A \rightarrow b_1 b_4$$

با در نظر گرفتن تصحیحات حرکتی که بر روی چهار بردار تکانه مربوط به جت‌های کوآرک  $b$  اعمال می‌شود، پیشرفت خوبی در نتایج خواهیم دید. برای بدست آوردن تصحیحات حرکتی، تصحیح‌هایی باید روی چهار بردار تکانه-انرژی ذرات زده شود که به صورت چهار ضریب مجهول ظاهر می‌شوند، با نوشتن یک دستگاه چهار معادله و چهار مجهول که سه معادله آن مربوط به پایستگی تکانه و یک معادله مربوط به پایستگی انرژی است، می‌توان چهار ضریب تصحیح را بدست آورد. که به صورت مؤلفه‌ای در مجموع عبارات رابطه ۳ بیان شده است:

$$\begin{aligned} c_1 p_x^{b_1} + c_2 p_x^{b_2} + c_3 p_x^{b_3} + c_4 p_x^{b_4} &= 0 \\ c_1 p_y^{b_1} + c_2 p_y^{b_2} + c_3 p_y^{b_3} + c_4 p_y^{b_4} &= 0 \\ c_1 p_z^{b_1} + c_2 p_z^{b_2} + c_3 p_z^{b_3} + c_4 p_z^{b_4} &= 0 \\ c_1 E^{b_1} + c_2 E^{b_2} + c_3 E^{b_3} + c_4 E^{b_4} &= \sqrt{s} \end{aligned} \quad (3)$$

در روابط بالا، ضرایب تصحیح اختصاص داده شده برای چهار جت کوآرک  $b$  با  $c_1 - c_4$  نمایش داده شده است. برای منفی نشدن مقادیر انرژی، لازم است که همه ضرایب تصحیح انتخابی مثبت باشند. برای هر رویداد، این ضرایب تصحیح را به دست آورده و به چهار بردار تکانه جت کوآرک‌های  $b$  اعمال می‌کنیم. تصحیحات انرژی ممکن است ترتیب انرژی جت‌های کوآرک  $b$  را تغییر دهد، زیرا آنها به صورت پیش فرض به صورتی که گفته شد، مرتب شده‌اند. این

واقعی صورت می‌گیرد که براساس تطبیق جت با طعم نزدیک‌ترین کوآرک می‌باشد.

در سناریوی مورد نظر، برای آشکارساز سیلیکونی SID در شتابدهنده‌های خطی، که بر پایه‌ی آشکارسازهای رأس-پیکسلی سیلیکونی، ردیاب‌کننده سیلیکونی و گرماسنج الکترومغناطیسی سیلیکون-تنگستن کار می‌کند، حدود ۷۰ درصد جت‌های کوآرک  $b$  قابل شناسایی و حدود ۱۰ درصد جت‌های کوآرک  $c$  به اشتباه به عنوان جت‌های کوآرک  $b$  شناسایی می‌شوند. در شبیه‌سازی و ردیابی کوآرک  $b$ ، از جت‌هایی که دارای تکانه عرضی بیشتر از  $10 \text{ GeV}$  و زاویه شبه‌تندی کمتر از ۳ رادیان هستند، استفاده می‌شود. برای شناسایی جت‌های کوآرک  $b$  از کمیتی به نام زاویه جدایی فضایی بین هر یک از جت‌ها و کوآرک  $b$  یا  $c$  مذکور استفاده می‌شود که اگر کمتر از  $0.2$  باشد، به عنوان جت‌های کوآرک  $b$  در نظر گرفته می‌شود. سناریوهای مختلفی برای برچسب‌گذاری کوآرک‌های  $b$  وجود دارد که باعث خلوص بیشتر ردیابی کوآرک‌های  $b$  نهایی می‌شود.

فرآیند سیگنال شامل چهار جت کوآرک- $b$  است، که جرم ناوردای هر جفت جت، جرم ذره مادری که واپاشی کرده است را می‌دهد. شکل ۱ نمایی از واپاشی بوزون‌های هیگز خنثی به دو جفت کوآرک  $b$  در چارچوب سکون خودشان و مرکز جرم آزمایشگاه را نشان می‌دهد. در شکل ۱ سمت چپ، جت‌های پروازی از واپاشی بوزون هیگز  $A$ ، دارای زاویه‌ی فضایی کوچکتری نسبت به جت‌ها واپاشی شده از بوزون هیگز  $H$  می‌باشد. در شکل ۱ سمت راست، زاویه‌ی پرواز این جت‌ها براساس خیز لورنتسی که در چارچوب آزمایشگاه می‌گیرند به این صورت است:  $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < \theta_4$  و طبق روابط ۲، با در نظر گرفتن پایستگی تکانه خطی در محور عمودی چارچوب آزمایشگاه برای جت‌ها و فرانسیتی بودن انرژی مرکز جرم انتخابی، که انرژی و تکانه ذرات با تقریب بسیار خوبی با هم برابر هستند، می‌توان گفت که بیشترین انرژی جت مربوط به جتی است که کمترین زاویه‌ی پرواز و بلعکس کمترین انرژی جت مربوط به جتی است که بیشترین زاویه‌ی پرواز را دارد.

$$\begin{aligned} p_1 \sin \theta_1 &= p_4 \sin \theta_4 \\ p_2 \sin \theta_2 &= p_3 \sin \theta_3 \end{aligned} \quad (2)$$

جدول ۴: پنجره جرمی مناسب برای بوزون های هیگز خشی و مقدار معناداری فرآیند سیگنال برای هر یک از نقاط معیار.

| نقطه منتخب | نقطه منتخب | نقطه منتخب | نقطه منتخب |                  |
|------------|------------|------------|------------|------------------|
| اول        | دوم        | سوم        | چهارم      | پنجره جرمی (GeV) |
| ۱۳۹-۱۵۲    | ۱۸۴-۲۶۷    | ۲۳۰-۲۶۵    | ۲۸۵-۳۱۳    |                  |
| ۰/۰۸       | ۰/۱۰       | ۰/۰۹       | ۰/۰۶       | بازده کل         |
| ۱۹۵        | ۴۰         | ۵۶         | ۱۱         | S                |
| ۱۱         | ۲۴         | ۸          | ۳/۳        | B                |
| ۵۷         | ۸/۲        | ۲۰         | ۶/۲        | $S/\sqrt{B}$     |

### نتیجه گیری

در این مقاله، مشاهده پذیری بوزون های هیگز خشی A و H در نوع اول مدل دو دوتایی هیگز با انرژی 1 TeV در شتابدهندهای خطی بررسی شده است. سیگنال مورد مطالعه، واپاشی بوزون های هیگز خشی A و H به جفت جت کوآرک های b است. با انتخاب حالت واپاشی بوزون های هیگز خشی به جفت جت کوآرک های  $b_2b_3$  و استفاده از شرط کمینه بودن زاویه جدایی فضایی بین جت های انتخابی، به بازسازی جرم ناوردای بوزون های هیگز پرداختیم، که شامل تصحیحات حرکتی مناسب برای حالت نهایی می باشد. در تمام نقاط معیار انتخابی برای بوزون های هیگز خشی با درخشندگی  $50.0 \text{ fb}^{-1}$  به معناداری بیش از  $5\sigma$  رسیده ایم.

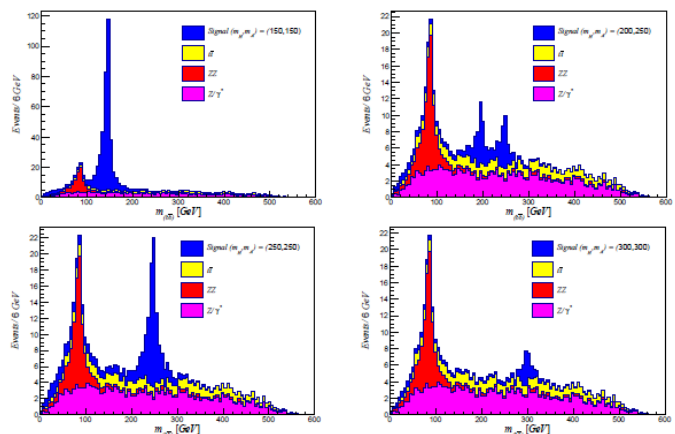
### مرجع ها

- [۱] A. Djouadi; "The anatomy of electroweak symmetry breaking Tome II: The Higgs bosons in the Minimal Supersymmetric Model"; *Physics Reports* **459**, (2008) 1.
- [۲] J.F. Gunion and H.E. Haber; "The CP conserving two-Higgs-doublet model: the approach to the decoupling limit"; *Physical Review* **D67**, (2003) 075019.
- [۳] M. Aoki, S. Kanemura, K. Tsumura and K. Yagyu; "Models of Yukawa interaction in the two Higgs doublet model, and their collider phenomenology"; *Physical Review* **D80**, (2009) 015017.
- [۴] V. Barger, J.L. Hewett and R.J.N. Phillips; "New constraints on the charged Higgs sector in two-Higgs-doublet models"; *Physical Review* **D41**, (1990) 3421.
- [۵] M. Hashemi and M. MahdaviKhorrami; "Analysis of b quark pair production signal from neutral 2HDM Higgs bosons at future linear colliders"; *European Physical Journal* **C78**, (2018) 485.
- [۶] D. Eriksson, J. Rathsmann and O. Stål; "2HDMC-two-Higgs-doublet model calculator"; *Computer Physics Communications* **181**, (2010) 189.
- [۷] J. Alwall, et al; "A standard format for Les Houches event files"; *Computer Physics Communications* **176**, (2007) 300.
- [۸] T. Sjöstrand, S. Ask, et al; "An introduction to PYTHIA 8.2"; *Computer Physics Communications* **191**, (2015) 159.
- [۹] M. Cacciari, G.P. Salam and G. Soyez; "Fast-Jet user manual"; *European Physical Journal* **C72**, (2012) 1896.
- [۱۰] M. Cacciari, G.P. Salam and G. Soyez; "The anti-kt clustering algorithm"; *JHEP* **04**, (2008) 063.
- [۱۱] J. De Favereau, C. Delaere, P. Demin, A. Giammanco, V. Lemaitre, A. Mertens, M. Selvaggi and Delphes 3 Collaboration; "DELPHES 3: a modular framework for fast simulation of a generic collider experiment"; *JHEP* **02**, (2014) 057.

مرتب سازی انرژی جت ها بعد از اعمال تصحیحات حرکتی مجدداً اعمال می شود.

برای شناسایی درست و دقیقتر این جت ها، در این مقاله علاوه بر انتخاب جت ها که در توضیحات شکل ۱ گفته شده است، شرط کمینه بودن زاویه جدایی فضایی بین جفت جت های انتخابی نیز بررسی می شود. در نهایت جفت جت هایی که این شرط را دارند برای بازسازی جرم ناوردای بوزون های هیگز خشی انتخاب می کنیم.

در شکل ۲، توزیع جرمی ناوردای جفت جت کوآرک های  $b_2b_3$  با شرط کمینه بودن زاویه جدایی فضایی بین این دو جت کوآرک با درخشندگی  $50.0 \text{ fb}^{-1}$  نشان داده شده است. در هر یک از این هیستوگرام ها قسمت قرمز، صورتی و زرد توزیع جرمی ناوردای جفت جت کوآرک های b تولید شده در مدل استاندارد را نشان می دهد که از آن به عنوان اطلاعات پس زمینه یاد می شود. هیستوگرام آبی توزیع جفت جت کوآرک های b تولید شده در فرآیند سیگنال را نشان می دهد که روی نمودار پس زمینه قرار دارد. این هیستوگرام ها موفقیت در شناسایی بوزون هیگز خشی و سنگین را نشان می دهد. در جدول ۴، با استفاده از پنجره جرمی برای دستیابی بهینه شده، مقدار معناداری برای هر نقطه ی معیار محاسبه شده است و بازده مربوط می شود به بازدهی فیلترهایی که در مورد رویدادها انجام داده ایم، که شامل بازدهی انتخاب ردیابی چهار b-جت در بازدهی ضرایب تصحیح (که مثبت هستند) می باشد.



شکل ۲: توزیع جرمی ناوردای جفت جت کوآرک های  $b_2b_3$  با استفاده از روش کمینه کردن زاویه جدایی فضایی بین دو جت کوآرک در رویدادهای سیگنال و پس زمینه در انرژی مرکز جرم یک TeV.

## تأثیر داده‌های سطح مقطع جت در استخراج توابع توزیع پارتونی

عزیزی، مجید<sup>۱</sup>؛ خرمیان، علی<sup>۱</sup>؛ پاک طینت مهدی آبادی، سعید<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه سمنان، ص. پ. 35195-363، سمنان، ایران

<sup>۲</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، ص. پ. 89195-741، یزد، ایران

### چکیده

در این مقاله تلاش شده است توابع توزیع پارتونی جدیدی با استفاده از داده‌های سطح مقطع تولید جت‌های حاصل از برخوردهای هادرون-هادرون استخراج شوند و مقایسه‌ای با توابع توزیع پارتونی دیگری که داده‌های سطح مقطع جت در آنها وارد نشده‌اند ارائه می‌گردد. این مقایسه نشان می‌دهد داده‌های سطح مقطع جت اثر قابل ملاحظه‌ای بر روی توزیع کوارک‌ها و گلوئون‌ها دارند.

## Impact of Jet Cross Section Data at Extraction of Parton Distribution Functions

Azizi, Majid<sup>1</sup>; Khorramian, Ali<sup>1</sup>; Paktinat Mahdi Abadi, Saeid<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Physics, University of Semnan, P. O. Box 35195-363, Semnan, Iran

<sup>2</sup> Faculty of Physics, Yazd University, P. O. Box 89195-741, Yazd, Iran

### Abstract

At this paper it is tried to extract new Parton Distribution Functions (PDFs) by using the jet production cross section data gained from Hadron-Hadron collisions and a comparison with other PDF set that the jet cross section data are not included is presented. This comparison illustrates that the jet cross section data have a significant impact on distribution of quarks and gluons.

PACS No.

قطعیت این توابع توزیع را کاهش داد. یکی از انواع داده‌هایی که در کاهش عدم قطعیت کوارک‌های ظرفیت، کوارک‌های دریا و گلوئون‌ها بسیار مفید هستند داده‌های تجربی مربوط به سطح مقطع جت‌ها می‌باشند. در این مقاله برآنیم تا اثرات اینگونه از داده-های تجربی بر توابع توزیع پارتونی، مربوط به سطح مقطع جت‌ها که از آزمایشگاه‌های CERN [5-6] و Fermilab [7-8] در دسترس هستند، بررسی شوند.

### اندازه‌گیری‌های تجربی

پیش از پرداختن به فرآیند استخراج توابع توزیع پارتونی و بررسی نتایج مربوطه ضروری است که شرح مختصری از داده‌های تجربی استفاده شده در این مقاله ارائه شود. داده‌های تجربی

### مقدمه

توابع توزیع پارتونی (PDFs) احتمال حضور پارتون‌ها (کوارک‌ها و گلوئون‌ها) در داخل هادرون‌ها را به صورت توابعی از  $X$  بیورکن و مربع تکانه انتقال یافته  $Q^2$  می‌دهند که هر یک از این پارتون‌ها بخشی از تکانه‌ی کل هادرون هدف را حمل می‌کنند. اخیراً تلاش‌های بسیاری جهت استخراج توابع توزیع پارتونی به منظور افزایش دقت این توابع توزیع در حالت‌های غیر قطبیده و قطبیده گزارش شده است [1-4]. یکی از اهداف این تلاش‌ها کاهش عدم قطعیت PDFها تا حد امکان است. از آنجا که تنها روش برای استخراج PDFها استفاده از برازش داده‌های تجربی است لذا با بهره‌گیری از داده‌های آزمایشگاهی جدید در فرآیندهایی خاص در فیزیک انرژی‌های بالا، می‌توان میزان عدم

$$x\bar{U}(x) = A_{\bar{U}}x^{B_{\bar{U}}}(1-x)^{C_{\bar{U}}}(1+D_{\bar{U}}x)$$

$$x\bar{D}(x) = A_{\bar{D}}x^{B_{\bar{D}}}(1-x)^{C_{\bar{D}}}$$

که در آن توابع توزیع به عنوان تابعی از  $x$ ، نشان دهنده توزیع پارتون‌ها در مقیاس اولیه  $Q_0^2$  بیورکن است و  $A, B, C, D$  و  $E$  ضرایب مجهولی هستند که از فرآیند برازش حاصل می‌شوند.

جدول 1: داده‌های سطح مقطع حاصل از برخورد لپتون-هادرون مربوط به گروه HERA [9] بر حسب متغیرهای سینماتیکی.

| Experiment            | no. of points | $x$                          | $Q^2$ [GeV <sup>2</sup> ] |
|-----------------------|---------------|------------------------------|---------------------------|
| HERA1+2 CC $e^+p$     | 39            | $8.0 \times 10^{-3} - 0.4$   | 300-30000                 |
| HERA1+2 CC $e^-p$     | 42            | $8.0 \times 10^{-3} - 0.65$  | 300-30000                 |
| HERA1+2 NC $e^-p$     | 159           | $8.0 \times 10^{-4} - 0.65$  | 60-50000                  |
| HERA1+2 NC $e^-p$ 460 | 195           | $3.48 \times 10^{-5} - 0.65$ | 1.5-800                   |
| HERA1+2 NC $e^-p$ 575 | 243           | $3.48 \times 10^{-5} - 0.65$ | 1.5-800                   |
| HERA1+2 NC $e^+p$ 820 | 66            | $6.21 \times 10^{-7} - 0.4$  | 0.045-30000               |
| HERA1+2 NC $e^+p$ 920 | 348           | $5.02 \times 10^{-6} - 0.65$ | 1.5-30000                 |

جدول 2: داده‌های سطح مقطع جت حاصل از برخورد هادرون-هادرون مربوط به گروه‌های مختلف [5-8] بر حسب متغیرهای سینماتیکی.

| Experiment | no. of points | $p_T$ , [GeV]     | Rapidity ranges |
|------------|---------------|-------------------|-----------------|
| CDF        | 72            | $54 < p_T < 527$  | $ y  < 2.1$     |
| D0         | 110           | $50 < p_T < 665$  | $ y  < 2.0$     |
| CMS        | 168           | $74 < p_T < 2500$ | $ y  < 0.3$     |
| ATLAS      | 54            | $20 < p_T < 430$  | $ y  < 4.4$     |

## نتایج تحلیل

در این مقاله توابع توزیع پارتونی جدیدی با استفاده از داده‌های جت منتشر شده توسط گروه‌های CMS، ATLAS، D0 و CDF استخراج شده‌اند. در شکل‌های (1) تا (4) نتایج توابع توزیع توابع کوارک‌های ظرفیت، کوارک‌های دریا و گلوئون‌ها بر حسب تابعی از  $x$  و در دو مقدار  $3 \text{ GeV}^2$  و  $Q^2=8317$  برای دو حالت مختلف یعنی بدون حضور داده‌های جت و با وجود آنها

استفاده شده در این تحلیل به دو دسته اصلی تقسیم می‌شوند. دسته اول داده‌های سطح مقطعی هستند که از برخورد لپتون‌ها و هادرون‌ها در فرآیند پراکندگی ناکشسان ژرف (DIS) به دست می‌آیند. این اندازه‌گیری‌های تجربی که مبنا و اساس بسیاری از پژوهش‌ها در زمینه استخراج توابع توزیع پارتونی هستند توسط HERA [9] منتشر شده‌اند که جزئیات آنها در جدول شماره (1) آمده است. PDF هایی که با بکارگیری این داده‌ها به تنهایی استخراج می‌شوند معیار بسیار مناسبی جهت بررسی اثر سایر انواع اندازه‌گیری‌های تجربی روی توابع توزیع پارتونی به دست می‌دهند. دسته دوم داده‌های جتی هستند که از برخورد هادرون-هادرون به دست آمده‌اند. داده‌های مربوط به گروه‌های تجربی CMS [5] و ATLAS [6] سطح مقطع جت‌های حاصل از برخورد پروتون-پروتون می‌باشند و داده‌های تجربی مربوط به گروه‌های D0 [7] و CDF [8] از برخورد پروتون-آنتی پروتون هستند. داده‌های جت مذکور این توانایی را دارند که توزیع کوارک‌ها و همچنین گلوئون‌ها را در نواحی مختلفی از بازه متغیر  $x$  تحت تاثیر قرار دهند، شرحی مبسوط از این داده‌ها نیز در جدول شماره 2 آورده شده است.

## چارچوب محاسباتی

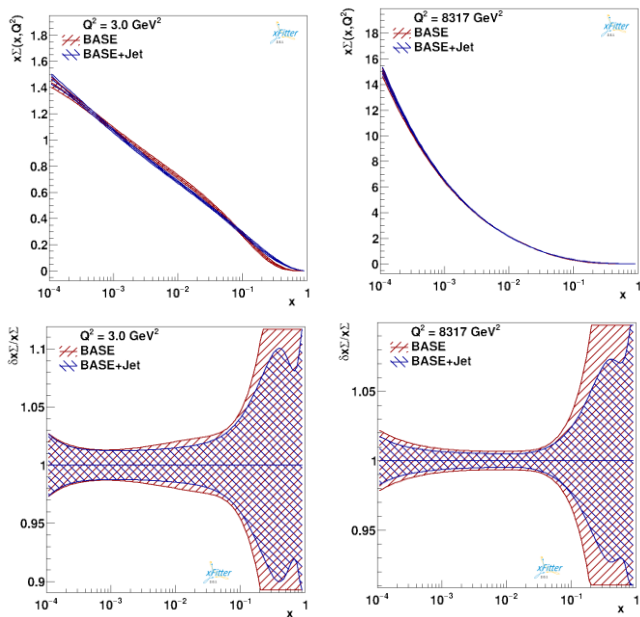
به منظور به کارگیری داده‌های به کار رفته جهت استخراج توابع توزیع پارتونی در فرآیندهای مختلف لپتون-هادرون و هادرون-هادرون از xFitter [10] که ابتدا با نام HERAFitter منتشر شد، استفاده می‌کنیم. نرم‌افزارهای QCDNUM [11] و APPLGRID [12] که وظیفه تحول توابع توزیع و محاسبات مربوط به فرآیندهای پراکندگی لپتون-هادرون و هادرون-هادرون را انجام می‌دهند، نقش اساسی را در انجام محاسبات ایفا می‌کنند. برای انجام این برازش فرم توابع توزیع گلوئون‌ها، کوارک‌های ظرفیت و کوارک‌های دریا را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$xg(x) = A_g x^{B_g} (1-x)^{C_g} - A'_g x^{B'_g} (1-x)^{C'_g}$$

$$xu_v(x) = A_{u_v} x^{B_{u_v}} (1-x)^{C_{u_v}} (1 + E_{u_v} x^2)$$

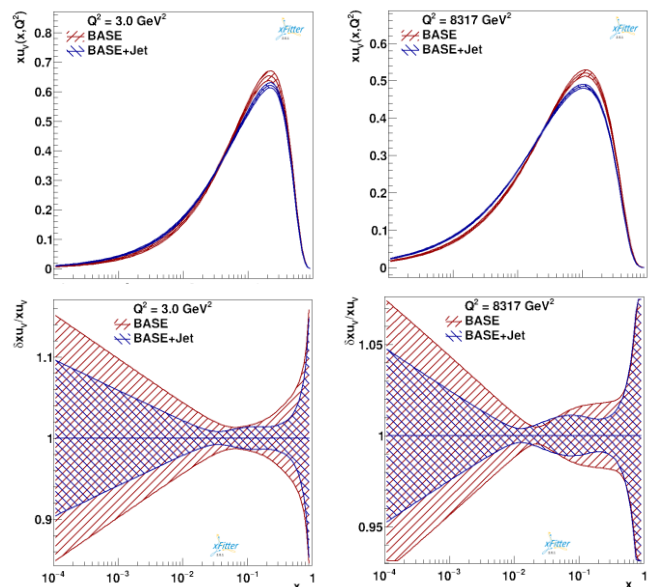
$$xd_v(x) = A_{d_v} x^{B_{d_v}} (1-x)^{C_{d_v}}$$

دارای عدم قطعیت کمتری است، اما در شکل شماره (4) که مربوط به توزیع گلوئون‌ها است علاوه بر کاهش قابل ملاحظه میزان عدم قطعیت، با حضور داده‌های جت در  $Q^2=3 \text{ GeV}^2$  نمودار مرکزی تابع توزیع هم به‌طور مشهودی جابجا شده است و همچنین در X های کوچک مربوط به  $Q^2=3 \text{ GeV}^2$  افزایش میزان عدم قطعیت را شاهد هستیم. مقادیر ضرایب تابع توزیع پارتونی حاصل از برازش در جدول 3 گزارش شده‌اند.



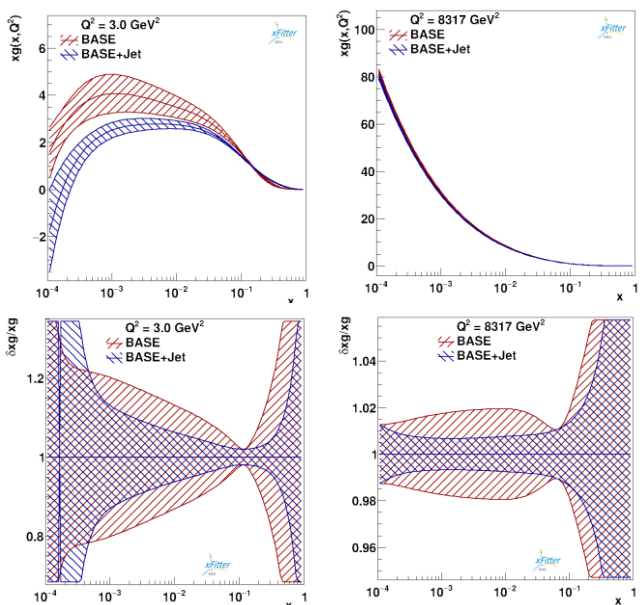
شکل 1: تاثیر داده‌های جت بر روی توزیع کوآرک طرفیتی  $x_U^1$ .

نمایش داده شده است. در شکل‌های (1) تا (4) مشاهده می‌شود به‌طور قابل ملاحظه‌ای میزان عدم قطعیت تابع توزیع پارتونی

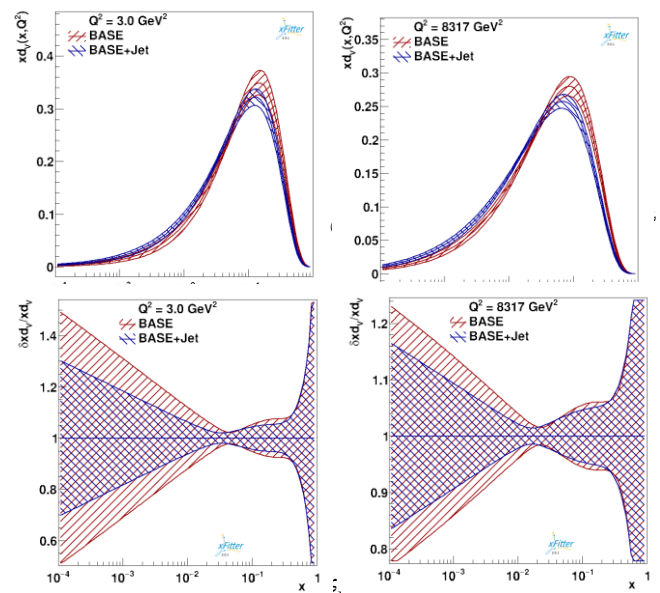


شکل 2: تاثیر داده‌های جت بر روی توزیع کوآرک طرفیتی  $x_U^2$ .

همانطور که در شکل (1) مشاهده می‌شود حضور داده‌های جت اثر قابل ملاحظه‌ای در عدم قطعیت توزیع کوآرک طرفیتی  $x_U^1$  ایجاد می‌کند. چنین اثری در شکل شماره (2) و برای توزیع کوآرک طرفیتی  $x_U^2$  نیز مشاهده می‌شود.



شکل 3: تاثیر داده‌های جت بر روی توزیع کوآرک‌های دریا.



شکل 4: تاثیر داده‌های جت بر روی توزیع کوآرک طرفیتی  $x_G^2$ .

در شکل شماره (3) نیز توزیع کوآرک‌های دریا استخراج شده در فرآیند برازشی که شامل داده‌های جت می‌شود به میزان چشمگیری



جدول 3: ضرایب استخراج شده مربوط به توابع توزیع گلوئون‌ها، کوارک‌های ظرفیت و کوارک‌های دریا.

| Parameter     | BASE               | BASE+Jet           |
|---------------|--------------------|--------------------|
| $B_g$         | $-0.345 \pm 0.06$  | $-0.623 \pm 0.063$ |
| $C_g$         | $6.08 \pm 0.16$    | $2.55 \pm 0.30$    |
| $A'_g$        | $0.789 \pm 0.066$  | $0.435 \pm 0.05$   |
| $B'_g$        | $-0.421 \pm 0.047$ | $-0.637 \pm 0.055$ |
| $C'_g$        | 25                 | 25                 |
| $B_{u_v}$     | $0.731 \pm 0.014$  | $0.66 \pm 0.018$   |
| $C_{u_v}$     | $4.735 \pm 0.046$  | $4.78 \pm 0.078$   |
| $E_{u_v}$     | $10.14 \pm 0.14$   | $13 \pm 1.2$       |
| $B_{d_v}$     | $0.836 \pm 0.039$  | $0.747 \pm 0.061$  |
| $C_{d_v}$     | $4.5 \pm 0.15$     | $4.68 \pm 0.37$    |
| $C_{\bar{u}}$ | $4.17 \pm 0.14$    | $1.865 \pm 0.064$  |
| $D_{\bar{u}}$ | $12.43 \pm 1.8$    | $5.41 \pm 0.63$    |
| $A_{\bar{d}}$ | $0.209 \pm 0.01$   | $0.158 \pm 0.008$  |
| $B_{\bar{d}}$ | $-0.128 \pm 0.008$ | $-0.167 \pm 0.008$ |
| $C_{\bar{d}}$ | $6.28 \pm 0.14$    | $4.82 \pm 0.94$    |

### مرجع‌ها

- [1] Tie-Jiun Hou, et al., Phys. Rev. D 103, 014013 (2021), [arXiv:1912.10053 [hep-ph]].
- [2] A. Khorramian, E. Leader, D. Stamenov, A. Shabanpour, Phys.Rev.D 103 (2021) 5, 054003, [arXiv:2009.04808 [hep-ph]].
- [3] H. Abdolmaleki, A. Khorramian, Phys. Rev. D 99, 116019 (2019).
- [4] A. Ghaffari Tooran, A. Khorramian, H. Abdolmaleki, Phys. Rev. C 99, 035207 (2019).
- [5] V. Khachatryan, JHEP 03 (2017) 156 [arXiv:1609.05331 [hep-ex]].
- [6] G. Aad, Eur. Phys. J. C 73, no.8, 2509 (2013), [arXiv:1304.4739 [hep-ex]].
- [7] V. M. Abazov, Phys. Rev. Lett. 101, 062001 (2008) [arXiv:0802.2400 [hep-ex]].
- [8] T. Aaltonen, Phys. Rev. D 78, 052006 (2008)[erratum: Phys. Rev. D 79, 119902 (2009)][arXiv:0807.2204 [hep-ex]].
- [9] H. Abramowicz, Eur. Phys. J. C 75, no.12, 580 (2015) [arXiv:1506.06042 [hep-ex]].
- [10] S. Alekhin et al., Eur. Phys. J. C 75, no. 7, 304 (2015) [arXiv:1410.4412 [hep-ph]].
- [11] M. Botje, Comput.Phys.Commun. 182 (2011) 490-532, [arXiv:1005.1481].
- [12] T. Carli et al., Eur. Phys. J. C 66, 503 (2010), [arXiv:0911.2985].

### نتیجه‌گیری

در این مقاله با وارد کردن داده‌های سطح مقطع جت حاصل از برخوردهای پروتون-پروتون و پروتون-آنتی‌پروتون، توابع توزیع پارتونی استخراج شدند که عدم قطعیت توزیع کوارک‌های ظرفیت، کوارک‌های دریا و گلوئون‌ها نسبت به حالتی که این داده‌ها حضور ندارند، در اغلب موارد به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش پیدا کرده‌اند.

## سطح مقطع تولید تک جت و دو جت در چارچوب های مختلف تکانه‌ی عرضی و مقایسه‌ی آن با داده‌های گروه زئوس

کردوالش آبادی، رامین<sup>۱</sup>؛ مدرس، مجید<sup>۱</sup>؛ رضایی، سمیه<sup>۱</sup>؛ امین زاده نیک، رضا<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

### چکیده

قصد داریم با محاسبه‌ی سطح مقطع تولید جت و دو جت شمول در چارچوب‌های فاکتورگیری وابسته به تکانه‌ی عرضی و وابسته به دو مولفه‌ی تکانه‌ی عرضی و پارامتر  $z$  و مقایسه‌ی نتایج با داده‌های گروه زئوس درک بهتری از توابع توزیع پارتونی انتگرال‌گیری نشده و توابع توزیع پارتونی دوگانه‌ی انتگرال‌گیری نشده بدست آوریم. این داده‌ها مربوط به برخورد الکترونی با انرژی ۲۷/۵ گیگا الکترون ولت و پروتونی با انرژی ۸۲۰ و ۹۲۰ گیگا الکترون ولت به ترتیب برای داده‌های جت شمول و دو جت شمول هستند. پی خواهیم برد که چطور چارچوب وابسته به تکانه‌ی عرضی و پارامتر  $z$  می‌تواند کمک کند تا به نتایج بهتر و قابل قبولی نسبت به چارچوب وابسته به تکانه‌ی عرضی برای داده‌های جت شمول برسیم. همچنین پی خواهیم برد که به طور کلی هر دو چارچوب وابسته به تکانه‌ی عرضی و وابسته به تکانه‌ی عرضی و پارامتر  $z$  قادر به پیش بینی نتایج تولید دو جت شمول با دقت بسیار خوبی هستند.

## Investigation of inclusive jet and dijet production using the $k_t$ and $(z, k_t)$ factorizations versus ZEUS collaboration data

Kord Valeshabadi, Ramin<sup>1</sup>; Modarres, Majid<sup>1</sup>; Rezaie, Somayeh<sup>1</sup>; Aminzadeh Nik, Reza<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, University of Tehran, Tehran

### Abstract

*In this work by calculating the inclusive jet and dijet cross sections in the  $k_t$  and  $(z, k_t)$  factorizations and comparing our results to the data of the ZEUS collaboration intended to gain better insight from the Unintegrated and double unintegrated parton distribution functions. These data are obtained from the collision of 27.5 GeV electrons with 820 GeV and 920 GeV protons, for the inclusive jet and dijet production, respectively. We find out that the  $(z, k_t)$  factorization framework gives better and acceptable results relative to the  $k_t$  factorization in predicting the data of inclusive jet and dijet productions. Additionally, we will find that generally both frameworks are powerful in prediction the data of inclusive dijet production.*

12.38. Bx, 13.85.Qk, 13.60.-r

گرفته است، چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی می‌باشد که پیش بینی‌های موفق‌تری در حد انرژی شتاب دهنده‌ی بزرگ هادرونی از خود نشان داده است [1,2]. با این حال اخیراً رهیافت دیگری پا به عرصه‌ی ظهور گذاشته است [3] که در آن با تعمیم چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی سعی در بهبود نتایج حاصل از این چارچوب دارد. با استفاده از این رهیافت جدید قصد محاسبه‌ی

### مقدمه

پیش‌بینی سطح مقطع‌های هادرونی با ظهور برخورد دهنده‌های جدید حائز اهمیت ویژه‌ای است. به طور عمومی دو چارچوب برای این محاسبات سطح مقطع وجود دارد. نخستین چارچوب که به صورت گسترده استفاده می‌شود چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی طولی نام دارد، و رهیافت دوم که اخیراً مورد توجه بیشتری قرار

در روابط بالا تابع پله‌ای  $\Theta(z_{Max} - z)$  و  $\Theta(\xi_{Max} - \xi)$  برای جلوگیری از نشر گلوئون نرم که سبب واگرایی در  $z \rightarrow 1$  و  $\xi \rightarrow 1$  می‌شود قرار داده شده است. مقادیر  $z_{Max}$  و  $\xi_{Max}$  را می‌توان با استفاده از نظم زاویه‌ای گلوئون‌های نرم بدست آورد [5]:

$$z_{max} = \frac{\mu}{(k_t^2 + \mu)} \quad : (4)$$

$$\xi_{max} = \frac{\mu}{(k_t^2 + \mu)} \quad : (5)$$

برای محاسبات سطح مقطع در این چارچوب از مولد رویداد مونت کارلو کی. تی (KaTie) استفاده کردیم که نخستین بار است برای برهمکنش ناکشسان سخت به کار گرفته می‌شود. برای استفاده از این برنامه توابع توزیع پارتونی برای طعم‌های مختلف در  $x$  و  $k_t^2$  و  $\mu^2$  های مختلف را در فایل قرار می‌دهیم و برنامه با فراخوانی فایل‌های موجود، محاسبات سطح مقطع را برای زیر فرایندهای  $\gamma^* + q \rightarrow q + \bar{q}$  و  $\gamma^* + q \rightarrow q + g$  در آزمایش دو جت شمول انجام می‌دهد و همچنین فرآیند  $\gamma^* + q \rightarrow q$  را علاوه بر زیرفرآیندهای دو جت وارد محاسبات جت شمول می‌کنیم.

### سطح مقطع در چارچوب وابسته به دو پارامتر تکانه‌ی عرضی و Z

سطح مقطع در چارچوب فاکتورگیری وابسته به دو پارامتر تکانه‌ی عرضی و Z در حالت کلی به صورت زیر نوشته می‌شود [3]:

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*P} =$$

$$\sum_a \int_x^1 \frac{dz}{z} \int_0^1 \frac{dx}{x} \int_0^\infty \frac{dk_t^2}{k_t^2} f_a(x, z, k_t^2, \mu^2) \delta^{\gamma^*a}(x, z, k_t^2, \mu^2) : (6)$$

برای بدست آوردن توابع توزیع انتگرال گیری نشده نسبت به دو پارامتر  $k_t^2$  و Z می‌توان از توابع توزیع انتگرال گیری نشده‌ی پارتونی ام. آر. دبلیو با صرف نظر کردن از انتگرال Z استفاده کرد. اما برای محاسبه‌ی سطح مقطع پارتونی به دلیل انتگرال گیری نکردن از نسبت تکانه‌ی Z، می‌توان به اطلاعات پارتون نشری پله‌ی آخر دست یافت. به عبارت دیگر پارتون نشری پله‌ی آخر به دلیل اینکه از پارتونی در چارچوب هم‌راستا می‌آید انتظار داریم تکانه‌ی عرضی‌ای در خلاف جهت پارتون ورودی به برهمکنش داشته باشد. همان‌طور که در مرجع [3] نشان داده شده است در این چارچوب زیر فرآیند  $\gamma^* +$

سطح مقطع تولید جت و دو جت شمول و مقایسه‌ی آنها با نتایج مربوط به چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی را داریم [4].

### سطح مقطع در چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی

سطح مقطع در چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی به صورت حاصلضرب توابع توزیع انتگرال گیری نشده‌ی پارتونی در سطح مقطع پارتونی نوشته می‌شود:

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*P} = \sum_a \int_0^1 \frac{dx}{x} \int_0^\infty \frac{dk_t^2}{k_t^2} f_a(x, k_t^2, \mu^2) \delta^{\gamma^*a}(x, k_t^2, \mu^2) : (1)$$

در رابطه‌ی بالا  $f_a(x, k_t^2, \mu^2)$  تابع توزیع انتگرال گیری نشده‌ی پارتونی گفته می‌شود و  $\delta^{\gamma^*a}(x, k_t^2, \mu^2)$  سطح مقطع پارتونی می‌باشد. در این چارچوب پارتون ورودی به برهمکنش سخت تکانه‌ی  $k = xP + k_t$  دارد که در اینجا P تکانه‌ی پروتون است و  $k^2 = -k_t^2$  می‌شود برخلاف چارچوب هم‌راستا که  $k^2 = 0$  است.

برای بدست آوردن توابع توزیع انتگرال گیری نشده‌ی پارتونی از توابع ام. آر. دبلیو (MRW) [5] استفاده می‌کنیم که بر اساس معادله‌ی تحول دی.جی.لپ (DGLAP) هستند. این توابع بدین صورت بدست می‌آیند:

$$f_a(x, k_t^2, \mu^2) = T_a(k_t, \mu) \frac{\alpha_s(k_t^2)}{2\pi} \sum_{b=q,g} \int_x^1 \left[ P_{ab}^{LO}(z) \frac{x}{z} b^{LO}\left(\frac{x}{z}, k_t^2\right) \Theta(z_{Max} - z) \right] dz : (2)$$

در فرمول بالا  $a$  می‌تواند کوارک یا گلوئون باشد و  $\alpha_s(k_t^2)$  ضریب برهمکنش قوی است. مفهوم این فرمول بدین معنی است که پارتون مرتبه‌ی اصلی (leading order PDF)،  $b^{LO}$  با نسبت تکانه‌ی  $x/z$  که تابع توزیع هم‌راستا است با نشر پارتونی با احتمال  $P_{ab}^{LO}$  (leading order splitting function) به پارتونی با نسبت تکانه‌ی  $x$  تبدیل می‌شود، سپس برای تحول تا مقیاس  $\mu$  از تابع شکل سوداگو استفاده می‌شود که تمام نشرهای غیر حقیقی تا این مقیاس را جمع می‌زند [5]:

$$T_a(k_t, \mu) = \exp \left( - \int_{k_t^2}^{\mu^2} \frac{dk_t^2}{k_t^2} \frac{\alpha_s(k_t^2)}{2\pi} \int_0^1 \xi P_{ba}^{LO}(\xi) \Theta(\xi_{Max} - \xi) d\xi \right) : (3)$$

$$\eta_{last-step-jet}^{Breit} = \frac{1}{2} \log \frac{x/x_B - 1}{1 - \beta} \quad : (12)$$

محاسبات سطح مقطع در این چارچوب را به صورت مستقیم و با استفاده از روش انتگرال‌گیری مونت کارلو و گاس محاسبه کردیم که در قسمت بعد نتایج محاسباتمان را می‌آوریم.

### نتایج محاسبات و بررسی آن‌ها

در این قسمت پیش‌بینی‌های دو چارچوب فاکتورگیری وابسته به تکانه‌ی عرضی با استفاده از تابع توزیع انتگرال‌گیری نشده‌ی پارتونی ام. آر. دلیو و چارچوب وابسته به دو پارامتر تکانه‌ی عرضی و  $Z$  را با داده‌های آزمایش گروه ژئوس تولید جت شمول [6] و تولید دو جت شمول [7] مقایسه می‌کنیم. در آزمایش تولید جت شمول انرژی الکترون‌های برخوردی ۲۷/۵ گیگاالکترون ولت و انرژی پروتون‌های برخوردی ۸۲۰ گیگا الکترون ولت است. همچنین تکانه‌ی عرضی حداقل یکی از جت‌ها باید بزرگتر از ۸ گیگاالکترون ولت و شبه رپیدیتی در چارچوب بریت  $1.8 < \eta_{Breit} < 2$  باشد. علاوه بر آن مربع کمیت مجازی گون باید  $Q^2 > 125 GeV$  باشد. در آزمایش تولید دو جت شمول برخلاف آزمایش قبل انرژی پروتون ۹۲۰ گیگاالکترون ولت است ولی انرژی الکترون مثل آزمایش تولید جت شمول است. تکانه‌ی عرضی حداقل دو جت باید بزرگتر از ۸ گیگاالکترون ولت و شبه رپیدیتی در محدوده‌ی  $-1 < \eta_{Lab} < 2.5$  در چارچوب آزمایشگاه باشد. علاوه بر آن مانند آزمایش تولید جت شمول  $Q^2 > 125 GeV$  است. پس ابتدا به بررسی سطح مقطع تولید دو جت شمول می‌پردازیم که در آن دیده می‌شود که هر دو چارچوب با این توابع توزیع به طور نسبتاً خوبی قادر به توصیف نتایج آزمایشگاه هستند (شکل ۱). اگرچه واضح است که این نتایج در چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی که با MRW UPDF نشان داده شده است به نسبت قابل ملاحظه‌ای در انرژی‌های عرضی بزرگ بالاتر از داده‌های آزمایشگاه قرار می‌گیرد (قسمت پایین شکل ۱). در حالی که همین پیش‌بینی در چارچوب فاکتورگیری وابسته به دو پارامتر تکانه‌ی عرضی و نسبت تکانه‌ی  $Z$  با عنوان MRW double UPDF نزدیکتر به داده‌های آزمایشگاه است. اما بررسی پیش‌بینی‌های این دو چارچوب با داده‌های تولید جت شمول، شکل‌های ۲ و ۳ درک جالبتری از این دو مدل را در اختیار ما قرار می‌دهد. بررسی شکل ۲ به ما نشان می‌دهد که نتایج پیش‌بینی چارچوب

$q \rightarrow q$  در واقع شامل دو زیر فرایند  $\gamma^* + q \rightarrow \gamma^* + g$  و  $\gamma^* + g \rightarrow q + \bar{q}$  می‌شود. همچنین نکته‌ی حائز اهمیت دیگر در این چارچوب این است که بر خلاف چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی که  $k^2 = -k_t^2$  است در این جا  $k^2 = -k_t^2/(1-z)$  می‌شود. از این رو همان‌طور که انتظار می‌رود نتایج این چارچوب به دلیل در نظر گرفتن نقش  $Z$  در حد انرژی‌های کوچکتر نسبت به ال. اچ. سی (LHC)، حائز اهمیت می‌گردد. بنابراین می‌توان سطح مقطع هادرونی را در این رهیافت برای زیر فرایند  $\gamma^* + q \rightarrow q$  به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\sigma_T^{\gamma^*P} = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} \int_x^1 dz \int_0^\infty \frac{dk_t^2}{k_t^2} \frac{x_B/x}{1 - x_B\beta/x} \sum_q e_q^2 f_q(x, z, k_t^2, \mu^2) : (7)$$

$$\sigma_L^{\gamma^*P} = 0 \quad : (8)$$

در رابطه‌ی بالا  $Q$  کمیت مجازی گون فوتون مجازی است و همچنین  $x$  در رابطه‌ی بالا نسبت تکانه‌ی طولی نسبت به پروتون است که بر خلاف چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی به پارامتر  $Z$  بستگی پیدا می‌کند که به صورت زیر است:

$$x = \frac{x_B}{2(1-z)} \left( 1 - z + \frac{k_t^2}{Q^2} + \sqrt{\left(1 - z + \frac{k_t^2}{Q^2}\right)^2 - 4 \frac{k_t^2}{Q^2} z(1-z)} \right) : (9)$$

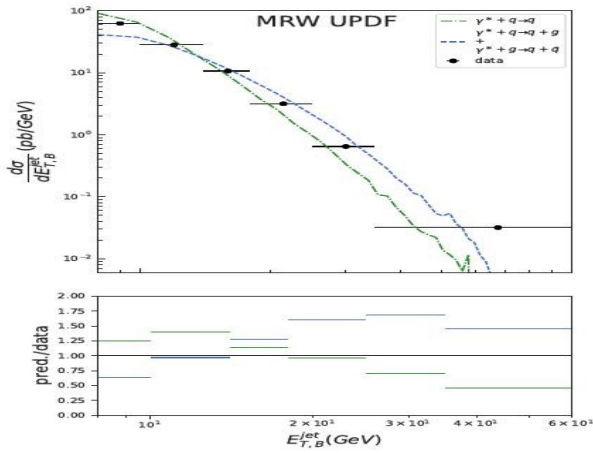
در نتیجه می‌توان سطح مقطع تولید جت و دو جت شمول را به صورت زیر نوشت:

$$\sigma(jet) = \int_{y_{min}}^{y_{max}} dy \int_{Q_{min}^2}^{Q_{max}^2} dQ^2 \frac{\alpha}{2\pi y Q^2} \left[ (1 + (1-y)^2) + 2(1-y)\sigma_L^{\gamma^*P} \right] \sum_{jets} \Theta(E_T - E_{T,Min}) \Theta(E_{T,Max} - E_T) \Theta(\eta - \eta_{Min}) \Theta(\eta_{Max} - \eta) : (10)$$

همچنین می‌توان شبه-رپیدیتی جت پله‌ی آخر،  $\eta_{last-step-jet}^{Breit}$  و جت پارتونی که وارد برهمکنش سخت می‌شود،  $\eta_{current-jet}^{Breit}$  در چارچوب بریت را به صورت زیر بدست آورد:

$$\eta_{current-jet}^{Breit} = \frac{1}{2} \log \frac{x/x_B - 1}{1 - \beta} \quad : (11)$$

دوگانه‌ی انتگرال‌گیری نشده‌ی ام. آر. دبلو برای محاسبات استفاده شده است که با MRW UPDF و MRW double UPDF در شکل نشان داده شده است.



شکل ۳ مقایسه‌های بین نقش هر کدام از زیر فرایندهای  $q \rightarrow q + \gamma^*$  و همچنین مجموع زیر فرایندهای تولید دو جت  $q + \bar{q} \rightarrow q + g$  و  $\gamma^* + g \rightarrow q + \bar{q}$  با استفاده از تابع توزیع انتگرال‌گیری نشده‌ی مدل ام. آر. دبلو برای داده‌های سطح مقطع دیفرانسیلی نسبت به تکانه‌ی عرضی جت‌ها در فرایند تولید جت شمول.

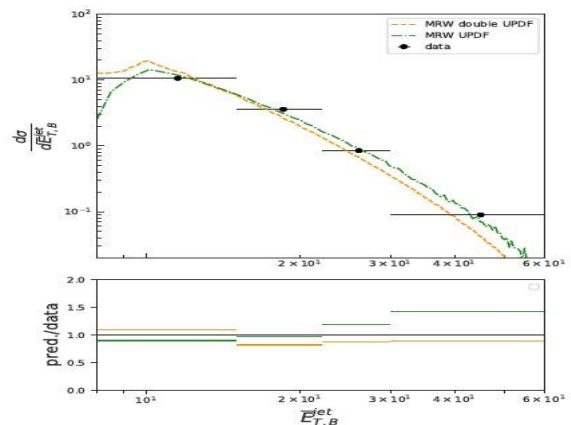
### نتیجه‌گیری کلی

در محاسبه‌ی سطح مقطع در چارچوب‌های فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی و فاکتورگیری نسبت به دو پارامتر تکانه‌ی عرضی و نسبت تکانه‌ی Z و مقایسه‌ی پیش‌بینی‌های این دو چارچوب با داده‌های تولید جت شمول و دو جت شمول گروه ژئوس دریافتیم استفاده از چارچوب فاکتورگیری نسبت به دو پارامتر تکانه‌ی عرضی و نسبت تکانه‌ی Z سبب بهبود قابل ملاحظه‌ی نتایج می‌گردد.

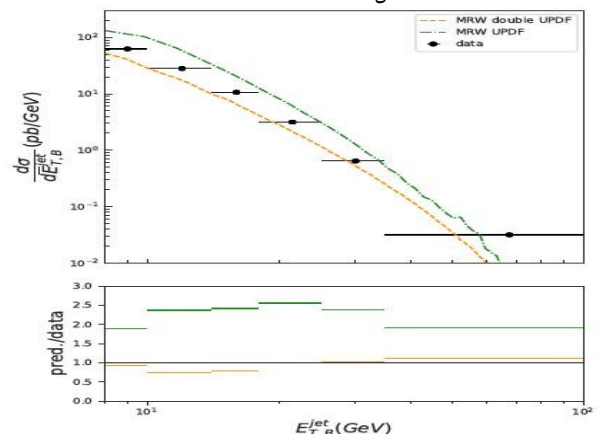
### مرجع‌ها

- [1] M. Modarres, M. R. Masouminia, R. A. Nik, H. Hosseinkhani, and N. Olanj, Nucl. Phys. B **922**, 94 (2017).
- [2] R. A. Nik, M. Modarres, and M. R. Masouminia, Phys. Rev. D **97**, 096012 (2018).
- [3] G. Watt, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, Eur. Phys. J. C **31**, 73 (2003).
- [4] R. Kord Valeshabadi, M. Modarres, S. Rezaie, R. A. Nik, to be published in J. Phys. G.
- [5] A. D. Martin, M. G. Ryskin, and G. Watt, Eur. Phys. J. C, **66**, 163 (2010).
- [6] S. Chekanov et al. [ZEUS Collaboration], Phys. Lett. B **547**, 164 (2002).
- [7] H. Abramowicz, I. Abt, Adamczyk, et al., Eur. Phys. J. C **70**, 965 (2010).

فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی به صورت کاملی در تمام نواحی بالاتر از داده قرار می‌گیرد که بررسی شکل ۳ علت این امر را روشن می‌کند. همانطور که از این شکل پیداست علت اصلی در اختلاف بین نتایج این چارچوب با داده‌ها نقش گسترده زیر فرایند  $q \rightarrow q + \gamma^*$  است که بر خلاف چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی طولی که این فرایند نقشی ندارد، حائز اهمیت می‌گردد. اما نکته‌ی جالبتر مربوط به شکل ۲، قدرت قابل ملاحظه‌ی چارچوب فاکتورگیری وابسته به دو پارامتر تکانه‌ی عرضی و Z در پیش‌گویی نتایج داده‌های آزمایشگاه است.



شکل ۱ مقایسه‌ی بین پیش‌بینی‌های دو چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی با چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی و پارامتر Z در فرایند تولید دو جت انجام شده است. سطح مقطع دیفرانسیلی نسبت به میانگین انرژی عرضی دو جت خروجی می‌باشد و همچنین از توابع توزیع انتگرال‌گیری نشده و توابع توزیع دوگانه‌ی انتگرال‌گیری نشده‌ی ام. آر. دبلو برای محاسبات استفاده شده است که با MRW UPDF و MRW double UPDF در شکل نشان داده شده است.



شکل ۲ مقایسه‌ی بین پیش‌بینی‌های دو چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی با چارچوب فاکتورگیری تکانه‌ی عرضی و پارامتر Z در فرایند تولید جت شمول انجام شده است. سطح مقطع دیفرانسیلی نسبت به انرژی‌های عرضی دو جت خروجی می‌باشد و همچنین از توابع توزیع انتگرال‌گیری نشده و توابع توزیع

## حالت‌های آمیخته برای نوترینوی Z.

اتفاقی، محمد مهدی<sup>۱</sup>؛ عسکری پور رآوری، زکیه<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده علوم پایه دانشگاه قم، قم

<sup>۲</sup>دانشکده علوم پایه دانشگاه آزاد تهران شمال، تهران

### چکیده

در مدل استاندارد، حالت نوترینو و پادنوترینوی تولید شده ناشی از برهمکنش خنثی یک ترکیب همدوس از ویژه حالت‌های طعم یا جرم است. در این شرایط نشان داده شده است، اگر فرآیند آشکارسازی به صورت همدوس صورت گیرد، می‌توان الگوی نوسان را بین آشکارسازهای نوترینو و پادنوترینو دید. بنابر بعضی از دلایل پدیده‌شناسی و نظری ممکن است علاوه بر نوترینوهای فعال با جرم کم، نوترینوی غیر برهمکنشی با اختلاف جرم زیاد نسبت به نوترینوهای فعال وجود داشته باشند. در این مقاله نوسان نوترینو ناشی از جریان خنثی را در شرایطی که تولید و آشکارسازی نوترینوهای غیرفعال در کنار نوترینوهای فعال رخ می‌دهد، با دو امکان همدوس و غیرهمدوس بررسی می‌کنیم. در شرایط غیرهمدوس، حالت نوترینو آمیخته خواهد بود.

### Mixed states for neutrinos of Z.

Ettefaghi, Mohammad mahdi<sup>۱</sup>; Askari pour ravari, zakieh<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> Department of physics, University of Qom, Ghadir Blvd., Qom

<sup>۲</sup> Department of physics, Azad university, northern Branch tehran, Tehran

### Abstract

In the standard model, the neutrino and anti-neutrino state produced by the neutral current interaction is a coherent superposition of either the flavor eigenstates or mass eigenstates. In this case, it has been shown that if the detection process is performed in a coherent manner, the oscillation pattern between the neutrino and anti-neutrino detectors can be observed. Due to some phenomenological and theoretical reasons, there may exist some sterile neutrinos with masses higher than the active neutrino masses. In this paper, we investigate the neutral current neutrino oscillation in the conditions under which sterile neutrinos are produced and detected along with the active ones with both coherent and non-coherent possibilities. In the case of the latter, the state of neutrino will be mixed.

PACS No. 14.60 P

### مقدمه

مساله‌ی نوسان نوترینو از زمان کشف نوترینو سال‌هاست که توسط پژوهشگران از ابعاد مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در واقع، به گذار بین طعم‌های نوترینو، نوسان نوترینو می‌گویند و در صورتی رخ می‌دهد که اختلاف جرم بین نوترینوها خیلی کوچکتر از عدم قطعیت جرم باشد. در بیشتر بررسی‌ها به نوترینوهای سبک توجه شده است و احتمال نوسان را برای چنین نوترینوهای در دو چارچوب مکانیک کوانتومی و نظریه میدان کوانتومی بدست آورده‌اند [۱-۶].

در توصیف نوسان نوترینوهای سبک، ویژه حالت‌های طعم نوترینو توسط اثر یک ماتریس اختلاط یکانی روی ویژه حالت‌های جرم بدست می‌آیند [۷]. اما بنابر بعضی دلایل پدیده‌شناختی و نظری پیش‌بینی می‌شود علاوه بر سه نسل نوترینوی مدل استاندارد که نوترینوی فعال گفته می‌شوند، نوترینوهایی با جرم به مراتب سنگین‌تر از نوترینوهای فعال وجود داشته باشند که در برهمکنش‌های مدل استاندارد به طور مستقیم شرکت نمی‌کنند و از طریق اختلاط با نوترینوهای فعال ایجاد می‌شوند. با این شرایط ماتریس اختلاط  $3 \times 3$  که در فرمولبندی نوسان نوترینوی استاندارد استفاده می‌شود، یکانی نخواهد بود. علاوه بر این، در فرآیندهایی که

باشیم، حالت اولیه آمیخته می‌شود و باید با ماتریس چگالی آمیخته به صورت زیر توصیف شود:

$$\rho = \frac{1}{N_l} \sum_{k,l \leq N_l} |v_k \bar{v}_k\rangle \langle v_l \bar{v}_l| + \left( \sum_{i=N_l+1}^{N_l+N_h} |M_{ii}^P|^2 \right)^{-1/2} \left( \sum_{j=N_l+1}^{N_l+N_h} |M_{jj}^P|^2 \right)^{-1/2} \times \sum_{i=N_l+1}^{N_l+N_h} M_{ii}^P M_{ii}^{*P} |v_i \bar{v}_i\rangle \langle v_i \bar{v}_i| \quad (4)$$

که در اینجا از تفاوت جرم نوترینوهای سبک صرف‌نظر کرده‌ایم.

تحول زمانی حالت اولیه وقتی تولید غیرهمدوس وجود ندارد، به صورت زیر خواهد بود:

$$|v_z(t, \bar{t})\rangle = \left( \sum_i |M_{ii}^P|^2 \right)^{-1/2} \sum_j M_{jj}^P e^{-iE_j(t+\bar{t})} |v_j\rangle |\bar{v}_j\rangle \quad (5)$$

که  $t$  زمان انتشار نوترینو از منبع تا آشکارساز با فاصله  $L$  است و  $\bar{t}$  زمان انتشار پادنوترینو از منبع تا آشکارساز با فاصله  $\bar{L}$  است. همچنین چون نوترینوها را فرانسیتی در نظر گرفتیم می‌دانیم که برای تحول زمانی حالت توصیف شده در رابطه (۴) باید توجه شود که جمله دوم که مربوط به نوترینوهای سنگین است و به صورت کاملاً غیر همدوس ایجاد می‌شوند، تحول نمی‌یابد و فقط جمله اول تحول خواهد یافت:

$$\rho(t, \bar{t}) = \frac{1}{N_l} \sum_{k,l \leq N_l} e^{-i(E_k - E_l)(t+\bar{t})} |v_k \bar{v}_k\rangle \langle v_l \bar{v}_l| + \left( \sum_{i=N_l+1}^{N_l+N_h} |M_{ii}^P|^2 \right)^{-1/2} \left( \sum_{j=N_l+1}^{N_l+N_h} |M_{jj}^P|^2 \right)^{-1/2} \times \sum_{k=N_l+1}^{N_l+N_h} M_{kk}^P M_{kk}^{*P} |v_k \bar{v}_k\rangle \langle v_k \bar{v}_k|. \quad (6)$$

در ادامه ما از حالت اخیر استفاده می‌کنیم که کلی‌ترین حالت است.

### فرآیندهای آشکارسازی

آشکارسازی می‌تواند از طریق دو فرآیند برهمکنش با هستک که

توسط جریان باردار رخ می‌دهد امکان‌پذیر است:

$$v_\alpha + D_l \rightarrow D_F + l_\alpha^- \\ \bar{v}_\beta + \bar{D}_l \rightarrow \bar{D}_F + l_\beta^+$$

و یا از طریق برهمکنش با لپتون باردار محیط که الکترون است،

توسط فرآیندهای زیر انجام شود:

$$v_\alpha + e \rightarrow l_\alpha^- + \nu_e \\ \bar{v}_\beta + e^+ \rightarrow l_\beta^+ + \bar{\nu}_e.$$

چند نوترینو حضور دارند به علت پایداری انرژی-تکانه، نوترینوها با هم درهمتنیده هستند و وقتی ما نسبت به نوترینوهایی که مورد نظر ما نیستند رد می‌گیریم حالت نوترینوی باقی مانده آمیخته خواهد بود و از این رو لحاظ کردن این نکته‌ها در فرمولبندی ما برای نوسان نوترینو موثر خواهد بود [۸]. در این مقاله ما این ملاحظات را برای نوترینوهای ناشی از جریان خنثی به کار می‌بریم.

در بخش اول، حالت‌های طعم نوترینو و پادنوترینوی تولید شده را در ناحیه تولید و آشکارساز توصیف می‌کنیم و ماتریس چگالی را برای حالت آمیخته بدست می‌آوریم. در بخش دوم، حالت‌های آشکارسازی را بیان می‌کنیم و احتمال نوسان و آهنگ رویداد را بدست می‌آوریم. و در آخر نتیجه‌گیری را ارائه می‌دهیم.

### حالت نوترینو و پادنوترینو ناشی از واپاشی $Z_0$

واپاشی  $Z_0$  نسبت به طعم نوترینو کور است و با صرف‌نظر کردن از تفاوت جرم نوترینوها در موردی که فقط سه نسل نوترینوی فعال داریم حالت نوترینوی  $Z_0$  به صورت زیر است:

$$|v_z\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{i=1}^3 |v_i\rangle |\bar{v}_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} |v_\alpha\rangle |\bar{v}_\alpha\rangle, \quad (1)$$

که در تساوی دوم از یکانی بودن ماتریس اختلاط استفاده شده است. حال اگر در همین شرایط از تفاوت جرم نوترینوها صرف‌نظر نکنیم خواهیم داشت:

$$|v_z\rangle = \left( \sum_i |M_{ii}^P|^2 \right)^{-1/2} \sum_i M_{ii}^P |v_i\rangle |\bar{v}_i\rangle, \quad (2)$$

که در اینجا  $M_{ii}^P$  دامنه‌ی واپاشی  $Z_0$  به نوترینو و پادنوترینو با جرم  $m_i$  است. واضح است در حد صرف‌نظر کردن از جرم نوترینو رابطه (۲) به رابطه (۱) تبدیل می‌شود. در صورتی که نوترینوهای سنگین‌تر از سه نوترینوی ذکر شده وجود داشته باشد و به صورت همدوس با این نوترینوها آفریده شوند حالت نوترینو به صورت زیر داده می‌شود:

$$|v_z\rangle = \left( \sum_{i < N_l} |M_{ii}^P|^2 \right)^{-1/2} \sum_{i < N_l} M_{ii}^P |v_i\rangle |\bar{v}_i\rangle, \quad (3)$$

که  $N_l$  تعداد نوترینوهایی است که به صورت همدوس از واپاشی  $Z_0$  به وجود می‌آیند. حال اگر علاوه بر  $N_l$  نوترینوی تقریباً هم جرم که به صورت همدوس به وجود می‌آیند،  $N_h$  نوترینو با جرم‌های کاملاً متفاوت که به صورت غیرهمدوس به وجود می‌آیند داشته

<sup>۱</sup> در این مقاله محاسبات در چارچوب سکون  $Z_0$  انجام می‌شود.

نوترینو و پاد نوترینو هستند. همانطور که می‌دانیم تعریف سطح مقطع پراکندگی به صورت زیر است:

$$\sigma_{\alpha}(E) = \sigma_{\alpha}^{\cdot}(E) (\sum_{k \leq N_l} |U_{\alpha k}|^2) \quad (11)$$

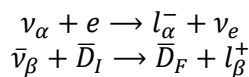
و در نهایت آهنگ رویداد می‌شود:

$$R_{\alpha\beta}(L, \bar{L}, E) \propto \sigma_{\alpha}^{\cdot}(E) P_{\alpha\beta}^{eff}(L, \bar{L}) \bar{\sigma}_{\beta}^{\cdot}(E) + \sum_{k=N_l+1}^{N_l+N_h} \sigma_{\alpha}^k(E) |U_{\beta k}|^2 |U_{\alpha k}|^2 \bar{\sigma}_{\beta}^k(E) \quad (12)$$

در رابطه بالا جمله‌ی اول بیان کننده وجود نوترینو و پادنوترینوی سبک است. جمله‌ی دوم نشان دهنده وجود نوترینو و پادنوترینوی سنگین است.

۲- آشکارسازی نوترینو از طریق برهمکنش با الکترون و

آشکارسازی پاد نوترینو از طریق برهمکنش با هستک انجام شود:



در این صورت چون نوترینوی الکترونی در حالت نهایی آشکارساز نوترینو اندازه‌گیری نمی‌شود باید روی ویژه حالت‌های جرم آن ردگیری شود. از این رو با توجه به درهمتیدگی ناشی از پایستگی تکانه-انرژی حالت نوترینوی آشکار شده آمیخته خواهد بود. پس احتمال نوسان بین آشکارسازهای نوترینو و پادنوترینو به صورت زیر می‌شود:

$$P_{\alpha\beta}(L, \bar{L}) = Tr[\rho(t, \bar{t}) \rho_{\nu_{\alpha}}^D | \bar{\nu}_{\beta}^{\bar{D}} \rangle \langle \bar{\nu}_{\beta}^{\bar{D}} |] \quad (13)$$

که  $\rho_{\nu_{\alpha}}^D$  ماتریس چگالی نوترینوی آشکار شده است و به صورت زیر نوشته می‌شود [۸]:

$$\rho_{\nu_{\alpha}}^D = N^D \sum_{k, k'} |U_{ej}|^2 U_{\alpha k}^* U_{\alpha k'} M_{kj}^D M_{k'j}^{D*} | \nu_k \rangle \langle \nu_{k'} | \quad (14)$$

این ماتریس چگالی یک ماتریس چگالی آمیخته است. با این تعریف، احتمال به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta}(L, \bar{L}) &= N^P N^D N^{\bar{D}} \sum_j |U_{ej}|^2 \sum_{k, k'} U_{\alpha k}^* U_{\alpha k'} U_{\beta k} U_{\beta k'}^* \\ &\times M_{k'k}^P M_{kk'}^{P*} M_{kj}^D M_{k'j}^{D*} M_k^{\bar{D}} M_{k'}^{\bar{D}*} e^{-i(E_{k'} - E_k)(t + \bar{t})} \quad (15) \end{aligned}$$

و آهنگ رویداد

$$\begin{aligned} R_{\alpha\beta}(L, E) &\propto \sigma_{\alpha}^{j,k}(E) P_{\alpha\beta}(L, \bar{L}) \bar{\sigma}_{\beta}^{k'}(E) \\ &\propto (\sum_{j \leq N_l} |U_{ej}|^2) \sigma_{\alpha}^{\cdot}(E) P_{\alpha\beta}^{eff}(L, \bar{L}) \bar{\sigma}_{\beta}^{\cdot}(E) \\ &+ \sum_{j=N_l+1}^{N_l+N_h} |U_{ej}|^2 \sigma_{\alpha}^{j,\cdot}(E) P_{\alpha\beta}^{eff}(L, \bar{L}) \bar{\sigma}_{\beta}^{\cdot}(E) \end{aligned}$$

البته لازم به ذکر است محیط به طور معمول عاری از پوزیترون است ولی برای انجام بحث کامل تاثیر اثر آمیختگی بر روی الگوی نوسان بین دو آشکارساز که ناشی از درهمتیدگی بین نوترینو و پادنوترینو است، ما بحث آشکارسازی پادنوترینو از طریق برهمکنش با پوزیترون را این‌جا انجام می‌دهیم. در برهمکنش با هستک فقط یک نوترینو در حالت اولیه‌ی فرآیند آشکارسازی وجود دارد. از این رو حتی با صرف نظر نکردن از تفاوت جرم نوترینوها حالت نوترینو خالص است. اما در فرآیند برهمکنش با لپتون باردار یک نوترینو در حالت اولیه و یک نوترینو در حالت خروجی وجود دارد که با هم درهمتیده هستند. چون نوترینوی خروجی دیگر آشکار نمی‌شود باید روی ویژه حالت‌های جرم آن رد گرفت و این باعث می‌شود حالت آشکار شده خالص نباشد [۸]. لذا در ادامه برای بررسی نوسان نوترینوی ناشی از جریان خنثی، فرآیند آشکارسازی در سه وضعیت زیر را بررسی می‌کنیم:

۱- فرض می‌کنیم هر دو آشکارسازی از طریق برهمکنش

با هستک انجام می‌شود. لذا هم نوترینو و هم پاد نوترینو در حالت خالص هستند و احتمال نوسان به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$P_{\alpha\beta} = tr[\rho(t, \bar{t}) | \nu_{\alpha} \bar{\nu}_{\beta} \rangle^{DD} \langle \nu_{\alpha} \bar{\nu}_{\beta} |] \quad (16)$$

و با جایگذاری ماتریس چگالی و حالت آشکارسازی نوترینو و پادنوترینو خواهیم داشت:

$$P_{\alpha\beta}(L, \bar{L}) = N_l P_{\alpha\beta}^{eff}(L, \bar{L}) + N_h \sum_{k=N_l+1}^{N_l+N_h} |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 |M_{kk}^P|^2 |M_k^D|^2 |M_k^{\bar{D}}|^2 \quad (17)$$

که  $N_l$  و  $N_h$  ضرایب بهنجارش هستند و  $P_{\alpha\beta}^{eff}$  همان احتمال نوسان بین نوترینو و پادنوترینو است و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P_{\alpha\beta}^{eff}(L, \bar{L}) = \sum_{i, j \leq N_l} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_i - E_j)(L + \bar{L})} \quad (18)$$

در اینجا درهمتیدگی بین نوترینو و پادنوترینو و همچنین درهمتیدگی بین طعم‌های مختلف وجود دارد. حال به سراغ بدست آوردن آهنگ رویداد آشکارسازی نوترینو و پاد نوترینو بر مبنای نوسان بین آشکارسازها می‌رویم. چون این رویداد تنها در صورت آشکارسازی هر دوی نوترینو و پادنوترینو رخ می‌دهد، آهنگ رویداد به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$R_{\alpha\beta}(L, \bar{L}) \propto \sigma_{\alpha}(E) P_{\alpha\beta}(L, \bar{L}) \bar{\sigma}_{\beta}(E) \quad (19)$$

که در اینجا  $\sigma_{\alpha}(E)$  و  $\bar{\sigma}_{\beta}(E)$  به ترتیب سطح مقطع آشکارسازی



مربوط به نوترینوهای سبک است. جمله‌ی دوم وقتی است که نوترینوی الکترونی سنگین باشد. جمله‌ی سوم وقتی است که پادنوترینوی الکترون سبک نباشد. و جمله‌ی آخر وقتی است که نوترینو و پادنوترینوی اولیه سنگین باشند.

همانطور که در محاسبات دیدیم احتمال‌ها شامل یک جمله‌ی نوسانی هستند که نشان می‌دهد به دلیل همدوسی و همچنین درهم‌تنیدگی بین نوترینو و پادنوترینوی سبک نوسان بین دو آشکارساز رخ می‌دهد. جمله غیرنوسانی که بیان‌کننده‌ی این است که نوترینوهای سنگین به دلیل جرم بزرگشان به صورت ناهمدوس تولید و آشکارسازی می‌شوند و هیچ نوسانی بینشان رخ نمی‌دهد.

### نتیجه گیری

در این مقاله بیان جدیدی برای نوسان نوترینو ناشی از جریان خشی در خلا ارائه دادیم. قبلا برای به دست آوردن این نتیجه از اختلاف جرم نوترینوها که خیلی کوچکتر از عدم قطعیت جرمشان است صرفنظر شده است [۵-۶]. ما در این مقاله ابتدا حالت‌های تولید و آشکارسازی را برای واپاشی جریان خشی بیان کردیم. بعد ماتریس چگالی را برای ترکیبی از نوترینوهای سبک و سنگین نوشتیم و نشان دادیم که نمی‌تواند به صورت خالص بیان شود. وقتی که از اختلاف جرم بین نوترینوها بتوان صرف نظر کرد به بیان استاندارد می‌رسیم. در این شرایط دیدیم که دیگر ماتریس اختلاط یکانی نیست.

### مرجع‌ها

- [۱] E. K. Akhmedov and A. Y. Smirnov, *Found. Phys.* ۴۱, ۱۲۷۹ (۲۰۱۱).  
 [۲] E. K. Akhmedov, D. Hernandez, and A. Y. Smirnov, *JHEP* ۰۴, ۰۵۲ (۲۰۱۲).  
 [۳] E. Akhmedov, *JHEP* ۱۷۰۷, ۰۷۰ (۲۰۱۷).  
 [۴] C. Giunti, *JHEP* ۱۱, ۰۱۷ (۲۰۰۲).  
 [۵] M.M. Ettefaghi, Z. Askaripour Ravari, *Phys. Lett. B.* (۲۰۱۵) ۷۴۷ ۵۹.  
 [۶] M M Ettefaghi and Z Askari Ravari *Phys. Scr.* ۹۵ ۰۳۰۳۰۱ (۲۰۲۰).  
 [۷] C. Giunti, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* ۳۴, R۹۳ (۲۰۰۷).  
 [۸] G Cozzella, C. Giunti - *Physical Review D* .۹۸,۰۹۶۰۱۰, (۲۰۱۸).

$$+ \sum_{j \leq N_l + N_h} |U_{ej}|^2 \times \sum_{k=N_l+1}^{N_l+N_h} \sigma_{\alpha}^{j,k}(E) |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 \bar{\sigma}_{\beta}^k(E) \quad (۱۶)$$

می‌شود. جمله‌ی اول برای وقتی است که نوترینوی سنگین وجود ندارد و از اختلاف جرم بین نوترینوهای موجود در برهمکنش چشمپوشی می‌شود. جمله‌ی دوم نشان می‌دهد که نوترینو و پادنوترینو سبک هستند اما نوترینوی الکترونی تولید شده سنگین است. جمله‌ی سوم برای تولید نوترینو و پادنوترینوی سنگین بیان شده است.

۳- اگر آشکارسازی نوترینو از طریق برهمکنش با الکترون و آشکارسازی پاد نوترینو از طریق برهمکنش با پوزیترون انجام شود:

$$\begin{aligned} \nu_{\alpha} + e &\rightarrow \bar{l}_{\alpha} + \nu_e \\ \bar{\nu}_{\beta} + e^{+} &\rightarrow l_{\beta}^{+} + \bar{\nu}_e \end{aligned}$$

احتمال برای چنین فرآیندهایی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$P_{\alpha\beta} = Tr[\rho(t, \bar{t}) \rho_{\nu_{\alpha}}^D \rho_{\bar{\nu}_{\beta}}^{\bar{D}}] \quad (۱۷)$$

که  $\rho_{\nu_{\alpha}}^D$  و  $\rho_{\bar{\nu}_{\beta}}^{\bar{D}}$  به ترتیب ماتریس چگالی‌های مربوط به ناحیه‌ی آشکارسازی هستند که نسبت به ویژه حالت جرم نوترینوهای نهایی رد گرفته شده است. احتمال به شکل زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= N^P N^D N^{\bar{D}} \sum_{j,j'} |U_{ej}|^2 |U_{ej'}|^2 \\ &\times \sum_{k,k'} U_{\alpha k}^* U_{\alpha k'} U_{\beta k} U_{\beta k'}^* M_{k'k}^P M_{kk'}^{P*} M_{kj}^D M_{kj'}^{D*} M_{k'j}^{\bar{D}} M_{kj'}^{\bar{D}*} \\ &\times e^{-i(E_{k'} - E_k)(t + \bar{t})} \quad (۱۹) \end{aligned}$$

و آهنگ رویداد می‌شود:

$$\begin{aligned} R_{\alpha\beta}(L, E) &\propto \sigma_{\alpha}^{j,k}(E) P_{\alpha\beta}(L, \bar{L}) \bar{\sigma}_{\beta}^{j',k'}(E) \\ &\propto \left( \sum_{j,j' \leq N_l} |U_{ej}|^2 |U_{ej'}|^2 \right) \sigma_{\alpha}^{j,k}(E) P_{\alpha\beta}^{eff}(L, \bar{L}) \bar{\sigma}_{\beta}^{j',k'}(E) \\ &+ \left( \sum_{j \leq N_l} |U_{ej}|^2 \right) \sum_{\substack{j=N_l+1 \\ N_l+N_h}}^{N_l+N_h} |U_{ej}|^2 \sigma_{\alpha}^{j,k}(E) P_{\alpha\beta}^{eff}(L, \bar{L}) \bar{\sigma}_{\beta}^{j',k'}(E) \\ &+ \left( \sum_{j \leq N_l} |U_{ej}|^2 \right) \sum_{j'=N_l+1}^{N_l+N_h} |U_{ej'}|^2 \sigma_{\alpha}^{j',k'}(E) P_{\alpha\beta}^{eff}(L, \bar{L}) \bar{\sigma}_{\beta}^{j,k}(E) \\ &+ \sum_{j,j' \leq N_l+N_h} |U_{ej}|^2 |U_{ej'}|^2 \sum_{k=N_l+1}^{N_l+N_h} \sigma_{\alpha}^{j,k}(E) \\ &\times |U_{\beta k}|^2 |U_{\alpha k}|^2 \bar{\sigma}_{\beta}^{j',k}(E) \quad (۲۰) \end{aligned}$$

همانطور که می‌بینید آهنگ رویداد چهار جمله دارد. جمله‌ی اول

## اثر جفت‌شدگی میدان اسکالری کمثون و ماده بر تغییر طعم نوترینوها

محسنی سجادی، حسین<sup>۱</sup>؛ یزدانی احمدآبادی، حسین<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

### چکیده

در این مقاله به بررسی پدیده تغییر طعم نوترینوها در فضا زمان خمیده در حضور میدان اسکالری کمثون، به عنوان مؤلفه انرژی تاریک جهت توضیح انبساط شتابدار کیهان کنونی، می‌پردازیم. در چنین فضازمانی جفت‌شدگی میان میدان اسکالری و ماده نقشی اساسی در دامنه و فاز نوسانات نوترینویی ایفا می‌کند. با اعمال یک تبدیل همادیس بر روی متریک، جرم نوترینوها تابعی از موقعیت آن‌ها شده، تابع موج آن‌ها دچار تغییر خواهد شد و احتمالات در داخل و خارج از ماده تحت تأثیر یک عامل میرایی قرار می‌گیرند.

## The chameleon scalar field-matter coupling effect on neutrino flavor change

Mohseni Sadjadi, Hossein<sup>1</sup>; Yazdani Ahmadabadi, Hossein<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, University of Tehran, Tehran

### Abstract

In this article, we will discuss the neutrino flavor change in curved space-time in the presence of the chameleon scalar field as the dark energy describing the accelerating expansion of the Universe. The scalar field-matter coupling plays a crucial role in the amplitude and also in the phase of oscillations. Applying a conformal transformation on the metric, the mass of neutrinos will be a function of position. Their wave-function will be reformulated, and probabilities in a vacuum and matter will be affected by a damping factor.

PACS No. 14.60.Pq, 04.62.+v

### مقدمه

همادیس، جرم نوترینوها تابعی از موقعیت آن‌ها می‌گردد و همچنین تابع موج آن‌ها نیز دستخوش تغییر می‌شود که کار برای بهنجار کردن تابع موج به روش معمول آن را دشوار می‌سازد. این تغییرات در تابع موج به گونه‌ای است که روابط نهایی احتمالات تحت تأثیر یک عامل میرایی قرار می‌گیرند. این عامل میرایی موجب آن می‌شود که مجموع احتمالات برابر با واحد نشود. به منظور توجیه مسأله نوترینوهای خورشیدی در چنین موردی، حالتی مرکب از فرآیند ترکیب بین ویژه‌حالت‌های مختلف و واپاشی نوترینوها به ذراتی دیگر همچون یک میدان اسکالری مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مقاله، ابتدا به معرفی مکانیزم حاکم بر میدان‌های اسکالری پرداخته و سپس با اعمال تبدیل همادیس، فرم جدید جرم و تابع موج نوترینوها را بدست می‌آوریم. در پایان، روابط جدید احتمال نوسانات در خلأ و در همچنین در ماده و نمودارهای مربوطه آورده خواهند شد.

بررسی پدیده نوسانات نوترینویی در فضا زمان خمیده اولین بار توسط استودولوسکی [۱] و با تغییر فرم فاز نوسانات تابع موج نوترینوها به انجام رسید. فضا زمان مورد بررسی در اینجا توسط المان‌های ماده و یک میدان اسکالری همچون کمثون که می‌تواند به عنوان کاندیدای انرژی تاریک برای توضیح انبساط شتابدار کیهان کنونی برشمرده شود [۲]، تشکیل شده است. جفت‌شدگی این میدان اسکالری با ماده نه تنها بر روی فاز تابع موج، بلکه بر دامنه احتمال تغییر طعم نیز تأثیر می‌گذارد. علاوه بر روش تقریبی WKB برای بدست آوردن اختلاف فاز نوسانات نوترینویی [۳]، به منظور بررسی دقیق‌تر مسأله، می‌توان به دنبال روش‌های جایگزین گشت. با ناوردا نگه داشتن فرم لاگرانژی دیراک مرتبط با مسأله تحت یک تبدیل

## مکانیزم حاکم بر میدان اسکالری کمثون

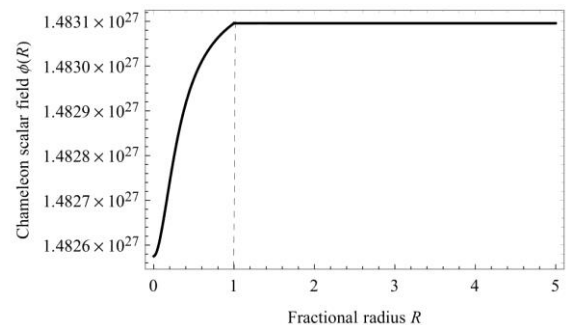
کنش حاکم بر مسأله به صورت زیر داده می‌شود:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_p^2}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right] + \int d^4x \mathcal{L}_m(\psi, \tilde{g}_{\mu\nu}) \quad (1)$$

که در این رابطه  $V(\phi)$  پتانسیل میدان اسکالری و  $\tilde{g}_{\mu\nu} = A^2(\phi)g_{\mu\nu}$  متریک فضازمان موردنظر می‌باشد. همچنین  $A_i(\phi) = \exp\left(\frac{\beta_i \phi(r)}{M_p}\right)$  تابع جفت‌شدگی میان میدان اسکالری و میدان ماده  $\psi$  بوده و  $\beta_i$  نیز پارامتر بدون بُعدی است که قدرت جفت‌شدگی‌ها را نشان می‌دهد. با وردش‌گیری از کنش فوق نسبت به  $\phi$  و بسط میدان حول مقدار زمینه‌اش، یعنی  $\phi = \phi_0 + \delta\phi$ ، معادله زیر تا مرتبه اول اختلالات بدست می‌آید:

$$\frac{d^2 \delta\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\delta\phi}{dr} = m_{min}^2(\phi_0) \delta\phi + \frac{\beta(\phi_0)}{M_0} \rho(r). \quad (2)$$

در این رابطه  $m_{min}$  جرم مؤثر کمثون است. حل عددی این معادله برحسب eV برای چگالی خورشید [۴] در شکل ۱ رسم شده است.



شکل ۱- میدان اسکالری کمثون بر حسب شعاع کسری خورشید برای  $\beta = 1$

## معادله دیراک در یک فضازمان تخت همدیس

با اعمال یک تبدیل همدیس بر روی متریک، مسأله را در یک فضازمان تخت همدیس بررسی می‌کنیم. تحت چنین تبدیلی، کنشی که دینامیک نوترینوها را توصیف می‌کند به شکل زیر در می‌آید:

$$\int \sqrt{-\tilde{g}} \bar{\psi}(x) (i\tilde{\gamma}^\mu \tilde{D}_\mu - m) \psi(x) \quad (3)$$

$$= \int \sqrt{-g} \bar{\psi}'(x) (i\gamma^\mu D_\mu - m') \psi'(x),$$

همانطور که ملاحظه می‌شود با انتخاب

$$\begin{cases} m'(\phi) = A(\phi) m \\ \psi'(x) = A^{3/2}(\phi) \psi(x) \end{cases} \quad (4)$$

به عنوان جرم و تابع موج جدید نوترینوها، می‌توان به همان فرم کنش قبل از اعمال تبدیل همدیس رسید.

## حل معادله دیراک با جرم متغیر نوترینوها

در ادامه به حل معادله دیراک در فضازمان تخت همدیس اما با جرم متغیر خواهیم پرداخت. ابتدا لاگرانژی کل دیراک را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$\mathcal{L}' = -\sum_{\alpha,\beta} (v_{\alpha L}^\dagger m'_{\alpha\beta} v_{\beta R}) - \quad (5)$$

$$\sum_{\alpha,\beta} (v_{\alpha R}^\dagger m'^*_{\beta\alpha} v_{\beta L}) + \sum_{\alpha} i [v_{\alpha L}^\dagger \sigma_L^\mu \partial_\mu v_{\alpha L} + v_{\alpha R}^\dagger \sigma_R^\mu \partial_\mu v_{\alpha R}]$$

که در رابطه فوق  $m'_{\alpha\beta}$  مؤلفه‌های یک ماتریس جرمی  $3 \times 3$  در فضای طعم می‌باشند. همچنین  $\sigma_{(R,L)}^\mu$  ماتریس‌های پائولی برای نوترینوهای راست-دست و چپ-دست می‌باشند. اکنون با وردش‌گیری از این لاگرانژی نسبت به اسپینورهای چپ-دست و راست-دست به معادلات حرکت زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} i\sigma_L^\mu \partial_\mu v_{\alpha L} - m'_{\alpha\beta} v_{\beta R} = 0 \\ i\sigma_R^\mu \partial_\mu v_{\alpha R} - m'^*_{\beta\alpha} v_{\beta L} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

می‌توان برای اسپینورها روابطی همانند زیر پیشنهاد کرد:

$$\begin{cases} v_{\alpha L}(r, t) = e^{-iE(t-t_0)} e^{iE(r-r_0)} f_\alpha(r) \binom{0}{1} \\ v_{\alpha R}(r, t) = e^{-iE(t-t_0)} e^{iE(r-r_0)} g_\alpha(r) \binom{0}{1} \end{cases} \quad (7)$$

با جایگذاری این اسپینورها در معادلات (۶) و با اعمال یک تقریب به جواب زیر می‌رسیم:

$$f_i(r) = f_i(r_0) \exp[-i\varphi_i(r)] \quad (8)$$

که در این رابطه  $\varphi_i(r) = \frac{m_i^2}{2E} \int_{r_0}^r A_i^2(\phi) dr'$  فاز متناظر با ویژه‌حالت جرمی  $i$ -ام می‌باشد. در نهایت می‌توان حالت جرمی  $i$ -ام را به صورت زیر برای نوترینوها نوشت:

$$\Psi_i(r, t) = \mathcal{F}_i(r, t) \Psi_i(r_0, t_0) \quad (9)$$

که

$$\mathcal{F}_i(r, t) = \quad (10)$$

$$\exp[-iE((t-t_0) - (r-r_0))] \exp[-i\varphi_i(r)] \mathcal{D}_{ii}^{\frac{1}{2}}(r),$$

در این رابطه  $\mathcal{D}_{ij}(r) = [A_i A_j A_0^{-1} A_0^{-1}]^{-3/2}$  است که به عنوان فاکتور میرایی در نظر گرفته می‌شود. بوضوح می‌توان تأثیر تابع جفت‌شدگی میدان کمثون با ماده را بر فاز نوسانات و دامنه احتمالات دید.

## تغییر طعم نوترینوها

کلی‌ترین حالت کوانتومی برای نوترینوهای در حال انتشار را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$|v(r, t)\rangle_\alpha = \sum_i \Psi_i(r_0, t_0) \mathcal{F}_i(r, t) U_{\alpha i}^* |v_i\rangle \quad (11)$$

یعنی  $\exp(-L/k_2 E_\nu)$ ، و با استفاده از داده‌های آزمایش SNO [۶] برای نسبت نیمه‌عمر به جرم نوترینوها  $k_2 = \tau_2/m_2 > 8.08 \times 10^{-5} s/eV$  با درصد اطمینان ۹۰٪، مقدار پارامتر جفت‌شدگی و جرم مؤثر میدان کمثون برابر با  $\beta_2 < 54.1735$  و  $m_{\text{eff}} < 2.99 \times 10^{-11} eV$  بدست می‌آیند.

### تغییر طعم نوترینوها در ماده: اثر MSW

حرکت نوترینوها در داخل ماده و پراکندگی آن‌ها از الکترون‌های درون ماده می‌تواند بر روی تغییر طعم نوترینوها تأثیر بگذارد که هامیلتونی به شکل زیر داده می‌شود:

$$\mathcal{H}' = \frac{\Delta m'^2}{4E} \begin{bmatrix} -\cos 2\theta + A & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta - A \end{bmatrix}. \quad (16)$$

که  $A = \frac{2\sqrt{2}G_F E_\nu n_e}{\Delta m'^2}$  در نقطه تشدید که بیشترین میزان ترکیب بین ویژه‌حالت‌های جرمی و طعم وجود دارد می‌توان یک احتمال جدید تحت عنوان احتمال پرش ویژه‌حالت‌های  $\nu_2$  به  $\nu_1$  را به صورت زیر تعریف کرد:

$$P_j = \frac{e^{-\alpha} \sin^2 \theta - e^{-\alpha}}{1 - e^{-\alpha}} \quad (17)$$

که  $\alpha = \frac{\pi \Delta m'^2}{E_\nu} \left| \frac{d \ln(n_e)}{dr} \right|_{r_{\text{res}}}^{-1}$  همانطور که پیشتر فرض شد، ویژه‌حالت جرمی  $\nu_1$  پایدار و  $\nu_2$  ناپایدار بوده و واپاشی می‌کند، پس احتمال اینکه نوترینوها بر روی زمین به صورت ویژه‌حالت‌های  $\nu_1$  و  $\nu_2$  آشکارسازی شوند، به ترتیب برابر با  $P_1$  و  $P_2 \mathcal{D}$  می‌باشند. این احتمالات را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$P_1 = 1 - P_2 = P_j \sin^2 \theta_m + (1 - P_j) \cos^2 \theta_m \quad (18)$$

که  $\theta_m$  زاویه ترکیب در داخل ماده است که با رابطه  $\tan 2\theta_m = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta - A}$  تعریف می‌شود. سپس با استفاده از ماتریس ترکیب (۱۳) می‌توان رابطه احتمال  $P_{ee}$  را (بدون در نظر گرفتن قسمت فازی) به صورت زیر نوشت:

$$P_{ee} = (\cos^2 \theta) P_1 + \mathcal{D}^\odot (\sin^2 \theta) P_2 \quad (19)$$

که  $\mathcal{D}^\odot$  فاکتور میرایی در داخل خورشید است و همچنین  $\mathcal{D}^{\text{vac}} \approx 1$

### نتیجه‌گیری

با روش ارائه‌شده در این مقاله، به طریقی توانستیم اثر جفت‌شدگی میدان اسکالری کمثون، به عنوان مؤلفه انرژی تاریک، و ماده بر رابطه فاز نوسانات و همچنین بر دامنه احتمالات را بدست آوریم. رفتار احتمال  $P_{ee}$  شدیداً به پارامتر جفت‌شدگی بستگی دارد، به طوری‌که برای مقادیر بزرگ  $\beta$ ، دامنه این احتمال به شدت افت پیدا

کند می‌شود. با استفاده از ارتباط میان ویژه‌حالت‌های جرمی و ویژه‌حالت‌های طعم خواهیم داشت:

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 \mathcal{D}_{ii} U_{ii}^{\alpha\beta} + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq 3} \mathcal{D}_{ij} \text{Re} [U_{ij}^{\alpha\beta}] - \quad (12)$$

$$4 \sum_{1 \leq i < j \leq 3} \mathcal{D}_{ij} \text{Re} [U_{ij}^{\alpha\beta}] \sin^2 \left( \frac{\Phi_{ij}}{2} \right) -$$

$$2 \sum_{1 \leq i < j \leq 3} \mathcal{D}_{ij} \text{Im} [U_{ij}^{\alpha\beta}] \sin \Phi_{ij},$$

$U_{ij}^{\alpha\beta} = U_{\alpha i} U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*$ ،  $\Phi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$  اختلاف فاز بین ویژه‌حالت‌های جرمی،

و  $U_{ji}^{\alpha\beta} = [U_{ij}^{\alpha\beta}]^*$  می‌باشند.

### واپاشی نوترینوها؛ $\nu_1$ پایدار و $\nu_2$ ناپایدار

در اینجا فرض می‌شود که تنها ویژه‌حالت جرمی  $\nu_1$  پایدار بوده و ناپایداری ویژه‌حالت  $\nu_2$  به همراه ترکیب میان ویژه‌حالت‌های مختلف می‌تواند دلیلی بر بوجود آمدن مسأله نوترینوهای خورشیدی باشد. از دیدگاه مدل میدان اسکالری کمثون، این بدین معناست که تنها یکی از ویژه‌حالت‌ها با میدان اسکالری کمثون جفت‌شدگی برقرار می‌کند (یعنی  $\beta_1 = 0$  و  $\beta_2 \neq 0$ ). این فرض به خودی خود می‌تواند موجب نقض اصل هم‌ارزی ضعیف شود که البته امکان وقوع آن در آزمایش‌های بزرگ-مقیاس (مقیاس‌های منظومه شمسی یا بزرگتر) می‌تواند وجود داشته باشد. از [۵] و با تحلیل داده‌های آزمایشگاهی، مقدار  $\theta_{13}$  بسیار کوچک می‌باشد که با اعمال یک تقریب بر روی ماتریس ترکیب، فرم تقریبی زیر برای آن بدست می‌آید:

$$U \simeq \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12}c_{23} & c_{12}c_{23} & s_{23} \\ s_{12}s_{23} & -c_{12}s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) احتمال  $P_{ee}$  برای این مورد را بدست می‌آوریم:

$$P_{ee} = c_{12}^4 + s_{12}^4 \mathcal{D} + \frac{1}{2} \sqrt{\mathcal{D}} \sin^2(2\theta_{12}) \cos \Phi_{12}, \quad (14)$$

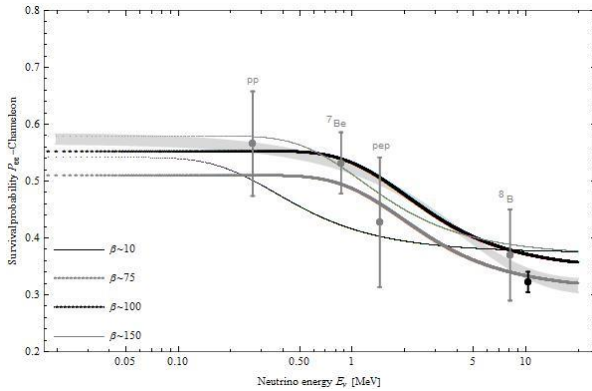
با تعیین روابط مربوط به احتمالات تغییر طعم  $P_{e\tau}$  و  $P_{e\mu}$  به طریقی مشابه، به سادگی دیده می‌شود که مجموع احتمالات برابر با واحد نخواهد شد. میزان اختلاف مجموع احتمالات از واحد (یعنی مقدار ۱) را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$\delta P_{ex} = (1 - \mathcal{D}) s_{12}^2. \quad (15)$$

این میزان کسر شده از واحد را به واپاشی نوترینوها به میدان اسکالری کمثون که برهمکنش میان آن‌ها خارج از حوزه مدل استاندارد ذرات بنیادی قرار می‌گیرد، نسبت می‌دهیم.

همچنین با مقایسه عامل میرایی مدل موجود، ذیل رابطه (۱۰)، با عامل میرایی مطرح‌شده در مدل‌هایی برای تعیین نیمه‌عمر نوترینوها،

در پایان برای بررسی اثر MSW بر روی تغییر طعم نوترینوها نیز می‌توان این مدل را با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه کرد که در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵- تأثیرات اثر MSW بر روی نوسانات داخل ماده و مقایسه آن با داده‌های آزمایشگاهی برای سه مقدار مختلف جفت شدگی.

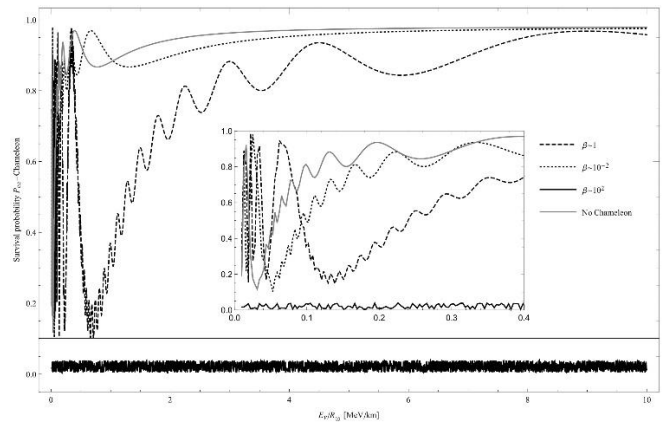
مشخص است که مقدار احتمال  $P_{ee}$  برای مدلی که اینجا ارائه کردیم، تطابق خوبی با نتایج تجربی بدست‌آمده از آزمایش [۷] Borexino (نقاط خاکستری) و ترکیب داده‌های SNO+Super-Kamiokande [۸] (نقطه سیاه) برای نوترینوهای تولیدشده از فرآیندهای مختلف ( $pp - {}^7\text{Be} - pep - {}^8\text{B}$ ) دارد. نوار خاکستری در این شکل نیز مقدار احتمال پیش‌بینی شده نظری [۷] را نشان می‌دهد.

یادآوری می‌شود که تمام نمودارهای فوق با استفاده از داده‌های  $\Delta m_{12}^2 = 7.4 \times 10^{-5} eV^2$  و  $|\Delta m_{23}^2| = 2.5 \times 10^{-3} eV^2$  برای  $\sin^2 2\theta_{12} = 0.41$  و  $\sin^2 2\theta_{13} \approx 0.09$  و  $\sin^2 2\theta_{23} \approx 0.99$  و همچنین  $n = 1$  و  $M = 2.08 \text{ keV}$  [۹] برای میدان اسکالری کملتون رسم شده‌اند.

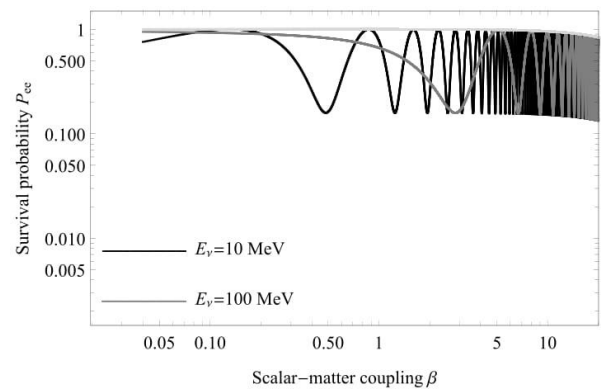
### مرجع‌ها

- [۱] L. Stodolsky, *General Relativity and Gravitation*, vol. **11**, pp. 391–405, Dec. 1979.
- [۲] J. Khoury and A. Weltman, *Phys. Rev. D* **69**, 044026 (2004).
- [۳] L. Visinelli, *General Relativity and Gravitation*, vol. **47**, p. 62, May 2015.
- [۴] J.N. Bahcall et al., *Phys. Rev. Lett.* **92**, 121301 (2004).
- [۵] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, A. Hernandez-Cabezudo, M. Maltoni and T. Schwetz, *JHEP* **01**, 106 (2019); <http://www.nu-fit.org>.
- [۶] B. Aharmim et al. [SNO], *Phys. Rev. D* **99**, no.3, 032013 (2019).
- [۷] M. Agostini et al. [BOREXINO], *Nature* **562**, no.7728, 505-510 (2018).
- [۸] P. A. Zyla et al. [Particle Data Group], *PTEP* **2020**, no.8, 083C01 (2020).
- [۹] T. P. Waterhouse, "An Introduction to Chameleon Gravity," [arXiv:astro-ph/0611816].

کرده و فاز آن به تندی نوسان می‌کند که مقداری غیرواقعی برای احتمال به شمار می‌رود (نمودار شکل‌های ۲ و ۳ را ببینید).

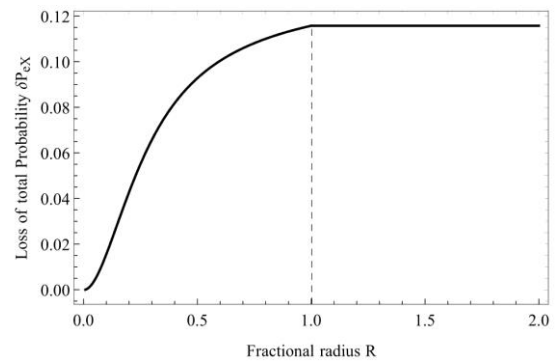


شکل ۲- احتمال  $P_{ee}$  برای جفت‌شدگی‌های متفاوت.



شکل ۳- احتمال  $P_{ee}$  بر حسب قدرت جفت‌شدگی و برای دو مقدار متفاوت انرژی.

سپس به احتمال واپاشی نوترینوها به میدان کملتون نیز قدری پرداخته می‌شود، شکل ۴ را ببینید. همانطور که ملاحظه می‌شود مقدار مجانبی این احتمال بر روی زمین در نهایت به  $\delta P_{eX} = 0.118$  نزدیک می‌شود.



شکل ۴- میزان اختلاف مجموع احتمالات از واحد به ازای  $\beta \sim 1$ .

# بررسی تولید جفت لپتون در فرایندهای درل-یان با استفاده از رهیافت فاکتور گیری اندازه حرکت عرضی و اعمال قیدهای نظم زاویه ای مختلف

تقوی، رقیه<sup>۱</sup>؛ مدرس، مجید<sup>۱</sup>؛ امین زاده نیک، رضا<sup>۱</sup>؛ کرد والش آبادی، رامین<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

## چکیده

تقصید داریم برخورد های درل-یان که منجر به تولید جفت لپتون میشوند را مورد مطالعه قرار دهیم. برای وارد کردن اندازه حرکت عرضی در توابع توزیع پارتونی از رهیافت  $KMR$ ،  $LO-MRW$  و  $NLO-MRW$  استفاده می‌شود. نتایج به همراه سهم هر زیر فرایند با داده های آزمایشگاهی از گروههای تجربی مانند  $LHCb$  و  $CDF$ ،  $CMS$ ،  $ATLAS$  مقایسه می‌گردد. نتایج نشان میدهد رهیافتهای  $NLO-MR$  و  $KMR$  نسبت به  $LO-MRW$  بهتر میتواند داده های آزمایشگاهی را توصیف کند و همچنین در بیشتر بازه های اندازه حرکت عرضی با افزایش انرژی بیشترین سهم در سطح مقطع مربوط به زیر فرایند پراکندگی کامپتون میباشد.

## The analysis of Drell-Yan lepton pair production in the proton-antiproton colliders using different angular ordering constraints and $k_T$ -factorization approach

Taghavi, Roghayeh<sup>1</sup>; Modarres, Majid<sup>1</sup>; Aminzadeh Nik, Reza<sup>1</sup>; Kord valeshabadi, Ramin<sup>1</sup>;

<sup>1</sup> Department of Physics, University of Tehran, Tehran

### Abstract

In this work, the Drell-Yan lepton pair production (DY) at hadrons colliders are studied in the  $k_T$ -factorization framework. In order to take into account the transverse momenta of incoming partons, we use the unintegrated parton distribution functions (UPDF) of Kimber et al (KMR) and Martin et al (MRW) in the leading order (LO) and next-to-leading-order (NLO) levels.. The numerical results are compared to the experimental data, in different energies, which are reported by various collaborations, such as CDF, CMS, ATLAS and LHCb. It is shown that the NLO-MRW and KMR schemes predict closer results to the data with respect to LO-MRW, since we do not have fragmentation. On the other hand as the scale of energy increases, for the LHC energies, the Compton sub-process has the largest contribution to the differential cross section in the most intervals of some observables, as it is expected.

PACS No. 12.38.Bx, 13.85.Qk, 13.60.-r

استفاده میشود [1-4]. در این رهیافت از اندازه حرکت عرضی پارتونها صرفه نظر میشود که در برخی موارد منجر به کاهش قابل توجه دقت محاسبات میشود. بنابراین، برای داشتن درک درستی از چگونگی ساز و کار فرایندهای درل-یان و پراکندگی نیمه فراگیر ژرف ناچار به اعمال

### مقدمه

بطور متداول، برای بدست آوردن چگالیهای کواریکی و گلئوننی وابسته به متغیر بیورکن  $x$  و مقیاس انرژی  $\mu^2$  از معادلات تحول DGLAP

$$f_a(x, k_T^2, \mu^2) = T_a(k_T^2, \mu^2) \frac{\alpha_s(k_T^2)}{2\pi} \times \int_x^{1-\Delta} dz [P_{ab}(z) \frac{x}{z} b(\frac{x}{z}, k_T^2)]$$

که در آن  $P_{ab}(z)$  توابع ترکش در مرتبه غالب می‌باشند و  $b$  تابع توزیع پارتونی میباشد. قید نظم زاویه ای با اعمال محدودیت در کران بالایی انتگرال به صورت  $\Delta = \frac{k_T}{\mu+k_T}$  اعمال شده است. همچنین، عاملهای شکل سوداکف برای پارتون  $a$  به شکل زیر داده می‌شود:

$$T_a(k_T^2, \mu^2) = \exp\left(-\int_{k_T^2}^{\mu^2} \frac{\alpha_s(p_t)}{2\pi} \frac{dp_t^2}{p_t^2} \sum_a \int_0^{1-\Delta} P_{aa}(\hat{z}) d\hat{z}\right)$$

در فرمالیسم MRW قید نظم زاویه ای به شکل درستی فقط به جملات کواریکی اعمال می‌شود و بنابراین داریم:

$$f_q(x, k_T^2, \mu^2) = T_q(k_T^2, \mu^2) \frac{\alpha_s(k_T^2)}{2\pi} \left[ \int_x^1 dz [P_{qq}(z) \frac{x}{z} q(\frac{x}{z}, k_T^2) \times \theta(z - z_{max}) + P_{qg}(z) \frac{x}{z} g(\frac{x}{z}, k_T^2)] \right]$$

$$f_g(x, k_T^2, \mu^2) = T_g(k_T^2, \mu^2) \frac{\alpha_s(k_T^2)}{2\pi} \left[ \int_x^1 dz [P_{gq}(z) \frac{x}{z} q(\frac{x}{z}, k_T^2) \times \theta(z - z_{max}) + P_{gg}(z) \frac{x}{z} g(\frac{x}{z}, k_T^2)] \right]$$

در فرمالیسم NLO-MRW کمیت مجازی  $k^2 = \frac{k_T^2}{1-z}$  وارد معادلات میشود.

$$f_q(x, k_T^2, \mu^2) = \int_x^1 T_q(k^2, \mu^2) \frac{\alpha_s(k^2)}{2\pi} \times [P_{qq}(z) \frac{x}{z} q(\frac{x}{z}, k^2) + P_{qg}(z) \frac{x}{z} g(\frac{x}{z}, k^2)] \times \theta(1 - z - \frac{k_T^2}{\mu^2}) dz$$

$$f_g(x, k_T^2, \mu^2) = \int_x^1 T_g(k^2, \mu^2) \frac{\alpha_s(k^2)}{2\pi} \times [P_{gq}(z) \frac{x}{z} q(\frac{x}{z}, k^2) + P_{gg}(z) \frac{x}{z} g(\frac{x}{z}, k^2)] \times \theta(1 - z - \frac{k_T^2}{\mu^2}) dz$$

نتایج مربوط به این محاسبات در شکل‌های 1-5 آورده شده است.

وابستگی این رویدادها به اندازه حرکت عرضی پارتونهای اولیه هستیم. بطور تئوری روشهای مختلفی برای بدست آوردن توابع توزیع پارتونی وابسته به اندازه حرکت عرضی میتوان نام برد مانند [5-9] BFKL و [10-12] CCFM. مشکل این گونه رهیافتها پیچیدگی محاسبات و زمانبر بودن آنهاست.

در این تحقیق سعی داریم با بدست آوردن توابع توزیع پارتونی وابسته به اندازه حرکت عرضی با روشهای<sup>1</sup> KMR [13] و MRW [14] (که بر اساس معادله تحول تعمیم یافته دی-گلپ نوشته میشوند). سطح مقطع فرایندهای برخورد درل-یان که منجر به تولید جفت لپتون میشود را در چهارچوب رهیافت فاکتورگیری عرضی یا  $k_T$ -factorization مورد بررسی قرار داده و نتایج بدست آمده را با داده های بدست آمده از گروههای آزمایشگاهی [16] CMS، [17] CDF، [18] LHCb و [18,19] ATLAS در انرژیهای مرکز جرم 1.8,7,8TeV مقایسه کنیم. همچنین نتایج بدست آمده را با نتایج تئوری مربوط به QCD اختلالی مانند PYTHIA و FEWZ مقایسه میکنیم [20]. کاربرد این رهیافتها برای سایر فرایندها نتیجه خوبی داشته است [21,22,23].

### فرایندهای مورد بررسی و فرمالیسم KMR و MRW

برای تولید جفت لپتون در فرایند درل یان میتوان سه اندرکنش زیر را در مرتبه های LO و NLO در نظر گرفت:

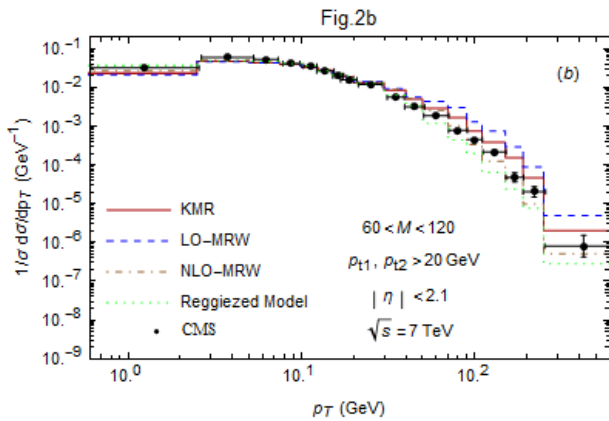
$$\begin{aligned} q + \bar{q} &\rightarrow \gamma^*/z \rightarrow l^+ + l^- \\ q + g^* &\rightarrow \gamma^*/z + q \rightarrow l^+ + l^- + q \\ q + \bar{q} &\rightarrow \gamma^*/z + g \rightarrow l^+ + l^- + g \end{aligned}$$

در این تحقیق سهم هر کدام از زیر فرایندها در سطح مقطع بطور جداگانه بدست آورده شده است. در زیر به فرمالیسم های استفاده شده اشاره میکنیم.

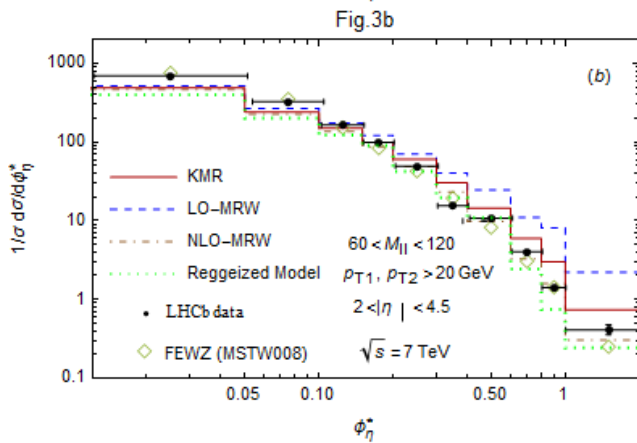
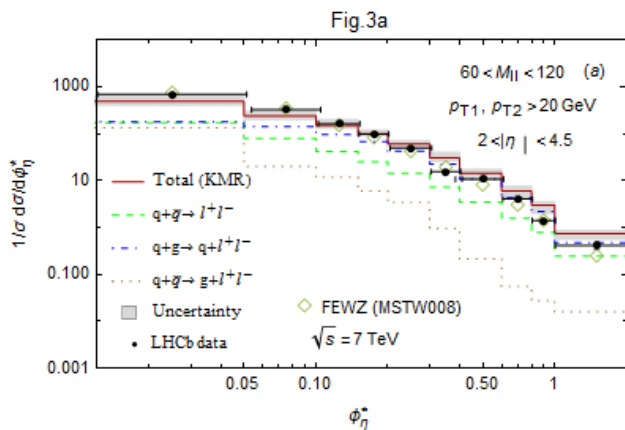
توابع توزیع پارتونی وابسته به اندازه حرکت عرضی یا توزیعیهای انتگرالگیری نشده در رهیافت KMR با استفاده از فرمالیسم زیر بدست می‌آیند:

2 Martin, Ryskin and Watt

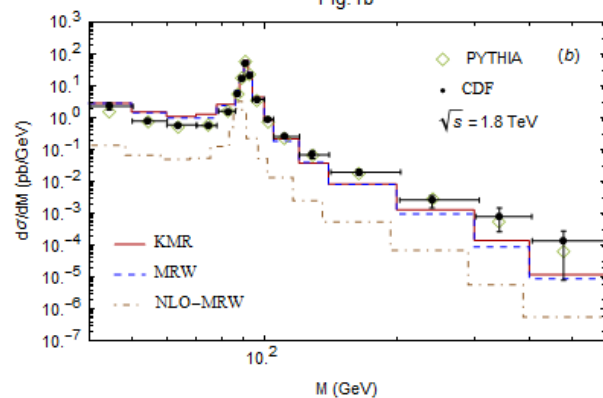
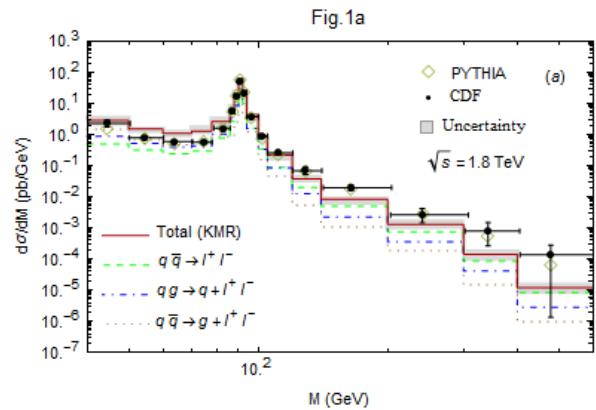
1 Kimber, Martin and Ryskin



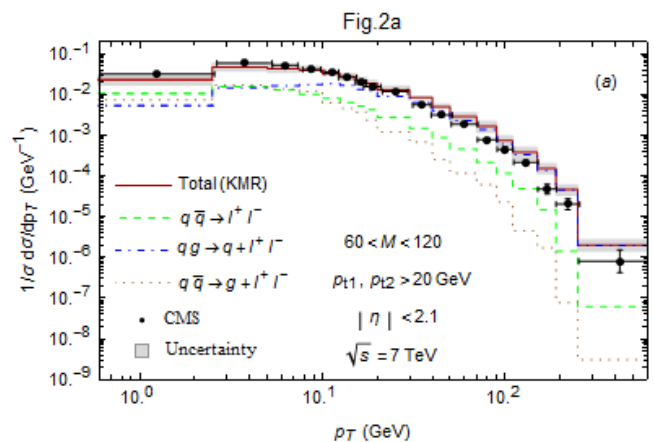
شکل ۲: سطح مقطع دیفرانسیلی فرایند درل یان بر حسب اندازه حرکت عرضی جفت لپتون. سایر توضیحات مانند شکل یک میباشد.



شکل ۳: سطح مقطع دیفرانسیلی فرایند درل یان بر حسب پارامتر همبستگی زاویه ای  $\phi_{\eta}^*$  جفت لپتون. سایر توضیحات مانند شکل یک میباشد.



شکل ۱: سطح مقطع دیفرانسیلی فرایند درل یان بر حسب جرم ناوردای جفت لپتون. پنل (a): نتایج فرمالیسم KMR و سهم هر زیرفرایند به ترتیب با نمودار پیوسته و خط چین، نقطه-خط چین، نقطه چین مشخص شده است. میزان عدم قطعیت محاسبات به شکل سایه ارائه شده است. پنل (b): نتایج فرمالیسمهای KMR, LO-MRW و NLO-MRW به ترتیب با نمودار پیوسته، خط چین و نقطه-خط چین مشخص شده است.





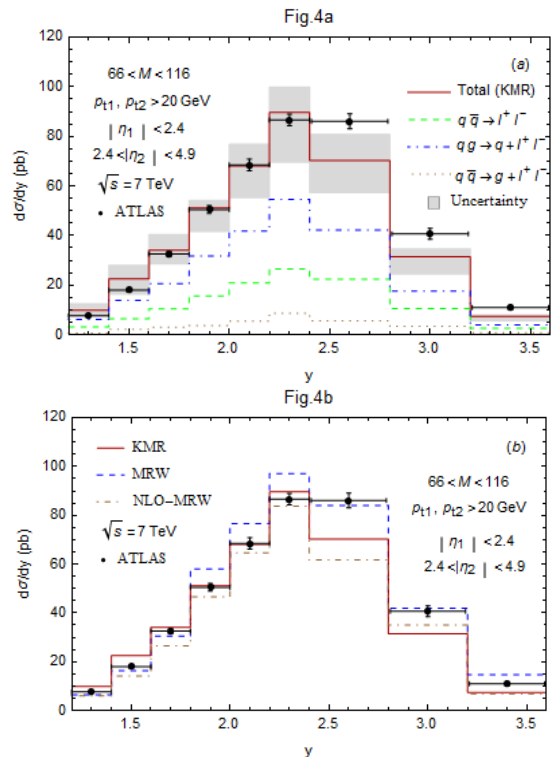
شکل ۵: سطح مقطع دیفرانسیلی فرایند درل یان بر حسب پارامتر همبستگی زاویه ای  $\phi_{\eta}^*$  جفت لپتون. سایر توضیحات مانند شکل یک می باشد.

### نتیجه گیری

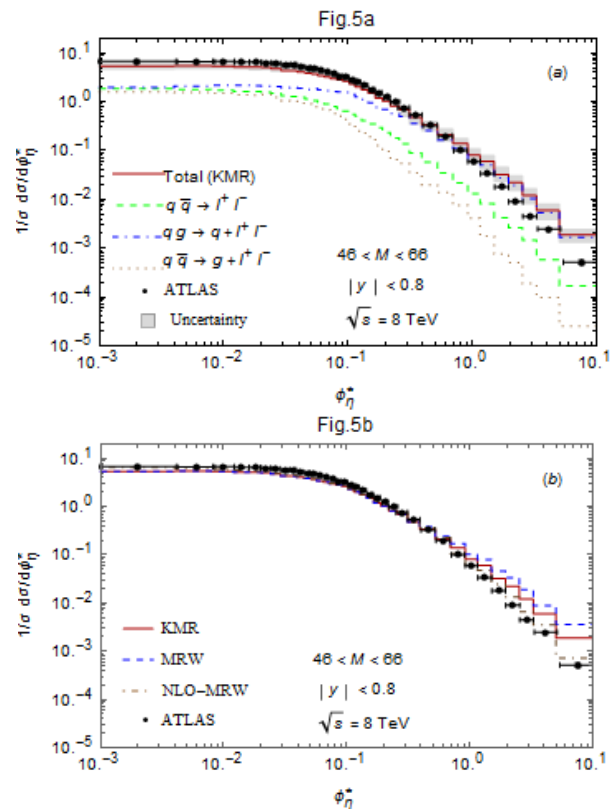
ما در این تحقیق تولید جفت لپتون در فرایندهای درل-یان را در چهارچوب رهیافت فاکتورگیری عرضی مورد مطالعه قرار دادیم. و برای اعمال وابستگی به اندازه حرکت عرضی از فرمالیسمهای KMR و MRW استفاده کردیم. سپس با محاسبه مربع دامنه گذار برای زیرفرایندهای ممکن در مرتبه LO و NLO، سطح مقطع این رویدادها را بر حسب اندازه حرکت عرضی، جرم ناورد و پارامتر همبستگی زاویه ای جفت لپتون بدست آوردیم. نتایج بدست آمده نشان می دهد گر چه در برخی موارد روش KMR نسبت به LO-MRW و NLO-MRW، روش مناسبتری برای داشتن توابع توزیع وابسته به اندازه حرکت عرضی بدست می دهد اما در مورد توزیع ها بر حسب اندازه حرکت عرضی و پارامتر  $\phi_{\eta}^*$  نتایج مربوط به فرمالیسم NLO-MRW توصیف بهتری از داده های آزمایشگاهی دارد.

### مرجع ها

- [1] V.N. Gribov and L.N. Lipatov, *Yad.Fiz.*, **15** (1972) 781.
- [2] L.N. Lipatov, *Sov.J.Nucl.Phys.*, **20** (1975) 94.
- [3] G. Altarelli and G. Parisi, *Nucl.Phys.B*, **126** (1977) 298.
- [4] Y.L. Dokshitzer, *Sov.Phys.JETP*, **46** (1977) 641.
- [5] V.S. Fadin, E.A. Kuraev and L.N. Lipatov, *Phys.Lett.B*, **60** (1975) 50.
- [6] L.N. Lipatov, *Sov.J.Nucl.Phys.*, **23** (1976) 338.
- [7] E.A. Kuraev, L.N. Lipatov and V.S. Fadin, *Sov.Phys.JETP*, **44** (1976) 199.
- [8] E.A. Kuraev, L.N. Lipatov and V.S. Fadin, *Sov.Phys.JETP*, **45** (1977) 199.
- [9] I. I. Balitsky and L.N. Lipatov, *Sov.J.Nucl.Phys.*, **28** (1978) 822.
- [10] M. Ciafaloni, *Nucl.Phys.B*, 296 (1988) 49.
- [11] S. Catani, F. Fiorani, and G. Marchesini, *Phys.Lett.B*, **234** (1990) 339.
- [12] S. Catani, F. Fiorani, and G. Marchesini, *Nucl.Phys.B*, **336** (1990) 18.
- [13] M.A. Kimber, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Phys.Rev.D*, **63** (2001) 114027.
- [14] A.D. Martin, M.G. Ryskin, G. Watt, *Eur.Phys.J.C*, **66** (2010) 163.
- [15] CMS Collaboration, *JHEP*, **1110** (2011) 007.
- [16] CDF Collaboration, *Phys.Rev.Lett.*, **87** (2001) 131802.
- [17] ATLAS Collaboration, *Eur.Phys.J.C*, **77** (2017) 367.
- [18] ATLAS Collaboration, *Eur.Phys.J.C*, **76** (2016) 291.
- [19] M. Modarres, R. Taghavi, R. Aminzadeh Nik, R. Kord Valeshabadi, To be published, *EPJ Plus*, (2021).
- [20] M. Modarres, R. Aminzadeh Nik, R. Kord Valeshabadi, H. Hosseinkhani and N. Olanj, *J.Phys. G*, **46** (2019) 105005.
- [21] R. Aminzadeh Nik, M. Modarres, and M. R. Masouminia *Phys. Rev. D* **97** (2018) 096012.
- [22] M. Modarres, M.R. Masouminia, R. Aminzadeh Nik, H. Hosseinkhani,



شکل ۵: سطح مقطع دیفرانسیلی فرایند درل یان بر حسب رپیدیتی جفت لپتون. سایر توضیحات مانند شکل یک می باشد.



N. Olanj, *Nucl.Phys.B* **926** (2018) 406.

# بررسی تاثیر پارامترهای مدل 2HDM بر سطح مقطع تولید HZ در برخوردهای الکترون و پوزیترون در برخورد دهنده FCC

هاشمی، مجید<sup>۱</sup>؛ نوبخت قلاتی، ندا<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>بخش فیزیک دانشگاه شیراز، پردیس علوم، میدان ارم، شیراز

## چکیده

در این مقاله به بررسی پارامترهای مدل 2HDM بر روی سطح مقطع تولید HZ در برخوردهای الکترون و پوزیترون در انرژی مرکز جرم 360GeV می‌پردازیم. در ابتدا نسبت شاخه‌ای واپاشی بوزون هیگز سنگین را در دو کانال  $H \rightarrow b\bar{b}$  و  $H \rightarrow W^+W^-$  در دو نقطه معیار برای چهار نوع مدل 2HDM بدست می‌آوریم. سپس توجه خود را به بدست آوردن حاصلضرب مقدار سطح مقطع در نسبت شاخه‌ای واپاشی برای نوع اول 2HDM معطوف می‌کنیم و بهترین رهیافت‌های ممکن را برای مطالعه پارامترهای 2HDM و فرایند تولید HZ معرفی می‌کنیم.

## Investigation of impact of 2HDM parameters on the HZ production cross section in electron and positron collisions at FCC collider.

Hashemi, Majid<sup>1</sup>; Nowbakht Ghalati, Neda<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, University of Shiraz, Eram Sq., Shiraz

## Abstract

In this paper we investigate impact of 2HDM parameters on the HZ production cross section in electron-positron collisions at center of mass energy of 360GeV. First we calculate the branching ratios of the heavy Higgs boson decays in two channels  $H \rightarrow b\bar{b}$  and  $H \rightarrow W^+W^-$  in two benchmark points for four types of 2HDM. Then, we put our attention on obtaining the product of the cross section and branching ratio of decay in type one of 2HDM and introduce the best approaches for the study of 2HDM parameters and HZ production process.

## مدل 2HDM

پنج ذره هیگز قابل مشاهده، پیش بینی می‌شود. مدلی که به این صورت تعریف می‌شود به نام مدل دو دوتایی هیگز یا 2HDM معروف شده است و پایه‌ای برای ساختن مدل ابرتقارنی کمینه می‌باشد که به نوبه خود راه‌حل‌های طبیعی برای حل مساله سلسله مراتب و ماده تاریک ارائه می‌دهد.

ساختار مدل 2HDM به این صورت تعریف می‌شود که دوتایی-های هیگز  $\phi_1$  و  $\phi_2$  و پتانسیل  $V(\Phi)$  داریم که مقدار چشم‌داشتی خلا هر کدام از دو تایی‌ها  $v_1$  و  $v_2$  است که هر دو حقیقی و مثبت می‌باشند و داریم [۵]:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 246 \text{ GeV} \quad (1)$$

تعدادی مساله باز در مدل استاندارد ذرات بنیادی وجود دارد که از بین آنها می‌توان به جرم دار شدن نوترینو، عدم تقارن بین ماده و پادماده، ماده تاریک و مساله سلسله مراتب اشاره کرد. این مسائل انگیزه‌ای برای معرفی مدل‌های فرای مدل استاندارد می‌باشند. علی‌رغم کشف ذره هیگز [۲۱] در برخورددهنده بزرگ هادرونی [۳و۴] و سازگاری خواص آن با مدل استاندارد، امکان وجود ذرات هیگز اضافه نفی نشده است. این ذرات هیگز با گسترش قسمت هیگز مدل استاندارد پیش بینی می‌شوند و در یکی از ساده‌ترین مدل‌ها که با افزودن یک دو تایی هیگز دیگر به مدل استاندارد بدست می‌آید،

(۲)

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{f=u,d,l} \frac{m_f}{v} (\xi_h^f \bar{f} f h + \xi_H^f \bar{f} f H - i \xi_A^f \bar{f} \gamma_5 f A)$$

جدول ۲: ضرایب  $\xi$  برای انواع 2HDM در معادله (۲) [۷] با تعریف  $s_X = \sin X$  و  $c_X = \cos X$

|                | نوع اول            | نوع دوم             | نوع سوم             | نوع چهارم           |
|----------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                | 2HDM               | 2HDM                | 2HDM                | 2HDM                |
| $\xi_h^{up}$   | $c_\alpha/s_\beta$ | $c_\alpha/s_\beta$  | $c_\alpha/s_\beta$  | $c_\alpha/s_\beta$  |
| $\xi_h^{down}$ | $c_\alpha/s_\beta$ | $-s_\alpha/c_\beta$ | $c_\alpha/s_\beta$  | $-s_\alpha/c_\beta$ |
| $\xi_h^l$      | $c_\alpha/s_\beta$ | $-s_\alpha/c_\beta$ | $-s_\alpha/c_\beta$ | $c_\alpha/s_\beta$  |
| $\xi_H^{up}$   | $s_\alpha/s_\beta$ | $s_\alpha/s_\beta$  | $s_\alpha/s_\beta$  | $s_\alpha/s_\beta$  |
| $\xi_H^{down}$ | $s_\alpha/s_\beta$ | $c_\alpha/c_\beta$  | $s_\alpha/s_\beta$  | $c_\alpha/c_\beta$  |
| $\xi_H^l$      | $s_\alpha/s_\beta$ | $c_\alpha/c_\beta$  | $c_\alpha/c_\beta$  | $s_\alpha/s_\beta$  |
| $\xi_A^{up}$   | $\cot \beta$       | $\cot \beta$        | $\cot \beta$        | $\cot \beta$        |
| $\xi_A^{down}$ | $-\cot \beta$      | $\tan \beta$        | $-\cot \beta$       | $\tan \beta$        |
| $\xi_A^l$      | $-\cot \beta$      | $\tan \beta$        | $\tan \beta$        | $-\cot \beta$       |

برای بدست آوردن نرخ‌های واپاشی هیگز سنگین و سطح مقطع تولید HZ، دو نقطه معیار در نظر می‌گیریم. با توجه به انرژی محدود مرکز جرم برخورد دهنده برای تولید ذرات هیگز از طریق فرایند تولید HZ، جرم هیگز بالاتر از 270 GeV امکان تولید ندارد. از طرفی به خاطر اجتناب از کانالهای واپاشی به هیگز سبک که در جرمهای بالاتر از 250 GeV فعال می‌شوند و به پارامترهای مختلفی در این مدل بستگی دارند، این دو نقطه را انتخاب کرده ایم. در این صورت برای بررسی این کانالهای واپاشی صرفاً به دو پارامتر  $\alpha$  و  $\beta$  نیاز داریم.

جدول ۳: نقاط معیار با فرض  $\Phi=H,A, H^\pm$

| BP1                    | BP2                    |
|------------------------|------------------------|
| $m_\Phi=150\text{GeV}$ | $m_\Phi=200\text{GeV}$ |

برای شروع کار، واپاشی  $H \rightarrow b\bar{b}$  را در چهار نوع 2HDM در نقطه معیار اول (شکل (۱)) و در نقطه معیار دوم (شکل (۲)) بررسی کرده ایم.

بعد از شکست تقارن EW، سه عدد از بوزون‌های گلدستون جذب می‌شوند و پنج حالت اسپین صفر جرم‌دار در طیف باقی می‌ماند ( $h, H, A, H^\pm$ ) که فرض می‌شود  $h$  همان خواص بوزون هیگز مدل استاندارد را داشته باشد. برای عدم وجود جریانهای تغییر طعم دهنده خنثی (FCNC)، چهار انتخاب برای جفت شدگی کوارک-های بالا، کوارک‌های پایین و لپتون‌ها با دوتایی‌های هیگز  $\Phi_1$  و  $\Phi_2$  مجاز است که منجر به چهار نوع 2HDM می‌شود (جدول (۱)).

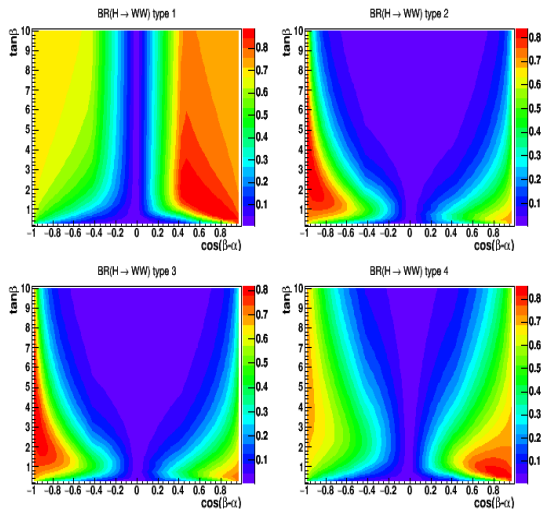
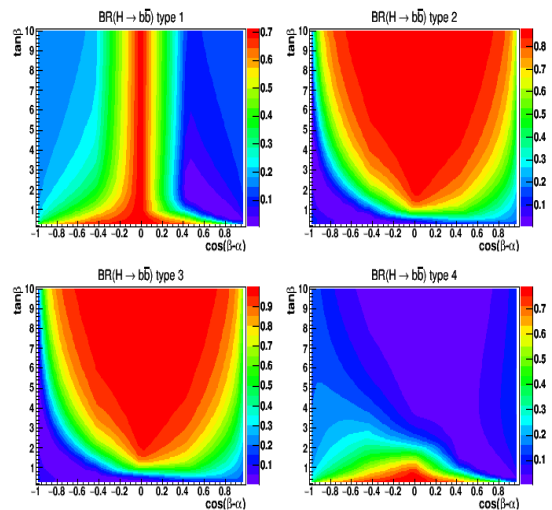
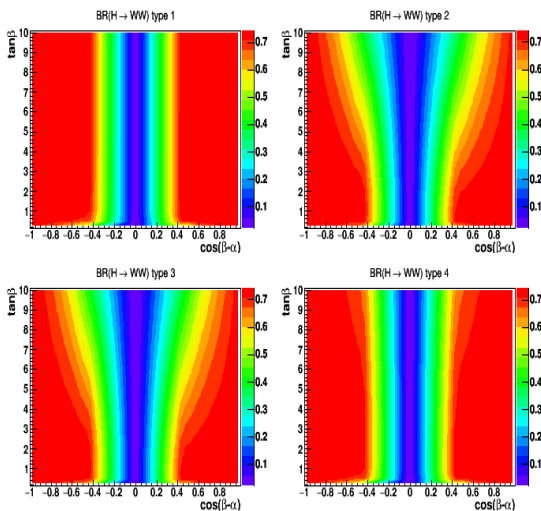
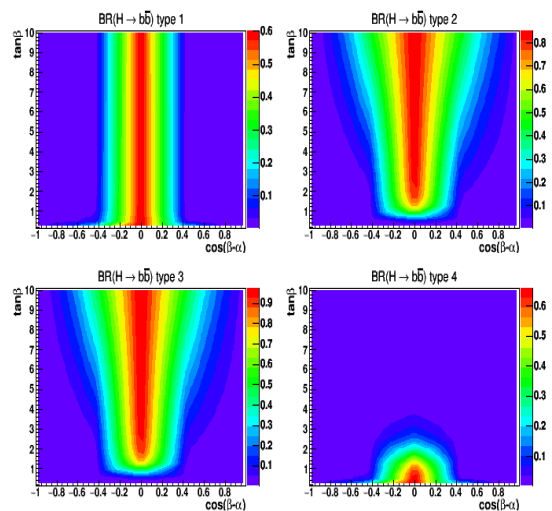
جدول ۱: چهار نوع 2HDM

|             | نوع اول  | نوع دوم  | نوع سوم  | نوع چهارم |
|-------------|----------|----------|----------|-----------|
|             | 2HDM     | 2HDM     | 2HDM     | 2HDM      |
| Up-quarks   | $\Phi_2$ | $\Phi_2$ | $\Phi_2$ | $\Phi_2$  |
| Down-quarks | $\Phi_2$ | $\Phi_1$ | $\Phi_1$ | $\Phi_2$  |
| leptons     | $\Phi_2$ | $\Phi_1$ | $\Phi_2$ | $\Phi_1$  |

انرژی مرکز جرمی که در این تحقیق فرض شده است  $\sqrt{S}=360 \text{ GeV}$  می‌باشد که مربوط به برخورد دهنده دایروی آتی (FCC) می‌باشد که قرار است در یک تونل صد کیلومتری در سرن ساخته شود [۶].

### جفت‌شدگی‌ها و نرخ واپاشی بوزون هیگز سنگین

با بررسی لاگرانژی مدل 2HDM (معادله (۲)) و جفت‌شدگی بوزون‌های هیگز با سایر بوزون‌ها و فرمیون‌ها (جدول (۲)) متوجه وابستگی بعضی از ضرایب به  $\cos(\beta-\alpha)$  می‌شویم. بررسی خواص ذره هیگز مدل استاندارد نشان می‌دهد که  $\cos(\beta-\alpha)$  نزدیک صفر است و در مدل 2HDM هم این مقدار در حد تراز صفر در نظر گرفته می‌شود. ما در این مطالعه خود را محدود به حد تراز نمی‌کنیم و بازه  $-1 \leq \cos(\beta-\alpha) \leq 1$  را انتخاب می‌کنیم. همچنین برای پارامتر  $\tan\beta$  بازه  $0.1 \leq \tan\beta \leq 10$  را در نظر می‌گیریم.

شکل (۳) نرخ واپاشی  $H \rightarrow W^+W^-$  برای نقطه معیار اولشکل (۱) نرخ واپاشی  $H \rightarrow b\bar{b}$  برای نقطه معیار اولشکل (۴) نرخ واپاشی  $H \rightarrow W^+W^-$  برای نقطه معیار دومشکل (۲) نرخ واپاشی  $H \rightarrow b\bar{b}$  برای نقطه معیار دوم

در نقطه معیار دوم بوزون  $W$  واقعی تشکیل شده است و با دانستن اینکه  $g_{HVV} \propto \cos(\beta-\alpha)$ ، کاملاً مشخص است که با افزایش مقدار  $\cos(\beta-\alpha)$  نرخ واپاشی بوزونی (در اینجا  $W$ )، افزایش و سایر نرخ‌های واپاشی، کاهش می‌یابند.

سپس برای نوع اول 2HDM با فرض  $\tan\beta=10$  توسط برنامه Comphep [۸] سطح مقطع تولید HZ توسط الکترون و پوزیترون را در ازای بازه  $-1 \leq \cos(\beta-\alpha) \leq 1$  بدست آوردیم و نمودارهای زیر را برای ضرب سطح مقطع بدست آمده در نرخ واپاشی  $H \rightarrow b\bar{b}$  و  $H \rightarrow W^+W^-$  برای نقطه معیار اول (شکل (۵)) و نقطه معیار دوم (شکل (۶)) بدست آوردیم.

سپس برای چهار نوع 2HDM در نقطه معیار اول (شکل (۳)) و برای نقطه معیار دوم (شکل (۴)) واپاشی  $H \rightarrow W^+W^-$  را بررسی کرده‌ایم. همانطور که از مقایسه شکل (۳) و (۴) مشخص است نرخ واپاشی  $H \rightarrow W^+W^-$  در نقطه معیار دوم نسبت به اول بسیار بیشتر است که دلیل آن، انتخاب هوشمندانه نقاط معیار است. همچنین با مقایسه شکل (۱) و شکل (۳) و همچنین شکل (۲) و شکل (۴) می‌توان گفت کانال  $H \rightarrow b\bar{b}$  و  $H \rightarrow W^+W^-$  در فضای پارامتر  $\cos(\beta-\alpha) - \tan\beta$  مکمل یکدیگر می‌باشند. در نقطه معیار اول جرم ذره هیگز کمتر از آستانه تولید جفت ذره  $W$  واقعی می‌باشد و نرخ واپاشی بسیار کمی دارد. بنابراین در سه نوع اول 2HDM، نرخ واپاشی  $b\bar{b}$  و در نوع چهارم 2HDM، می‌دانیم نرخ واپاشی  $H \rightarrow \tau^+\tau^-$  غالب است.

بوده و در ناحیه  $\cos(\beta-\alpha)$  دور از صفر غالب می‌باشد. این نتیجه برای ۴ نوع 2HDM درست می‌باشد و کانال  $H \rightarrow W^+W^-$  کانال اصلی واپاشی است بجز در ناحیه کوچک نزدیک  $\cos(\beta-\alpha)$  که در آن کانال  $H \rightarrow b\bar{b}$  مهم می‌شود.

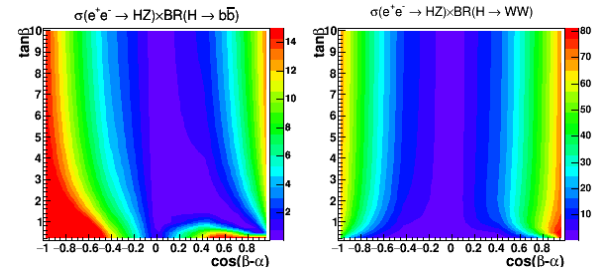
۲-۲- کانال واپاشی دوم از لحاظ میزان گسترش در

فضای پارامتر همان کانال  $H \rightarrow b\bar{b}$  می‌باشد که در ناحیه کوچکی حول  $\cos(\beta-\alpha)$  مهم می‌شود و امکان بررسی این ناحیه را به ما می‌دهد. در این حالت نیز در نوع ۴، باز کانال  $H \rightarrow \tau^+\tau^-$  کانال اصلی خواهد بود و کانال  $H \rightarrow b\bar{b}$  در نوع ۴ فقط در ناحیه کوچک  $\tan\beta$  نزدیک ۱ یا کمتر از آن قابل بررسی است.

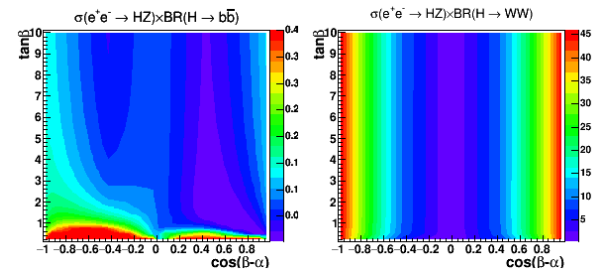
در نهایت، با محاسبه سطح مقطع در نرخ واپاشی بوزون  $W$  و کوارک  $b$  به مقدار قابل توجهی سیگنال میرسیم که کانال‌های پیشنهادی ما می‌توانند مرجع مناسبی برای مطالعات آینده باشند.

## مرجع‌ها

- [۱] Higgs Higgs, Peter Ware. "Broken symmetries, massless particles and Gauge fields." *Phys. Lett.* 12 (1964): 132-133.
- [۲] Higgs, Peter W. "Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons." *Physical Review* 145, no. 4 (1966): 1156.
- [۳] Aad, Georges, Tatevik Abajyan, B. Abbott, J. Abdallah, S. Abdel Khalek, Ahmed Ali Abdelalim, R. Aben et al. "Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC." *Physics Letters B* 716, no. 1 (2012): 1-29.
- [۴] Chatrchyan, Serguei, Vardan Khachatryan, Albert M. Sirunyan, Armen Tumasyan, Wolfgang Adam, Ernest Aguilo, Thomas Bergauer et al. "Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC." *Physics Letters B* 716, no. 1 (2012): 30-61.
- [۵] Han, Xiao-Fang, Lei Wang, Lei Wu, Jin Min Yang, and Mengchao Zhang. "Explaining 750 GeV diphoton excess from top/bottom partner cascade decay in two-Higgs-doublet model extension." *Physics Letters B* 756 (2016): 309-316.
- [۶] Zimmermann, F., Mertens, V., Cerutti, F., Benedikt, M., Otto, T., Tommasini, D., Tavian, L.J., Gutleber, J., Mangano, M., Goddard, B. and Capeans Garrido, M., 2019. *Future Circular Collider-European Strategy Update Documents* (No. CERN-ACC-2019-0006). FCC-DRAFT-ACC-2019-004.
- [۷] Hashemi, Majid, and Gholamhossein Haghghat. "Observability of 2HDM neutral Higgs bosons with different masses at future  $e^+e^-$  linear colliders." *Nuclear Physics B* 951 (2020): 114903.
- [۸] Pukhov, Alexander, E. Boos, M. Dubinin, V. Edneral, V. Ilyin, Kovalenko, Alexander Kryukov, V. Savrin, S. Shichanin, and A. Semenov. "CompHEP-a package for evaluation of Feynman diagrams and integration over multi-particle phase space. User's manual for version 33." *arXiv preprint hep-ph/9908288* (1999).



شکل (۵) حاصلضرب سطح مقطع در نرخ واپاشی  $H \rightarrow b\bar{b}$  و  $H \rightarrow W^+W^-$  برای نقطه معیار اول



شکل (۶) حاصلضرب سطح مقطع در نرخ واپاشی  $H \rightarrow b\bar{b}$  و  $H \rightarrow W^+W^-$  برای نقطه معیار دوم

## نتیجه گیری

با استفاده از نتایج بدست آمده از این مطالعه می‌توان گفت دو کانال واپاشی  $H \rightarrow b\bar{b}$  و  $H \rightarrow W^+W^-$  در فضای پارامتر  $\tan\beta - \cos(\beta-\alpha)$  کامل یکدیگرند و برای بررسی و حدگذاری روی پارامتر  $\cos(\beta-\alpha)$  سناریوهای ممکن به شرح زیر است:

۱- جرم ذره هیگز پایین‌تر از آستانه واپاشی بوزونی:

۱-۱- کانال موثر واپاشی همان  $H \rightarrow b\bar{b}$  بوده و در ناحیه  $\cos(\beta-\alpha)$  نزدیک صفر غالب می‌باشد. البته در نوع ۲ و ۳ فضای وسیعتری از محور  $\cos(\beta-\alpha)$  قابل بررسی می‌باشد ولی در نوع ۴ چون عمدتاً کانال واپاشی  $H \rightarrow \tau^+\tau^-$  در  $\tan\beta$  بالا غالب است، مطالعه خاص خود را نیاز دارد و کانال  $H \rightarrow b\bar{b}$  فقط در مقادیر پایین  $\tan\beta$  مفید خواهد بود.

۲-۱- کانال واپاشی دوم از لحاظ اهمیت همان کانال

$H \rightarrow W^+W^-$  می‌باشد که در ناحیه  $|\cos(\beta-\alpha)|$  نزدیک ۱ مهم می‌شود و امکان بررسی این ناحیه را به ما می‌دهد اما به خاطر غالب بودن  $H \rightarrow b\bar{b}$  این کانال فقط در ناحیه کوچکی قابل بررسی است.

۲- جرم ذره هیگز بالای آستانه واپاشی بوزونی:

۲-۱- کانال موثر واپاشی در این حالت  $H \rightarrow W^+W^-$

## محاسبه جرم تتراکوآرک های سنگین

عبدی، فریبا؛ برون، غلامرضا

گروه فیزیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه

## چکیده:

تتراکوآرک ها شامل دو کوآرک و دو پاد کوآرک می باشند. تتراکوآرک های سنگین شامل کوآرک های افسون و ته هستند. این تتراکوآرک های سنگین از معادله شرودینگر تبعیت می کنند. در این مقاله تترا کوآرک را به صورت سیستم دو کوآرک-پاد دو کوآرک معرفی می کنیم. با در نظر گرفتن پتانسیل برهم کنشی بین ذرات به صورت ترکیبی از پتانسیل نوسانی و خطی، معادله شرودینگر را به طور دقیق و تحلیلی حل کرده ایم. سپس با استفاده از هم ارزی جرم وانرژی، جرم دو کوآرک ها و تتراکوآرک های سنگین را محاسبه کرده ایم.

## Calculation the mass of heavy Tetraquarks

Abdi, Fariba; Boroun, G. R.

Physics department, Razi University, Kermanshah

## Abstract:

Tetraquarks include two quarks and two anti-quarks. The heavy tetraquarks include charm and bottom quarks (*c* & *b* quark). These heavy tetraquarks follow Schrodinger's equation. In this paper, we introduce the tetraquark as a diquark-antidiquark system. Considering interaction potential between particles as a combination of linear and harmonic potential we have precisely and analytically solved Schrodinger's equation. Then we have calculated the mass of heavy diquarks and tetraquarks using equivalence of mass and energy.

PACES No

## همیلتونی و پتانسیل دو کوآرک ها

مقدمه

همیلتونی برای برهمکنش کوآرک - کوآرک به صورت زیر تعریف می شود:

$$H^{qq}(x) = V^{qq}(x) + H_{hyp}^{qq}(x) \quad (1)$$

که در آن  $V^{qq}(x)$  به صورت زیر تعریف شده است:

$$V^{qq}(x) = ax^2 + bx - \frac{\tau}{x} - C \quad (2)$$

که در آن  $a$  و  $b$  ثابت های مثبت هستند.  $ax^2$  نقش نوسانات کوآرک ها را نسبت به هم در فاصله  $x$  نشان می دهد، و  $bx$  نقش پتانسیل نگهدارنده را دارد. پتانسیل کوتاه برد  $-\frac{\tau}{x}$  یک پتانسیل کولنی می

درمکانیک کوانتومی رنگ (QCD) هادرون های متشکل از  $q\bar{q}$  مزون ها،  $qq\bar{q}\bar{q}$  تترا کوآرکها، که این حالت ها ترکیبی از نابودی یا تشکیل یک جفت کوآرک بدست می آیند [۱]. در دهه های گذشته، فیزیکدانان علاقه زیادی به بررسی حالت های چند کوآرکی نشان داده اند. به خصوص، با مشاهدات حالت های مختلفی مانند کوآرکونیوم،  $X(3872)$ ،  $Y(4260)$  و  $Z(4430)$  مطالعه حالت های چند کوآرکی به دوران جدیدی رسیده است [۲]. هنگامی که گلمان (۱۹۶۴)، کوآرک را معرفی کرد، درمورد وجود احتمالی دو کوآرک در همان زمان بحث کرد. دوکوآرک ها برای درک مزون های غیرمتعارف از اهمیت بالایی برخوردار هستند، که مهمترین آنها تتراکوآرک ها می باشند [۳].

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad (8)$$

در اینجا  $m_1$  و  $m_2$  جرم کوآرک‌های تشکیل دهنده سیستم دو کوآرکی هستند. معادله شرودینگر شعاعی را برای سیستم دو جسمی با پتانسیل برهم‌کنشی مرکزی حل می‌کنیم. با تغییر متغیر زیر:

$$\psi_l(x) = x^{-1} \phi_l(x), \quad (9)$$

به همراه پتانسیل تعریف شده برای دی کوآرک، معادله (۷) را به شکل زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{d^2}{dx^2} \phi_l(x) + \left[ \varepsilon + C_1 - a_1 x^2 - bx + \frac{\tau_1}{x} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right] \phi_l(x) = 0, \quad (10)$$

که در آن از تغییر متغیرهای زیر استفاده شده است:

$$\varepsilon = 2mE_l, \quad C_1 = 2mC, \quad a_1 = 2ma, \quad b_1 = 2mb, \quad \tau_1 = 2m\tau. \quad (11)$$

معادله موج شعاعی  $\phi_l(x)$  یک جواب معادله شرودینگر کاهش یافته است، که آن را می‌توان به صورت زیر پیش‌بینی کرد [۵]:

$$\phi_l(x) = f_n(x) g_l(x) = x^{l+1} \exp(-\alpha x^2 - \beta x) f_n(x), \quad (12)$$

درحالی‌که  $n=0$  تابع  $f_n(x)=1$  است، با قرار دادن معادله (۱۲) در معادله (۱۰)، معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & (4\alpha^2 - a_1)x^3 + (4\alpha\beta - b_1)x^2 + \\ & \{-2\alpha(2l+3) + \beta^2 + C_1 + \varepsilon\}x + (\tau_1 - 2\beta(l+1)) = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

با استفاده از معادله فوق ضرایب به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} 4\alpha^2 &= 2ma, \quad 4\alpha\beta = 2mb, \quad 2\beta(l+1) = -2m\tau, \\ 2mE_l &= 2\alpha(2l+3) - \beta^2 - 2mC. \end{aligned} \quad (14)$$

بنابراین انرژی و تابع موج دو کوآرک‌ها در حالت پایه از روابط زیر به دست می‌آیند:

باشد که منشاء آن فرآیند‌های تبادل گلوئونی است. در اینجا  $C$  یک مقدار ثابت و مشخص است. متغیر  $x$  نشان دهنده مختصات نسبی سیستم کوآرک-کوآرک می‌باشد. همچنین  $H_{hyp}^{qq}$  توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$H_{hyp}(x) = H_S(x) + H_I(x) + H_{SI}(x), \quad (3)$$

که در آن  $H_S(x)$ ،  $H_I(x)$  و  $H_{SI}(x)$  به ترتیب برهم‌کنش اسپین-اسپین، برهم‌کنش ایزواسپین-ایزواسپین و برهم‌کنش اسپین-ایزواسپین هستند، که توسط روابط زیر بیان شده‌اند [۴]:

$$H_S(x) = A_S \left( \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_S} \right)^3 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_S^2}\right) (\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2), \quad (4)$$

$$H_I(x) = A_I \left( \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_I} \right)^3 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_I^2}\right) (\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2), \quad (5)$$

$$H_{SI}(x) = A_{SI} \left( \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_{SI}} \right)^3 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_{SI}^2}\right) (\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2) (\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2). \quad (6)$$

### حل تحلیلی معادله شرودینگر برای پتانسیل خاص

دراین قسمت معادله شرودینگر را برای پتانسیل (۲) حل می‌کنیم. پتانسیل فقط به صورت تابعی از  $x$  در نظر گرفته شده است و از قسمت زاویه‌ای تابع موج صرف نظر می‌کنیم. بررسی دو کوآرک‌های سنگین را با حل معادله شرودینگر شروع می‌کنیم و تابع موج سیستم دو کوآرکی را به دست می‌آوریم. معادله شرودینگر شعاعی برای یک سیستم دو جسمی به صورت زیر بیان می‌شود [۵]:

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{d}{dx} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right) \psi_l(x) + \frac{2m}{\hbar} (E_l - V(x)) \psi_l(x) = 0, \quad (7)$$

که در آن  $\psi_l(x)$  تابع موج شعاعی است،  $l$  عدد کوانتومی مداری حرکت یک ذره نسبت به ذره‌ی دیگر است،  $m$  جرم کاهش یافته سیستم دو جسمی است که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:



در این جدول دو کوارک های نرده ای با S و دو کوارک های برداری با A نشان داده شده ایم.

جدول ۱: پارامترهای مورد استفاده [۶ و ۷]

| پارامتر                     | سیستم دو کوارکی و تتراکوارکی |
|-----------------------------|------------------------------|
| $\sigma_S$ (fm)             | 2.87                         |
| $A_S$ (fm <sup>2</sup> )    | 67.4                         |
| $\sigma_{SI}$ (fm)          | 2.31                         |
| $A_{SI}$ (fm <sup>2</sup> ) | -106.2                       |
| $\sigma_I$ (fm)             | 3.45                         |
| $A_I$ (fm <sup>2</sup> )    | 51.7                         |
| $m_u = m_d$ (MeV)           | 330                          |
| $m_s$ (MeV)                 | 500                          |
| $m_c$ (MeV)                 | 1550                         |
| $m_b$ (MeV)                 | 4880                         |

جدول ۲: جرم محاسبه شده برای یک سیستم دو کوارکی

| دو کوارک | نوع دوکوارک | جرم محاسبه شده [۷] | جرم در منبع [۷] |
|----------|-------------|--------------------|-----------------|
| qq       | S           | 608                | 710             |
| qq       | A           | 775                | 909             |
| qs       | S           | 835                | 948             |
| qs       | A           | 928                | 1069            |
| ss       | A           | 1072               | 1203            |
| cq       | S           | 1848               | 1973            |
| cq       | A           | 1943               | 2036            |
| cs       | S           | 1986               | 2091            |
| cs       | A           | 2082               | 2158            |
| bq       | S           | 5165               | 5359            |
| bq       | A           | 5260               | 5381            |
| bs       | S           | 5300               | 5462            |
| bs       | A           | 5397               | 5482            |

### محاسبه جرم تتراکوارک ها

در اینجا جرم تتراکوارک های سنگین که دارای کوارک b و c هستند را در تصویر دوکوارک - پاد دو کوارک در چارپوب مدل کوارکی غیرنسبیتی محاسبه می کنیم. یک سیستم دو کوارک - پاد دو کوارک دارای هامیلتونی و پتانسیل برهم کنشی به صورت زیر است:

$$H^{D\bar{D}}(x) = V^{D\bar{D}}(x) + H_{hyp}^{D\bar{D}}(x) \quad (19)$$

$$V^{D\bar{D}}(x) = 2V_{conf}(x) - \frac{2\tau}{x} - C,$$

$$E_l = \sqrt{\frac{a}{2m}}(2l+3) - \frac{b^2}{4a} - C \quad (15)$$

$$\psi_l(x) = N_0 x^l \exp(-\alpha x^2 - \beta x).$$

### محاسبه جرم دو کوارک ها

جرم دو کوارک ها براساس جرم کوارک های تشکیل دهنده آن اثرات برهم کنشی در حالت پایه از رابطه زیر به دست می آید:

$$M_{diquark} = m_{q_1} + m_{q_2} + E_{0,qq} + \langle H_{hyp} \rangle. \quad (16)$$

اولین مرتبه تصحیح انرژی  $\langle H_{hyp} \rangle$  از پتانسیل نامحدود با استفاده از تابع موج غیر اختلالی به دست آمده در بخش های قبل محاسبه می شود:

$$\langle H_{hyp} \rangle = \int d^3x \psi^\dagger H_{hyp} \psi. \quad (17)$$

برای محاسبه ضرایب پتانسیل، مقدار ۱ را برای ضریب b پیشنهاد می کنیم ( $b = 1 \text{ fm}^{-2}$ ) با توجه به این که جرم سیستم دوکوارک (qq) از معادله (۱۶) به دست می آید و  $E_{0,qq}$  نسبت به اثرات برهم کنشی بیشترین سهم را در جرم دو کوارک دارد، لذا برای به دست آوردن ضرایب a و C از معادله (۱۵) استفاده کرده و به طور اختیاری ضرایب a و C را انتخاب می کنیم. سپس با در اختیار داشتن ضرایب a، b، C و با استفاده از معادله (۱۴) می توان ضریب  $\tau$  را تعیین کرد. حال با استفاده از معادلات (۱۵، ۱۶، ۱۷) جرم سیستم دوکوارک (qq) به دست می آید، و با برازش کردن با داده های آزمایشگاهی موجود برای جرم مزون  $\rho$ ، پارامترهای موجود در معادله (۲) تعیین می گردند:

$$a = 0.34 \text{ fm}^{-3}, b = 1 \text{ fm}^{-2}, \tau = 1.33, C = 0.11 \text{ fm}^{-1} \quad (18)$$

برای محاسبات از پارامترهای موجود در جدول ۱ استفاده شده است. محاسبات جرم دو کوارک در جدول ۲ نشان داده شده است.

نتایج محاسبات جرم تتراکوآرک های حاوی کوآرک  $c$  در جدول ۳، و محاسبات جرم تتراکوآرک های حاوی کوآرک  $b$  در جدول ۴ نشان داده شده است [۹]. این نتایج را با کار های تئوری و آزمایشگاهی مقایسه کرده ایم. در محاسبات تتراکوآرک ثابت  $C = 0.36 \text{ fm}^{-1}$  در نظر گرفته شده است، که براساس تطبیق نتایج محاسبات با داده های آزمایشگاهی تتراکوآرک  $D_0^*(2400)$  به دست آمده است.

جدول ۴: جرم محاسبه شده برای یک سیستم تتراکوآرکی حاوی کوآرک ته (b)

| $J^P$ | دو کوآرک   | جرم محاسبه شده                  | جرم در منبع [V] | آزمایشگاهی [۸] |                |
|-------|------------|---------------------------------|-----------------|----------------|----------------|
|       |            |                                 |                 | جرم            | مزون           |
|       |            | بر حسب (Mev) $bq\bar{q}\bar{q}$ |                 |                |                |
| $0^+$ | $S\bar{S}$ | 5635                            | 5758            |                |                |
| $1^+$ | $S\bar{A}$ | 5719                            | 5950            |                |                |
| $1^+$ | $A\bar{S}$ | 5712                            | 5782            | $B_1(5721)$    | $5723 \pm 2.5$ |
|       |            | $bq\bar{s}\bar{q}$              |                 |                |                |
| $0^+$ | $S\bar{S}$ | 5811                            | 5997            | X(5568)        | 5568           |
| $1^+$ | $S\bar{A}$ | 5868                            | 6125            |                |                |
| $1^+$ | $A\bar{S}$ | 5784                            | 6021            |                |                |
|       |            | $bs\bar{s}\bar{q}$              |                 |                |                |
| $0^+$ | $S\bar{S}$ | 5992                            | 6108            |                |                |
| $1^+$ | $S\bar{A}$ | 6037                            | 6238            |                |                |
| $1^+$ | $A\bar{S}$ | 6067                            | 6134            |                |                |

[4] Z. Ghalenovi, F. Giacosa, and D. H. Rischke, "Masses of Heavy and Light Scalar Tetraquarks in a Non-Relativistic Quark Model", Acta Phys. Pol. B 47 (2016) 1185

[5] S.M.Ikhdair, "Quantization rule solution to the Hulthén potential in arbitrary dimension by a new approximate scheme for the centrifugal term", Phys. Scr. 83(2011) 025002 (7pp)

[6] Z. Ghalenovi, A. A. Rajabi, S. x. Qin and D. H. Rischke, "Ground-State Masses and Magnetic Moments of Heavy Baryons", Mod. Phys. Lett. A 29 (2014) 1450106

[7] D. Ebert, R. N. Faustov, and V. O. Galkin, "Masses of tetraquarks with open charm and bottom", Phys. Lett. B 696 (2011) 241-245

[8] M. Tanabashi et al (Particle Data Group), "Particle Physics booklet", Phys. Rev. D 98 (2018) 3, 030001

[۹] نتایج این کار در مجله پژوهشی فیزیک ایران به چاپ خواهد رسید.

که متغیر  $X$  در حال حاضر مختصات نسبی دو کوآرک - پاد دو کوآرک است و  $H_{hyp}^{D\bar{D}}(x)$  همانند  $H_{hyp}$  در معادله (۳) می باشد. زمانی که جرم دو کوآرک ها محاسبه شد، ما می توانیم جرم تترا کوآرک ها را با دنبال کردن همان مراحل به دست آوریم. به بیان صریح جرم یک سیستم تتراکوآرکی از رابطه زیر به دست می آید [۴]:

$$M_{Tetraquark} = m_D + m_{\bar{D}} + E_{0,D\bar{D}} + \langle H_{hyp}^{D\bar{D}} \rangle. \quad (20)$$

جدول ۳: جرم محاسبه شده برای یک سیستم تتراکوآرکی حاوی کوآرک افسون

| $J^P$ | دو کوآرک   | جرم محاسبه شده                  | جرم در منبع [V] | آزمایشگاهی [۸]                  |                |
|-------|------------|---------------------------------|-----------------|---------------------------------|----------------|
|       |            |                                 |                 | جرم                             | مزون           |
|       |            | بر حسب (Mev) $cq\bar{q}\bar{q}$ |                 |                                 |                |
| $0^+$ | $S\bar{S}$ | 2318                            | 2390            | $D_0^*(2400)$                   | 2318           |
| $1^+$ | $S\bar{A}$ | 2423                            | 2558            |                                 |                |
| $1^+$ | $A\bar{S}$ | 2412                            | 2473            | $D_1(2430)$                     | 2427           |
|       |            | $cq\bar{s}\bar{q}$              |                 |                                 |                |
| $0^+$ | $S\bar{S}$ | 2487                            | 2619            | $D_s(2632)$<br>$D_{s0}^*(2317)$ | 2632.5<br>2317 |
| $1^+$ | $S\bar{A}$ | 2574                            | 2723            | $D_{s1}(2460)$                  | 2460           |
| $1^+$ | $A\bar{S}$ | 2582                            | 2678            |                                 |                |
|       |            | $cs\bar{s}\bar{q}$              |                 |                                 |                |
| $0^+$ | $S\bar{S}$ | 2657                            | 2753            |                                 |                |
| $1^+$ | $S\bar{A}$ | 2743                            | 2830            |                                 |                |
| $1^+$ | $A\bar{S}$ | 2752                            | 2870            |                                 |                |

## نتیجه گیری:

روش سیستم دوجسمی که برای محاسبه جرم، تتراکوآرک ها از آن استفاده شده است روشی مناسب است که می تواند جایگزین روشهای سخت نسبیتی شود. نتایج محاسبات نشان می دهد حالت های تشدید نرده ای  $D_0^*(2400)$  و برداری  $D_1(2430)$  را می توانیم به صورت دو کوآرک - پاد دو کوآرک در نظر بگیریم.

## مرجع ها

[1] P.Wang and S.R.Cotanch, "Meson and tetra-quark mixing" Eur.Phys.J.C 55 (2008) 409-415

[2] Yan-Rui Liu, Hua-Xing Chen, Wei Chen, Xiang Liu, Shi-Lin Zhu, "Pentaquark and Tetraquark states", Prog.Part.Nucl.Phys. 107 (2019) 237-320

[3] M. Anselmino, F. Caruso, P. Kroll, W. Schweiger, "Two-photon annihilation into proton-antiproton in a quark-diquark scheme", Int.J.Mod.Phys.A 4 (1989) 5213

## نابودی ماده تاریک فرمیون تک‌تایی به دو فوتون از طریق ذره‌ی مبادله‌ای شبه اسکالر

اتفاقی، محمدمهدی؛ معظمی گودرزی، رضا؛ یزدانی نجف‌آبادی، مریم

دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، دانشگاه قم، بلوار الغدیر، قم

### چکیده

در این مقاله، ما درباره یکی از مدل‌های فرای مدل استاندارد ذرات بنیادی که یک نامزد برای ماده تاریک معرفی می‌کند بحث می‌کنیم. در این مدل، یک فرمیون تک‌تایی به عنوان ماده تاریک معرفی می‌شود که از طریق یک ذره‌ی مبادله‌ای شبه اسکالر با ذرات مدل استاندارد برهمکنش می‌کند. در اینجا سطح مقطع نابودی ماده تاریک را به دو فوتون به ازای جرم‌های متفاوت ذره‌ی مبادله‌ای به دست آورده و با داده‌های تجربی آشکارسازی غیرمستقیم *H.E.S.S.* و *FERMI LAT* مقایسه می‌کنیم. به این ترتیب نشان خواهیم داد که وسیله داده‌های آشکارسازی غیرمستقیم می‌تواند یک قسمت از فضای پارامتری را کنار گذاشت.

## Annihilation of singlet fermionic dark matter into two photons through singlet pseudo-scalar as mediator

Ettefaghi, Mohammad Mahdi; Moazzemi Gudarzi, Reza ; Yazdani Najafabadi, Maryam

Department of Physics, University of Qom, Qom

### Abstract

*In this paper, we will discuss one of the models beyond the standard model which introduces a candidate for dark matter. In this model, a single fermion is introduced as dark matter interacting by standard model particles through singlet pseudo-scalar as mediator. Here, we obtain the cross-section of the annihilation of dark matter into two photons for different exchange particle masses and compare it with the experimental data of indirect searches H.E.S.S. and FERMI LAT. Hence, we show that we can exclude a region of the parameter space using indirect detections.*

### مقدمه

انرژی تاریک تشکیل شده است. یعنی انرژی تاریک و ماده‌ی تاریک روی هم رفته ۹۵/۱٪ از کل محتویات جهان را تشکیل می‌دهند. بر اساس داده‌های ماهواره‌ی پلانک چگالی ماده تاریک و ماده‌ی باریونی را به ترتیب زیر تخمین زده‌است [۱]:

$$\Omega_{DM} h^2 = 0.1196 \pm 0.0031,$$

$$\Omega_b h^2 = 0.02207 \pm 0.00033.$$

که  $h$  ثابت هابل است [۱]. از برجسته‌ترین مشکلات پیش روی کیهان‌شناسی، اخترفیزیک و فیزیک ذرات بنیادی پی بردن به ماهیت ماده تاریک است. چون در مدل استاندارد ذرات بنیادی ذره‌ای که بتواند نقش ماده تاریک را ایفا کند وجود ندارد، پس انگیزه‌ی لازم برای گسترش این مدل ایجاد شده‌است. معرفی یک کاندیدای

مشاهدات کیهانی و اخترفیزیکی از جمله سرعت چرخش ستاره‌ها در کهکشان‌ها، همگرایی گرانشی و تابش ریزموج کیهانی نشان می‌دهد که بیشترین مقدار ماده در جهان را ماده‌ی تاریک تشکیل می‌دهد. لفظ ماده تاریک بر این دلالت دارد که این ماده با ذرات مدل استاندارد برهم کنش ندارد و تنها تأثیرات گرانشی آن بر روی ماده‌ی مرئی در مقیاس‌های بزرگ مشهود است.

طبق داده‌های ماهواره‌ی پلانک در سال ۲۰۱۳ و بر پایه‌ی مدل استاندارد کیهان‌شناسی، کل جرم-انرژی موجود در جهان شناخته شده، شامل ۴/۹٪ ماده‌ی باریونی، ۲۶/۸٪ ماده‌ی تاریک و ۶۸/۳٪

$$\begin{aligned}
 (\sigma_{ann} v_{rel})_{SM} &= \frac{(g \sin \theta \cos \theta)^2}{64\pi} \\
 & \left[ \frac{1}{(s-m_h^2)^2 + (m_h^2 \Gamma_h^2)} + \frac{1}{(s-m_\rho^2)^2 + (m_\rho^2 \Gamma_\rho^2)} \right. \\
 & \left. - \frac{2(s-m_h^2)(s-m_\rho^2) + (2m_h m_\rho \Gamma_\rho \Gamma_h)}{((s-m_h^2)^2 + (m_h^2 \Gamma_h^2))((s-m_\rho^2)^2 + (m_\rho^2 \Gamma_\rho^2))} \right] \\
 & \left[ (2s \times 3 \left(\frac{m_b}{v_0}\right)^2 \left(1 - \frac{4m_b^2}{s}\right)^{\frac{3}{2}}) + (2s \times \left(\frac{m_t}{v_0}\right)^2 \left(1 - \frac{4m_t^2}{s}\right)^{\frac{3}{2}}) \right. \\
 & \left. + \left(\frac{m_w^2}{v_0}\right)^2 \left(2 + \frac{(s-2m_w^2)^2}{4m_w^4}\right) \left(1 - \frac{4m_w^2}{s}\right)^{\frac{1}{2}} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{m_z^2}{v_0}\right)^2 \left(2 + \frac{(s-2m_z^2)^2}{4m_z^4}\right) \left(1 - \frac{4m_z^2}{s}\right)^{\frac{1}{2}} \right] \\
 & (6)
 \end{aligned}$$

$$+ \sum_{i,j=1,2} \sigma_{h_i h_j} + \sum_{i,j,k=1,2} \sigma_{h_i h_j h_k}$$

### مقید کردن فضای پارامتری بر اساس چگالی باقیمانده

پس از مهیابنگ و پیش از هسته زایی، ذرات مختلف اعم از فوتون‌ها، باریون‌ها و الکترون‌ها و همچنین ذرات ماده تاریک، با هم در یک حمام گرمایی در تعادل گرمایی بودند. با سرد شدن عالم برهم‌کنش‌های ماده تاریک ثابت شده و ذرات ماده تاریک از تعادل گرمایی خارج شده و بنابراین چگالی این ذرات ثابت باقی مانده است. به این سازوکار، فریز اوت (freeze-out) و به دمایی که این پدیده رخ می‌دهد، دمای فریز اوت گفته می‌شود و از رابطه‌ی

$$x_F = \ln\left(\frac{m_\chi}{2\pi^3} \sqrt{\frac{45M_{pl}}{2g_* x_F}} \langle \sigma v \rangle\right). \quad (7)$$

به دست می‌آید که  $x_F \equiv \frac{m_\chi}{T_F}$  است [۸]. در دمای فریز اوت، تولید و نابودی ذرات ماده تاریک متوقف شده و چگالی آن در این مرحله تا به امروز، تقریباً ثابت باقی مانده و تنها به سطح مقطع نابودی این ذرات به ذرات مدل استاندارد و هیگزهای موجود در مدل استاندارد بستگی دارد. این چگالی باقیمانده از جهان اولیه را برای ماده تاریک می‌توان از رابطه‌ی زیر به دست آورد [۸]:

$$\Omega_{DM} h^2 \approx \frac{(1.07 \times 10^9) x_F}{\sqrt{g_*} M_{pl} (GeV) \langle \sigma v \rangle}. \quad (8)$$

خوب برای ماده تاریک با محدودیت‌هایی روبه‌رو می‌باشد [۲] و مدل‌های زیادی نیز برای گسترش مدل استاندارد و توجیه ماده تاریک ارائه شده‌است، که درجات آزادی زیادی را معرفی می‌کنند [۳-۶]. اما آنچه منطقی است این است که با کمترین گسترش مدل استاندارد ذرات بنیادی به توضیح ماده تاریک پردازیم. ماده تاریک مورد بررسی در این پژوهش، پایدار، پرجرم، غیرباریونی و غیرنسبیتی و دارای برهم‌کنش ضعیف با دیگر ذرات هستند که به عنوان ماده تاریک سرد و به اختصار (WIMP) نامیده می‌شوند و گسترش کمینه‌ی مدل استاندارد، با معرفی یک فرمیون تکتایی به عنوان ماده تاریک و یک هیگز شبه اسکالر به عنوان ذره‌ی واسطه‌ای صورت می‌گیرد [۷].

### ارائه‌ی مدل

در این گسترش کمینه، یک میدان فرمیونی دیراک  $\chi$  به لاگرانژی مدل استاندارد اضافه می‌شود. این میدان جدید تحت تقارن پیمانهای حاکم بر مدل استاندارد ناورداست و از این رو تکتایی می‌باشد. از آنجایی که نظریه باید بازبهنجارپذیر باشد، یک بوزون شبه اسکالر  $\phi$  نیز وارد لاگرانژی می‌شود. لاگرانژی کل به این صورت است [۷]:

$$L_{tot} = L_{SM} + L_{int} + L_{hid}. \quad (1)$$

این لاگرانژی شامل لاگرانژی مدل استاندارد، برهم‌کنش واسطه‌ی شبه اسکالر با هیگز مدل استاندارد و لاگرانژی مربوط به میدان‌های اضافه شده‌ی  $\chi$  و  $\phi$  و همچنین برهم‌کنش‌های بین آنها می‌باشد:

$$L_{hid} = L_\chi + L_\phi - g \bar{\chi} \gamma^5 \chi \phi, \quad (2)$$

(۳)

$$L_\chi = \bar{\chi} (i\partial - m_\chi) \chi,$$

$$L_\phi = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{m_0^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{24} \phi^4, \quad (4)$$

$$L_{int} = -\lambda^2 H^\dagger H \phi^2. \quad (5)$$

اگر جرم ماده تاریک به قدر کافی باشد، می‌تواند فنای ماده تاریک رخ دهد و جفت فرمیون، بوزون‌های پیمانهای و یا حتی هیگز مدل استاندارد تولید شود. پس از محاسبات تکمیلی مربوط به لاگرانژی، سطح مقطع متناظر با این فرآیندها برای این مدل به این صورت به دست می‌آید [۷]:

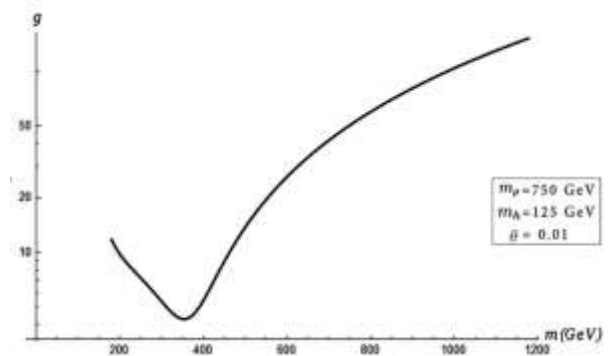
که همانطور که قبلا بیان شد، این مقدار،

$$\Omega_{DM} h^2 = 0.1196 \pm 0.0031.$$

می‌باشد [۱].  $\langle \sigma v \rangle$  متوسط گرمایی سطح مقطع نابودی ماده تاریک در سرعت نسبی است [۸]:

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{1}{8m_\chi^4 T_F k_2^2 \left(\frac{m_\chi}{T_F}\right)^{4m_\chi^2}} \int_0^\infty \sigma(s)(s-4m_\chi^2) \sqrt{sk_1} \left(\frac{\sqrt{s}}{T_F}\right) ds. \quad (9)$$

با استفاده از روابط ذکر شده می‌توان وابستگی  $g$  (ضریب جفت-شدگی) را نسبت به جرم ماده تاریک بر اساس مقدار درست چگالی باقیمانده به صورت زیر به دست آورد:



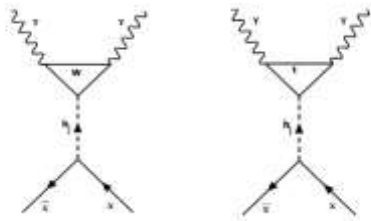
شکل ۱: نمودار ضریب جفت‌شدگی بر حسب جرم ماده تاریک برای مقدار درست چگالی باقیمانده.

چون چگالی باقیمانده با سطح مقطع نابودی رابطه‌ی عکس دارد، پس با افزایش ناگهانی سطح مقطع، چگالی باقیمانده به شدت کاهش می‌یابد. پس برای اینکه چگالی باقیمانده، مقدار درستی در محدوده‌ی مجاز به دست‌آمده را بدهد،  $g$  که با سطح مقطع، رابطه‌ی مستقیم دارد باید کاهش یابد تا اثرات افزایش سطح مقطع را تعدیل بخشد.

یعنی به ازای  $g$  به دست‌آمده در  $m_\chi = \frac{m_p}{2}$ ، سطح مقطع، بیشترین مقدار خود را دارد. در بررسی‌های مربوط به آشکارسازی مستقیم ماده تاریک با استفاده از  $g$ ، در سطح درختی سطح مقطع پراکندگی کشسان ماده تاریک-هسته با داده‌های تجربی مربوطه قابل مقایسه نیست. در همین راستا اگر روابط را از سطح درختی بالاتر برده و نمودارهای فاینمن همراه با حلقه در نظر گرفته شوند، مقادیر سطح مقطع پراکندگی در برخی بازه‌های جرمی ماده تاریک، قابل مقایسه با حدود تجربی به دست می‌آید [۹].

## نابودی ماده تاریک به دو فوتون

در مطالعات کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات بنیادی شواهدی وجود دارد که بر نابودی جفت ذرات ماده تاریک (ویمپ-ویمپ) به طیف گسترده‌ای از ذرات مدل استاندارد دلالت می‌کند، که در این میان نوترینوها و فوتون‌ها می‌توانند بهترین اطلاعات از ماده تاریک را به دست دهند. چون این ذرات، فاقد جرم و بار الکتریکی بوده و می‌توانند بدون تغییر در جهت حرکت و انرژی‌شان از محل تولیدشان به آشکارسازها برسند و اطلاعاتی در مورد ذرات ماده تاریک را در اختیار بگذارند. در این روش، چون ماده تاریک به طور مستقیم آشکار نمی‌شود، آن را روش غیر مستقیم آشکارسازی ماده تاریک می‌نامند. اغلب برای آشکارسازی غیر مستقیم ماده تاریک، سطح مقطع نابودی این ذرات به جفت فوتون محاسبه می‌گردد. از آنجا که ذرات ماده تاریک قادر به جفت شدن با ذرات مدل استاندارد نیستند، می‌توانند با مبادله‌ی هیگز به این ذرات نابود شوند. از طرفی به علت جرم بودن فوتون‌ها، فوتون‌ها می‌توانند در رأس هیگز از طریق حلقه‌هایی از ذرات جرم‌دار مانند بوزون‌های پیمانه‌ای و فرمیون‌های باردار به طور مستقیم با هیگز جفت شوند.



شکل ۲: نمودارهای فاینمن نابودی ماده تاریک فرمیونی تک‌تایی به دو فوتون.

سطح مقطع نابودی مربوطه به صورت

$$\sigma v = \frac{1}{8\pi s} \frac{1}{4} \sum_{spins} |M_{\bar{\chi}\chi} \rightarrow \gamma\gamma}|^2, \quad (10)$$

می‌باشد.  $s$  انرژی مرکز جرم است و

$$M_{\bar{\chi}\chi} \rightarrow \gamma\gamma = \sum_{j=1,2} \bar{v}(p)(igS_j\theta)u(p) \frac{i}{s-m_{h_j}^2 - im_{h_j}\Gamma_{h_j}} M_{h_j} \rightarrow \gamma\gamma, \quad (11)$$

و دامنه‌ی واپاشی هیگز به فوتون مطابق عبارت

## نتیجه گیری

از نمودارها چنین بر می‌آید که به ازای این فضای پارامتری در نظر گرفته شده، سطح مقطع نابودی ماده تاریک برای  $m_\rho = 750 \text{ GeV}$  به ازای  $m_\chi \geq 2300 \text{ GeV}$  و برای  $m_\rho = 1000 \text{ GeV}$  به ازای  $m_\chi \geq 2900 \text{ GeV}$  با استفاده از داده‌های تجربی کنار گذاشته می‌شود و باید برای این مدل ماده تاریک این نواحی جرمی را در نظر نگرفت. برای  $m_\rho = 1500 \text{ GeV}$  در این محدوده‌ی جرمی نمی‌توان اظهار نظر کرد. همچنین برخی از بازه‌های جرمی و فضای پارامتری که در آشکارسازی مستقیم قابل قبول بودند، با این روش کاملاً کنار گذاشته می‌شوند. در آخر، باید اشاره نمود که برای جستجوی غیر مستقیم ماده تاریک معرفی شده در این مدل، می‌توان انتظار داشت در بازه‌ی جرمی کوچکتر از حدود کنار گذاشته شده، نتایج خوبی از آشکارسازی غیر مستقیم ماده تاریک به دست آورد که مستلزم بهبود یافتن و دقیق‌تر شدن داده‌های تجربی می‌باشد.

## مرجع‌ها

- [۱] Ade, P. A., Aghanim, N., Armitage-Caplan, C., Arnaud, M., Ashdown, M., Atrio-Barandela, F., ... and Bartlett, J. G. "Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters." *Astronomy and Astrophysics* A16, (۲۰۱۴):۵۷۱.
- [۲] Taoso, M., Bertone, G., and Masiero, A. "Dark matter candidates: a ten-point test." *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, ۰۲ (۲۰۰۸): ۰۲۲.
- [۳] Jungman, G., Kamionkowski, M., and Griest, K. "Supersymmetric dark matter." *Physics Reports* ۲۶۷, ۵-۶ (۱۹۹۶): ۱۹۵-۳۷۳.
- [۴] Bertone, G., Hooper, D., and Silk, J. "Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints." *Physics reports*, ۴۰۵, ۵-۶ (۲۰۰۵): ۲۷۹-۳۹۰.
- [۵] Feng, J. L., Rajaraman, A., and Takayama, "Superweakly interacting massive particles." *Physical review letters*, ۹۱, ۱ (۲۰۰۳): ۰۱۱۳۰۲.
- [۶] Cheng, H. C., and Low, I. "Little hierarchy, little Higgses, and a little symmetry." *Journal of High Energy Physics*, ۰۸ (۲۰۰۴): ۰۶۱.
- [۷] Ghorbani, K. "Fermionic dark matter with pseudo-scalar Yukawa interaction." *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, ۰۱ (۲۰۱۵): ۰۱۵.
- [۸] Etefaghi, M. M., and Moazzemi, R. "Analyzing of singlet fermionic dark matter via the updated direct detection data." *The European Physical Journal C* ۷۷, ۵ (۲۰۱۷): ۳۴۳.
- [۹] Ghorbani, K., and Ghorbani, P.H. "Leading loop effects in pseudoscalar-Higgs portal dark matter." *Journal of High Energy Physics*, ۰۵ (۲۰۱۹): ۱-۱۴.
- [۱۰] Etefaghi, M. M., and Moazzemi, R. "Annihilation of singlet fermionic dark matter into two photons." *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, ۰۲ (۲۰۱۳): ۰۴۸.
- [۱۱] Rinchiuso, L., Moulin, E., Viana, A., Van Eldik, C. "Dark matter gamma-ray line searches toward the Galactic Center halo with HESS I." (۲۰۱۷).

$$M_{h_j} \rightarrow \gamma\gamma = \frac{\sqrt{1-(S_j\theta)^2} \alpha g_e s}{8\pi M_w} [2(\frac{2}{3})^2 F_t + F_w], \quad (12)$$

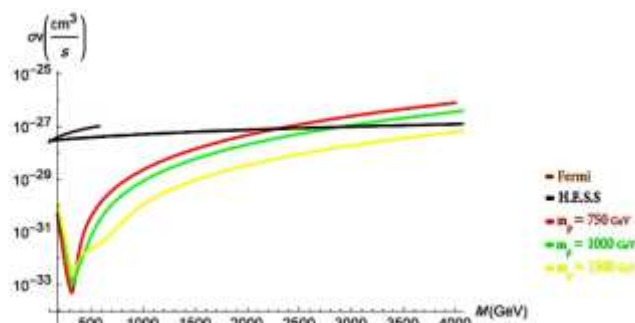
است [۱۰].  $g_e$  در اینجا ضریب جفت‌شدگی الکتروضعیف

$$g_e = \frac{2\sqrt{\pi\alpha}}{\sin\theta_w}, \quad (13)$$

می‌باشد. با استفاده از روابط ذکرشده در بالا سطح مقطع نابودی ذرات ماده تاریک فرمیونی تکتایی با واسطه‌ی شبه اسکالر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sigma v = \frac{1}{32\pi s} g^2 (2s) \left| \frac{M_h \rightarrow \gamma\gamma(\sin\theta)}{s - m_h^2 - im_h\Gamma_h} + \frac{M_\rho \rightarrow \gamma\gamma(\cos\theta)}{s - m_\rho^2 - im_\rho\Gamma_\rho} \right|^2. \quad (14)$$

در این جا با استفاده از  $g$  به دست آمده از شرط چگالی باقیمانده، سطح مقطع نابودی ماده تاریک به دو فوتون را محاسبه کرده و به ازای مقادیر متفاوت برای  $m_\rho$  نمودارهای مربوطه را رسم کرده و با مقادیر تجربی به دست آمده از داده‌های H.E.S.S. و FERMI [۱۱] مقایسه می‌گردد:



شکل ۳: سطح مقطع نابودی ماده تاریک به فوتون برای سه مقدار مختلف جرم ذره‌ی واسطه‌ی شبه اسکالر.

مطابق شکل، برای تمام متغیرهای مسئله، مقداری ثابت را در نظر گرفته و فقط جرم ذره‌ی واسطه را تغییر داده و مقادیر مختلف سطح مقطع به دست آمده است.

## حل عددی معادله دیراک در حضور پتانسیل Mathieu

آقایی، سهراب<sup>۱</sup>؛ چناقلو، علیرضا<sup>۲</sup>؛ نیلوفر آزادی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده علوم پایه، دانشگاه فرهنگیان، تهران

<sup>۲</sup>گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران

### چکیده

در این مقاله معادله دیراک در حضور پتانسیل Mathieu در نظر گرفته می‌شود و سپس با استفاده از روش شبکه بندی فوریه ویژه مقادیر انرژی بدست آورده می‌شود.

## Numerical Solution of Dirac equation in the presence of the Mathieu potential

Aghaei, Sohrab<sup>1</sup>; Chenaghlou, Alireza<sup>2</sup>; Azadi, Niloofar

<sup>1</sup> Department of Sciences, Farhangian University, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Department of Physics, Faculty of Sciences, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

### Abstract

In this paper, the Dirac equation in the presence of the Mathieu potential is considered. The energy eigenvalues are obtained by using the Fourier Grid Method.

PACS No. 2, 3

یکی از مسائل فیزیکی مهم که همواره مورد توجه محققین بوده است و جهت مطالعه رفتار کوانتومی الکترونها در داخل کریستال‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، مطالعه ذرات کوانتومی تحت پتانسیل Mathieu است. معادله شرودینگر یک بعدی در حضور این پتانسیل اخیراً به صورت تحلیلی حل شده است [۵]. روش شبکه بندی فوریه برای حل معادلات دیفرانسیل از جمله معادله شرودینگر در مرجع [۸] و حل معادله دیراک در مرجع [۹] ارائه شده است. مطالعه عددی معادله دیراک به روش شبکه بندی فوریه در حالت خاص (تقارن اسپینی) که به معادله شرودینگر گونه تبدیل می‌شود در مرجع [۱۰] بررسی شده است. در این مقاله می‌خواهیم با استفاده از رهیافت استفاده شده در مرجع [۸] برای حل معادله شرودینگر، معادله دیراک را در حالت کلی در حضور پتانسیل Mathieu مورد مطالعه قرار داده و ویژه مقادیر انرژی مربوطه را بدست آوریم.

### مقدمه

حل تحلیلی سیستم‌های حل‌پذیر کوانتومی در مکانیک کوانتومی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است زیرا تمام اطلاعات لازم جهت مطالعه مشخصه‌های کوانتومی آن سیستم را ارائه می‌کند. برای حل سیستم‌های حل‌پذیر روش‌های بسیار متنوعی از جمله روش‌های جبری، روش تکرار مجانبی، روش NU، روش حدس تابع موج، روش QES و غیره ارائه شده است [۱-۵]. معادلات کوانتومی از جمله معادله شرودینگر و معادله دیراک برای بسیاری از مسائل فیزیکی از جمله اندرکنش اتم-لیزر و اندرکنش یون-اتم در بسیاری از موارد به صورت دقیق یا حتی شبه دقیق امکان‌پذیر نیست و ناچاریم برای بررسی این‌گونه سیستم‌ها از روش‌های شبه‌دقیق که فقط بخشی از طیف انرژی و ویژه حالت‌های مربوط به آنها محاسبه می‌شود یا روش‌های عددی که به روش‌های طیفی نیز مشهور هستند، استفاده کنیم [۶ و ۷].

## معادله دیراک

برای حل معادله ویژه مقادری (۸) از روش شبکه بندی فوریه استفاده می‌کنیم.

## روش شبکه بندی فوریه

در حل معادلات دیفرانسیل به روش شبکه بندی فوریه، ابتدا فضایی که می‌خواهیم معادله دیفرانسیلی مربوطه را حل کنیم، به تعداد مشخصی از نقاط با فاصله یکسان تقسیم بندی می‌کنیم به گونه‌ای که هر چقدر تعداد این نقاط بیشتر باشد، جواب بدست آمده دقیق‌تر خواهد بود. به عنوان نمونه اگر فضا را از  $(-\pi, \pi)$  انتخاب کنیم و تعداد نقاط شبکه را برابر  $2N$  قرار دهیم، فاصله بین هر یک از نقاط و مختصه هر یک از نقاط به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\Delta x = \frac{2\pi}{2N+1} \quad (9)$$

$$x_j = j\Delta x$$

که در آن  $j = -N+1, -N+2, \dots, 0, \dots, N$ . توجه داشته باشید که اگر تعداد نقاط شبکه فرد باشد، روابط بدست آمده متفاوت خواهد بود. شکل کلی مشتق عددی یک تابع که مقدار آن در نقاط شبکه مشخص است به این صورت داده می‌شود:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_i} = \sum_{j=-N+1}^N D_{ij} f(x_j) \quad (10)$$

دستورهای مشتق‌گیری عددی معمولاً بر اساس چند جمله‌ای‌های درونیاب محاسبه می‌شوند و برای اینکه دقت بالاتری داشته باشند باید چند جمله‌ای‌های مرتبه بالاتری انتخاب شوند. اگر تابع  $f$  از نوع تابع منظم پاره پاره باشد یا به عبارت دیگر دارای شرایط دیریکله باشد، می‌توان آن را بر حسب سری فوریه بسط داد. این شرایط برای بیشتر مسائل فیزیکی که شامل توابع انتگرال‌پذیر مجذوری در فضای هلیبرت هستند، صدق می‌کند. لذا مقدار تقریبی تابع  $f(x)$  را می‌توان بر حسب مرتبه  $N$  ام سری فوریه به صورت زیر در نظر گرفت:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^N (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \quad (11)$$

معادله دیراک بر حسب ماتریس‌های گاما و چهاربردار پتانسیل به صورت زیر داده می‌شود:

$$[\gamma^\mu (\partial_\mu - eA_\mu) - 1]\psi = 0 \quad (1)$$

که در آن  $\mu = 0, 1, 2, 3$  و ماتریس‌های  $\gamma^\mu$  بر حسب ماتریس‌های پائولی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma^i = \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \gamma^0 = \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (2)$$

که در آن  $i = 1, 2, 3$  است. ماتریس‌های  $\gamma^\mu$  رابطه پادجابجایی زیر را ارضاء می‌کنند:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad (3)$$

لازم به ذکر است که رابطه (۱) بر حسب واحدهای  $\hbar = c = m = 1$  نوشته شده است. در صورتی که میدان مغناطیسی خارجی وجود نداشته باشد ( $A_i = 0$ )، معادله دیراک به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = [\alpha \cdot p + \beta + V]\psi \quad (4)$$

اگر تابع پتانسیل  $V$  در رابطه (۴) مستقل از زمان باشد، تابع موج  $\psi$  را می‌توان بر حسب اسپینورهای دو مؤلفه‌ای بیان کرد:

$$\psi = e^{-iEt} \begin{pmatrix} \varphi \\ i\xi \end{pmatrix} \quad (5)$$

با جایگذاری رابطه (۵) در رابطه (۴) و در نظر گرفتن ماتریس‌های گاما بر حسب ماتریس‌های پائولی، به دو معادله جفت شده زیر می‌رسیم:

$$i\sigma \cdot p \xi + (V+1)\varphi = E\varphi \quad (6)$$

$$-i\sigma \cdot p \varphi + (V-1)\xi = E\xi$$

که در حالت  $1+1$  بعدی داریم:

$$\frac{d\xi}{dx} - (E-V-1)\varphi = 0 \quad (7)$$

$$\frac{d\varphi}{dx} + (E-V+1)\xi = 0$$

می‌توان رابطه (۷) را به صورت ماتریسی زیر نیز بیان کرد:

$$\begin{pmatrix} V(x)+1 & \frac{d}{dx} \\ -\frac{d}{dx} & V(x)-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \xi \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \varphi \\ \xi \end{pmatrix} \quad (8)$$



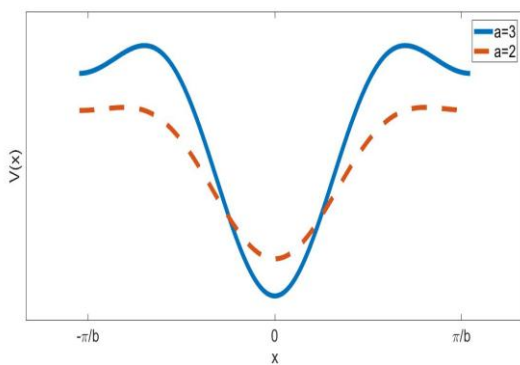
گرفتن پتانسیل Mathieu، ویژه مقادیر انرژی را برای  $N$  های مختلف بررسی می‌کنیم.

### حل معادله دیراک یک بعدی در حضور پتانسیل Mathieu

تابع پتانسیل در معادله دیراک (۸) را به صورت پتانسیل Mathieu در نظر می‌گیریم [۵]:

$$V(x) = a^2 \sin^2(bx) - ab(2c+1)\cos(bx) + vb^2, a > 0, b > 0 \quad (16)$$

که در آن  $a, b, c$  و  $v$  پارامترهای حقیقی هستند. جمله آخر در رابطه (۱۶) که می‌تواند به انرژی افزوده شود، فقط عمق چاه پتانسیل را تغییر می‌دهد. در شکل ۱ تابع پتانسیل Mathieu را برای مقادیر مثبت  $C$  و دو مقدار متفاوت  $a$  رسم کرده‌ایم. همانگونه که مشخص است پارامتر  $b$  مرتبط با دوره تناوب توابع مثلثاتی است و پارامتر  $a$  ارتفاع و شکل چاه پتانسیل را تغییر می‌دهد. اگر پارامتر  $C$  مثبت انتخاب شود دوره تناوب تابع پتانسیل به صورت  $x \in (-\pi, \pi)$  داده می‌شود و اگر  $C$  منفی باشد به صورت  $x \in (0, 2\pi)$  خواهد بود.



شکل ۱: تابع پتانسیل Mathieu برای مقادیر مثبت پارامتر  $C$  و دو مقدار متفاوت پارامتر  $a$

برای حل عددی معادله (۸)، مقادیر ثابت در تابع پتانسیل به صورت  $c=b=1$  و  $a=v=2$  انتخاب شده است. بازه  $(-\pi, \pi)$  را به  $N$  قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. مقادیر تابع

ضرایب بسط در رابطه فوق را می‌توان بر حسب مقادیر تابع در نقاط شبکه در طول بازه  $(-\pi, \pi)$  به شکل زیر بدست آورد:

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{i=-N+1}^N f(x_i) \cos kx_i \quad (12)$$

$$b_k = \frac{1}{N} \sum_{i=-N+1}^N f(x_i) \sin kx_i$$

با در نظر گرفتن روابط (۱۱) و (۱۲)، مشتق تابع  $f(x)$  برابر است با:

$$\frac{df}{dx} = \frac{1}{N} \times \sum_{j=-N+1}^N \left( \sum_{k=1}^N k \cos kx \sin kx_j - k \sin kx \cos kx_j \right) f(x_j) \quad (13)$$

در نتیجه پس از اندکی محاسبات، عناصر ماتریس  $D$  در رابطه (۱۰) به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$D_{ij} = \frac{(-1)^{i-j}}{2 \tan\left(\frac{i-j}{2N} \pi\right)} \quad i \neq j, \quad (14)$$

$$D_{ii} = 0$$

همانگونه که از رابطه (۱۴) مشخص است، اگر فضا به  $2N$  نقطه تقسیم‌بندی شده باشد، ماتریس  $D$  دارای ابعاد  $2N \times 2N$  است که عناصر روی قطر اصلی آن صفر هستند.

با در نظر گرفتن تعریف مشتق که در رابطه (۱۰) داده شده است و عناصر ماتریس  $D$  بر اساس رابطه (۱۴)، ماتریس عملگر در معادله (۸) را می‌توان به صورت ماتریسی بلوکی برای هر یک از نقاط شبکه بیان کرد که هر یک از بلوکهای ماتریس، یک ماتریس  $2 \times 2$  هستند و عناصر آن عبارتند از:

$$\begin{pmatrix} (V+1)\delta_{ij} & D_{ij} \\ -D_{ij} & -\delta_{ij} \end{pmatrix} \quad (15)$$

همانگونه که مشخص است ماتریس (۱۵) یک ماتریس  $4N \times 4N$  است که ویژه مقادیر این ماتریس، ویژه مقادیر انرژی معادله دیراک هستند و ویژه توابع آن، ویژه توابع اسپینورهای دو مؤلفه‌ای تابع موج را مشخص می‌کنند. در بخش بعد با در نظر

ذره نسبیتهی که تحت پتانسیل Mathieu قرار دارد را در نظر گرفته و معادله دیراک را به دو معادله دیفرانسیلی جفت شده تبدیل کرده و به صورت ماتریسی نمایش دادیم. بازه  $(-\pi, \pi)$  در مختصات دکارتی یک بعدی را به تعداد مشخصی نقطه تقسیم بندی کرده و هر یک از اسپینورهای دو مؤلفه‌ای را در روی این نقاط تعریف کردیم. اسپینورهای دو مؤلفه‌ای را بر حسب سری‌های فوریه بسط داده و مشتق هر یک از اسپینورها بر روی هر یک از نقاط را بدست آوردیم. سپس با تشکیل یک ماتریس  $4N \times 4N$  ویژه مقادیر انرژی ذره نسبیتهی را بدست آوردیم. مشاهده کردیم که با افزایش تعداد نقاط شبکه ویژه مقادیر انرژی به سرعت همگرا شده و مقادیر دقیق آنها محاسبه می‌گردد.

### مرجع‌ها

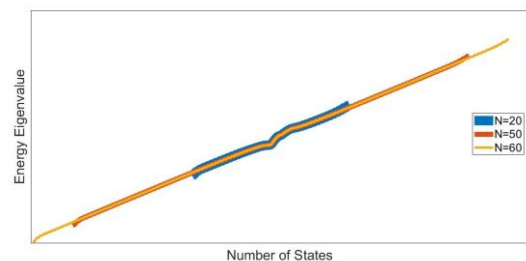
- [۱] L.I. Schiff, Quantum Mechanics, 3rd ed., McGraw-Hill Book Co., New York, 1955.  
 [۲] F. Cooper, A. Khare, U. Sukhatme, *Phys. Rep.* **251** (1995) 267.  
 [۳] Z.Q. Ma, A. Gonzalez-Cisneros, B.W. Xu, S.H. Dong, *Phys. Lett. A* **371**(3) (2007) 180.  
 [۴] A.F. Nikiforov, V.B. Uvarov, *Special Functions of Mathematical Physics*, Birkhäuser, Basel, 1988.  
 [۵] G.-H. Sun et al., *Physics Letters A* **384** (2020) 126480.  
 [۶] X. Antoine, E. Lorin, *Journal of Computational Physics* **395** (2019) 583–601.  
 [۷] U. Becker, N. Grün, W. Scheid, and G. Soff, *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986) 2016.  
 [۸] R. Meyer, *J. Chem. Phys.* **52** (1970) 2053.  
 [۹] E. Ackad, M. Horbatsch, *J. Phys. A: Math. Gen.* **38** (2005) 3157–3171.  
 [۱۰] آقای، سهراب؛ چناقلو، علیرضا؛ «مطالعه عددی معادله دیراک با تئورن اسپینی به روش شبکه‌ای فوریه؛ کنفرانس فیزیک ایران»؛ دانشگاه رازی کرمانشاه (۱۳۹۹).

پتانسیل داده شده در رابطه (۱۶) را در روی هر یک از نقاط شبکه محاسبه می‌کنیم. عناصر ماتریس  $D$  که توسط رابطه (۱۴) داده می‌شود و مقادیر محاسبه شده برای پتانسیل در هر یک از نقاط را در بلوک‌های ماتریس (۱۵) قرار می‌دهیم. سپس ویژه مقادیر ماتریس بدست آمده را محاسبه می‌کنیم که نتایج آن در جدول ۱ شکل ۲ برای مقادیر مختلف  $N$  نشان داده شده است. تا زمانی که ویژه مقادیر انرژی ترازهای مختلف به یک مقدار همگرا گردند، تعداد نقاط شبکه را افزایش می‌دهیم. مقادیر متفاوت  $N = 5, 10, 15, 20, 50, 60$  برای تعداد نقاط شبکه در نظر گرفته شده است.

جدول ۱: ویژه مقادیر انرژی بدست آمده برای  $N$  های مختلف

| N=5        | N=10       | N=15       | N=20       |
|------------|------------|------------|------------|
| -2.7774529 | -2.5470419 | -2.5470418 | -2.5470418 |
| -2.2809667 | -2.3121846 | -2.3121846 | -2.3121846 |
| -1.8316689 | -1.8271364 | -1.8271364 | -1.8271364 |
| -1.6085251 | -1.6082822 | -1.6082822 | -1.6082822 |
| -1.2525289 | -1.2525194 | -1.2525194 | -1.2525194 |
| -1.1330542 | -1.1330542 | -1.1330542 | -1.1330542 |
| -1         | -1         | -1         | -1         |
| -1         | -1         | -1         | -1         |
| -0.230121  | -0.2247278 | -0.2247278 | -0.2247278 |
| 1.5505847  | 1.5875084  | 1.5875081  | 1.5875081  |

همانگونه که در جدول ۱ مشخص است با افزایش تعداد نقاط شبکه ویژه مقادیر انرژی با تقریب بسیار خوبی همگرا می‌شوند. همچنین در شکل ۲ ویژه مقادیر انرژی بدست آمده برای تعداد شبکه های ۲۰، ۵۰ و ۶۰ با یکدیگر مقایسه شده است و مشاهده می‌شود که هر چقدر تعداد نقاط شبکه بیشتر باشد، ویژه مقادیر انرژی ترازهای بیشتری به همگرایی می‌رسند.



شکل ۲: ویژه مقادیر انرژی ترازهای مختلف برای مقادیر متفاوت  $N$

### نتیجه گیری

## مطالعه ساختار باریون‌های با طعم سنگین در مدل کوآرک-دی کوآرک

امیری، ناهید<sup>۱</sup>؛ موسوی نژاد، سید محمد<sup>۱</sup>؛ آرمات، آیدا<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه فیزیک دانشگاه یزد، یزد

### چکیده

در این کار، طیف جرم و انرژی باریون‌های سنگین را در مدل تقریبی کوآرک - دی کوآرک بررسی می‌کنیم. مطابق با این مدل، ساختار باریون‌ها به جای سه کوآرک معمول به صورت زوج کوآرک-دی کوآرک در نظر گرفته می‌شود. در این روش، ابتدا انرژی دی کوآرک‌های سنگین را از طریق معادله بته-سالپتر که معادله نسبیتی مناسب برای توضیح سیستم‌های دو جسمی است، محاسبه می‌کنیم و سپس انرژی حالت مقید باریون‌های سنگین را در حالت پایه تعیین و از آنجا جرم باریون‌های سنگین را محاسبه می‌کنیم. نتایج خود را با نتایج تجربی مقایسه خواهیم کرد.

## Study of heavy flavored baryons in the quark-diquark model

Amiri, Nahid<sup>1</sup>; Moosavi Nejad, S. Mohammad<sup>1</sup>; Armat, Aida<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, Yazd University, Yazd

### Abstract

*In this work, we study the energy and mass spectrum of heavy baryons in the approximative quark-diquark model in which the structure of baryons is considered as the bound states of quark-diquark pairs instead of three quarks. To do that, we first calculate the heavy diquark's energy through the Bethe-Salpeter equation and then we determine the heavy baryon's energies in their ground states. Therefore, we calculate the mass spectrum of spin-1/2 heavy baryons. Our results will be compared with the experimental ones.*

PACS No.13

### مقدمه

ساده در توصیف بسیاری از پدیده‌ها مانند فرایند هادرونی شدن هادرونها و ... بسیار موفق عمل کرده است. به طور کلی، دی-کوآرک به عنوان یک حالت مقید رنگی از دو کوآرک معرفی می‌شود که به دلیل ماهیت رنگی بودن آن قابل مشاهده نیست. ولی با این حال، این فرضیه را که آن‌ها می‌توانند به عنوان ذرات سازنده باریون‌ها وجود داشته باشد، کاربردی است. این ایده که باریون‌ها حالت مقید جفت کوآرک-دی کوآرک هستند، از روزهای ابتدایی مدل کوآرک مورد بررسی قرار گرفته است. معرفی دی کوآرک‌ها در فیزیک هادرونی شباهت‌هایی با جفت‌های همبسته در فیزیک ماده چگال دارد.

در این کار، ابتدا با استفاده از معادله سالپتر و با در نظر گرفتن پتانسیل یوکاوا معادله انرژی سیستم‌های دو جسمی را به دست خواهیم آورد و سپس با استفاده از آن معادله، انرژی بستگی و جرم

ایده باریون‌ها و مزون‌ها بر پایه مدل کوآرکی توسط گل‌مان در سال ۱۹۶۴ پیشنهاد شد [۱]. ساختار باریون‌ها به عنوان هادرونها شامل سه کوآرک، بسیار پیچیده‌تر از مزون‌ها است. ساختار این ذرات می‌تواند بر اساس برخی از ویژگی‌ها مانند، انرژی، جرم، گشتاور مغناطیسی و پهنای واپاشی آنها توضیح داده شود. در سال-های اخیر مدل‌های کوآرکی سازنده‌ی مختلفی به طور گسترده برای توصیف ویژگی‌های باریون‌ها به خصوص جرم آن‌ها مورد استفاده قرار گرفته است [۲-۳]. اگرچه این مدل‌ها کاملاً متفاوت‌اند، لکن طیف باریون‌ها تقریباً به خوبی در تمامی این مدل‌ها قابل توصیف است. یکی از مدل‌های رایج و مناسب برای توصیف ساختار باریون‌ها، مدل تقریبی کوآرک-دی کوآرک است [۴-۷]. این مدل

$$\left\{ \left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] + \left( \frac{E}{\alpha} + \mu \right) \frac{2D_0 e^{-\eta r}}{r} + \frac{D_0^2 e^{-2\eta r}}{\alpha r^2} + 2\mu E + \frac{E^2}{\alpha} \right\} \Psi_{n\ell}(r) = 0 \quad (4)$$

با بازتعریف تابع موج به شکل  $\Psi_{n\ell}(r) = \chi_{n\ell}(r)/r$  و به کمک تقریب  $1/r^2 \approx 4\eta^2 e^{-2\eta r} (1 - e^{-2\eta r})^{-2}$  داریم:

$$\left\{ \left[ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{4\ell(\ell+1)\eta^2 e^{-2\eta r}}{(1 - e^{-2\eta r})^2} \right] + \left( \frac{E}{\alpha} + \mu \right) \frac{4D_0 \eta e^{-\eta r}}{1 - e^{-2\eta r}} + \frac{D_0^2}{\alpha} \frac{4\eta^2 e^{-4\eta r}}{(1 - e^{-2\eta r})^2} + 2\mu E + \frac{E^2}{\alpha} \right\} \chi_{n\ell}(r) = 0 \quad (5)$$

با تغییر متغیر  $y = (1 - e^{-2\eta r})^{-1}$  خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 \chi_{n\ell}(y)}{dy^2} + \frac{(1-2y)}{(1-y)y} \frac{d \chi_{n\ell}(y)}{dy} + \frac{1}{(1-y)^2 y^2} \times \left[ - \left( \ell(\ell+1) - \frac{D_0^2}{\alpha} \right) y^2 + \left( \ell(\ell+1) - \frac{2D_0^2}{\alpha} + \left( \frac{E}{\alpha} + \mu \right) \frac{D_0}{\eta} \right) y - \left( \frac{E}{\alpha} + \mu \right) \frac{D_0}{\eta} - \frac{D_0^2}{\alpha} - \frac{1}{4\eta^2} (2\mu E + \frac{E^2}{\alpha}) \right] \chi_{n\ell}(y) = 0 \quad (6)$$

فرم معادله بالا به گونه‌ای است که می‌توان از روش NU برای حل آن استفاده کرد. روش NU به تفصیل در مرجع [۱۰] توضیح داده شده است. با صرفنظر از جزییات، معادله انرژی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$n^2 + l(l+1) - \frac{4D_0^2}{\alpha} + \left( \frac{E}{\alpha} + \mu \right) \frac{3D_0}{\eta} - \frac{1}{2\eta^2} (2\mu E + \frac{E^2}{\alpha}) + (2n+1) \sqrt{2l(l+1) + \omega} + 2 \sqrt{\left( \frac{E}{\alpha} + \mu \right) \frac{D_0}{\eta} - \frac{D_0^2}{\alpha} - \frac{1}{4\eta^2} (2\mu E + \frac{E^2}{\alpha})} \times \sqrt{2l(l+1) + \omega} = 0 \quad (7)$$

که در آن:

$$\omega = - \frac{4D_0^2}{\alpha} + 2 \left( \frac{E}{\alpha} + \mu \right) \frac{D_0}{\eta} - \frac{1}{4\eta^2} (2\mu E + \frac{E^2}{\alpha}) \quad (8)$$

اکنون با حل معادله ویژه مقدار انرژی، در مرحله اول انرژی حالت مقید دی کوآرک تعیین می‌شود. در مرحله بعد، مجدداً معادله ویژه مقدار انرژی را برای سیستم دو جسمی کوآرک-دی کوآرک حل

دی کوآرک‌های سنگین و نهایتاً طیف انرژی و جرم باریون‌های یک یا دو طعم سنگین (شامل کوآرکهای چارم و باتم) را در حالت پایه‌شان محاسبه خواهیم کرد. نتایج تئوری با نتایج آزمایشگاهی مقایسه خواهند شد.

## حل تحلیلی

برای مطالعه باریون‌ها، ما سیستم دو جسمی شامل یک کوآرک و یک دی کوآرک را در نظر می‌گیریم. این مدل به ما اجازه می‌دهد معادله موج نسبیتی بته-سالپیتز را به کار ببریم. این معادله موج به صورت زیر بیان می‌شود:

$$[(p^2 + m_1^2)^{1/2} + (p^2 + m_2^2)^{1/2} + V(r)] \Psi_{n\ell}(r) = M \Psi_{n\ell}(r) \quad (1)$$

که در آن  $m_1$  و  $m_2$  به ترتیب جرم ذرات تشکیل دهنده سیستم دو جسمی می‌باشند [۸] و  $M$  جرم کل سیستم مقید است. برای حل معادله (۱) از تقریب زیر استفاده می‌کنیم:

$$(p^2 + m_1^2)^{1/2} + (p^2 + m_2^2)^{1/2} = m_1 + m_2 + \frac{p^2}{2\mu} - \frac{p^4}{8\alpha\mu^3} + \dots \quad (2)$$

که در آن:

$$\alpha = \frac{m_1 m_2}{m_1 m_2 - 3\mu^2}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

در این پژوهش، از پتانسیل یوکاوا [۹]:

$$V_{Yukawa}(r) = -D_0 \frac{e^{-\eta r}}{r} \quad (3)$$

در حل معادله (۱) استفاده می‌کنیم که مقادیر پارامترهای آن عبارتند از:  $D_0 = 0.7 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$  و  $\eta = 10^{-3} \text{ fm}^{-1}$

جهت سادگی محاسبات، با استفاده از رابطه  $p^4 = 4\mu^2 [E - V(r)]^2$  که در آن  $E = M - m_1 - m_2$ ، معادله (۱) را به شکل زیر ساده می‌کنیم:

با در نظر گرفتن نتایج جدول ۲ و حل مجدد معادله ۷ برای سیستم دو ذره ای کوارک-دی کوارک، در جداول ۳ و ۴ انرژی و جرم باریون‌های سنگین در حالت پایه آورده شده است. نتایج تئوری برای جرم باریون‌ها با داده‌های آزمایشگاهی گزارش شده در مرجع [۱۸] مقایسه شده اند. همانگونه که دیده می شود نتایج تئوری همخوانی خوبی با داده های آزمایشگاهی دارند. این همخوانی، هم مویده مدل کوارک-دی کوارک است و هم پتانسیل یوکاواای در نظر گرفته شده برای برهمکنش دو ذره در ساختار هادرون. هرچند شکل پتانسیل ثابت نیست و در مراجع دیگر، از پتانسیل‌های وودساکسون و ... نیز استفاده شده است.

جدول ۳: نتایج تئوری و تجربی جرم باریون ها، شامل کوارک باتم (برحسب GeV)

| Bottom flavored Baryon       | $E_{\ell=0}$ | M        | M(Exp) [۱۱]       |
|------------------------------|--------------|----------|-------------------|
| $\Lambda_b^0 ([bu]_{s=0} d)$ | ۱.۰۰۲۶۴      | ۵.۵۷۷۹۵  | $5.6196 \pm 0.17$ |
| $\Lambda_b^0 ([bu]_{s=1} d)$ | ۱.۰۰۲۶۳      | ۵.۶۲۹۷۴  |                   |
| $\Lambda_b^0 ([bd]_{s=0} u)$ | ۱.۰۰۱۱۸      | ۵.۷۱۹۶   |                   |
| $\Lambda_b^0 ([bd]_{s=1} u)$ | ۱.۰۰۱۱۶      | ۵.۸۸۱۷۸  | $6.0958 \pm 1.7$  |
| $\Sigma_b^+ ([bd]_{s=0} d)$  | ۱.۰۰۲۶۰      | ۶.۰۹۹۹   |                   |
| $\Sigma_b^+ ([bd]_{s=1} d)$  | ۱.۰۰۲۵۹      | ۶.۲۴۷۱   |                   |
| $\Xi_b^0 ([bs]_{s=0} u)$     | ۱.۰۰۱۱۶      | ۵.۸۹۱۹   | $5.7919 \pm 0.5$  |
| $\Xi_b^0 ([bs]_{s=1} u)$     | ۱.۰۰۲۸۹      | ۵.۹۰۸۶۳  |                   |
| $\Xi_b^0 ([bu]_{s=0} s)$     | ۱.۰۵۱۸۸      | ۵.۸۸۲۴   |                   |
| $\Xi_b^0 ([bu]_{s=1} s)$     | ۱.۰۵۱۷۵      | ۶.۰۰۲۷۹۶ | $6.0461 \pm 1.7$  |
| $\Omega_b^- ([bs]_{s=0} s)$  | ۱.۰۵۰۰۵      | ۵.۹۴۶۱   |                   |
| $\Omega_b^- ([bs]_{s=1} s)$  | ۱.۰۴۹۹۵      | ۵.۸۵۷۳۴  |                   |

جدول ۴: همانند جدول ۳، اما برای باریون‌های شامل کوارک چارم (برحسب GeV)

| Charmed Flavored | $E_{\ell=0}$ | M | M(Exp) [۱۱] |
|------------------|--------------|---|-------------|
|------------------|--------------|---|-------------|

می‌کنیم تا انرژی حالت مقید باریون تعیین شود. اکنون با در نظر گرفتن جرم کوارک‌های سازنده و انرژی حالت مقید، جرم باریون تعیین می‌شود. جهت محاسبات عددی، مقادیر  $n=1$  و  $l=0$  را برای حالت پایه در نظر می‌گیریم. همچنین جرم کوارک‌های سبک و سنگین را به صورت  $m_u \approx m_d = 0.302 \text{ GeV}$ ،  $m_s = 0.454 \text{ GeV}$  و  $m_c = 1.733 \text{ GeV}$  و  $m_b = 5.139 \text{ GeV}$  در نظر می‌گیریم.

با حل معادله (۷)، انرژی بستگی دی کوارک‌های متفاوت شامل یک طعم سنگین در حالت پایه محاسبه می‌شوند که نتایج در جدول ۱ آورده شده‌اند.

جدول ۱: انرژی بستگی دی کوارکها (برحسب GeV)

| دی کوارک | $E_{\ell=0}$ | دی کوارک | $E_{\ell=0}$ |
|----------|--------------|----------|--------------|
| bu       | ۱,۰۰۲۶       | cu       | ۱,۰۰۶۲       |
| bd       | ۱,۰۰۴۵       | cd       | ۱,۰۱۲۳       |
| bs       | ۱,۰۷۸۵       | cs       | ۱,۲۴۳۰       |

با در نظر گرفتن نتایج جدول ۱ و جرم کوارک‌های سازنده، در جدول ۲ جرم دی کوارک‌ها اسکالر (اسپین صفر) و برداری (اسپین یک) در حالت پایه گزارش شده اند.

جدول ۲: جرم دی کوارکها در حالت پایه (برحسب GeV)

| دی کوارک     | $M_{\text{diquark}} \ell=0$ | دی کوارک     | $M_{\text{diquark}} \ell=0$ |
|--------------|-----------------------------|--------------|-----------------------------|
| $[bu]_{s=0}$ | ۵.۴۳۲۸                      | $[cu]_{s=0}$ | ۲.۱۳۷۳                      |
| $[bu]_{s=1}$ | ۵.۴۴۵۸                      | $[cu]_{s=1}$ | ۲.۱۷۴۵                      |
| $[bd]_{s=0}$ | ۵.۴۹۸۰                      | $[cd]_{s=0}$ | ۲.۱۹۴۷                      |
| $[bd]_{s=1}$ | ۵.۵۴۳۵                      | $[cd]_{s=1}$ | ۲.۱۹۹۵                      |
| $[bs]_{s=0}$ | ۵.۶۲۶۹                      | $[cs]_{s=0}$ | ۲.۲۳۵۳                      |
| $[bs]_{s=1}$ | ۵.۶۳۸۱                      | $[cs]_{s=1}$ | ۲.۲۶۹۶                      |

نتایج مرجع [۱۱] مقایسه کردیم که حاکی از سازگاری خوبی بین مدل و آزمایشگاه می‌باشد.

### مرجع‌ها

- [۱] M. Gell-Mann, "A schematic model of baryons and mesons" Phys. Lett. ۸ (۱۹۶۴) ۲۱۴-۲۱۵.
- [۲] A. Parreño, "Notes for contributors"; Lect. Notes Phys. ۷۲۴ (۲۰۰۷) ۱۴۱-۱۴۲.
- [۳] C. Y. Song, J. M. Yao, H. F. Lü and J. Meng, "Lambda and Anti-Lambda hypernuclei in relativistic mean-field theory" Int. J. Mod. Phys. E ۱۹ (۲۰۱۰) ۲۵۳۸-۲۵۴۵.
- [۴] P. Kroll, M. Schurmann and W. Schweiger, "Octet-baryon form factors in the diquark model" Z. Phys. A۳۳۸ (۱۹۹۱) ۳۳۹.
- [۵] R. Jakob, P. Kroll, M. Schurmann and W. Schweiger, "The Diquark Model for Exclusive Reactions" Z. Phys. A۳۴۷ (۱۹۹۳) ۱۰۹.
- [۶] R. Jakob, P. J. Mulders and J. Rodrigues, "Modelling quark distribution and fragmentation functions" Nucl. Phys. A۶۲۶ (۱۹۹۷) ۹۳۷.
- [۷] A. Bacchetta, F. Conti and M. Radici, "Transverse-momentum distributions in a diquark spectator model" Phys. Rev. D۷۸ (۲۰۰۸) ۰۷۴۰۱۰.
- [۸] Y. Chargini, Eur. Phys. J. Plus ۱۳۳ (۲۰۱۸) ۵۴۳.
- [۹] H. Yukawa, "On the Interaction of Elementary Particles" Proc. Phys. Math. Soc. Japan. ۱۷ (۱۹۳۵) ۴۸.
- [۱۰] S. M. Moosavi Nejad and A. Armat, "Relativistic excited state binding energies and RMS radii of  $\Lambda$ -hypernuclei" Mod. Phys. Lett. A۳۳ (۲۰۱۸) ۱۸۵۰۰۲۲.
- [۱۱] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D 98, 030001 (2018).

| Baryon                         |         |          |                   |
|--------------------------------|---------|----------|-------------------|
| $\Lambda_c^+ ([cu]_{s=0} d)$   | ۱.۰۰۶۷۵ | ۲.۶۱۲۰   | $2.592 \pm 0.28$  |
| $\Lambda_c^+ ([cu]_{s=1} d)$   | ۱.۰۰۶۶۴ | ۲.۶۶۳۶   |                   |
| $\Lambda_c^+ ([cd]_{s=0} u)$   | ۱.۰۰۲۹۹ | ۲.۶۰۳۵۲  |                   |
| $\Lambda_c^+ ([cd]_{s=1} u)$   | ۱.۰۰۲۹۵ | ۲.۶۶۱۴۵  | $2.4679 \pm 0.18$ |
| $\Xi_c^+ ([cu]_{s=0} s)$       | ۱.۱۳۶۱۵ | ۲.۴۷۹۷۵  |                   |
| $\Xi_c^+ ([cu]_{s=1} s)$       | ۱.۱۳۳۷۲ | ۲.۴۵۰۷۱۸ |                   |
| $\Xi_c^+ ([cs]_{s=0} u)$       | ۱.۰۰۲۹۴ | ۲.۴۱۱۱۱۵ | $2.4539 \pm 0.14$ |
| $\Xi_c^+ ([cs]_{s=1} u)$       | ۱.۰۰۲۸۹ | ۲.۴۵۱۱۲۵ |                   |
| $\Sigma_c^{++} ([cd]_{s=0} d)$ | ۱.۰۰۶۵۷ | ۲.۴۷۲۵۸  | $2.6952 \pm 1.7$  |
| $\Sigma_c^{++} ([cd]_{s=1} d)$ | ۱.۰۰۶۵۰ | ۲.۴۹۳۹   |                   |
| $\Omega_c^0 ([cs]_{s=0} s)$    | ۱.۱۳۰۵  | ۲.۷۳۴۵۳  | $2.6952 \pm 1.7$  |
| $\Omega_c^0 ([cs]_{s=1} s)$    | ۱.۱۲۷۸۳ | ۲.۷۹۵۲   |                   |

### نتیجه گیری

مطالعه خواص هارون‌های سنگین از اهمیت زیادی در شناخت هر چه بهتر تئوری QCD برخوردار است. علاقمندی‌های بسیاری به بررسی خصوصیات استاتیک باریون‌های سنگین از جمله انرژی بستگی، جرم و گشتاور مغناطیسی از نظر تجربی و تئوری وجود دارد. در سال‌های اخیر، تلاش گروه‌های مختلف آزمایشگاهی در Belle, BABAR, DELPHI, CLEO, CDF, SELEX در کشف حالت‌های هادرونی‌های سنگین موفقیت آمیز بوده است. باریون‌های سنگین که شامل حداقل یک کوارک سنگین هستند هم به صورت تجربی و هم تئوری مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. می‌توان ویژگی باریون‌ها را با در نظر گرفتن سیستم دو جسمی کوارک-دی‌کوارک تحقیق نمود. دی‌کوارک‌ها نقش مهمی را در مطالعه طیف هادرون‌ها بازی می‌کنند.

در این کار به بررسی انرژی و جرم باریون‌های سنگین در حالت پایه‌شان در مدل تقریبی کوارک-دی‌کوارک پرداختیم. برای انجام محاسبات از معادله دیفرانسیلی به-سالپتر در حضور پتانسیل یوکاوا استفاده نمودیم. نتایج به دست آمده برای جرم باریون‌ها را با

## ترکش گلوئون به باریون $\Omega_{ccb}$ با در نظر گرفتن اثر جرم باریون

امیری، ناهید؛ موسوی‌نژاد، سید محمد؛ دل‌پسند، مهدی

دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

### چکیده

فرآیند هادرونی شدن، توصیف کننده نحوه تولید هادرون از پارتون اولیه در طی یک فرایند واپاشی یا پراکندگی است. در تولید هادرونها سنگین در تکانه عرضی زیاد، ترکش مکانیسم غالب تولید این ذرات است. در این مقاله با استفاده از مدل سوزوکی، ابتدا تابع ترکش گلوئون به باریون سه طعم سنگین  $\Omega_{ccb}$  را در نظریه  $QCD$  اختلالی محاسبه کرده، آنگاه به مطالعه اثر جرم باریون بر روی تابع ترکش محاسبه شده، می پردازیم.

## Gluon fragmentation into $\Omega_{ccb}$ -baryon considering the baryon mass effect

Amiri, Nahid; Moosavi Nejad, S. Mohammad; Delpasand, Mahdi

Department of Physics, Yazd University, Yazd

### Abstract

Hadronization process describes the transition of initial parton into the produced hadron during a decay or scattering process. In high transverse momentum, the fragmentation mechanism is dominated. In this work using the Suzuki model we first calculate the fragmentation function of gluon into three heavy flavored baryon  $\Omega_{ccb}$  in perturbative  $QCD$  theory. Then, we will study the mass effect of baryon on its fragmentation function.

PACS No. 13

مقیاس انرژی ترکش بوده که مقدار اولیه و کمینه آن متناظر با حداقل انرژی لازم جهت تولید هادرون است. در این مقاله، به محاسبه تابع ترکش گلوئون به باریون سه طعم سنگین  $\Omega_{ccb}$  پرداخته و برای اولین بار اثر جرم باریون روی تابع ترکش مربوطه را مطالعه خواهیم کرد.

### ترکش گلوئون به $\Omega_{ccb}$ در رهیافت $QCD$ اختلالی

همانگونه که ذکر شد، ترکش مربوط به بخش غیراختلالی فرایند پراکندگی/واپاشی است و لذا در حالت کلی نمی توان از رهیافت-های اختلالی در محاسبه آنها استفاده کرد. اما در تولید هادرونها سنگین، جرم و (در حالت عمومی) انرژی زیاد پارتون اولیه مقیاس لازم جهت استفاده از نظریه  $QCD$  اختلالی را تامین می کند لذا

### مقدمه

باریون‌های سنگین به عنوان هادرون‌هایی با ساختار داخلی ساده دارای اهمیت بسیار زیادی در مطالعه نظریه  $QCD$  و درک دینامیک برهم‌کنش قوی هستند. در تولید باریون‌های سنگین با تکانه عرضی زیاد، فرایند ترکش مکانیسم غالب می‌باشد درحالی که فرایندهای تولید مستقیم کم اهمیت هستند. مکانیسم ترکش با توابع بدون بُعدی به نام توابع ترکش بیان می‌شوند که بیانگر چگالی احتمال رویداد هستند. علیرغم آنکه این توابع مربوط به بخش غیراختلالی فرایند هستند اما خوشبختانه برای هادرون‌های سنگین می‌توان به کمک نظریه  $QCD$  اختلالی مقدار آنها را محاسبه کرد [۱-۳]. تابع ترکش با نماد  $D_j^H(z, \mu^2)$  توصیف می‌شود که نشان دهنده چگالی احتمال تولید هادرون  $H$  حامل کسر  $z$  از انرژی (تکانه) پارتون اولیه  $j$  است [۴].  $\mu$  در اینجا

است که در حد تکانه بزرگ انتقالی برحسب دامنه پراکندگی سخت  $T_H$  و تابع موج حالت مقید بیان می‌شود:

$$T_{\Omega}(p, \bar{P}, s', t', r) = \int dx_1 dx_2 dx_3 \delta(1-x_1-x_2-x_3) \times T_H(p, \bar{P}, s', t', r, x_i) \Phi_{\Omega}(x_i, Q') \quad (3)$$

در عبارت فوق،  $x_i$  ها کسر تکانه حمل شده توسط کوارک‌های سازنده باریون هستند که در دستگاه تکانه بی‌نهایت به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$x_1 = \frac{r}{P}, \quad x_2 = \frac{t}{P}, \quad x_3 = \frac{s}{P} \quad (4)$$

به گونه‌ای که:  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ . جهت کاربردهای بعدی، کسرهای  $x_1$ ،  $x_2$  و  $x_3$  را به صورت  $\bar{t}'_T = x_2 \bar{P}_T$ ،  $\bar{t}'_T = x_1 \bar{P}_T$  و  $\bar{s}'_T = x_3 \bar{P}_T$  تعریف می‌کنیم که بیانگر کسرهای تکانه عرضی گلوئون اولیه هستند که توسط پادکوارکهای خروجی حمل می‌شوند. مطابق با قانون پایستگی تکانه داریم:  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ .

در رابطه (۳)،  $\Phi_{\Omega}$  معرف دامنه احتمال پیدا کردن کوارک‌ها در حالت مقید باریونی است که دینامیک غیراختلالی حالت مقید باریونی را شامل می‌شود. با تقریب تابع موج باریونی به صورت تابع دلتای دیراک در چار-چوب تکانه بی‌نهایت، داریم [۶]:

$$\Phi_{\Omega} \approx f_{\Omega} \delta(x_i - \frac{m_i}{m_{\Omega}}) \quad (5)$$

که  $m_{\Omega} \approx 2m_c + m_b$  جرم باریون سنگین و  $f_{\Omega} \approx 0.25 \text{ GeV}$  ثابت واپاشی باریون است [۶]. در رابطه (۳)، دامنه پراکندگی سخت در تئوری اختلالی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$T_H = \frac{16\pi^2 \alpha_s^2 (\gamma m_c) \alpha_s (\gamma m_b) M C_F \Gamma}{\sqrt{2} p \cdot \bar{P} \cdot s' t' r'} \frac{\Gamma}{(\bar{P} + s' + t' + r' - p)} \quad (6)$$

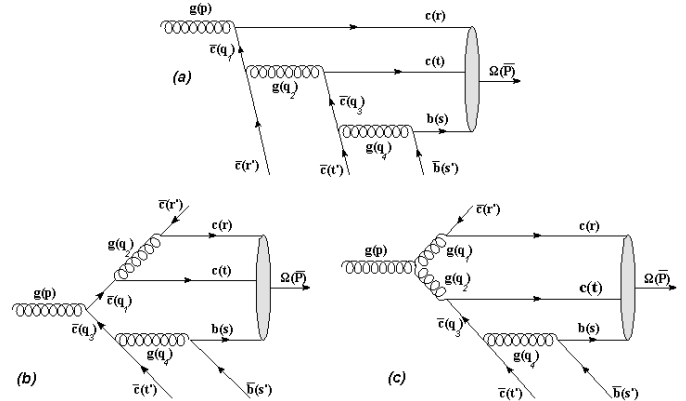
که  $M = m_{\Omega} m_c m_b$ ،  $C_F$  فاکتور رنگ،  $\alpha_s$  ثابت جفت‌شدگی قوی و  $\Gamma$  دربردارنده سهم انتشارگرها و بخش‌های اسپینی در دامنه است. با در نظر گرفتن روابط (۲)–(۶) برای تابع ترکش داریم:

$$D_{\Omega}^{\Omega}(z, \mu_0) \propto \int \frac{\delta^r(\bar{P} + \bar{s}' + \bar{t}' + \bar{r}' - \bar{p})}{\bar{P} \cdot p \cdot s' \cdot t' \cdot r'} \times \frac{\sum |\Gamma|^2 d^{\bar{p}} d^{\bar{s}'} d^{\bar{t}'} d^{\bar{r}'}}{(\bar{P} + s' + t' + r' - p)^r} \quad (7)$$

با توجه به گراف‌های فاینمن شکل ۱، برای دامنه گذار کلی فرایند داریم:  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$ ، به نحوی که:

می‌توان از مدل‌ها و رهیافت‌های مبتنی بر نظریه QCD اختلال جهت محاسبه تابع ترکش فرایند مربوطه استفاده کرد.

در این کار، با در نظر گرفتن گراف‌های فاینمن شکل ۱ و با استفاده از مدل سوزوکی که بر پایه نظریه QCD اختلالی بنا شده است، تابع ترکش  $\Omega_{ccb} \rightarrow g$  را محاسبه می‌کنیم.



شکل ۱: نمودارهای فاینمن سهم در ترکش گلوئون به باریون سه طعم سنگین در پایین ترین مرتبه اختلال در نظریه QCD.

با توجه به شکل ۱ و با در نظر گرفتن محور Z به عنوان محور ترکش، برای چار-بردارهای تکانه-انرژی ذرات داریم:

$$p^{\mu} = [p, \bar{P}_T, p_L], \quad r^{\mu} = [r, \bar{r}_T, r_L], \quad t^{\mu} = [t, \bar{t}_T, t_L], \quad (1)$$

$$t'^{\mu} = [t', \bar{t}'_T, t'_L], \quad s^{\mu} = [s, \bar{s}_T, s_L], \quad s'^{\mu} = [s', \bar{s}'_T, s'_L]$$

و چار-بردار باریون خروجی عبارت است از  $\bar{P}^{\mu} = [\bar{P}_0, \bar{0}, \bar{P}_L]$  که  $\bar{P}_L = r_L + t_L + s_L$  تابع ترکش گلوئون به هادرون B در مدل سوزوکی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$D_{\Omega}^{\Omega}(z, \mu_0) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma(z)}{dz} = \frac{1}{1 + 2s_g} \sum \int |T_{\Omega}|^2 \delta^r(\sum_f \bar{p}_f - p) \prod_i d^{\bar{p}} \bar{p}_f \quad (2)$$

که در آن  $s_g$  معرف اسپین گلوئون اولیه بوده و جمع روی اسپین و رنگ ذرات گرفته می‌شود. همچنین انتگرال روی فضای فاز ذرات خروجی گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن دستگاه تکانه بی‌نهایت، پارامتر ترکش به صورت  $z = \bar{P} / p$  تعریف می‌شود که نشانگر کسری از انرژی پارتون اولیه است که توسط هادرون خروجی حمل می‌شود [۵]. در معادله (۲)،  $T_{\Omega}$  دامنه احتمال تولید باریون



انرژی هادورن خروجی و پارتون اولیه هستند. در محاسبات قبل، با صرفنظر از جرم باریون خروجی، پارامتر ترکش به صورت کسری از انرژی گلوئون اولیه که توسط باریون خروجی حمل می‌شود، تعریف شده بود:  $z = \bar{P}_0/p_0$ . اکنون قصد داریم اثر جرم باریون خروجی را در تابع ترکش وارد نماییم. به همین جهت از تعریف پارامتر ترکش در مختصات نوری شروع می‌کنیم:

$$\bar{z} = \frac{\bar{P}_0 + \sqrt{\bar{P}_0^2 - m_\Omega^2}}{2p_0} \quad (12)$$

با جایگذاری تعریف قدیم پارامتر ترکش ( $z = \bar{P}_0/p_0$ ) در رابطه (۱۲) داریم:

$$\bar{z} = \frac{z}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{m_\Omega}{zp_0} \right)^2} \right] \quad (13)$$

همانگونه که واضح است با صرف نظر از جرم باریون ( $m_\Omega = 0$ ) متغیر جدید  $\bar{z}$  به متغیر قدیم  $z$  تبدیل می‌شود.

با در نظر گرفتن چار- بردار گلوئون اولیه (رابطه ۱) داریم:

$$m_g^2 = 0 = p_0^2 - (p_T^2 + p_L^2) \quad (14)$$

از آنجایی که باریون سنگین خروجی (که به کندی در جهت محور عرضی  $z$  حرکت می‌کند) از ترکش گلوئون پارانرژی با تکانه عرضی بزرگ  $p_T$  تولید می‌شود بنابراین با تقریب خوبی می‌توان فرض کرد که تمام تکانه عرضی و در نتیجه انرژی گلوئون اولیه به باریون خروجی منتقل می‌شود. بنابراین رابطه (۱۳) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\bar{z} = \frac{z}{2} [1 + \eta] \quad (15)$$

که در آن،  $\eta$  برابر است با:

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{m_\Omega^2}{z^2 p_T^2}} \quad (16)$$

اکنون برای به دست آوردن تابع ترکش جدید، به تعریف اصلی تابع ترکش (رابطه (۲))، بر می‌گردیم:

$$D_g^\Omega(z, \mu) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma(z)}{dz} \quad (17)$$

تابع ترکش با توجه به متغیر  $\bar{z}$  به صورت زیر باز تعریف می‌شود:

$$D_g^\Omega(\bar{z}, \mu) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma(\bar{z})}{d\bar{z}} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_\gamma &\propto [\bar{u}(s)\gamma_\mu v(s')][\bar{u}(t)\gamma_\nu(\not{s} + \not{s}' + \not{t}' + m_c)\gamma^{\mu\nu}(t')] \\ &\quad \times [\bar{u}(r)\not{r}(\not{p} - \not{r} + m_c)\gamma^{\nu}(r')] \\ \Gamma_\tau &\propto [\bar{u}(s)\gamma_\mu v(s')][\bar{u}(t)\gamma^\nu(\not{t} + \not{t}' + m_c)\not{r} \\ &\quad \times (\not{s} + \not{s}' + \not{t}' + m_c)\gamma^{\mu\nu}(t')][\bar{u}(r)\gamma^{\nu}(r')] \\ \Gamma_\tau &\propto [\bar{u}(s)\gamma_\mu v(s')][\bar{u}(t)\gamma^\nu(\not{s} + \not{s}' + \not{t}' + m_c)\gamma^{\mu\nu}(t')] \\ &\quad \times \left\{ -g^{\rho\nu} [g_{\phi\nu}(-q_1 + q_\tau)_\rho + g_{\nu\rho}(-q_\tau - p)_\phi + g_{\rho\phi}(p + q_1)_\nu] \varepsilon^\phi \right\} \\ &\quad \times [\bar{u}(r)\gamma_\phi v(r')] \end{aligned} \quad (8)$$

به سادگی می‌توان نشان داد که در پیمانه کولن، سهم گراف (C) از شکل ۱ در مربع دامنه کل صفر خواهد شد. بنابراین برای مربع دامنه گذار داریم:  $\sum |\Gamma|^2 = \sum_{\text{spin}} (\Gamma_\gamma \Gamma_\gamma^* + \Gamma_\tau \Gamma_\tau^* + 2\Gamma_\gamma \Gamma_\tau^*)$ . جهت محاسبه انتگرالهای فضای فاز در رابطه (۷)، از انتگرال زیر شروع می‌کنیم:

$$\int \frac{\delta^4(\bar{P} + \bar{s}' + \bar{t}' + \bar{r}' - \bar{p})}{\bar{p} \cdot p [\bar{P} + \bar{s}' + \bar{t}' + \bar{r}' - p]} d^4\bar{p} = \frac{z(1-z)^2}{[m_\Omega^2 + z^2 p_T^2]} \quad (9)$$

و برای انتگرالهای باقی مانده، بر طبق رهیافت سوزوکی به جای انتگرالگیری بر روی تکانه عرضی ذرات خروجی، متغیرهای انتگرالگیری را با مقدار متوسط آنها جایگزین می‌کنیم. به عنوان مثال:

$$\int F(z, s'_T) \frac{d^2 s'_T}{s'_T} = m_b^2 F\left(z, \frac{m_b^2}{m_\Omega^2} \langle p_T^2 \rangle\right) \quad (10)$$

با صرفنظر از جزئیات محاسبات، برای تابع ترکش گلوئون به باریون سه طعم سنگین  $\Omega_{ccb}$  در مقیاس اولیه داریم:

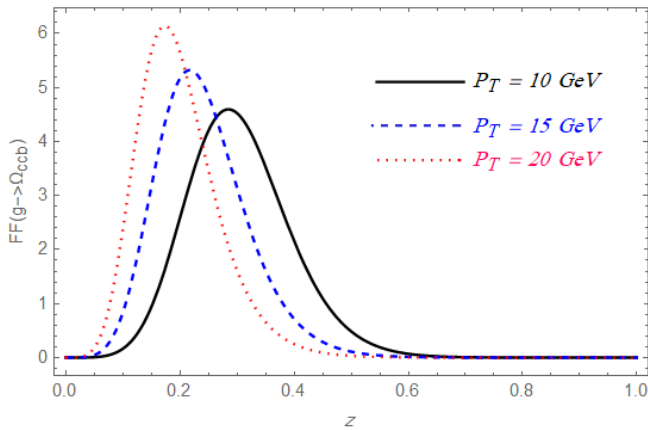
$$D_g^{\Omega_{ccb}}(z, \mu_0) = N \left[ \frac{z(1-z)^2}{(m_\Omega^2 + z^2 p_T^2)^2} \sum_{p_i \rightarrow \langle p_i \rangle} |\Gamma|^2 \right] \quad (11)$$

که  $N = [12\lambda m_c^2 m_b^2 m_\Omega^2 C_F^2 \pi^2 \alpha_s^2 (2m_b)_\alpha (2m_c)_\alpha] / 3$  اما مقدار آن به کمک شرط بهنجارش  $\int D(z) dz = 1$  تعیین می‌شود [۴]. در رابطه فوق،  $\mu_0 = m_\Omega$  مقیاس اولیه ترکش بوده که برابر با (حداقل انرژی لازم جهت تولید باریون خروجی) در نظر گرفته می‌شود.

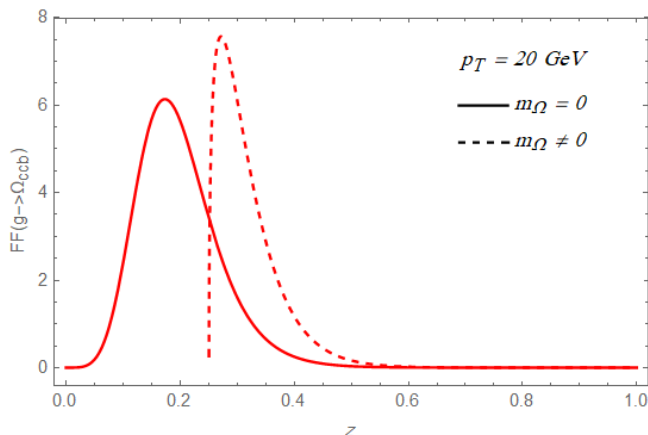
### اثر جرم باریون بر تابع ترکش

در حالت عمومی، پارامتر ترکش در چار-چوب مخروط نوری به صورت  $z = (\bar{P}_0 + \bar{P}_L) / (p_0 + p_L) = \bar{P}^+ / p^+$  در آن  $\bar{P}^+$  و  $p^+$  ترکیبی از مؤلفه‌های اول و سوم چار-بردار تکانه-

که دیده می‌شود اثر جرم باریون یک آستانه‌ای را برای تولید باریون معرفی می‌کند که در فرآیندهای ترکش با تکانه عرضی زیاد، این آستانه به مقادیر کوچکتر  $Z$  میل خواهد کرد.



شکل ۲: رفتار تابع ترکش گلوئون به مزون  $\Omega_{ccb}$  در نظریه  $QCD$  احتمالی به ازای سه مقدار متفاوت تکانه عرضی گلوئون:  $p_T = 10 \text{ GeV}$  (خط ممتد)،  $p_T = 15 \text{ GeV}$  (نمودار خط چین) و  $p_T = 20 \text{ GeV}$  (نمودار نقطه چین).



شکل ۳: نمودار تابع ترکش باریون  $\Omega_{ccb}$  برای حالت‌های  $m_\Omega = 0$  و  $m_\Omega \neq 0$  به ازای  $p_T = 20 \text{ GeV}$ .

## ۵. مراجع‌ها

- [۱] M. A. Gomshi Nobary, R. Sepahvand, Phys. Rev. D. ۷۱ (۲۰۰۵) ۰۳۴۰۲۴  
 [۲] E. Bratten, K m Cheung, S Fleming, and T C Yuan, Phys, Rev, D ۵۱ (۱۹۹۵) ۴۸۱۹.  
 [۳] J D Bjorken, Phys. Rev. D ۱۷ (۱۹۷۸) ۱۷۱.  
 [۴] M. A. Gomshi Nobary, R. Sepahvand, Nucl. Phys. B. ۳۴ (۲۰۰۶) ۷۴۱.  
 [۵] M. A. Gomshi Nobary and R. Sepahvand, Phys. Rev. D ۷۶, ۱۱۴۰۰۶ (۲۰۰۷).  
 [۶] C. Patrignani et al. (Particle Data Group), Review of particle physics, Chin. Phys. C ۴۰, ۱۰۰۰۰۱ (۲۰۱۶).  
 [۷] V.N. Gribov, L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. ۱۵, ۴۳۸ (۱۹۷۲) [Yad. Fiz. ۱۵, ۷۸۱ (۱۹۷۲)]

اما از آنجایی که کمیت قابل اندازه‌گیری آزمایشگاهی، سنج  $Z$  است، لذا رابطه قبل را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$D_g^\Omega(\bar{z}, \mu) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma(z(\bar{z}))}{dz} \frac{dz}{d\bar{z}} \Rightarrow$$

$$D_g^\Omega(z, \mu) = D_g^\Omega(\bar{z}, \mu) \frac{d\bar{z}}{dz}. \quad (۱۹)$$

بنابراین تابع ترکش در حضور جرم باریون به صورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$D_g^\Omega(z, \mu) = D_g^\Omega(\bar{z}, \mu)^{1+\frac{\eta}{\gamma}} = D_g^\Omega(\bar{z}, \mu) \frac{\sqrt{1 - \frac{m_\Omega^2}{z^2 p_T^2}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{m_\Omega^2}{z^2 p_T^2}}}. \quad (۲۰)$$

که در آن  $D_g^\Omega(\bar{z}, \mu)$  تابع ترکش به دست آمده از رابطه (۱۱) به ازای متغیر  $\bar{z}$  (رابطه ۱۳) است. همچنین اثر جرم باریون در تابع ترکش، منجر به مقادیر حداقلی برای تغییرات  $Z$  خواهد شد (آستانه ترکش). به عبارتی مقادیر مجاز  $Z$  عبارتند از:

$$\frac{m_\Omega}{p_T} < z \leq 1. \quad (۲۱)$$

## آنالیز عددی و نتیجه‌گیری

در کار حاضر، ابتدا تابع ترکش گلوئون به باریون  $\Omega_{ccb}$  را در مقیاس اولیه ترکش محاسبه کردیم که برای رفتن به مقیاس‌های بالاتر انرژی می‌توان از دسته معادلات آلتارلی-پاریزی استفاده کرد [۷]. در ادامه، اثر جرم باریون را بر روی تابع ترکش حساب کردیم. به منظور محاسبات عددی و با توجه به مرجع [۶]، مقادیر عددی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$m_c = ۱.۶۷ \text{ GeV}, \quad \alpha_s(2m_c) = ۰.۲۶, \quad f_\Omega = ۰.۲۵ \text{ GeV}$$

$$m_b = ۴.۷۸ \text{ GeV}, \quad \alpha_s(2m_b) = ۰.۱۸, \quad C_F = ۷/۶ \quad (۲۲)$$

در شکل ۲، تابع ترکش گلوئون به باریون  $\Omega_{ccb}$  را به ازای سه تکانه عرضی متفاوت رسم کرده‌ایم. همانگونه که مشاهده می‌شود توزیع تابع ترکش به تکانه عرضی گلوئون اولیه وابسته است. با افزایش تکانه عرضی گلوئون، مقدار بیشینه تابع ترکش افزایش یافته و همزمان به سمت مقادیر  $Z$  کمتر متمایل می‌شود. به عبارت دیگر، با افزایش تکانه عرضی گلوئون اولیه احتمال تولید باریون با کسر انرژی حمل شده کمتر، افزایش خواهد یافت. در شکل ۳ تغییرات تابع ترکش باریون  $\Omega_{ccb}$  را برای حالت‌های  $m_\Omega = 0$  و  $m_\Omega \neq 0$  به ازای تکانه عرضی  $20 \text{ GeV}$  رسم کرده‌ایم. همانگونه

## اثر اصلاحات غیر اختلالی روی پایداری سیاه چاله کر-نیومن-گودل

پورحسن، بهنام<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک دانشگاه دامغان، دامغان

### چکیده

در این مقاله، اثر اصلاحات کوانتومی غیر اختلالی که به صورت یک جمله نمایی در انتروپی ظاهر می‌شود روی ترمودینامیک سیاه چاله کر-نیومن-گودل مورد بررسی قرار می‌گیرد. به طور خاص، قانون اول ترمودینامیک و گرمای ویژه در حجم ثابت مورد مطالعه قرار گرفته تا اثر اصلاحات غیر اختلالی روی پایداری ترمودینامیکی سیاه چاله تحقیق شود. در این مقاله نشان داده می‌شود که اثرات کوانتومی غیر اختلالی منجر به ناپایداری سیاه چاله کر-نیومن-گودل خواهد شد.

## Effect of non-perturbative corrections on the Kerr-Newmann-Godel black hole stability

Pourhassan, Behnam<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Physics, Damghan University, Damghan

### Abstract

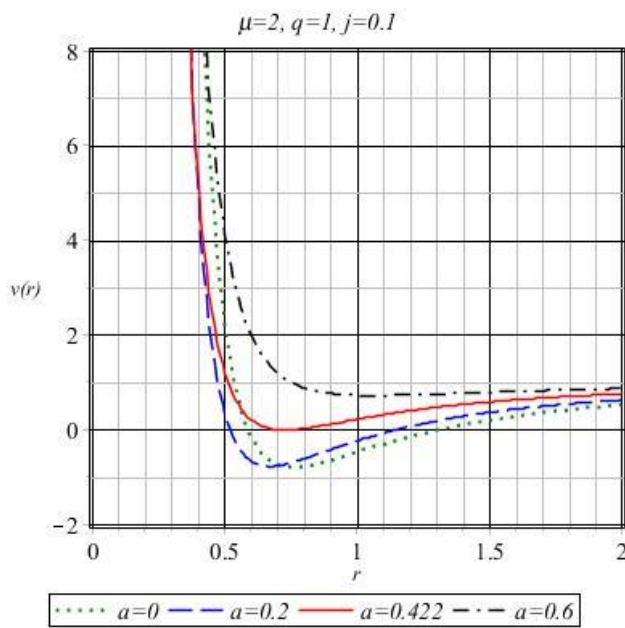
*This paper investigated non-perturbative quantum corrections, which appear as exponential term in the entropy, on Kerr-Newmann-Godel black hole thermodynamics. Specially, the first law of thermodynamics and specific heat at constant volume studied to obtain the effect of non-perturbative corrections on the black hole thermodynamics stability. This paper shows that non-perturbative quantum corrections yield to instability of Kerr-Newmann-Godel black hole.*

PACS No. 4, 5.

### مقدمه

سیستم تغییر پیدا کند، کلیه روابط ترمودینامیکی از آن تاثیر می‌پذیرند و تغییر می‌کنند. این جملات برای تمام سیاه چاله‌ها می‌توانند لحاظ شوند ولی برای سیاه چاله‌های بزرگ بی‌اهمیت و قابل چشم پوشی بوده ولی برای سیاه چاله‌های کوچک دارای اهمیت هستند [۵]. بنابراین، مطالعه ترمودینامیک سیاه چاله‌ها با انتروپی اصلاح شده کوانتومی می‌تواند گامی در جهت نظریه گرانش کوانتومی باشد. پیش از این سیاه چاله‌های مختلفی در حضور انتروپی اصلاح شده اختلالی (لگاریتمی) مورد مطالعه قرار گرفته‌اند [۶-۱۰] ولی هنوز اثرات غیر اختلالی که به صورت نمایی در انتروپی ظاهر می‌شوند به خوبی مورد بررسی قرار نگرفته است. یکی از اولین پژوهش‌ها در این زمینه در مورد سیاه چاله برون-اینفلد انجام شده است [۱۱]. اکنون، در این مقاله می‌خواهیم یک سیاه چاله کر-نیومن-گودل [۱۲، ۱۳] را در نظر بگیریم. پارامترهای مهم این سیاه چاله، چرخش، بار الکتریکی و جرم هستند به طوری که سیاه چاله

مطالعه فیزیک سیاه چاله‌ها از موضوعات بسیار جالب در فیزیک انرژی‌های بالا است. یکی از راه‌های متداول برای شناخت سیاه چاله‌ها مطالعه ترمودینامیک آن‌هاست [۱]. با توجه به اینکه ما هیچ گونه دسترسی به داخل یک سیاه چاله نداریم، استفاده از اصول هولوگرافی و اطلاعات روی مرز سیاه چاله خبر از سر درون آن‌ها می‌دهد. همان گونه که می‌دانیم، انتروپی یک سیاه چاله متناسب با مساحت افق رویداد سیاه چاله است. با این حال، اثرات کوانتومی می‌تواند این رابطه را دستخوش تغییر کند [۲]. اصلاحات انتروپی در پایین‌ترین مرتبه بسط اختلالی می‌تواند به صورت لگاریتمی باشد [۳] در حالی که اصلاحات مرتبه بالاتر آن متناسب با توان‌هایی از معکوس مساحت سیاه چاله است [۴]. از طرفی اصلاحات غیر اختلالی به شکل نمایی ظاهر می‌شوند [۲]. در نتیجه وقتی انتروپی



شکل ۱: ساختار افق رویداد سیاه چاله کر-نیومن-گودل

پارامترهای ذکر شده نقشی اساسی در ساختار هندسی دارند. با توجه به مقادیر آن‌ها می‌توانیم یک سیاه چاله با دو افق، یکی داخلی ( $r_-$ ) و دیگری خارجی ( $r_+$ ) داشته باشیم. نقطه چین سبز و خط چین آبی در شکل ۱ چنین حالتی را نشان می‌دهند. در حالتی که  $r_- = r_+$  باشد فقط یک افق رویداد خواهیم داشت که حالت اکستریمال سیاه چاله است (خط قرمز در شکل ۱ را ببینید). همچنین با افزایش پارامتر دوران می‌توانیم یک تکینگی برهنه داشته باشیم که با نقطه خط چین مشکی در شکل ۱ نشان داده شده است.

افق رویداد این سیاه چاله از رابطه  $v(r) = 0$  به دست می‌آید، در حالتی که دو افق داخلی و خارجی وجود داشته باشد برای شعاع افق رویداد خارجی خواهیم داشت،

$$r_+^2 = \delta_1 + \sqrt{\delta_2 \delta_3} \quad (12)$$

که

$$\delta_1 = \mu - 4j(\mu + a)a - 8j^2(\mu + q)(\mu + 2q) \quad (13)$$

$$\delta_2 = \mu - q - 8j^2(\mu + q)^2 \quad (14)$$

$$\delta_3 = \mu + q - 2a^2 - 8j(\mu + 2q)a - 8j^2(\mu + 2q)^2 \quad (15)$$

با توجه به اینکه پارامترهای ترمودینامیکی بر حسب شعاع افق بیان می‌شوند، اطلاع از ساختار افق سیاه چاله در مطالعه ترمودینامیک آن بسیار مهم است. ما از این اطلاعات در بخش‌های بعدی در بررسی پایداری سیاه چاله استفاده خواهیم کرد.

گودل باردار چرخان نیز نامیده می‌شود [۱۲]. پیش از این، ترمودینامیک و مکانیک آماری سیاه چاله گودل با اصلاحات اختلالی انتروپی مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۴، ۱۵]. اکنون در این مقاله اصلاح‌نمایی در انتروپی در نظر گرفته می‌شود و گرمای ویژه که از کمیت‌های مهم ترمودینامیکی در مطالعه پایداری سیاه چاله است محاسبه می‌گردد. ما انتظار داریم این اصلاحات کوانتومی باعث تغییر فاز سیاه چاله در حد جرم‌های کوچک شود.

### سیاه چاله کر-نیومن-گودل

سیاه چاله گودل چرخان باردار یا به عبارتی همان سیاه چاله کر-نیومن-گودل با متریک زیر توصیف می‌شود،

$$ds^2 = -f(r)dX^2 + dY^2 + \frac{dr^2}{v(r)} + \frac{1}{4}d\Omega^2 \quad (1)$$

که در آن

$$dX^2 = \left[ dt + \frac{h(r)}{f(r)}(d\phi \cos \theta d\psi) \right]^2 \quad (2)$$

$$dY^2 = \frac{r^2 v(r)}{4f(r)}(d\phi \cos \theta d\psi)^2 \quad (3)$$

و

$$d\Omega^2 = r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (4)$$

همچنین،

$$f(r) = 1 - \frac{2\mu}{r^2} + \frac{q^2}{r^4} \quad (5)$$

$$h(r) = jr^2 + 3jq + \frac{(2\mu - q)a}{2r^2} - \frac{aq^2}{r^4} \quad (6)$$

و

$$v(r) = 1 - \frac{2\mu}{r^2} + \frac{x}{r^2} + \frac{q^2 y + 2(\mu - q)a^2}{r^4} \quad (7)$$

که

$$x = 8j(\mu + q)[a + 2j(\mu + 2q)] \quad (8)$$

$$y = [1 - 16ja - 8j^2(\mu + 3q)] \quad (9)$$

در این روابط پارامترهای  $\mu$ ،  $a$  و  $q$  به ترتیب مربوط به جرم، تکانه زاویه‌ای و بار سیاه چاله هستند. همچنین  $j$  پارامتر چرخش جهانی است که به جهان گودل معروف است [۱۶] و سیاه چاله کر-نیومن درون آن قرار دارد.

سرعت زاویه‌ای این سیاه چاله با رابطه زیر داده می‌شود

$$\Omega_\phi = \frac{h(r)}{U(r)} \quad (10)$$

که

$$U(r) = \frac{r^2 v(r) - 4h^2(r)}{4f(r)} \quad (11)$$

## اصلاحات غیر اختلالی

انتروی اصلاح شده سیاه چاله کر-نیومن-گودل نیز با توجه به (۱۸) به صورت زیر نوشته می شود

$$S = \pi^2 r_+^2 \sqrt{U(r_+)} + \eta e^{-\pi^2 r_+^2 \sqrt{U(r_+)}} \quad (20)$$

این رابطه باعث می شود تا قانون اول ترمودینامیک به شکل استاندارد خود نقض شود، با این حال می توانیم با معرفی یک متغیر ترمودینامیکی جدید که همیوغ پارامتر اصلاح غیر اختلالی است، قانون اول ترمودینامیک را برقرار کنیم:

$$dM = TdS + \Omega_\phi dJ + \Phi dQ + Wdj - \eta d\Theta \quad (21)$$

که  $M$  جرم سیاه چاله است و با رابطه زیر داده می شود [۱۲]،

$$\frac{M}{\pi} = \frac{3}{4}\mu - j(\mu + q)a - 2j^2(\mu + q)(4\mu + 5q) \quad (22)$$

این جرم همان نقش انرژی درونی ( $E$ ) را برای سیستم ترمودینامیکی دارد. رابطه (۲۲) برای سیاه چاله های معمولی بدون بار و بدون چرخش به شکل آشنای  $dE = TdS$  تبدیل می شود. تکانه زاویه ای سیاه چاله کر-نیومن-گودل با رابطه زیر داده می شود،

$$\frac{J}{\pi} = aJ_1 + J_2 \quad (23)$$

$$J_1 = \mu - \frac{q}{2} - 2j(\mu - q)a - 8j^2(\mu^2 - q^2 + \mu q) \quad (24)$$

$$J_2 = 8j^2(3\mu + 5q)q^2 - 3jq^2 \quad (25)$$

به علاوه، بار سیاه چاله با رابطه زیر داده می شود

$$Q = \frac{\sqrt{3}\pi}{2}(q - 4j(\mu + q)a - 8j^2(\mu + q)q) \quad (26)$$

کمیت ترمودینامیکی همیوغ بار، پتانسیل الکتروستاتیک است که با رابطه زیر نشان داده می شود،

$$\Phi = \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{q}{r_+^2} + \left( jr_+^2 + 2jq - \frac{qa}{2r_+^2} \right) \frac{h(r_+)}{U(r_+)} \right) \quad (27)$$

همچنین پتانسیل تعمیم یافته  $W$  که کمیت همیوغ پارامتر گودل است با رابطه زیر داده می شود،

$$W = 2\pi(\mu + q)(a + 2j(\mu + 2q)) \quad (28)$$

اگر اصلاحات غیر اختلالی را نادیده بگیریم، قانون دوم به صورت  $dM = TdS_0 + \Omega_\phi dJ + \Phi dQ + Wdj$  برقرار خواهد بود، ولی حضور جمله نمایی باعث می شود تا برای برقراری قانون دوم مجبور به تعریف یک کمیت جدید به شکل زیر باشیم،

$$\Theta = \int T e^{-S_0} dS_0 \quad (29)$$

همانگونه که می دانیم، اختلالات گرمایی برای به دست آوردن اصلاحات کوانتومی اختلالی در هندسه سیاه چاله ها استفاده می شود. این اصلاحات از میکرواحالت های ( $\Omega$ ) نظریه میدان همدیس به دست می آیند و در پایین ترین مرتبه به شکل لگاریتمی ظاهر می شوند. با این حال، ضرایب اصلاح با توجه به نوع نظریه گرانشی و نوع سیاه چاله متفاوت خواهند بود. به عبارت دیگر

$$S_{\text{اختلالی}} = f(\Omega) \sim \ln S_0 \quad (16)$$

که  $f(\Omega)$  تابعی از میکرواحالت ها و  $S_0$  انتروی تعادلی سیاه چاله است. این اصلاحات با بررسی اختلالات کوچک حول نقطه تعادل به دست می آیند و اهمیت آن ها برای سیاه چاله های کوچک قابل ذکر است. به عبارت دیگر، وقتی یک سیاه چاله به دلیل تابش هاوکینگ، پس از گذشت زمان کوچک می شود، اثر اختلالات گرمایی مهم می شود به طوری که این اصلاحات برای سیاه چاله های بزرگ قابل صرف نظر کردن هستند. با این حال با کاهش بیش از حد اندازه سیاه چاله، علاوه بر اصلاحات اختلالی باید اصلاحات غیر اختلالی را نیز در نظر بگیریم که مربوط به حالت غیر تعادلی سیستم می شوند. این اصلاحات غیر اختلالی نیز انتروی اولیه سیاه چاله را تغییر می دهند و اخیرا اثبات شده است که این اصلاحات غیر اختلالی به صورت نمایی هستند [۲]

$$S_{\text{غیراختلالی}} = \frac{1}{\Omega} \sim e^{-S_0} \quad (17)$$

ما با معرفی پارامتر اصلاح  $\eta$ ، انتروی اصلاح شده را به صورت زیر معرفی می کنیم

$$S = S_0 + \eta e^{-S_0} \quad (18)$$

پارامتر  $\eta$  اهمیت اصلاحات غیر اختلالی را نشان می دهد و مقدار آن طوری فیکس می شود که اصلاحات غیر اختلالی برای سیاه چاله های بزرگ قابل چشم پوشی باشد.

## ترمودینامیک اصلاح شده

دمای سیاه چاله کر-نیومن-گودل با رابطه زیر داده می شود،

$$T = \frac{r_+ v'(r_+)}{8\pi \sqrt{U(r_+)}} \quad (19)$$

که  $v(r_+)$  از رابطه (۷) به دست می آید و پریم مشتق نسبت به  $r_+$  را نشان می دهد.

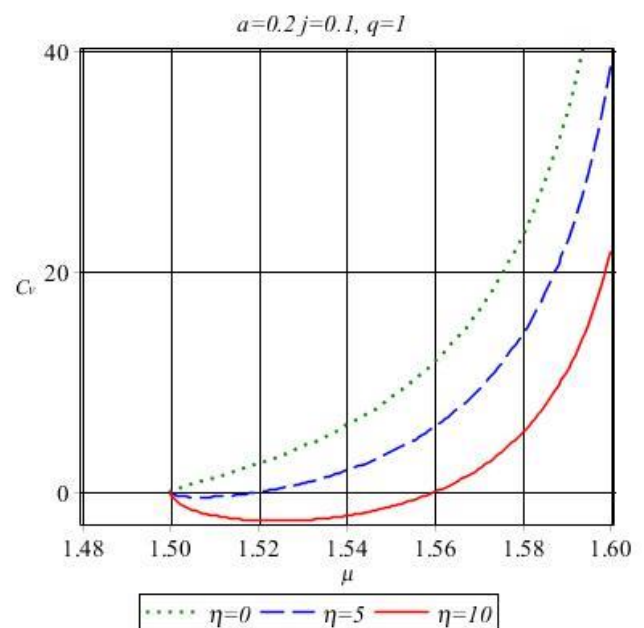
## پایداری ترمودینامیکی

اولین قدم در مطالعه پایداری ترمودینامیکی سیاه چاله، محاسبه گرمای ویژه در حجم ثابت است. ما با بررسی علامت گرمای ویژه می‌توانیم به وضعیت سیاه چاله پی ببریم. اگر گرمای ویژه مقداری منفی داشته باشد به این معنی است که با از دست دادن انرژی گرمتر می‌شود و پس از افزایش بیش از حد دما به نابودی سیاه چاله می‌انجامد. بنابراین اگر علامت گرمای ویژه منفی باشد سیاه چاله از نظر ترمودینامیکی ناپایدار است و تبخیر خواهد شد. از طرف دیگر اگر گرمای ویژه مقداری مثبت داشته باشد همانند یک سیستم ترمودینامیکی معمولی رفتار کرده و می‌گوییم که سیاه چاله در فاز پایدار است.

گرمای ویژه در حجم ثابت با رابطه زیر داده می‌شود

$$C_v = T \left( \frac{dS}{dT} \right)_v = C_{v0} (1 - \eta e^{-S_0}) \quad (30)$$

که  $C_{v0} = T \left( \frac{dS_0}{dT} \right)_v$  گرمای ویژه اصلاح نشده است. در شکل ۲ رفتار گرمای ویژه را با فیکس کردن پارامترهای مربوط به بار، دوران و گودل به صورت تابعی از پارامتر جرم رسم نموده ایم. این نمودار برای مقادیر مختلف پارامتر اصلاح رسم شده تا کمیت اصلاح شده و غیر اصلاحی قابل مقایسه باشند. نقطه چین سبز رنگ حالت اصلاح نشده را نمایش می‌دهد.



شکل ۲: گرمای ویژه در حجم ثابت برای سیاه چاله کر-نیومن-گودل

همانگونه که مشاهده می‌کنیم نقطه چین سبز رنگ کاملاً در ناحیه مثبت است که نشان دهنده پایداری کامل سیاه چاله است. یعنی اگر اصلاحات کوانتومی غیر اختلالی را در نظر بگیریم، سیاه چاله ظاهراً در فاز پایدار باقی خواهد ماند. اما در نظر گرفتن اثرات کوانتومی غیر اختلالی منجر به ناپایداری سیاه چاله خواهد شد.

## نتیجه گیری

به تازگی نشان داده شده است که اصلاحات کوانتومی غیر اختلالی به صورت یک جمله نمایی در انتروپی سیاه چاله ظاهر می‌شود. اثر این جمله اصلاحی روی ترمودینامیک سیاه چاله‌ها هنوز به خوبی تحقیق نشده است. در این مقاله، یک سیاه چاله چرخان و باردار در فضا-زمان گودل در نظر گرفته شد تا اثر اصلاحات کوانتومی غیر اختلالی روی پایداری ترمودینامیکی آن تحقیق شود. این مقاله نشان داد که قانون اول ترمودینامیک با معرفی یک کمیت ترمودینامیکی جدید متناظر با اثرات کوانتومی غیر اختلالی برقرار می‌ماند. نمودار گرمای ویژه در حجم ثابت (شکل ۲) نشان داد که از نظر کلاسیکی، با کاهش جرم سیاه چاله به دلیل تابش هاوکینگ گرمای ویژه نیز کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. در این مرحله تابش هاوکینگ متوقف شده و سیاه چاله با یک جرم ثابت کمینه باقی می‌ماند. اما با در نظر گرفتن اثرات کوانتومی، سیاه چاله قبل از رسیدن به این جرم کمینه به فاز ناپایدار رفته و از بین می‌رود، با این حال جرمی معادل با جرم کمینه از آن باقی می‌ماند که می‌تواند پاسخی در جهت تناقض گم شدن اطلاعات در سیاه چاله باشد.

## مرجع‌ها

- [1] J.M. Bardeen, B. Carter, S.W. Hawking, Commun. Math. Phys. 31 (1973) 161
- [2] A. Chatterjee, A. Ghosh, Phys. Rev. Lett. 125 (2020) 041302
- [3] R. K. Kaul and P. Majumdar, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 5255
- [4] S. S. More, Class. Quant. Grav. 22 (2005) 4129.
- [5] B. Pourhassan, M. Faizal, S. Capozziello, Annals of Phys. (2017)
- [6] B. Pourhassan, M. Faizal, Nucl. Phys. B 913, (2016) 834
- [7] J. Sadeghi, B. Pourhassan, M. Rostami, Phys. Rev. D 94 (2016) 064006
- [8] B. Pourhassan, M. Faizal, Phys. Lett. B 755 (2016) 444
- [9] B. Pourhassan, M. Faizal, U. Debnath, Eur. Phys. J. C 76 (2016) 145
- [10] M. Faizal, B. Pourhassan, Phys. Lett. B 751 (2015) 487
- [11] B. Pourhassan, M. Dehghani, M. Faizal, S. Dey, Class. Quant. Grav. (2021)
- [12] S-Q. Wu, Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 121301
- [13] S-Q. Wu, J-J. Peng, Phys. Rev. D 83 (2011) 044028
- [14] A. Pourdarvish, J. Sadeghi, H. Farahani, B. Pourhassan, Int. J. Theor. Phys. 52 (2013) 3560
- [15] B. Pourhassan, K. Kokabi, Z. Sabery, Annals of Physics 399 (2018) 181
- [16] K. Gödel, Rev. Mod. Phys. 21 (1949) 447

## کوانتشن کانونی ژئودزیک‌های BMS سه بعدی

دهقانی، مهدی<sup>۱</sup>؛ مردانی، مریم<sup>۲</sup>؛ ابرقویی نژاد، سلمان<sup>۳</sup><sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهرکرد[dehghani@sku.ac.ir](mailto:dehghani@sku.ac.ir)<sup>۲</sup> دانش‌آموخته دکترای فیزیک دانشگاه مازندران[m64mardaani@gmail.com](mailto:m64mardaani@gmail.com)<sup>۳</sup> محقق پسادکتر گروه فیزیک، دانشگاه فدرال پرنامبوکو، ۵۰۶۷۰-۹۰۱، رسیف، برزیل[salmanabar@df.ufpe.br](mailto:salmanabar@df.ufpe.br)

## چکیده

ذره آزادی که تحت تاثیر متریک BMS در سه بعد فضا-زمان حرکت می‌کند در نظر گرفته شده است. هامیلتونی این ذره محاسبه شده و فضای فاز کلاسیکی و ساختار آن را پیدا کرده‌ایم. با روش کوانتشن کانونی دستگاه‌های مقید نوع دوم شکل کوانتشی هامیلتونی را به صورت تابعی غیرخطی از عملگر انرژی جنبشی و نمایش عملگرهای اساسی آن را یافتیم. در بررسی ابتدایی خود به مجموعه معادلات موجی برای وضعیت فرانسیتی ذره در این پس‌زمینه کوانتشی شده دست پیدا کردیم.

## Canonical Quantization for Geodesics of 3D-BMS

Dehghani, Mehdi<sup>1</sup>; Mardaani, Maryam<sup>2</sup>Abarghouei Nejad, Salman<sup>3</sup><sup>1</sup> Department of Physics, Faculty of Science, University of Shahrekord, Shahrekord.<sup>2</sup> PhD graduated, Mazandaran University<sup>3</sup> Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 50670-901, Recife, Brazil

## Abstract

A free particle which influenced by BMS metric in 3D space-time is considered. The Hamiltonian of the particle is calculated and the structure of the classical phase space derived. By the canonical quantization of second-class constrained systems, approach the quantized Hamiltonian is derived which is a nonlinear function of kinetic energy operator. In addition, we construct the representation of fundamental operator of the system. In first sight, we derive a set of wave equations in ultra-relativistic regime, in quantized background.

PACS No

## مقدمه

تقارنی مجانبی فضای مینکوفسکی، گروهی از ابرریختی‌های بزرگ است که به گروه BMS مشهور شده است [۲]. همان گونه که می‌دانیم نمایش‌های گروه پوانکاره نقش مهمی را در طبقه بندی ذرات بر حسب اسپین و جرمشان دارند. این موضوع، انگیزه‌ای را برای درک نمایش‌های گروه BMS و ارتباط آن با ذرات بنیادی ایجاد می‌کند [۳]. دیدگاه ما در این کار البته بررسی امکان استخراج حالت اسپینی برای ذره در این پس‌زمینه، پس از کوانتشن است. در فضا-زمان مینکوفسکی، بدون گرانش، همه‌ی کمیت‌های مورد نظر، نمایش‌های پوانکاره را تشکیل می‌دهند و

موضوع تقارن‌های مجانبی در نظریات گرانشی، زمینه‌ی فعال پژوهشی در چند سال اخیر بوده است. یکی از انگیزه‌های اصلی برای مطالعه‌ی ساختار مجانبی مرز فضا-زمان، خصوصیات نظریه‌های کاندید برای گرانش کوانتشی است. گروه تقارن فضا-زمان تخت مجانب گونه‌ی چهار بعدی، در بی‌نهایت تهی، گروه BMS نامیده می‌شود. در حدود پنجاه سال پیش بانندی، ساخس و متزنر ویژگی‌های تابش گرانشی در بی‌نهایت آینده را توصیف کردند [۱]. این کار نشان داد که گروه

که عبارت در مخرج به منظور ساده‌نویسی به کار گرفته شده است و جنبه فیزیکی خاصی ندارد. ولی معادله اول از مجموعه معرفی کننده مختصات BMS در (۲) یک قید اولیه  $\dot{u} + \dot{r} = 1$  در اختیارمان قرار می‌دهد که برای نوشتن و ساده کردن روابط بالا استفاده شده است. هامیلتونی کانونی این سیستم با استفاده از معادلات (۴) و تبدیل لژاندر عبارتست از:

$$H_c = 2p - \frac{p^2 - m^2}{h} - \frac{l^2}{r^2 h}. \quad (5)$$

قید فضای پیکربندی به عنوان قید اولیه فضای فاز به صورت زیر یافته می‌شود.

$$\phi = H_c, \quad m \neq 0, h \neq 0, r \neq 0 \quad (6)$$

این تنها قید و لاجرم قید نوع اول دستگاه است. برای کوانتس دستگاه روش تثبیت آن را پی می‌گیریم. در این روش با انتخاب مدار پیمانه‌ای در کل فضای فاز، زیرفضای کاهش یافته و ساختار آن را پیدا کرده، هامیلتونی کانونی را در این زیرفضا نوشته و در نهایت کوانتس کانونی را انجام می‌دهیم.

برای تثبیت از هم‌ارز قید (۶) به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$\tilde{\phi} = h\phi \quad (7)$$

در تثبیت به این توجه می‌کنیم که  $u$  مختصه زمانی در مدل است و تثبیت و انتخاب پیمانه آن را به صورت پارامتر تحول مدل در می‌آورد و تکانه آن نیز تابع تحول دستگاه ذره‌ای یعنی هامیلتونی می‌شود. پیشنهاد به صورت زیر است و خودش شرط دیگری را به وجود نمی‌آورد.

$$\tilde{\phi}_{gf} = u - at, \quad 0 < a < 1. \quad (8)$$

با دقت به عبارت  $u$  بر حسب زمان ناظر حاضر در مبدا، می‌توان فهمید که انتخاب این پیمانه، ناظر روی مخروط نوری ( $a=0$ ) را به یک ناظر جرم‌دار تبدیل می‌کند.

$$\{\tilde{\phi}_{gf}, \tilde{\phi}\} = 2p, \quad H_T = -\frac{1}{2p}\tilde{\phi}. \quad (9)$$

از آنجایی که در زیرفضای فیزیکی که  $H_T \approx 0$  است کار می‌کنیم، هامیلتونی کل می‌تواند شکل معادله (۹) را داشته باشد و تابع تحول از زوج کانونی آن (۸) به شکل زیر حاصل شود.

$$h = \frac{1}{2p}(p^2 - m^2 + \frac{l^2}{r^2}), \quad (10)$$

پس از استخراج معادله کوانتمی دیراک این امر به وضوح دیده می‌شود. جدای از خواص جبری و نتایج غنی فیزیکی این تقارن، می‌توان آن را با دیدگاه ذره آزمون و فضای فاز آن که می‌تواند خواص تقارنی آن فضا را متحقق کند، بررسی کرد. این پژوهش نقطه شروعی برای انجام این کار است. ذره‌ای آزاد از هرگونه پتانسیل خارجی در این پس‌زمینه نهاده می‌شود و قصد داریم پس از کوانتس آن با بررسی فضای حالت‌های ذره اثر حضور ذره در این فضا را ببینیم. در مکانیک کلاسیک ذره بر ژئودزیک‌ها زندگی می‌کند و پس از کوانتس بر بافت کوانتمی شده فضا زمان، از این رو انجام این کار را به کوانتس ژئودزیک‌های این فضا تعبیر می‌کنیم.

### کوانتس ذره در پس‌زمینه BMS

قصد داریم مدلی را کوانتمی کنیم که در آن ذره‌ای به جرم سکون  $m$  در فضای BMS سه بعدی زندگی می‌کند. در واقع هدف نوشتن هامیلتونی، یافتن فضای فاز و ساختار آن برای این ذره و کوانتس آن است. به گونه‌ای که ژئودزیک‌های کلاسیکی‌ای که ذره روی آن‌ها زندگی می‌کند را کوانتومی کرده و طیف انرژی ذره آزاد آن را محاسبه کنیم.

جزء طول در فضای BMS را به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$ds^2 = -du^2 - 2dudr + r^2 d\phi^2 \quad (1)$$

که در آن مختصات BMS با دکارتی و زمان رابطه زیر را دارد.

$$u = t - r, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad re^{i\phi} = x + iy. \quad (2)$$

مختصه  $u$  زمان در این متریک و  $r$  مختصه‌ی اندازه‌گیری کننده‌ی فاصله تا ناظر حاضر در مبدا صفحه‌ی  $xy$  است و زاویه‌ی قطبی اندازه‌گیری کننده‌ی جهت‌گیری نقطه نسبت به محور  $x$  است.

کنش ناوردای ذره و لاگرانژی آن عبارت زیر است.

$$S = \int L dt, \quad L = m\sqrt{-\dot{u}^2 - 2\dot{u}\dot{r} + r^2\dot{\phi}^2}. \quad (3)$$

با دقت به این لاگرانژی، می‌توان پی برد که ذات آن یک مدل تکین است و ساختار جبری فضای فاز آن الزاما هم‌تافته نیست. با استفاده از آن می‌توان تکانه‌ها را به صورت زیر به دست آورد.

$$p = -\frac{m^2\dot{u}}{L}, \quad h = -\frac{m^2}{L}, \quad l = \frac{m^2 r^2 \dot{\phi}}{L}. \quad (4)$$



فضایی است که مختصاتی تخت، یعنی بدون انحنای ذاتی دارد، و در نتیجه هامیلتونی ذره به شکل معادله‌ی (۱۰) است.

### کوانتش و معادله موج کوانتمی

در گام بعدی، با استفاده از گروه‌های دیراک، هامیلتونی و جابجاگرهای اساسی کوانتمی یافته می‌شوند.

$$h = \frac{1}{4}(p^{-1}A + Ap^{-1}), \quad A = p^2 - m^2 + \frac{l^2}{r^2}, \quad (14)$$

می‌توان عملگرهای تکانه در بخش مکان را به صورت دیفرانسیل معمول زیر نمایش داد.

$$p = -i\partial_r, \quad l = -i\partial_\phi. \quad (15)$$

سپس، با استفاده از شکل کوانتمی جبر متغیرهای اساسی با هامیلتونی،

$$[p, h] = i\frac{l^2}{2}(p^{-1}r^3 + r^3p^{-1}),$$

$$[r, h] = i - \frac{i}{2}(hp^{-1} + p^{-1}h), \quad (16)$$

$$[\phi, h] = i\frac{l}{2}(p^{-1}r^2 + r^2p^{-1}).$$

به کمک این جابجاگرها می‌توان روابط جابجایی زیر را بین هامیلتونی و تکانه شعاعی محاسبه کرد.

$$ph = \frac{1}{4}(2A + [p, A]p^{-1}),$$

...

$$p^{n+1}h = \frac{1}{4}(2p^n A + p^{n-1}[p, A] + \dots) \quad (17)$$

$$+ [p, [p, \dots [p, A] \dots] p^{-1}].$$

این اتحادهای عملگری کمک می‌کنند تا حد فرانسیتی برای دستگاه کوانتمی (۱۴) را معرفی کرده و آن را در این حد حل کنیم.

### حد فرانسیتی

در این مدل  $m$  مقیاس جرم، انرژی و تکانه است. حال اگر دو طرف روابط (۱۷) را در توان‌های مناسبی از  $m$  ضرب کرده و کمیت‌های بدون بعد بسازیم، ملاحظه خواهد شد که همه‌ی جملات سمت راست دارای تعداد مشترکی  $\frac{A}{m^2}$  و  $\frac{p}{m}$  هستند

در نتیجه یک هامیلتونی با پارامتر تحول (زمان)  $u$  داریم. که این پارامتر تحول از طریق تعریف زمان در فضای  $BMS$  بر حسب زمان ناظر مینکوفسکی در (۸) انتخاب شده است.

هامیلتونی ذره همان هامیلتونی در کل فضای فاز، البته با ساختار القا شده متفاوت بر روی زیرفضای کاهش یافته، است. این ساختار همانند متریک پادمتقارنی است که از کل فضای فاز به این زیرفضا (یا همان مدار پیمانانه‌ای که توسط شرط  $\tilde{\phi}_{gf}$  انتخاب شده است) القا می‌شود. به این ساختار، همتافته می‌گویند که توسط فرمول گروه‌ی دیراک (مانند متریک القا شده)، با استفاده از گروه پواسون (مانند متریک کل فضا) که از طریق قیدهای نوع دوم محاسبه می‌شود، برای دستگاه دو-قیدی مورد نظر به صورت زیر است.

$$\{a, b\}^* = \{a, b\} - \frac{1}{\Delta}(\{a, \tilde{\phi}\} - \{b, \tilde{\phi}_{gf}\} - \tilde{\phi} \leftrightarrow \tilde{\phi}_{gf}) \quad (11)$$

$$\Delta = -2p$$

با استفاده از این رابطه، گروه دیراک زوج  $(u, h)$  صفر می‌شود. البته گروه دیراک  $u$ ، به عنوان یک قید نوع دوم با تمام دیگر متغیرهای فضای فاز صفر می‌شود که به معنای عدد کلاسیکی شدن آن در فرایند کوانتش است. قید معادل با  $\tilde{\phi}$  نیز یعنی هامیلتونی در کوانتش را می‌دهد.

گروه‌های دیراک  $h$  برای با متغیرهای اصلی باقیمانده، به شکل زیر حاصل می‌شوند.

$$\{r, h\}^* = 1 - \frac{h}{p}, \quad \{p, h\}^* = -\frac{l^2}{pr^3}, \quad \{\phi, h\}^* = \frac{l}{pr^2}. \quad (12)$$

اینها را با محاسبه مستقیم از ساختار زیر (۱۳) نیز می‌توان یافت. با استفاده از رابطه‌ی (۱۱) برای فضای فاز کاهش یافته‌ی  $(r, p, \phi, l)$  ساختار همتافته یافته می‌شود.

$$d\Omega = dr \otimes dp + d\phi \otimes dl. \quad (13)$$

ساختار همتافته‌ی (۱۳) برای فضای فاز کاهش یافته‌ی ذره بر روی  $BMS$  که از آن به متریک این فضا تعبیر شده است نشان می‌دهد که این فضا و حتی بخش فضایی آن  $(r, \phi)$  خمیده نیستند. به عبارت دیگر کوانتش ذره بر روی  $BMS$  همان کوانتش ذره بر

$$2\Psi_{(n+1)}^{(n+2)} - 4iE\Psi_{(n+1)}^{(n+1)} + 2m^2\Psi_{(n+1)}^{(n)} - j^2\left(\frac{1}{r^2}\Psi_{(n+1)}\right)^{(n)} \quad (22)$$

$$-j^2\sum_{n'=0}^n (n'+1)!\left(\frac{1}{r^{n'+2}}\Psi_{(n+1)}\right)^{(n-n')} = 0.$$

اندیس‌های داخل پرانتز اشاره به مرتبه‌ی حذف جمله‌ی آخر دارند و بالانویس‌های داخل پرانتز معرف مرتبه‌ی مشتق‌گیری نسبت به متغیر شعاعی  $r$  هستند. می‌توان از این رابطه برای یافتن تابع موج و طیف انرژی استفاده کرد. در واقع این معادله شرودینگر ذره فرا نسبیتی ما در پس‌زمینه‌ی BMS است، چیزی مثل معادله دیراک یا معادله کلاین گوردون و...

### نتایج

حل مجموعه معادلات (۲۲) به روش فروبینوس در نزدیک مبدا و استخراج رفتار جواب‌های آن در حال انجام است. با ملاحظه در (۲۲) می‌فهمیم که حضور ذره در BMS هیچ تاثیری در کوانتمی شدن طیف انرژی ندارد؛ یعنی در هر مرتبه‌ای مبادرت به حل آن کنیم طیف گسسته‌ای برای انرژی یافته نمی‌شود. حالت دستگاه با مقیاس انرژی  $m$  و بدون هیچ مقیاس دیگری همواره طیفی پیوسته دارد. همانند دیگر دستگاه‌های آزاد چه نسبیتی و چه غیرنسبیتی، انرژی گسسته نمی‌شود مگر آنکه شرط مرزی‌ای متناهی (یک طول متناهی به غیر از  $m^{-1}$ ) در مسئله وارد کنیم که در اینجا چنین چیزی نداریم. با این وجود تمرکز بر روی جواب‌ها در حالت  $m \rightarrow 0$  (هرچند مقدار دقیق  $m=0$  بنا بر (۳) و در (۶) غیرمجاز شناخته شده است) است که می‌تواند معرف فوتون باشد. در فضا و مختصات مینکوفسکی  $m$  معرف جرم سکون بود در اینجا نیز به همین گونه است. اما رابطه‌ی پاشندگی در اینجا متفاوت، غیرموضعی، است.

$$E = \frac{1}{p}\left(p^2 - m^2 + \frac{l^2}{\partial_p}\right). \quad (23)$$

### مرجع‌ها

- [1] H. Bondi, M. G. J. van der Burg, and A. W. K. Metzner, Proc. Roy. Soc. Lond. A269 (1962) 21  
 [۲] G. Barnich and B. Oblak, JHEP ۰۶ (۲۰۱۴) ۱۲۹.  
 [۳] Blagoje Oblak, BMS Particles in Three Dimensions, Cham. Springer, و برخی مراجع ذیل آن

به جز جمله‌ی آخر که دارای یک  $\frac{p}{m}$  اضافه است و مهمتر از آن حضور یک  $mp^{-1}$  اضافه در بیرون جابجاگرهای کوانتومی است. در حد فرانسیتی  $1 \ll \langle mp^{-1} \rangle$ ، حضور این عبارت در جمله‌ی آخر باعث می‌شود که بتوانیم استدلال کنیم این جمله هم‌مرتبه یا دارای مرتبه‌ای کمتر از بقیه‌ی جملات است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. حال با استفاده از این تقریب می‌توان معادلات موج منتج از معادله شرودینگر  $h\Psi = E\Psi$  را به صورت زیر نوشت و از آن طیف انرژی را استخراج کرد.

$$p^n (h\Psi^{(n)}) \cong \frac{1}{4}(2p^{n-1}A + p^{n-2}[p, A] + \dots + [p, [p, \dots [p, A]]])\Psi^{(n)}. \quad (18)$$

لازم به ذکر است که همچنان فاز زمانی جواب‌ها  $e^{-iEu}$  است. دقت کنید از آنجا که در عبارت هامیلتونی عملگر  $\hat{r}^{-2}$  وجود دارد که کار با آن دشوارتر از کار با  $\hat{p}^{-1}$  است. همچنین با توجه به پیمانه‌ای که برای  $u$  گرفتیم و ارتباط این کمیت با مختصات مدل، تابع موجی حاصل خواهد شد که فاز وابسته به مکان خواهد داشت. به خاطر چنین پیچیدگی‌هایی عملاً معادله موج در فضای تکانه مناسب نیست و همان فضای مکان برای بحث و بررسی جواب‌های کوانتمی بهتر است. شکل عمومی جملات در معادله‌ی منتج از شرودینگر (۱۸) با کمک (۱۴) به صورت زیر درمی‌آید.

$$[p, [p, \dots [p, A]]] = \frac{(n+1)!i^n l^2}{r^{n+2}}, \quad (19)$$

که با کمک آن رابطه‌ی (۱۷) را به صورت زیر در می‌آوریم.

$$p^{(n+1)}h = \frac{1}{4}(2p^{n+2} - 2m^2 p^n + p^n \frac{l^2}{r^2} + \sum_{n'=0}^n p^{n-n'} - \frac{(n'+1)!i^{n'} l^2}{r^{n'+2}}). \quad (20)$$

که با اثر این عملگر بر روی تابع موج فضای مکان ذره با انرژی  $E$  و عدد کوانتومی  $j$  برای تکانه‌ی زاویه‌ای

$$l^2\Psi = -\partial_\phi^2\Psi = j^2\Psi, \quad j \in \mathbb{Z}. \quad (21)$$

و رابطه‌ی (۲۰)، به معادله موج مرتبه‌ی  $n+1$  دست خواهیم یافت.

## محاسبه ثابت پیوندی با استفاده از توصیف اختلالی ذرات در برهمکنش‌های پروتون-پروتون و الکترون-پروتون

نبی قوشخانه، عباس<sup>۱</sup>؛ صالح مقدم، ریحانه<sup>۱</sup>؛ زمردیان، محمد ابراهیم<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک دانشگاه فردوسی مشهد، میدان آزادی، ۱۴۳۶-۹۱۷۷۵، مشهد

### چکیده

در این مقاله به بررسی و محاسبه ثابت پیوندی در ناحیه اختلالی تا مرتبه NNLO می‌پردازیم. در بررسی این مدل، از نمودارهای میانگین متغیرهای شکل رویداد تراست، پهنای جت پیشینه و پهنای جت کل استفاده می‌کنیم. سپس با برازش روابط ناحیه اختلالی با این نمودارها، مقدار عددی ثابت پیوندی را به دست می‌آوریم. با محاسبات انجام شده، مقدار این پارامتر در برهمکنش الکترون-پروتون برابر است با:  $\alpha_s = 0.1125 \pm 0.0250$  در برهمکنش پروتون-پروتون برابر است با:  $\alpha_s = 0.1228 \pm 0.0248$  مشاهده می‌کنیم که نتایج ما با نظریه QCD سازگارند.

## Calculations of coupling constant in perturbative region in $pp$ and $ep$ interactions

Nabi Ghoshkhaneh, Abbas<sup>1</sup>; Saleh Moghaddam, Reihaneh<sup>1</sup>; Zomorrodian, Mohammad Ebrahim<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Ferdowsi University of Mashhad, 91775-1436, Mashhad, Iran

### Abstract

In this paper, we are calculating the strong coupling constant up to NNLO in perturbative region of the QCD theory. To achieve this we are using the mean values of event shape variables namely thrust, wide jet and also total wide jet Next by fitting the QCD theory in perturbative region with our distributions in this region we find the coupling constant which is equal to  $\alpha_s = 0.1125 \pm 0.0250$  for electron-proton and  $\alpha_s = 0.1228 \pm 0.0248$  for proton-proton interactions. Our results are consistent with the QCD theory.

PACS No. 13.66.Bc; 34.80.-I; 12.38.Cy

برهمکنش‌های مختلف از جمله: برهمکنش‌های الکترون-پروتون و پروتون-پروتون را توصیف می‌کنند.

### متغیرهای شکل رویداد

الف) تراست: محور تراست محوری در امتداد پیشینه مؤلفه‌ی طولی ذرات نسبت به حاصل جمع تکانه‌ی تمامی ذرات است [۲]:

$$T = \max \left( \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \right) \quad (1)$$

### مقدمه

در بررسی برهمکنش‌های الکترون-پروتون و پروتون-پروتون به منظور محاسبه ثابت پیوندی روش‌های گوناگونی وجود دارند. در این مقاله، نظریه اختلالی NNLO مدل QCD را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. این مدل برپایه میانگین‌گیری از متغیرهای شکل رویداد بنا شده است [۱]. در ابتدا به اختصار متغیرهای شکل رویداد را به تفکیک تعریف می‌کنیم. این متغیرها، حالت‌های فیزیکی ذرات تولید شده در

که در آن:

$$\bar{A}_f = A \quad \bar{B}_f = B - \frac{3}{2} C_F A \quad (۷)$$

$$\bar{C}_{y,n} = C_{y,n} + \frac{3}{2} C_F B_{y,n} + \left(\frac{9}{4} C_F^2 - K_2\right) A_{y,n} \quad (۸)$$

$$Q/2 \leq \mu \leq 2Q, \quad \beta_0 = \frac{(33-2N)}{12\pi} \quad (۹)$$

$$C_F = \frac{(N^2-1)}{2N} = \frac{4}{3}, \quad C_A = 3 \quad (۱۰)$$

ضرایب اختلال  $A$ ،  $B$  و  $C$  مستقل از انرژی مرکز جرم هستند که توسط انتگرال‌گیری روی تابع توزیع‌های سطح پارتون که قبلاً تا دقت NNLO محاسبه شده‌اند، در جدول زیر قرار دارند:

جدول ۱: ضرایب  $A$ ،  $B$  و  $C$  برای متغیرهای شکل رویداد.

|                | A      | B            | C           |
|----------------|--------|--------------|-------------|
| 1-T            | ۲,۱۰۳۵ | ۴۴,۹۹۹±۰,۰۰۲ | ۸۶۷,۶±۲۱,۱۹ |
| B <sub>W</sub> | ۴,۰۶۷۴ | -۹,۸۸۸±۰,۰۰۶ | ۴۶,۲۰±۴۷,۰۸ |
| B <sub>T</sub> | ۱,۰۶۷۴ | ۶۳,۹۷۶±۰,۰۰۶ | ۶۵,۵±۷۲,۰   |

### نتایج فیزیکی

ابتدا نمودارهای مربوط به متغیرهای شکل رویداد را تا تصحیحات توانی مرتبه NNLO برای برهمکنش‌های مختلف رسم می‌کنیم. همان‌گونه که از تمامی شکل‌ها (۱ تا ۶) پیداست با افزایش انرژی مرکز جرم، نمودارها دارای روند نزولی هستند. با برآزش روابط ناحیه اختلالی بر روی این توزیع‌ها، مشاهده می‌شود که این برآزش با روند داده‌ها مطابقت دارد. با استفاده از نرم‌افزار ORIGIN مقدار ثابت پیوندی را محاسبه می‌کنیم.

توزیع میانگین متغیرهای شکل رویداد تراست، پهنای جت بیشینه و پهنای جت کل برحسب انرژی مرکز جرم در برهمکنش الکترون-پروتون به ترتیب در شکل‌های ۱ تا ۳ آمده‌اند. جدول ۲ مقادیر ثابت پیوندی حاصل از برآزش ناحیه اختلالی تا مرتبه NNLO را نشان می‌دهد.

در رویدادهای دوجتی، مقدار این کمیت به یک نزدیک می‌شود. از طرف دیگر با افزایش تعداد جت‌ها مقدار تراست از یک، فاصله قابل ملاحظه‌ای می‌گیرد. به گونه‌ای که مقدار آن به طور میانگین به سمت ۰,۵ تمایل پیدا می‌کند.

معمول است که برای همخوانی با دیگر متغیرهای شکل رویداد در محاسبات متغیر 1-T جایگزین می‌شود.

**ب) پهنای جت:** در تعریف دو متغیر دیگر شکل رویداد، یعنی پهن‌شدگی کل ( $B_T$ ) و پهن‌شدگی بیشینه ( $B_W$ )، پارامتر  $B_K$  را که مشخص‌کننده پهنای یک نیم کره است، به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۲]:

$$B_K = \left( \frac{\sum_{i \in H_k} |\vec{p}_i \times \vec{n}_T|}{2 \sum_i |\vec{p}_i|} \right) \quad (۲)$$

بدین ترتیب برای  $B_W$  و  $B_T$  خواهیم داشت:

$$B_T = B_1 + B_2 \quad (۳)$$

$$B_W = \max(B_1, B_2) \quad (۴)$$

در این مقاله از داده‌های شبیه‌سازی شده (PYTHIA) در برهمکنش‌های مختلف استفاده می‌کنیم. سپس با بهره‌گیری از روابط ناحیه اختلالی و برآزش آن‌ها بر روی داده‌های مونت کارلو به محاسبه ثابت پیوندی می‌پردازیم. بنابراین در این مرحله، توصیفی از ناحیه اختلالی در مدل QCD را ارائه می‌دهیم.

### ناحیه اختلالی

مقدار میانگین متغیرهای شکل رویداد در ناحیه اختلالی به صورت زیر بررسی می‌شود:

$$\langle y \rangle = \frac{1}{\sigma_{had}} \int_0^{y_{max}} y \frac{d\sigma}{dy} dy \quad (۵)$$

با استفاده از بسط ناحیه اختلالی تا مرتبه NLO داریم:

$$\langle y \rangle_{pt} = \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right) \bar{A}_f + \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \left( \bar{B}_f + \bar{A}_f \beta_0 \log\left(\frac{\mu^2}{Q^2}\right) \right) + \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right)^3 \left( \bar{C}_{y,n} + \bar{B}_{y,n} + \bar{A}_{y,n} (\beta_0 \log\left(\frac{\mu^2}{Q^2}\right) + \beta_1 \log\left(\frac{\mu^2}{Q^2}\right)) \right) \quad (۶)$$

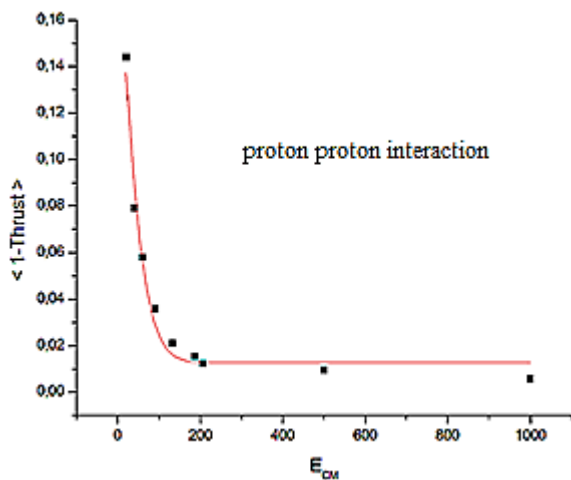
جدول ۲: مقادیر ثابت پیوندی محاسبه شده از برازش روابط ناحیه اختلالی در برهمکنش الکترون-پروتون

| متغیر شکل<br>رویداد   | $\alpha_s(M_{Z^0}):NLO$ | $\alpha_s(M_{Z^0}):NNLO$ |
|-----------------------|-------------------------|--------------------------|
| $\langle 1-T \rangle$ | $0.1156 \pm 0.0494$     | $0.1119 \pm 0.0417$      |
| $\langle B_W \rangle$ | $0.1146 \pm 0.0314$     | $0.1138 \pm 0.0139$      |
| $\langle B_T \rangle$ | $0.1070 \pm 0.0034$     | $0.1119 \pm 0.0195$      |

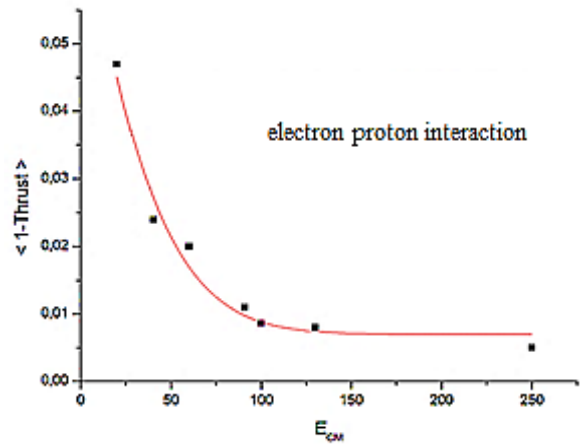
مشاهده می‌کنیم که در برهمکنش الکترون-پروتون، نتایج به‌دست آمده برای ثابت پیوندی در ناحیه اختلالی از مرتبه‌ی ۱، ۰ است. همچنین با در نظر گرفتن محدوده خطاها، نتایج به‌دست آمده با یکدیگر همخوانی دارند.

با مقایسه‌ی میانگین مقادیر به‌دست آمده از همه‌ی متغیرها ( $\alpha_s = 0.1125 \pm 0.0250$ ) مشاهده می‌کنیم نتیجه با مقدار پیش-بینی شده در نظریه QCD که برابر با  $\alpha_s = 0.1185 \pm 0.0006$  است، سازگاری دارد [۳]. این نتایج با مقادیر به‌دست آمده از تحقیقات قبلی [۲] و نتایج آزمایشگاهی [۵] نیز همخوانی دارند.

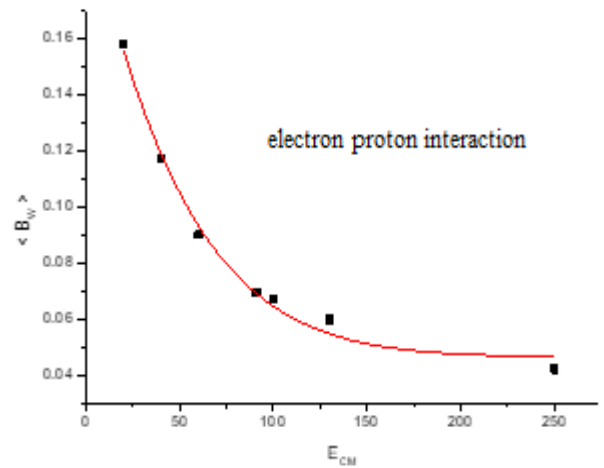
در ادامه نمودار توزیع میانگین متغیرهای شکل رویداد را برحسب انرژی مرکز جرم در برهمکنش پروتون-پروتون رسم می‌کنیم که به ترتیب در (شکل‌های ۴ تا ۶) نشان داده شده‌اند. مقادیر ثابت پیوندی به‌دست آمده از برازش روابط ناحیه اختلالی روی این داده‌ها تا تصحیحات مرتبه NNLO، در جدول ۳ گردآوری شده‌اند.



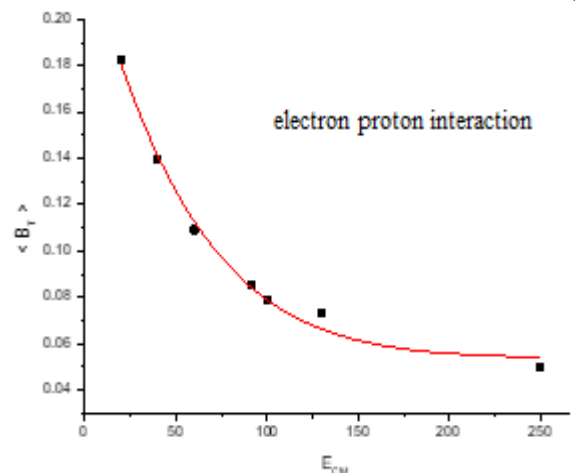
شکل ۴: توزیع میانگین 1-T برحسب انرژی مرکز جرم در برهمکنش پروتون-پروتون



شکل ۱: توزیع میانگین 1-T برحسب انرژی مرکز جرم در برهمکنش الکترون-پروتون



شکل ۲: توزیع میانگین B\_W برحسب انرژی مرکز جرم در برهمکنش الکترون-پروتون



شکل ۳: توزیع میانگین B\_T برحسب انرژی مرکز جرم در برهمکنش الکترون-پروتون

را با پیش‌بینی QCD [۴] و نتایج داده‌های واقعی [۶] نشان می‌دهد.  $\alpha_s = 0,1228 \pm 0,0248$  به دست آورد که بار دیگر مطابقت خوبی

### نتیجه‌گیری

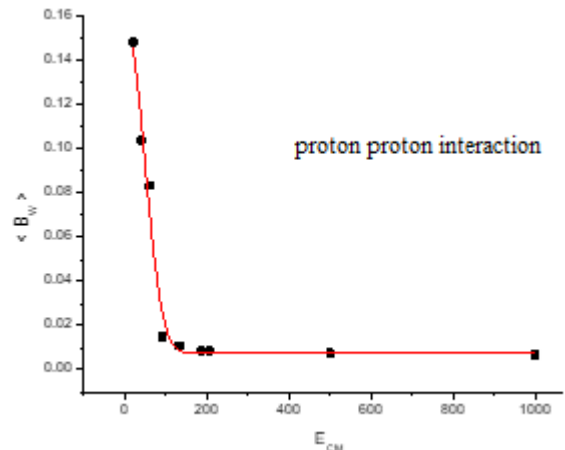
در این مقاله به بررسی ناحیه‌ی اختلالی در مدل QCD برای برهمکنش‌های الکترون-پروتون و پروتون-پروتون می‌پردازیم. در این بررسی‌ها از داده‌های مونت کارلو در انرژی‌های مختلف استفاده شده است.

برای این منظور متغیرهای شکل رویداد  $1-T$ ،  $B_W$  و  $B_T$  را به کار می‌بریم.

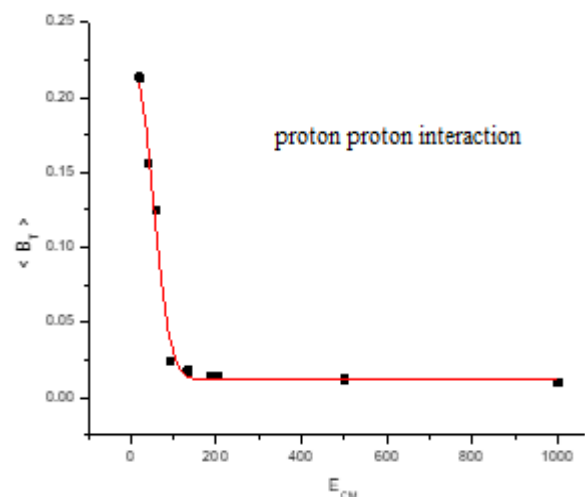
با برازش روابط ناحیه‌ی اختلالی بر روی این نمودارها، مقدار ثابت پیوندی به دست می‌آید. مشاهده می‌شود که مقادیر میانگین-گیری شده از تمامی متغیرها در مرتبه NNLO برای برهمکنش الکترون-پروتون ( $\alpha_s = 0,1125 \pm 0,0250$ ) و همچنین برای برهمکنش پروتون-پروتون ( $\alpha_s = 0,1228 \pm 0,0248$ ) با مقادیر پیش‌بینی‌شده‌ی نظریه QCD و نتایج آزمایشگاهی [۵-۶] سازگار است.

### مرجع‌ها

- [۱] S. Kluth, "Test of quantum chromodynamics at  $e^+e^-$  colliders"; *Rept.Prog.Phys.* **69** (2006) 1771-1846.
- [۲] R. Saleh Moghaddam and M. E. Zomorrodian, "Comparison of coupling constant by using momentum spectra and event shape variables in different interactions"; *Can. J. Phys.* **98**, No. 10 (2020) 900-906.
- [۳] نبی قوشخانه، عباس؛ «محاسبه ثابت پیوندی با استفاده از توصیف اختلالی در برهمکنش‌های الکترون-پروتون و پروتون-پروتون»؛ پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد، تابستان ۱۳۹۹.
- [۴] N. Brambilla, Y. Sumino and A. Vario, "Quarkonium Spectroscopy and Perturbative QCD: A New Perspective"; *Phys. Lett. B.* **513** (2001) 381-390.
- [۵] S. Bethke, "Experimental Tests of Asymptotic Freedom"; *Prog. Part. Nucl. Phys.* **58** (2007) 351-386.
- [۶] P. A. Zyla et al. [Particle Data Group], "Review of Particle Physics"; *Prog. Theor. Exp. Phys.* **083C01**, No. 8 (2020).



شکل ۵: توزیع میانگین  $B_W$  برحسب انرژی مرکز جرم در برهمکنش پروتون-پروتون



شکل ۶: توزیع میانگین  $B_T$  برحسب انرژی مرکز جرم در برهمکنش پروتون-پروتون

جدول ۳: مقادیر ثابت پیوندی محاسبه شده از برازش روابط ناحیه اختلالی در برهمکنش پروتون-پروتون

| متغیر شکل رویداد        | $\alpha_s(M_{Z^0}):NLO$ | $\alpha_s(M_{Z^0}):NNLO$ |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| $\langle 1 - T \rangle$ | $0,1099 \pm 0,0263$     | $0,1227 \pm 0,0366$      |
| $\langle B_W \rangle$   | $0,1024 \pm 0,0423$     | $0,1227 \pm 0,0282$      |
| $\langle B_T \rangle$   | $0,1504 \pm 0,0188$     | $0,1230 \pm 0,0097$      |

مشاهده می‌شود که در برهمکنش پروتون-پروتون نیز نتایج به دست آمده برای ثابت پیوندی در ناحیه‌ی اختلالی از مرتبه ۱، ۰، ۱ است. همچنین با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری، مقادیر به دست آمده با یکدیگر همخوانی دارند. با میانگین‌گیری بر روی این نتایج می‌توان مقدار ثابت پیوندی در برهمکنش پروتون-پروتون را

## پیچیدگی و خنثی‌سازی پیچیدگی در طی تزریق انرژی

لزگی، سیده‌مهسا<sup>۱</sup>؛ علی‌اکبری، محمد<sup>۲</sup>

<sup>۱,۲</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

### چکیده

یک نظریه‌ی میدان با ثابت جفت‌شدگی قوی با یک نقطه‌ی بحرانی و پتانسیل شیمیایی در دمای محدود دوگان با یک سیاهچاله‌ی باردار  $AdS$  در نظر گرفته‌ایم. به مطالعه‌ی تحول پیچیدگی زیرناحیه‌ای از دیدگاه هولوگرافی نزدیک و دور از نقطه‌ی بحرانی می‌پردازیم. ما دو مفهوم از پیچیدگی را در این نظریه توضیح می‌دهیم و بحث می‌کنیم که حالت تحت مطالعه‌ی ما بر اساس اینکه چه مقدار اطلاعات برای تعیین کردن آن مورد نیاز است، پیچیده و بر اساس اینکه چند عملیات برای رسیدن به آن باید انجام بپذیرد، ساده است. ما تلاش می‌کنیم توصیف سازگاری از رفتار پیچیدگی بر اساس قانون دوم پیچیدگی ارائه دهیم و درباره‌ی توصیف پیچیدگی نسبی بین حالت اولیه و نهایی به عنوان منبع گمانه‌زنی می‌کنیم. ما پیشنهاد می‌کنیم که در این فرایند پیچیدگی حالت آمیخته کاهش یافته اما پیچیدگی محیط افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌کنیم که در این مدل پیچیدگی زیرناحیه‌ای بازمقیاس‌بندی شده یک مشاهده‌پذیر خوب برای کاوش توان بحرانی دینامیکی است.

واژه‌های کلیدی: پیچیدگی زیرناحیه‌ای، قانون دوم پیچیدگی، توان بحرانی دینامیکی

## Complexity and uncomplexity during energy injection

Lezgi, Mahsa<sup>1</sup>; Mohammad, Ali-Akbari<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Department of Physics, Shahid Beheshti University, Tehran

### Abstract

We consider a strongly coupled field theory with a critical point and nonzero chemical potential at finite temperature, which is dual to an asymptotically  $AdS$  charged black hole. We study the evolution of the rescaled holographic subregion complexity near and far from the critical point. We explain two distinct concepts of complexity in this theory and discuss that the state under study is complex based on how much information is needed to specify the state and is simple according to how many operations have to be done to reach the state. We try to provide a compatible interpretation for the second law of complexity and speculate about the description of the relative complexity of the initial state and the final state as a resource. We propose that in this process complexity of the mixed state decreases and complexity of the environment increases. We also observe that in this model, the rescaled holographic subregion complexity is a good observable for probing the dynamical critical exponents.

**Keywords:** subregion complexity, the second law of complexity, dynamical critical exponents

### مقدمه

دور از تعادل با جفت‌شدگی بالا در اختیارمان قرار داده است [۱]. بررسی کمیات نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی از جمله بررسی کمیت پیچیدگی به عنوان معیاری از سختی تولید یک حالت نهایی از حالت اولیه در دوگانی توجه زیادی را جلب کرده است. نسخه‌ی هولوگرافی برای به دست آوردن پیچیدگی یک حالت آمیخته‌آدر [۲]

دوگانی پیمان‌های-گرانشی<sup>۱</sup> با دوگان کردن نظریه‌ی میدان‌هایی با جفت‌شدگی قوی با گرانش کلاسیک ابزار قدرتمندی برای بررسی سوالات مربوط به مسائل غیراختلالی، از جمله تحول سیستم‌های

<sup>۲</sup> Mixed state

<sup>۱</sup> Gauge/gravity duality

$$dv=dt-\frac{dz}{z^2\sqrt{(1+b^2z^2)N(z)f(z)}}. \quad (7)$$

جرم و بار با  $mI(v)$  و  $q\sqrt{I(v)}$  جایگزین می‌شوند طوری که،

$$I(v)=\frac{1}{2}\left(1+\tanh\frac{v}{v_0}\right), \quad (8)$$

که در آن  $v_0$  سرعت تزریق انرژی است. حالت  $v_0 \ll 1$  ( $v_0 \gg 1$ ) با جایگزینی‌های مذکور به پاسخ زیر که آن را متریک پاددوسیتیه-وادیا (VAdS) می‌نامیم دست می‌یابیم:

$$ds^2=-N(z)f(z,v)dv^2 - \frac{2}{z^2}\sqrt{\frac{N(z)}{1+b^2z^2}}dvdz + \frac{1+b^2z^2}{z^2}g(z)d\vec{x}^2 \quad (9)$$

### پیچیدگی زیرناحیه‌ای از دیدگاه هولوگرافی

پیچیدگی یک حالت به عنوان کم‌ترین تعداد عملگرهای یکانی موردنیاز برای آماده‌سازی آن حالت از یک حالت اولیه تعریف می‌شود. نسخه‌ی هولوگرافی پیچیدگی زیرناحیه‌ای (پیچیدگی یک حالت آمیخته متناظر با در نظر گرفتن یک زیرناحیه‌ی  $A$  در مرز) تعمیمی طبیعی از نسخه‌ی هولوگرافی آنتروپی درهم‌تنیدگی است. این کمیت متناسب با حجم محصور شده توسط سطح کمینه‌ی  $\gamma_A$  که در محاسبه‌ی آنتروپی درهم‌تنیدگی از دید هولوگرافی ظاهر می‌شود، به صورت زیر به دست می‌آید [۲]:

$$C_A=\frac{V_{\gamma_A}}{8\pi R G_N}, \quad (10)$$

که در آن شعاع  $R$  شعاع AdS و  $G_N$  ثابت نیوتن است. زیرناحیه‌ی مستطیلی  $A$  به طول  $l$  و پهنا  $L \rightarrow \infty$  تعریف می‌شود،

$$-l/2 < x_1 (\equiv x) < l/2, \quad x_2, x_3 \in (-\infty, +\infty) \quad (11)$$

به دلیل تقارن زیرناحیه سطح  $\gamma_A$  را به شکل زیر پارامتر بندی می‌کنیم

$$v=v(x), \quad z=z(x), \quad v(l/2)=t, \quad z(l/2)=z_0 \quad (12)$$

که در آن  $z_0$  حد انرژی بالا است. مساحت این سطح کمینه به سادگی محاسبه و با در نظر گرفتن انتگرالده به عنوان لاگرانژی و با

در نظر گرفتن تقارن‌های مسئله و استفاده از

$$v'(0)=z'(0)=0, \quad v(0)=v^*, \quad z(0)=z^* \quad (14)$$

معرفی شد که با نام پیچیدگی زیرناحیه‌ای شناخته می‌شود. از طرف دیگر با توجه به شباهت پیچیدگی کوانتومی با آنتروپی یک سیستم کلاسیکی کمکی، بحثی تحت عنوان ترمودینامیک پیچیدگی مطرح شد. قانون دوم پیچیدگی در تناظر با قانون دوم ترمودینامیک برای پیچیدگی به جای آنتروپی است و همچنین به عنوان یک تعریف موازی از سیستم ترمودینامیکی، خشتی‌سازی پیچیدگی<sup>۳</sup> به عنوان منبعی<sup>۴</sup> برای استخراج یک کار محاسباتی<sup>۵</sup> معرفی می‌شود [۳].

### مدل

یک پاسخ سیاهچاله‌ی باردار دوگان با یک نظریه‌ی میدان جفت‌شدگی قوی با یک نقطه‌ی بحرانی به صورت زیر معرفی شده است [۴]:

$$ds^2=-N(z)f(z)dt^2 + \frac{dz^2}{z^4(1+b^2z^2)f(z)} + \frac{1+b^2z^2}{z^2}g(z)d\vec{x}^2, \quad (1)$$

که در آن  $Z$  مختصه‌ی شعاعی،  $\vec{x} \equiv (x_1, x_2, x_3)$  و

$$f(z) = \frac{1+b^2z^2}{z^2} \Gamma^{2\gamma} - \frac{mz^2}{1+b^2z^2} \Gamma^{1-\gamma} \quad (2)$$

$$N(z)=\Gamma^{-\gamma}, \quad g(z)=\Gamma^\gamma, \quad \Gamma(z)=1-\frac{b^2z^2}{1+b^2z^2}, \quad \gamma=\frac{\alpha^2}{2+\alpha^2} \quad (3)$$

$\alpha$  جفت‌شدگی بین میدان پیمانده‌ای و میدان اسکالر را تعیین می‌کند. ثابت  $b$  با جرم و بار سیاهچاله به صورت زیر ارتباط دارد:

$$q = \sqrt{\frac{6m}{2+\alpha^2}} b. \quad (4)$$

دمای هاوکینگ سیاهچاله متناظر با دمای نظریه‌ی میدان،

$$T = \frac{b\Gamma(z_h)^{\frac{3\gamma}{2}-1}}{4\pi\sqrt{1-\Gamma(z_h)}} (2(3\gamma-1)-3(2\gamma-2)\Gamma(z_h)), \quad (5)$$

$z_h$  محل افق سیاهچاله است. به سبب وجود میدان پیمانده‌ای در توده

پتانسیل شیمیایی در نظریه‌ی میدان به صورت زیر است،

$$\mu = \frac{b\sqrt{3m}}{\sqrt{2(\alpha^2+2)(b^2+\frac{1}{z_h^2})}}. \quad (6)$$

در حالت  $\alpha=2$  پس‌زمینه دارای یک نقطه‌ی بحرانی در  $\frac{\mu}{T}=1.1107$

است [۴]. پاسخ پاددوسیتیه-وادیا<sup>۶</sup> را با جایگزین کردن  $f(z)$  با

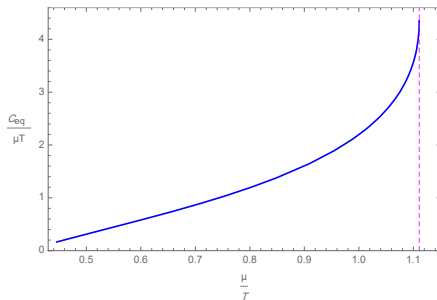
$f(z,v)$  به دست می‌آوریم که در آن

Computational work <sup>۵</sup>  
AdS-Vaidya metric <sup>۶</sup>

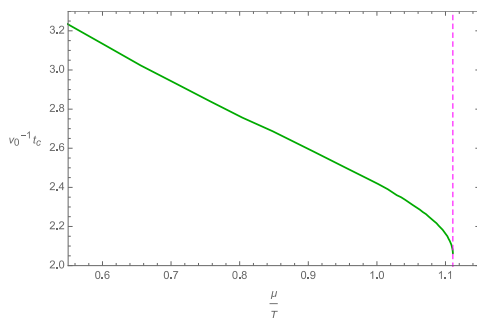
Uncomplexity <sup>۳</sup>  
Resource <sup>۴</sup>



عملیات، حالت نهایی یا عمل مورد نیاز برای به دست آوردنش ساده است. ما گمانه‌زنی می‌کنیم که علت این کاهش زمان یا سادگی حالت نهایی از این منظر، نزدیک شدن به نقطه‌ی بحرانی است. چون در نزدیکی نقطه‌ی بحرانی نظریه می‌تواند با تعداد پارامترهای کمتری توصیف شود.



شکل ۱:  $\frac{C}{\mu T} |_{t \rightarrow \infty} = \frac{C_{eq}}{\mu T}$  به عنوان تابعی از  $\frac{\mu}{T}$  برای  $l=0.3$  و  $v_0=3$ . خط چین نمایشگر نقطه‌ی بحرانی است.



شکل ۲: زمان واهلش بازمقیاس‌بندی شده بر حسب  $\frac{\mu}{T}$  برای  $l=0.3$  و  $v_0=3$ . یک سوال جالب این است که آیا پیچیدگی زیرناحیه‌ای از دید هولوگرافی می‌تواند درباره‌ی ساختار فاز نظریه اطلاعات بدهد؟ در شکل ۱ می‌بینیم که شیب  $\frac{C_{eq}}{\mu T}$  با نزدیک شدن به نقطه‌ی بحرانی به بی‌نهایت میل می‌کند. بنابراین تعریف می‌کنیم:

$$\frac{d\left(\frac{C_{eq}}{\mu T}\right)}{d\frac{\mu}{T}}(i) = \frac{\frac{C_{eq}}{\mu T}(i+1) - \frac{C_{eq}}{\mu T}(i)}{\frac{\mu}{T}(i+1) - \frac{\mu}{T}(i)}, \quad (18)$$

در آن  $i$  نشان‌دهنده‌ی  $i$ مین نقطه از نقاط داده‌ها است. شیب منحنی نزدیک نقطه‌ی بحرانی را می‌توان با تابعی به شکل  $\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}} - \frac{\mu}{T}\right)^{-\theta}$  که در آن  $\theta$  توان بحرانی دینامیکی نامیده می‌شود فیت کرد. برای تزریق کند و سریع به ترتیب مقادیر  $\theta=0.513942$  و  $\theta=0.50166$  را به دست آوردیم که در توافق بسیار خوبی با این مقادیر به دست آمده با استفاده از مشاهده‌پذیرهای دیگر است [۴].

می‌توان با حل معادله‌ی حرکت به صورت عددی توابع  $z(x)$  و  $v(x)$  را به دست آورد و حجم می‌تواند معادلا با  $z=z(v)$  پارامتربندی شود. بنابراین حجم محصور شده در این سطح به شکل زیر

$$V = 2L^2 \int_{v^*}^{v(l/2)} dv \int_0^{x(v)} dx \frac{1+b^2z^2}{z^2} g(z)$$

$$\times \sqrt{\frac{1+b^2z^2}{z^2} g(z) (-N(z)f(z,v) - \frac{2}{z^2} \sqrt{\frac{N(z)}{1+b^2z^2}} \frac{\partial z}{\partial v})} \quad (15)$$

مشابه آنتروپی درهم‌تنیدگی، پیچیدگی زیرناحیه‌ای بینهایت است و برای به دست آوردن حجم بهنجار شده کمیت زیر را معرفی می‌کنیم

$$C \equiv \frac{8\pi R G_N (C_{VAdS} - C_{AdS})}{L^2} = \frac{V - V_{AdS}}{L^2}, \quad (16)$$

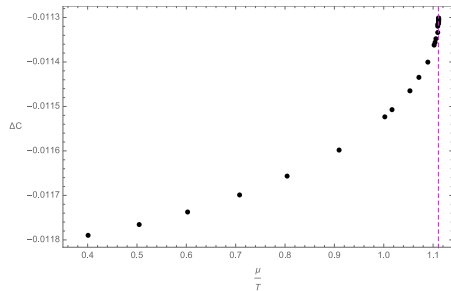
که در آن  $C_{AdS}$  و  $C_{VAdS}$  پیچیدگی زیرناحیه‌ای برای  $A$  در پس‌زمینه‌ی  $VAdS$  و  $AdS$  است. حجم  $V$  با قراردادن  $m$  و  $b$  مساوی صفر به  $V_{AdS}$  تبدیل می‌شود. برای یافتن زمان واهلش تابع زیر تعریف می‌شود،

$$\epsilon(t) = \left| 1 - \frac{C(t)}{C(\infty)} \right|. \quad (17)$$

زمان واهلش پیچیدگی زیرناحیه‌ای،  $t_c$  زمانی است که در آن  $\epsilon(t) < 10^{-3}$  و زیر این حد برای همیشه باقی بماند.

## نتایج عددی

در شکل ۱ و ۲ مقدار نهایی پیچیدگی زیرناحیه‌ای بازمقیاس‌بندی شده و زمان واهلش بازمقیاس‌بندی شده بر حسب  $\frac{\mu}{T}$  رسم شده است. با افزایش  $\frac{\mu}{T}$  و نزدیک شدن به نقطه‌ی بحرانی اگرچه مقداری نهایی پیچیدگی افزایش می‌یابد اما زمانی که طول می‌کشد تا به تعادل پیچیدگی برسیم کاهش پیدا می‌کند. به نظر می‌رسد حرکت به سمت نقطه‌ی بحرانی می‌تواند تفاوت بین دو جنبه از پیچیدگی را نمایان کند. در ادبیات نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی یا کلاسیکی اینکه چند عملیات ساده باید انجام شود تا به یک حالت نهایی دست یابیم یا چقدر طول می‌کشد که این برنامه اجرا شود به تعداد بیت‌ها وابسته است. درحالی‌که اینکه چه مقدار اطلاعات مورد نیاز است تا این حالت مشخص شود مستقل از تعداد بیت‌ها است [۵]. ب در نظریه‌ی مورد بررسی ما از یک طرف پیچیدگی به دلیل مقدار اطلاعات مورد نیاز برای تعیین حالت که با افزایش  $\frac{\mu}{T}$  افزایش یافته، زیاد می‌شود و از طرف دیگر بر اساس زمان مورد نیاز برای اجرای



شکل ۵:  $\Delta C$  بر حسب  $\frac{\mu}{T}$  برای  $l=0.3$  و  $v_0=3$ . خط چین نمایش‌دهنده‌ی نقطه‌ی بحرانی.

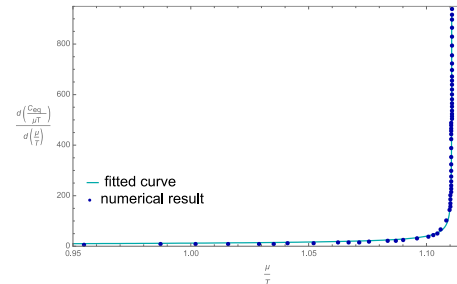
بنابراین با کاهش پیچیدگی یک سیاهچاله به مثابه‌ی یک ماشین محاسباتی، ما منبعی برای اجرای یک عملیات محاسباتی خواهیم داشت. می‌توان پیچیدگی نسبی بین حالت اولیه و نهایی را که باید مصرف شود تا به حالت نهایی برسیم به عنوان این منبع معرفی کنیم:

$$\Delta C = C_{eq} - C_0 \quad (19)$$

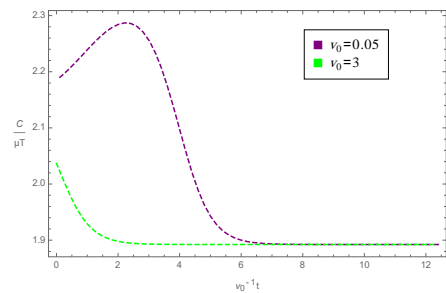
در شکل ۵، با نزدیک شدن به نقطه‌ی بحرانی  $\Delta C$  کاهش یافته و به نظر می‌رسد که با کاهش منبع مورد نیاز برای رسیدن به حالت نهایی با نزدیک شدن به نقطه‌ی بحرانی، زمانی هم که طول می‌کشد تا این منبع استفاده شود نیز کاهش می‌یابد همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شد. سیستم مورد مطالعه‌ی ما از یک حالت و محیط، در سیستم خاص مورد بررسی ما منبع خارجی که انرژی به نظریه‌ی میدان مرزی تزریق می‌کند محیط است، تشکیل شده است. در زمان اولیه منبع خارجی صفر است و بنابراین اطلاعات مورد نیاز برای تعیین کردن آن صفر است. بنابراین در این تحول، پیچیدگی منبع خارجی افزایش می‌یابد. در مقابل، اثر منبع خارجی روی حالت مورد بررسی همان‌طور که در شکل ۴ دیده می‌شود، کاهش پیچیدگی است. در این فرآیند با کاهش پیچیدگی حالت و افزایش پیچیدگی منبع خارجی به عنوان محیط مواجه هستیم و بنابراین به نظر می‌رسد که قانون دوم برای کل سیستم نقض نمی‌شود.

## مرجع‌ها

- [1] J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal and U. A. Wiedemann, "Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions," Cambridge University Press, 2014. arXiv:1101.0618 [hep-th].
- [2] Mohsen Alishahiha, "Holographic complexity", Phys. Rev.D. 92, 126009 (2015). arXiv: 1509.06614 [hep-th].
- [3] Leonard Susskind, "Three Lectures on Complexity and Black Holes", arXiv: 1810.11563 [hep-th].
- [4] Hajar Ebrahim and Mohammad Ali-Akbari, "Dynamically probing strongly-coupled field theories with critical point", Phys.Lett.B 783 (2018) 43-50. arXiv: 1712.08777.
- [5] Leonard Susskind, "Entanglement is not enough", Fortsch.Phys. 64 (2016) 49-71. arXiv: 1411.0690.



شکل ۳: شیب مقدار نهایی  $\frac{C_{eq}}{\mu T}$  به عنوان تابعی از  $\frac{\mu}{T}$  برای  $l=0.3$  و  $v_0=3$  نزدیک نقطه‌ی بحرانی. خط آبی کم‌رنگ تابعی است که با داده‌های عددی با فیت شده است.



شکل ۴:  $\frac{C}{\mu T}$  به عنوان تابعی از  $v_0^{-1}t$  برای  $l=0.3$  و دو مقدار  $v_0$  در مقدار ثابت  $\frac{\mu}{T}$ .

در شکل ۴،  $\frac{C}{\mu T}$  بر حسب  $v_0^{-1}t$  برای دو سرعت تزریق انرژی رسم شده است. در تزریق تند پیچیدگی در زمان‌های اولیه یک مقدار بیشینه را تجربه می‌کند و بعد کاهش پیدا می‌کند و به مقدار ثابت نهایی،  $C_{eq}$  که همیشه از مقدار اولیه  $C_0$  کم‌تر است می‌رسد. هرچه سرعت تزریق بالاتر باشد سیستم زودتر به تعادل نهایی می‌رسد. برای تعیین حالت ماکروحالت آمیخته به جزییات میکروحالت‌هایی که به آن منجر می‌شود نیازی نیست. بنابراین برای تعیین این حالت به اطلاعات کم‌تری نسبت به زمان اولیه، دمای صفر و انتروپی صفر متناظر با وجود یک میکروحالت، نیاز است. چون نظریه‌ی اولیه هم‌دیس است نتایج ما وابسته به  $\frac{\mu}{T}$  است یعنی افزایش  $\mu$  شبیه کاهش  $T$  است و این توضیح با شکل ۱ تطابق دارد. در قیاس با انرژی آزاد ترمودینامیکی که استفاده می‌شود برای استخراج کار، تفاوت پیچیدگی سیستم از مقدار بیشینه‌ی ممکن که می‌تواند به آن برسد، خشی سازی پیچیدگی، منبعی برای انجام یک کار محاسباتی است [۳].

## تعیین جرم تتراکوآرکها با روش غیر نسبیتی با استفاده از پتانسیل مبادله پایون

منعم‌زاده<sup>۱</sup>، معجید<sup>۱</sup>؛ تعظیمی<sup>۲</sup>، نرگس<sup>۲</sup>؛ آقایی<sup>۳</sup>، محمدرضا<sup>۳</sup><sup>۱,۲,۳</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان

## چکیده

در این مقاله به بررسی تتراکوآرک  $DD^*$  و  $BB^*$  پرداخته‌ایم و با حل تحلیلی معادله شرودینگر انرژی و جرم این ذرات را بدست آورده‌ایم. به این منظور از پتانسیل تبادل یک پایون استفاده کرده‌ایم و با استفاده از حل تحلیلی، جرم و تابع موج تتراکوآرک  $BB^*$  و  $DD^*$  را تعیین کرده‌ایم که با منابع دیگر تطابق خوبی دارد. جرم بدست آمده برای تتراکوآرک  $DD^*$  و  $BB^*$  نزدیک به تتراکوآرک کشف شده‌ی  $Z_c(3900)$  و  $Z_b(10610)$  می‌باشد.

کلید واژه‌ها: مزون، کوآرک، تتراکوآرک، معادله شرودینگر، انرژی

## Determining the Mass of Tetraquarks by Non-Relativistic Method using Pion Exchange Potential

Monemzadeh, Majid<sup>1</sup>; Tazimi, Narges<sup>2</sup>; Aghaie, Mohammadreza<sup>3</sup><sup>1,2,3</sup> Department of Physics, University of Kashan

## Abstract

In this article, we review tetraquark  $DD^*$  and  $BB^*$  by solving Schrodinger equation analytically, we get the energy and mass of these particles. For this purpose, we have used pion exchange potential and using the analytical solution, we determine the mass and wave function for tetraquark  $DD^*$  and  $BB^*$  which is in good agreement with other sources. The mass obtained for tetraquark  $DD^*$  and  $BB^*$  is close to the detected tetraquark  $Z_c(3900)$  and  $Z_b(10610)$ .

key words: mesons, quark, tetraquark, schrodinger equation, energy

## مقدمه

مقید چهار کوآرکی ممکن است یکی از ساختارهای مختلف زیر را داشته باشند [۱]:  
 (۱) حالت دو مزونی  $BB$  ساخته شده از یک مزون  $B$  و یک مزون  $\bar{B}$  دورازهم.  
 (۲) حالت دو مزونی ساخته شده از یک حالت باتمونیوم و یک پیون  $\pi^\pm$  دورازهم.  
 (۳) یک حالت مقید چهارکوآرکی، ساخته شده از یک دی کوآرک و یک پاد دی کوآرک.  
 (۴) یک حالت مقید چهارکوآرکی، ساخته شده از یک جفت مزون  $BB$  با پایداری کوتاه مدت.

مزونها، بوزونهایی هستند که دارای اسپین صفر و یا یک می‌باشند و از کوآرک و پادکوآرک که فرمیونهایی با اسپین ۱/۲ می‌باشند تشکیل شده‌اند اگر چه محققان تجربی در طی چهل سال پس از کشف کوآرک موفق نشدند تا به طور خاص، شواهد قانع کننده‌ای برای وجود هادرونها‌ی ناشناخته بیاورند، اما وجود مزونها‌ی ناشناخته‌ای که در طول سالیان متمادی به طور پیوسته، آشکار سازی شده بود و با ساختار مزون  $q\bar{q}$  مدل کوآرک اصلی متناسب نبود، می‌توانست دلیل محکمی بر وجود چند کوآرکی‌های ناشناخته باشد. حالت‌های

دو مزون با مبادله هادرون سنگین‌تر منطقی نیست. در این روش نیز جرم مزون پیون سبک‌تر از دی‌کوارکها است. به طور کلی انرژی بستگی حاصل از ترکیب دو مزون که با مبادله هادرونهای تک‌تایه رنگ ایجاد شده، باید منفی باشد، مگر اینکه یک پتانسیل خطی در حال افزایش (مانند پتانسیل حبس شدگی برای کوارک) و یا یک مانع وجود داشته باشد. در حالت کلی، بر اساس برخی مطالعات و پیشنهادها، حالتی که می‌تواند برای توضیح ساختار مزونهای ناشناخته وجود داشته باشد، با حالت مولکولی و با حالت تتراکوارک به تنهایی مطابقت ندارد، بلکه تنها مخلوطی از آنها یک تصویر مناسب برای حالت‌های چهار کوارکی فراهم می‌کند. بنابراین هر دو حالت مولکولی و تتراکوارک باید وجود داشته باشند.

در این مقاله به حل معادله شعاعی شرودینگر برای سیستم‌های تتراکوارک با استفاده از رهیافت دی‌کوارک می‌پردازیم و به حل عددی یا تحلیلی معادله شرودینگر می‌پردازیم بدین منظور با استفاده از روش آنساز یک تابع موج مناسب پیشنهاد می‌دهیم و انرژی و جرم این سیستم‌ها را تعیین می‌کنیم.

### حل تحلیلی معادله شرودینگر با پتانسیل تبادل پیونی برای تتراکوارک $DD^*$ و $BB^*$

پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک در مزونها را می‌توان به روشهای مختلف در نظر گرفت، اما بهترین نوع آن پتانسیلی است که کلیه خصوصیات مربوط به جفت کوارک و پادکوارک را دربر داشته باشد. پتانسیل مورد استفاده ما پتانسیل تبادل یک پیونی است که برای تتراکوارک شبه اسکالر-بردار  $J^{Pc}=0^{++}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_{0-\pm} = -\gamma_{I_{\pm}} V_0 \frac{\mu^2}{m_{\pi}^2} \frac{e^{-\mu r}}{m_{\pi} r} \left[ 3 + \frac{6}{\mu r} + \frac{6}{(\mu r)^2} \right] \quad (1)$$

که  $V_0=1.3\text{Mev}$  و برای حالت  $I=0$ ،  $\gamma_{0\pm} = \pm 3$  در نظر گرفته شده است. ثابت  $V_0$  پتانسیل موثر بین دو کوارک را برای  $S_{qq}=I_{qq}=1$  اندازه‌گیری می‌کند.  $\mu^2$  در پتانسیل مثبت است ولی

به طور کلی در مدل کوارک، مزونهای مشاهده شده از یک جفت کوارک - پادکوارک تشکیل شده است. حالت مقیدی از چهارکوارکی‌های ناشناخته شامل دو کوارک و دو پادکوارک، در واقع متشکل از دو مزون پیشنهاد شده و این حالت مقید چهارکوارکی، تتراکوارک نامیده شد [۲،۳،۴]. حالت‌های چهارکوارکی می‌توانند مولکولی، تتراکوارک یا ترکیبی از هر دو باشند به همین دلیل ساختار درونی آنها بسیار پیچیده‌تر از مزونهایی با ساختار منظم است. حالت مولکولی چهارکوارکی‌ها از دو مزون که هر مزون تک‌تایه رنگ است، ساخته می‌شود. دلیل محکم برای حمایت از چنین ساختاری، این است که جرم مزون کشف شده‌ی جدید  $Z_b(10610)$  نزدیک به مجموعه جرم‌های  $B\bar{B}^*$  است، همچنین جرم  $Z_c(3900)$  نیز نزدیک به مجموعه جرم‌های  $D\bar{D}^*$  می‌باشد. در عوض، به نظر می‌رسد که مطالعه مدهای واپاشی چنین مزونهایی ساختار تتراکوارکی را تأیید می‌کند و زمینه را برای مطالعه‌های بیشتر فراهم می‌کند [۵،۶]. برای روشن شدن ساختار این حالت‌های ناشناخته، لازم است که تمام ویژگی‌های آنها بر اساس اصول دینامیکی مورد بررسی قرار گیرد. اما بسیاری از فیزیکدانان ذرات، برای مشخص نمودن ساختار آنها از روش ساده‌تر، که نزدیکی جرم آنها به مجموع جرم اجزاء تشکیل دهنده آنها است استفاده می‌کنند [۷].

رزونانس‌های  $Z_c(4020)$ ،  $Z_c(3900)$ ،  $Z_b(10650)$ ،  $Z_b(10610)$  و  $Z_c(4025)$  که به صورت تجربی مشاهده شده‌اند [۸،۹،۱۰،۱۱] وجود حالت‌های چهار کوارکی ناشناخته را تأیید می‌کند. بسیاری از محققین ذرات [۱۲،۱۳،۱۴،۱۵] براین باورند که حالت‌های چهارکوارکی، همان حالت‌های مولکولی  $B, B^*$  و  $D, D^*$  (و پاد مزونهای متناظر با آنها) هستند که به خوبی به صورت تجربی اندازه‌گیری شده‌اند. در حالی که نقطه نظر مشترک، درباره این که جرم مزون‌های ناشناخته بزرگتر است از مجموع جرم مزون‌هایی که گمان می‌شود از آن‌ها ساخته شده‌اند، وجود دارد. با توجه به چهارنبروی بنیادی، ذرات تبدالی باید یکی از بوزونهای بنیادی باشد، در برهمکنش یوکاوا هم که ذره تبدالی مزون هست پس اندرکنش بین

$$\left[ \frac{f''(r) + 2g'(r)f'(r)}{f(r)} \right] \quad (۸)$$

قسمت نمایی پتانسیل را بسط می‌دهیم و پتانسیل را به شکل ساده‌تری می‌نویسیم:

$$V(r) = -\frac{k}{r} + \frac{2k}{\mu^2 r^3} - \mu k \quad (۹)$$

که در آن  $k = -3\gamma_{\perp} V_0$  است، با جایگذاری مقدار پتانسیل و قرار دادن مشتقات در رابطه‌ی (۸)، معادله را برای حالت  $\dot{J}=0$  حل می‌کنیم که رابطه زیر بدست می‌آید:

$$-2ME - \frac{2Mk}{r} + \frac{4Mk}{\mu^2 r^3} - 2M\mu k + \frac{L(L+1)}{r^2} = \alpha^2 + \frac{2\alpha\delta}{r} + \frac{1}{r^2}(\delta^2 - \delta - 2\alpha\beta) + \frac{1}{r^3}(2\beta - 2\beta\delta) \quad (۱۰)$$

در رابطه بالا از عبارت  $\frac{\beta^2}{r^4}$  صرف نظر کرده‌ایم و تغییر متغیرهای زیر را اعمال می‌کنیم:

$$2ME = E', \quad 2Mk = A, \quad \frac{2Mk}{\mu^2} = B, \quad 2Mk\mu = C \quad (۱۱)$$

با یک محاسبه ساده و با توجه به اینکه توان‌های  $r$  مستقل خطی هستند، می‌توان ضرایب توان‌های مختلف  $r$  را با هم مساوی قرار داد. در این صورت رابطه‌هایی به شکل زیر بین ضرایب پتانسیل بدست می‌آید و می‌توان انرژی و جرم کوآرکها را بدست آورد:

$$-E' - C = \alpha^2, \quad -A = 2\alpha\delta \quad (۱۲)$$

$$2B = 2\beta - 2\beta\delta, \quad L(L+1) = \delta^2 - \delta - 2\alpha\beta$$

و با حل معادلات بالا رابطه‌ی ویژه انرژی برای حالت  $L=0$  و  $\dot{J}=0$  به صورت زیر بدست می‌آید.

$$E_0 = -\mu k - \frac{2Mk^2}{\left(1 + \sqrt{1 + 2\sqrt{(4Mk)(4Mk/\mu^2)}}\right)^2} \quad (۱۳)$$

و تابع موج آن به صورت زیر است که در آن  $N$  ضریب نرمالیزیشن است:

$$\psi(r) = N r^{\delta+1} \exp\left(-\alpha r - \frac{\beta}{r}\right) \quad (۱۴)$$

این مقدار برای ذره  $DD^*$  و  $BB^*$  در تبادل ذره پیون منفی می‌گردد و در محاسبات  $\mu = m_{\pi}$  قرار می‌دهیم. برای حل معادله‌ی شعاعی شرودینگر با پتانسیل مطرح شده از روشی استفاده می‌کنیم که برای سیستم‌های دوتایی مرسوم است، خصوصاً سیستم‌های دوتایی همانند مزونها که از یک کوآرک  $q$  و یک پادکوآرک  $\bar{q}$  تشکیل شده‌اند. برای ساده‌تر کردن محاسبات می‌توان تتراکوآرک  $DD^*$  و  $BB^*$  را به عنوان یک سیستم دو جسمی در نظر گرفت.

بنابراین معادله شرودینگر چنین سیستمی برابر می‌شود با حرکت یک ذره نسبت به ذره دیگر و برابر است با:

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} \right) + \left( V(r) - E + \frac{L(L+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \right) \psi(r) = 0 \quad (۲)$$

که در آن  $M$  جرم کاهش یافته است و از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$M = \frac{m_q m_{\bar{q}}}{m_q + m_{\bar{q}}} \quad (۳)$$

اگر  $\psi(r) = \frac{1}{r} \phi(r)$  قرار دهیم معادله بالا به شکل زیر می‌شود:

$$\phi''(r) + \frac{2M}{\hbar^2} \left[ E - V(r) - \frac{L(L+1)\hbar^2}{2Mr^2} \right] \phi(r) = 0 \quad (۴)$$

از معادله (۴) می‌توان  $\phi(r)$  را بدست آورد. با فرض  $\hbar=c=1$  و با پیشنهاد  $\phi(r) = f(r) \exp(g(r))$  می‌توان محاسبات مربوط به تابع  $\phi(r)$  را دنبال کرد، که توابع  $f(r)$  و  $g(r)$  را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$f_j(r) = \prod_{i=1}^j (r - \alpha_i^j) \quad (۵)$$

که در آن  $j=1,2,3,\dots$  و  $f_0(r) = 1$  است. اما چند جمله‌ای  $g(r)$  با توجه به نوع پتانسیل برهمکنش بین کوآرک و پاد کوآرک معین می‌شود که در این مسئله با توجه به پتانسیل (۱) آن را تعیین می‌کنیم:

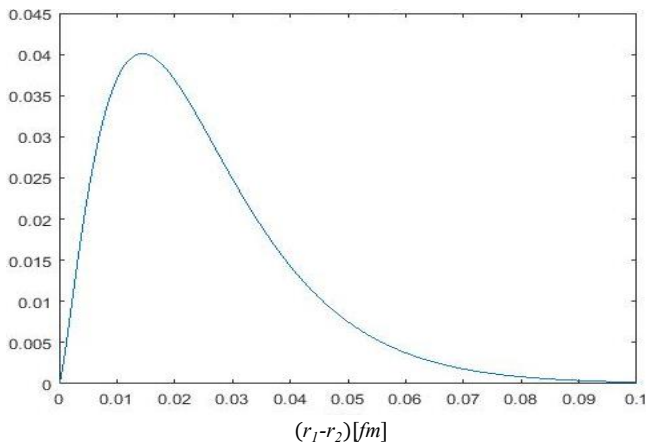
$$g(r) = \alpha r + \frac{\beta}{r} + \delta \ln r \quad (۶)$$

با توجه به روابط بالا نتیجه می‌شود:

$$\phi''(r) = [g''(r) + g'^2(r) + \frac{f''(r) + 2g'(r)f'(r)}{f(r)}] \phi(r) \quad (۷)$$

و با جایگذاری در رابطه (۴) داریم:

$$-\frac{2M}{\hbar^2} (E - V(r) - \frac{L(L+1)\hbar^2}{2Mr^2}) = [g''(r) + g'^2(r)$$

شکل ۱: نمودار تابع موج  $D\bar{D}^*$ شکل ۲: نمودار تابع موج  $B\bar{B}^*$ 

### مراجع

- [1] A. Peters, P. Bicudo, K. Cichy and M. Wagner; "Investigation of  $B\bar{B}$  four-quark systems using lattice QCD"; J. Phys. Conf. Ser. **742**, No. 1, (2016) 01200[arXiv: 1602.07621 [hep-ph]].
- [2] LEPs Collaboration (T. Nakano et al.); "Evidence for Narrow  $S = +1$  Baryon Resonance in Photoproduction from Neutron"; Phys. Rev. Lett. **91**, (2003) 012002.
- [3] CLAS Collaboration (V. Kubarovsky et al.); "Observation of an Exotic Baryon with  $S = +1$  in Photoproduction from the Proto"; Phys. Rev. Lett. **92**, (2004) 032001.
- [4] M. Loan, Z.H. Luo and Y.Y. Lam; "Lowest-lying Tetra-Quark Hadrons in Anisotropic Lattice QCD"; EPJ. C **57**, No. 3, (2008) 579-587.
- [5] K. Hong-Wei, L. Xue-Qian, S. Yan-Liang, W. Guo-Li, y. Xu-Hao; "IsZb(10610) a Molecular State"; JHEP, **1204**, No. 4 (2012) 056,
- [6] Ke, Hong-Wei, W. Zheng-Tao, and L. Xue-Qian; "Is Zc(3900) a molecular state"; Eur. Phys. J. C, **73**, No. 10 (2013)2561.
- [7] L. Xue-Wen, K. Hong-Wei, D. Yi-Bing and L. Xue-Qian; "Study on the structures of the fourquark states in terms of the Born-Oppenheimer approximation"; Chinese phys. C **39**, No. 8, 083103 (2015),
- [8] I. Adachi [Belle Collaboration]; "Observation of two charged bottomonium-like resonances"; arXiv:1105.4583 [hep-ex].
- [9] M. Ablikim et al. [BESIII Collaboration]; "Observation of a Charged Charmoniumlike Structure in  $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- j/\psi$  at  $\sqrt{s} = 4:26\text{GeV}$ "; Phys. Rev. Lett. **110**, 252001 (2013) [arXiv:1303.5949 [hep-ex]].
- [10] M. Ablikim et al. [BESIII Collaboration]; "Observation of a charged charmoniumlike structure Zc(4020) and search for the Zc(3900) in  $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- hc$ "; Phys. Rev. Lett. **111**, 242001 (2013)
- [11] M. Ablikim et al. [BESIII Collaboration]; "Observation of a charged charmoniumlike structure in  $e^+ e^- \rightarrow (D^* \bar{D})^\pm \pi^\mp$  at  $\sqrt{s} = 4:26\text{GeV}$ "
- [12] S. Patel, M. Shah and P. C. Vinodkumar; "Mass spectra of four quark states in the hidden charm sector"; Eur. Phys. J. A, **50**, No. 8(2014), [arXiv:1402.3974 [hep-ex]].
- [13] J. R. Zhang; "Improved QCD sum rule study of Zc(3900) as a  $D\bar{D}^*$  molecular state"; Phy. Rev. D, **87**, No. 11 (2013) [arXiv: 1304.574 8[hep-ex]].
- [14] Z-F. Sun, J. He, X. Liu, Z-G. Luo, S-L. Zhu; "Zb(10610) and Zb(10650) as the  $B\bar{B}^*$  and  $B\bar{B}$  molecular states"; Phys.Rev. D, **84**, No.5 (2011), arXiv:1106.2968[hep-ex].
- [15] M. Cleven, F. K. Guo, C. Hanhart and U. G. Meißner; "Bound state nature of the exotic Zb states"; Eur. Phys. J. A, **47**, No.10 (2011), arXiv:1107.0254 [hep-ex].
- [16] N.A.Tornqvist,Z.Phys.C **61**,525(1994).
- [17] M. Monemzadeh, N. Tazimi, P. sadeghi, "Tetraquarks as diquark-antidiquark bound systems". Phys. Lett, B **741** (2015)

و می‌توان از رابطه‌ی زیر جرم تتراکوارکها را محاسبه کرد:

$$M = m_1 + m_2 + E_b \quad (15)$$

جدول ۱: جرم مزونهای تشکیل دهنده

| حالت‌های مزونی | D    | D*   | B    | B*   | $m_\pi$ |
|----------------|------|------|------|------|---------|
| جرم (Mev)      | ۱۸۶۵ | ۲۰۰۹ | ۵۲۸۰ | ۵۳۲۵ | ۱۳۹     |

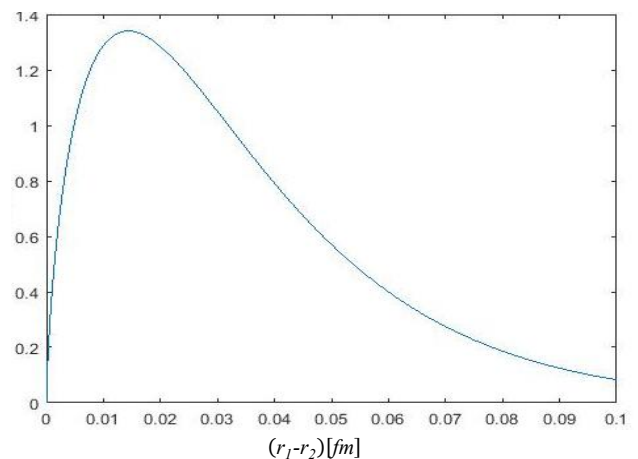
مقدار انرژی بستگی و جرم تتراکوارکها بدست آمده در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲: جرم وانرژی تتراکوارک  $D\bar{D}^*$  و  $B\bar{B}^*$ 

| $J^{PC} = 0^{+-}$ | $E_b(\text{Mev})$ | $M(\text{Mev})$ | $M(\text{Mev})$<br>ref17 | $M(\text{Mev})$<br>ref16 |
|-------------------|-------------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|
| $D\bar{D}^*$      | -۱۲۸              | ۳۸۶۱.۲          | ۳۸۶۳.۹                   | ۳۸۷۰                     |
| $B\bar{B}^*$      | -۱۳.۴             | ۱۰۵۹۱.۶         | ۱۰۵۴۰.۹۹                 | ۱۰۵۴۵                    |

### نتیجه گیری

در این تحقیق با استفاده از رهیافت دی کوارک، دی آنتی کوارک به بررسی تتراکوارکها پرداخته‌ایم و با استفاده از پتانسیل تبادل یک پایون به حل تحلیلی معادله شرودینگر پرداخته‌ایم. جرم‌های بدست آمده با استفاده از این روش تطابق خوبی با دیگر منابع دارد. با توجه به جرم‌های بدست آمده، مشخص می‌شود که جرم تتراکوارک  $D\bar{D}^*$  و  $B\bar{B}^*$  نزدیک به جرم تتراکوارکهای  $Z_c(3900)$  و  $Z_b(10610)$  می‌باشد. با توجه به شکل‌های ۱ و ۲ ماکسیمم تابع موج تتراکوارک  $D\bar{D}^*$  که جرمش سبکتر از  $B\bar{B}^*$  است، بیشتر است.



## تعیین انرژی بستگی و جرم تتراکوآرک $c\bar{s}\bar{c}s$

منعم‌زاده<sup>۱</sup>، مجید<sup>۱</sup>؛ تعظیمی<sup>۲</sup>، نرگس<sup>۲</sup>؛ آقایی<sup>۳</sup>، محمدرضا<sup>۳</sup>

<sup>۱,۲,۳</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان

### چکیده

در این تحقیق، با استفاده از تقریب *Greene-Aldrich* به حل شعاعی معادله شرودینگر غیر نسبیتی با استفاده از پتانسیل *Varshni-Hellmann* پرداخته‌ایم، که برای حل آن از روش *Nikiforov-Uvarov* استفاده می‌کنیم و انرژی بستگی و جرم تتراکوآرک  $c\bar{s}\bar{c}s$  را بدست می‌آوریم. نتایجی که در این تحقیق برای تتراکوآرک  $c\bar{s}\bar{c}s$  بدست آمده با نتایج منابع دیگر مقایسه می‌شود.

کلمات کلیدی: معادله شرودینگر، روش *Nikiforov-Uvarov*، تتراکوآرک، انرژی بستگی

## Determination of Binding Energy and Mass of Tetraquark $c\bar{s}\bar{c}s$

Monemzadeh, Majid<sup>1</sup>; Tazimi, Narges<sup>2</sup>; Aghaie, Mohammadreza<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Department of Physics, University of Kashan

### Abstract

In this research, using the *Greene-Aldrich* approximation, we solve the non-relativistic radial Schrodinger equation by the *Varshni-Hellmann* potential. to solve it, we use the *Nikiforov-Uvarov* method and obtain the binding energy and mass of the tetraquark  $c\bar{s}\bar{c}s$ . The results obtained in this study for tetracuark  $c\bar{s}\bar{c}s$  have been compared with the results of other references.

key words: schrodinger equation, *Nikiforov-Uvarov* method, tetraquark, binding energy

### مقدمه

حل های دقیق معادله شرودینگر برای پتانسیل های مختلف انجام گرفته و به طور گسترده در زمینه های مختلف اتمی، مولکولی، هسته ای استفاده شده است. تاکنون چندین روش برای حل معادله شرودینگر به صورت تحلیلی استفاده شده است مثل روش وردشی، ابر تقارنی، روش تکرار مجانبی، روش اختلال و روش *NU*. روش *NU* در حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم در مکانیک کوانتومی نسبیتی و غیر نسبیتی موفق بوده است و برای این ساخته شده است تا معادله دیفرانسیل مرتبه دوم فوق هندسی را با توابع متعامد خاص حل نماید. روش *NU* می تواند برای به دست آوردن راه حل های دقیق پتانسیل غیر مرکزی اما از هم جدا مورد استفاده قرار گیرد. از این رو، شعاع و قطعات زاویه ای معادله شرودینگر با پتانسیل غیر مرکزی توسط روش *NU* حل می شود.

به طور کلی در مورد کوآرک، مزون های مشاهده شده از یک جفت کوآرک - پادکوآرک تشکیل شده است. حالت مقیدی از

چهارکوآرکی های ناشناخته شامل دو کوآرک و دو پادکوآرک، در واقع متشکل از دو مزون پیشنهاد شده و این حالت مقید چهارکوآرکی، تتراکوآرک نامیده شد [۱۴]. حالت های چهارکوآرکی می توانند مولکولی، تتراکوآرک یا ترکیبی از هر دو باشند به همین دلیل ساختار درونی آنها بسیار پیچیده تر از مزونهای با ساختار منظم است. حالت مولکولی چهارکوآرکی ها از دو مزون که هر مزون تکتایه رنگ است، ساخته می شود. برای روشن شدن ساختار این حالت های ناشناخته، لازم است که تمام ویژگی های آنها بر اساس اصول دینامیکی مورد بررسی قرار گیرد. لازم به ذکر است که مبانی اصلی نظریه ی مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی معادله شرودینگر است. بنابراین ما برای محاسبه ی جرم و انرژی بستگی تتراکوآرک  $c\bar{s}\bar{c}s$  از معادله ی شعاعی شرودینگر بهره خواهیم برد.

### روش *NU*

در این روش برای هر پتانسیل مختلط یا حقیقی داده شده، معادله شرودینگر در یک بعد به یک معادله از نوع فوق هندسی تعمیم یافته،

متناسب با تبدیلات مختصات  $S = S(r)$  ساده می‌شود و می‌توان آن را به فرم زیر نوشت:

$$\psi''(s) + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} \psi'(s) + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \psi(s) = 0 \quad (1)$$

که در آن  $\sigma(s)$  و  $\tilde{\sigma}(s)$  چند جمله‌ای‌هایی حداکثر از درجه دو و  $\tilde{\tau}(s)$  چند جمله‌ای درجه یک می‌باشند. از این رو از معادله (۱)، معادله شرودینگر و معادلات مشابه شرودینگر را می‌توان با استفاده از پتانسیل‌های بالقوه خاص و یا برخی مسائل مکانیک کوانتومی حل کرد. برای پیدا کردن راه حل خاص معادله (۱) با روش جداسازی متغیرها، اگر یک معادله با تبدیلات  $\psi(s) = y(s)\phi(s)$  را داشته باشیم، آن را به یک معادله از نوع فوق هندسی ساده می‌کنیم:

$$y''(s) + \left( 2 \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} \right) y'(s) + \left( \frac{\phi''(s)}{\phi(s)} + \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \right) y(s) = 0 \quad (2)$$

ضریب  $y(s)$  به صورت  $\frac{\tau(s)}{\sigma(s)}$  گرفته می‌شود که در آن  $\tau(s)$  چند جمله‌ای درجه یک است:

$$2 \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} = \frac{\tau(s)}{\sigma(s)} \quad (3)$$

و از این رو معمولی‌ترین شکل به صورت زیر بدست می‌آید و  $\phi(s)$  بعنوان یک مشتق لگاریتمی تعریف شده است زیرا مخرج در صورت تولید می‌شود.

$$\frac{\phi'(s)}{\phi(s)} = \frac{\pi(s)}{\sigma(s)} \quad (4)$$

وقتی:

$$\pi(s) = \frac{1}{2} [\tau(s) - \tilde{\tau}(s)] \quad (5)$$

با استفاده از معادله (۵) داریم:

$$\tau(s) = \tilde{\tau}(s) + 2\pi(s) \quad (6)$$

که مشتق آن منفی است. پارامتر جدید  $\pi(s)$  چند جمله‌ای حداکثر از درجه یک است. علاوه بر این عبارت  $\frac{\phi'(s)}{\phi(s)}$  که در معادله (۲) است

به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\phi''(s)}{\phi(s)} = \left( \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} \right)' + \left( \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} \right)^2 = \left( \frac{\pi(s)}{\sigma(s)} \right)' + \left( \frac{\pi(s)}{\sigma(s)} \right)^2 \quad (7)$$

در این حالت، ضریب  $y(s)$  به شکل مناسب‌تری تبدیل می‌شود:

$$\frac{\phi''(s)}{\phi(s)} + \frac{\phi'(s)}{\phi(s)} \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} = \frac{\bar{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \quad (8)$$

که در آن رابطه زیر برقرار است:

$$\bar{\sigma}(s) = \tilde{\sigma}(s) + \pi^2(s) + \pi(s)[\tilde{\tau}(s) - \sigma'(s)] + \pi'(s)\sigma(s) \quad (9)$$

با جایگذاری روابط (۳) و (۸) در رابطه (۲) داریم:

$$y''(s) + \frac{\tau(s)}{\sigma(s)} y'(s) + \frac{\bar{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} y(s) = 0 \quad (10)$$

به عنوان یک نتیجه از تحولات جبری ذکر شده در بالا، شکل عملکرد معادله به روشی سیستماتیک حفظ می‌شود. اگر چند جمله‌ای  $\bar{\sigma}(s)$  در معادله (۱۰) به  $\sigma(s)$  قابل تقسیم باشد، یعنی:

$$\bar{\sigma}(s) = \lambda \sigma(s) \quad (11)$$

در جایی که  $\lambda$  یک ثابت است، معادله (۱۰) به یک معادله از نوع هایپرژئومتریک تبدیل می‌شود.

$$\sigma(s) y''(s) + \tau(s) y'(s) + \lambda y(s) = 0 \quad (12)$$

برای تعیین چند جمله‌ای  $\pi(s)$ ، معادله (۹) با معادله (۱۱) مقایسه می‌شود و سپس یک معادله درجه دوم بدست می‌آید، که در آن  $k$  از رابطه‌ی  $k = \lambda - \pi'(s)$  بدست می‌آید:

$$\pi(s) = \frac{\sigma'(s) - \tilde{\tau}(s)}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma'(s) - \tilde{\tau}(s)}{2} \right)^2 - \tilde{\sigma}(s) + k\sigma(s)} \quad (13)$$

بدیهی است که  $\pi(s)$  یک چند جمله‌ای وابسته به عملکرد تبدیل تابع  $s(r)$  است. تعیین  $k$  نقطه اساسی در محاسبه  $\pi(s)$  است، که ریشه زوج معادله (۱۳) را برابر با صفر می‌کند. از طرف دیگر، در جهت پیدا کردن مقدار  $k$  باید ریشه‌های دوم تحت مربع چند جمله‌ای بیان شوند. بنابراین یک معادله با ویژه مقادیر جدید برای معادله شرودینگر ایجاد می‌شود:

$$\lambda = \lambda_n - n\tau'(s) - \frac{n(n-1)}{2} \sigma''(s) \quad (14)$$

$y(s)$  یک نوع تابع فوق هندسی است که با استفاده از رابطه‌ی چند جمله‌ی رودریگز حل می‌شود.

$$y_n(s) = \frac{B_n}{\rho(s)} \frac{d^n}{ds^n} [\sigma^n(s) \rho(s)] \quad (15)$$

که در آن  $B_n$  یک ثابت طبیعی است و تابع وزنی  $\rho(s)$  باید در شرط زیر صدق کند:

$$(\sigma(s) \rho(s))' = \tau(s) \rho(s) \quad (16)$$

**حل معادله شرودینگر به کمک روش NU برای**

**تتراکواریک  $cscs$**

پتانسیل مورد استفاده ما پتانسیل Varshni-Hellmann است که



در رابطه بالا روابط زیر برقرار است:

$$-\epsilon = \frac{2\mu E_{nl}}{\hbar^2 \alpha^2} - \frac{2a\mu}{\hbar^2 \alpha^2}, \quad \beta_0 = \frac{2ab\mu}{\hbar^2 \alpha} - \frac{2d\mu}{\hbar^2 \alpha}$$

$$\beta_1 = \frac{2c\mu}{\hbar^2 \alpha}, \quad \gamma = 1(1+1) \quad (24)$$

با مقایسه رابطه‌ی (۱) با رابطه‌ی (۲۳) متوجه می‌شویم که:

$$\tilde{\sigma}(x) = -(\epsilon + \beta_0)x^2 + (2\epsilon + \beta_0 - \beta_1)x - (\epsilon - \beta_1 + \gamma)$$

$$\sigma(x) = x(1-x), \quad \tilde{\tau}(x) = 1-x \quad (25)$$

تغییرهای زیر را اعمال می‌کنیم تا معادله ساده‌تر شود:

$$A = \frac{1}{4} + \epsilon + \beta_0, \quad B = -(2\epsilon + \beta_0 - \beta_1), \quad C = \epsilon - \beta_1 + \gamma \quad (26)$$

با جایگذاری روابط در معادله (۱۵) داریم:

$$\pi(x) = -\frac{x}{2} \pm \sqrt{(A-k)x^2 + (k+B)x + C} \quad (27)$$

ثابت  $k$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$k = \beta_0 + \beta_1 - 2\gamma \pm 2\sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma} \sqrt{\gamma + \frac{1}{4}} \quad (28)$$

مقدار  $k$  را در معادله (۲۷) قرار می‌دهیم:

$$\pi(x) = -\frac{x}{2} \pm \left( \sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma} + \sqrt{\gamma + \frac{1}{4}} \right) x - \sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma} \quad (29)$$

طبق رابطه (۲۹)،  $\tau(x)$  می‌شود:

$$\tau(x) = 1 - 2x - 2\sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma} x - 2\sqrt{\gamma + \frac{1}{4}} x + 2\sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma} \quad (30)$$

$\tau'(x)$  به فرم زیر می‌شود:

$$\tau'(x) = -2 - 2\left(\sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma} + \sqrt{\gamma + \frac{1}{4}}\right) \quad (31)$$

از طرفی کمیت  $\lambda$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\lambda = -\frac{1}{2} - \sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma} - \sqrt{\gamma + \frac{1}{4}} + \beta_0 + \beta_1 - 2\gamma - 2\sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma} \sqrt{\gamma + \frac{1}{4}} \quad (32)$$

با مشتق گرفتن از  $\sigma(x)$  داریم:

$$\sigma''(x) = -2 \quad (33)$$

با استفاده از روابط بالا می‌توانیم  $\lambda_n$  که در رابطه‌ی (۱۴) به آن اشاره

شده بود را بدست آورد:

$$\lambda_n = n^2 + n + 2n\left(\sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma} + \sqrt{\gamma + \frac{1}{4}}\right) \quad (34)$$

به صورت زیر است. پتانسیل وارشنی یک تابع انرژی پتانسیل دافعه کوتاه برد است که در فرمالیسم معادله شرودینگر بررسی شده است و همچنین در فیزیک شیمیایی و مولکولی نقش اساسی دارد [۱۰]. دو جمله‌ی اول مربوط به پتانسیل Varshni و دو جمله آخر مربوط به پتانسیل Hellmann است [۲، ۵، ۶]:

$$V(r) = a - \frac{ab e^{-ar}}{r} - \frac{c}{r} + \frac{d e^{-ar}}{r} \quad (17)$$

منشأ جمله کولنی (که یک پتانسیل کوتاه برد است) در پتانسیل بالا ناشی از بار رنگ است. با توجه به ساختار تتراکوآرک  $cs\bar{c}s$  که در آن کوآرک سنگین  $c$  و پاد کوآرک سنگین  $\bar{c}$  وجود دارد، می‌توان معادله‌ی شعاعی شرودینگر را که یک معادله‌ی غیر نسبیتی است برای این تتراکوآرک بکار برد.

از طرفی می‌دانیم معادله شرودینگر به شکل زیر است:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[ \frac{d^2 U(r)}{dr^2} + \left(\frac{2}{r}\right) \frac{dU(r)}{dr} \right] + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} U(r) + V(r) U(r) = EU(r) \quad (18)$$

اما می‌توان با قرار دادن  $U(r) = R(r)/r$  رابطه بالا را ساده کرد، لذا خواهیم داشت [۱۱، ۱۲]:

$$\frac{d^2 R_{nl}(r)}{dr^2} + \left[ \frac{2\mu}{\hbar^2} (E_{nl} - V(r)) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R_{nl}(r) = 0 \quad (19)$$

که ما آن را با نام معادله شعاعی شرودینگر می‌شناسیم که در آن  $\mu = \frac{m_{cs} m_{\bar{c}s}}{m_{cs} + m_{\bar{c}s}}$  برای حل معادله (۱۹) از تقریب Greene-Aldrich استفاده می‌کنیم [۳، ۱۳]:

$$\frac{1}{r^2} \approx \frac{\alpha^2}{(1 - e^{-\alpha r})^2} \quad (20)$$

با جایگذاری روابط (۱۷) و (۲۰) در رابطه‌ی (۱۹) داریم:

$$\frac{d^2 R_{nl}(r)}{dr^2} + \left[ \frac{2\mu}{\hbar^2} (E_{nl} - a + \frac{ab\alpha e^{-\alpha r}}{(1 - e^{-\alpha r})} + \frac{c\alpha}{(1 - e^{-\alpha r})} - \frac{d\alpha e^{-\alpha r}}{(1 - e^{-\alpha r})}) - \frac{\alpha^2 l(l+1)}{(1 - e^{-\alpha r})^2} \right] R_{nl}(r) = 0 \quad (21)$$

از تغییر متغیر زیر استفاده می‌کنیم:

$$x = e^{-\alpha r} \quad (22)$$

که معادله دیفرانسیلی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d^2 R(x)}{dx^2} + \frac{1-x}{x(1-x)} \frac{dR(x)}{dx} + \frac{1}{x^2(1-x)^2} [-(\epsilon + \beta_0)x^2 + (2\epsilon + \beta_0 - \beta_1)x - (\epsilon - \beta_1 + \gamma)] R(x) = 0 \quad (23)$$

انرژی و جرم تتراکوآرک حالت پایه را برای  $\alpha = 0.6 fm$  و با فرض  $\hbar = 1$  بدست می‌آوریم، که برای محاسبه‌ی جرم تتراکوآرک از رابطه زیر استفاده می‌کنیم. نتایج آن در جدول ۲ آورده شده است.

$$M_{cs\bar{c}\bar{s}} = m_{cs} + m_{\bar{c}\bar{s}} + E_b \quad (39)$$
جدول ۲: جرم محاسبه شده برای تتراکوآرک  $cs\bar{c}\bar{s}$ 

| J <sup>PC</sup> | Diquark type | M(Mev)<br>c = d = 1 | M(Mev)<br>c = d = 2 | M(Mev)<br>c = d = 3 | Ref (4) | Ref (8) |
|-----------------|--------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------|---------|
| 0 <sup>++</sup> | S $\bar{S}$  | ۴۰۶۱                | ۳۹۴۳                | ۳۸۲۵                | ۴۰۵۱    | ۳۹۰۲    |
| 0 <sup>++</sup> | A $\bar{A}$  | ۴۱۹۵                | ۴۰۷۷                | ۳۹۹۵                | ۴۱۱۰    | ۴۰۴۵    |

### نتیجه گیری

در این تحقیق به بررسی تتراکوآرک  $cs\bar{c}\bar{s}$  پرداخته‌ایم و با استفاده از پتانسیل Varshni-Hellmann انرژی و جرم تتراکوآرک را بدست آوردیم. دی کوآرک cs و آنتی دی کوآرک  $\bar{c}\bar{s}$  سیستم ما می‌تواند در حالت متقارن (S) و یا در حالت پادمقارن (A) ظاهر شوند، در اینصورت جرم مربوط به دی کوآرک یا آنتی دی کوآرک در دو حالت متفاوت خواهد بود که جرم و انرژی بستگی را برای هر دو حالت بدست آوردیم. جرم‌های بدست آمده با استفاده از این پتانسیل در حالت متقارن و پاد متقارن تطابق خوبی با منابع دیگر دارد.

جدول ۳: انرژی محاسبه شده برای تتراکوآرک  $cs\bar{c}\bar{s}$ 

| J <sup>PC</sup> | Diquark type | E <sub>b</sub> (Mev)<br>c = d = 1 | E <sub>b</sub> (Mev)<br>c = d = 2 | E <sub>b</sub> (Mev)<br>c = d = 3 |
|-----------------|--------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 0 <sup>++</sup> | S $\bar{S}$  | -۱۲۰.۱                            | -۲۳۸.۴                            | -۳۵۶.۸                            |
| 0 <sup>++</sup> | A $\bar{A}$  | -۱۲۰                              | -۲۳۸.۳                            | -۳۵۶.۷                            |

### مراجع

- [1] D. Ebert, R.N. Faustov, V.O. Galkin. *Eur. Phys. J. C* **58** (2008). 399-405.
- [2] Hellmann, H., *The J. Chemical Phys.* **3**(1935) 61..
- [3] Greene, R.L. and Aldrich, C., *Physical Rev. A* **14**(1976) 2363.
- [4] Guthrie, W.K.C. "The Milesians: Anaximenes". *A Histoeuy of Greek philosophy*. Cambridge: Cambridge University press, 1962. 115-116
- [5] Y.P. Varshni, *Phys. Rev. A.* **41**, 4682(1990).
- [6] Varshni, Y.P. and Shukla, R.C., *Rev.Modern Phys.* **35**(1963)130.
- [7] Nikiforov, A.F, Uvarov, V.B. *Special Functions of Mathematical Physics. Birkhauser, Basel*, (1988)459.
- [8] R Jamshidzade; M Monemzadeh; N Tazimi. Calculation of Bounding Mass and Energy of  $cs\bar{c}\bar{s}$  Tetraquark in Ground and Excited State (2017).
- [9] M. Monemzadeh, N. Tazimi, P. sadeghi, ". *Phys. Lett, B* **741**,124 (2015)
- [10] Oluwadare, O.J. and Oyewumi,K.J., *Euro.Physical J. Plus* ,132(2017) 277.
- [11] Ebonwonyi, O., Onate, C.A. and Odeyemi, O.E., *J. Appl. Science and Environ. Manage.* **23**(2019)19.
- [12] Inyang, E.P, Inyang, E.P, Ntibi, J.E, Ibekwe, E.E. and William, E.S. , *Indian J. Phys.* (2020) 00097R2.
- [13] Parmar, R.H., Purohit, K.R. and Rai, A.K., *AIP Conference Proceeding* (2020)2220.
- [14] M. Loan, Z.H. Luo and Y.Y. Lam; "Lowest-lying Tetra-Quark Hadrons in Anisotropic Lattice QCD"; *EPJ. C* **57**, No. 3, (2008) 579-587.

در نهایت معادله ویژه انرژی برای پتانسیل Varshni-Hellmann بدست می‌آید:

$$E_{nl} = a + \frac{\alpha^2 \hbar^2 l(l+1)}{2\mu} - \alpha c - \frac{\alpha^2 \hbar^2}{8\mu} \left[ \frac{(n+l+1)^2 + \frac{2ab\mu}{\hbar^2 \alpha} + \frac{2d\mu}{\hbar^2 \alpha} - \frac{2c\mu}{\hbar^2 \alpha} + l(l+1)}{(n+l+1)} \right]^2 \quad (35)$$

رابطه‌ی تابع موج هم به صورت زیر پیدا می‌شود:

$$\Psi_{nl}(x) = N_{nl} x^{\sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma}} (1-x)^{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \gamma}} P_n \left( 2\sqrt{\epsilon - \beta_1 + \gamma}, 2\sqrt{\frac{1}{4} + \gamma} \right) (1-2x) \quad (36)$$

که در آن  $N_{nl}$  ضریب نرمالیزیشن تابع موج است:

$$N_{nl} = \sqrt{\frac{n! u \alpha \Gamma(u+v+n+1)}{2\Gamma(u+n+1)\Gamma(v+n+1)}} \quad (37)$$

برای بررسی تتراکوآرک  $cs\bar{c}\bar{s}$  پتانسیل پیشنهادی ما با ضرایب  $a = b = 0$ ,  $c = d = 2$ ،  $a = b = 0$ ,  $c = d = 1$  و  $a = b = 0$ ,  $c = d = 3$  رابطه‌ی انرژی برای  $a = b = 0$  به صورت زیر می‌شود:

$$E_{nl} = -\alpha c - \frac{\alpha^2 \hbar^2}{8\mu} \left[ \frac{(n+l+1)^2 + l(l+1)}{(n+l+1)} \right]^2 \quad (38)$$

با توجه به منابع در دسترس می‌توان جرم دی کوآرک cs و آنتی دی کوآرک  $\bar{c}\bar{s}$  را استخراج نمود که در اینجا جرم این دو ذره با هم برابر است [۱]. جرم تتراکوآرک  $cs\bar{c}\bar{s}$  در حالت متقارن با جرم آن در حالت پادمقارن متفاوت است [۹]. بنابراین در محاسبه‌ی مقدار  $\mu$  باید به این نکته توجه شود.

در این مقاله فاکتور رنگ را به صورت مستقیم بررسی نکرده‌ایم ولی در منبع [۱] با توجه به فاکتور رنگ به تعیین جرم دی کوآرک‌ها در حالت (S) و (A) پرداخته است.

جدول ۱: جرم دی کوآرک cs در حالت متقارن و پاد متقارن

| Quark Content | Diquark type | M(MeV) |
|---------------|--------------|--------|
| Cs            | S            | ۲۰۹۱   |
| Cs            | A            | ۲۱۵۸   |

در این تحقیق تتراکوآرک‌ها را در قالب سیستم‌های دوجسمی بررسی کرده‌ایم به این ترتیب که مجموعه تتراکوآرک را متشکل از دی کوآرک-آنتی دی کوآرک در نظر گرفته‌ایم و برهمکنش در خود دی کوآرک‌ها را صرف نظر کرده‌ایم. در مقاله [۹] از این تصویر تتراکوآرک استفاده کرده‌ایم.

## بررسی و محاسبه میزان نفوذ ذره در پدیده تونل زنی کوانتومی و تشریح کاربرد آن در

### میکروسکوپ تونل زنی روبشی

شهرام مهرمنش<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی ارومیه

#### چکیده

در این مقاله سعی گردیده ضمن بررسی و محاسبه میزان نفوذ ذره در پدیده تونل زنی کوانتومی و مقایسه نتایج بدست آمده از طریق معادله شرودینگر و روابط عدم قطعیت هایزنبرگ به تشریح کاربرد دستاورد فوق در میکروسکوپ تونل زنی روبشی و تفسیر ماهیت موجی ذره و توجیه چگونگی مشاهده ذره در ناحیه ممنوع کلاسیک (سد پتانسیل) با استفاده از مکانیک کوانتومی بپردازیم.

investigation and calculation the particle penetration in driven quantum tunneling phenomenon and description its application in the scanning tunneling microscope

Shahram mehrmanesh<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, University of technology, urmia

#### Abstract

In this article, we have tried to investigation and calculate the particle penetration in driven quantum tunneling phenomenon and Compare the results obtained by Schrodinger equation and Heisenberg uncertainty relations and describe the application of the above achievement in the scanning tunneling microscope and Interpret the nature of the particle wave and Justify how to observe the particle in the classical forbidden zone (potential barrier) by using quantum mechanics.

طول موج و بسامد این موج عبارتند از  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  و  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ .

$$\Psi(x) = A \sin(kx \pm \omega t) \quad (4)$$

با دو بار مشتق گرفتن از رابطه بالا خواهیم داشت:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -k^2 A \sin kx = -\frac{2m}{\hbar^2} K \Psi = -\frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi$$

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + U \Psi = E \Psi \quad (5)$$

معادله مقابل همان معادله شرودینگر مستقل از زمان است که با پایستگی انرژی و طول موج دوبروی سازگار است [۱].

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} = E \Psi \quad (6)$$

قانون پایستگی انرژی که در آن  $K$  و  $U$  و  $E$  به ترتیب انرژی جنبشی، پتانسیل و کل هستند.

$$K + U = E \quad (1)$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{p^2}{2m} \quad (2)$$

با داشتن  $\lambda = \frac{h}{p}$  و با استفاده از  $p = \hbar k$  انرژی جنبشی وابسته به موج دوبروی به صورت مقابل خواهد بود.  $(k = \frac{2\pi}{\lambda})$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (3)$$

نفوذ به داخل ناحیه ممنوع به سرشت موجی ذره بستگی دارد و همچنین می‌توان نشان داد که میزان نفوذ با عدم قطعیت هایزنبرگ در تعیین مختصه مکان یا زمان ذره سازگار است [۶].

چگالی احتمال در ناحیه  $x > 0$  عبارت است از  $|\Psi(x)|^2$  که با عبارت  $e^{-2kx}$  متناسب است. اگر مقدار نفوذ اولیه یک نمونه را  $\Delta x$  را فاصله  $x = 0$  تا نقطه‌ای تعریف کنیم، در آن نقطه احتمال به اندازه  $\frac{1}{e}$  افت می‌کند. آنگاه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} e^{-2k_0\Delta x} &= e^{-1} \\ -2k_0\Delta x &= -1 \\ \Delta x &= \frac{1}{2k_0} \\ \Rightarrow \Delta x &= \frac{1}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(U_0 - E)}} \end{aligned} \quad (12)$$

اگر قرار بود این ذره وارد ناحیه‌ای با  $x > 0$  شود باید انرژی دست کم برابر  $U_0 - E$  به دست می‌آورد تا به بالای پله انرژی پتانسیل برسد. اگر قرار باشد در ناحیه  $x > 0$  حرکت کند، باید انرژی جنبشی بیشتری کسب کند [۴]. البته اینکه ذره خودبه‌خود هر مقدار انرژی کسب کند نقض پایستگی انرژی است. اما بنا به رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ  $\Delta E \Delta t \sim h$  پایستگی انرژی در زمان‌هایی کوتاه‌تر از  $\Delta t$  اعمال نمی‌شود مگر در محدوده  $\Delta E \sim \frac{h}{\Delta t}$ . یعنی اگر ذره مقدار انرژی  $\Delta E$  را قرض کند و انرژی قرضی را در محدوده زمانی  $\Delta t \sim \frac{h}{\Delta E}$  برگرداند قانون پایستگی انرژی را لحاظ نموده است [۲].

حال می‌خواهیم به محاسبه میزان نفوذ ذره در منطقه ممنوع بپردازیم. طبق رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ و با در نظر گرفتن انرژی قرضی  $K$  جهت عبور آن به ناحیه ممنوع خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \Delta t &\sim \frac{h}{\Delta E} \\ \Delta t &= \frac{h}{U_0 - E + K} \end{aligned} \quad (13)$$

با توجه به اینکه  $K = \frac{1}{2}mV^2$  می‌باشد بنابراین ذره با سرعت  $V = \sqrt{\frac{2K}{m}}$  وارد ناحیه ممنوع خواهد شد.

حال اگر بخواهیم معادله شرودینگر را برای ذره آزادی که در هیچ نقطه فضا نیرویی به آن وارد نمی‌شود را محاسبه کنیم باید با فرض  $U = 0$  خواهیم داشت:

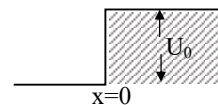
$$K = \frac{h^2 k^2}{2m} \Rightarrow k^2 = \frac{2mK}{h^2} \quad (7)$$

انرژی جنبشی که در بالا محاسبه شد به صورت [۲]

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{h^2}\Psi \Rightarrow \frac{d^2\Psi}{dx^2} = -k^2\Psi \quad (8)$$

با در نظر داشتن  $K = E - U$  از قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت [۳]:

$$\begin{aligned} k^2 &= \frac{2m}{h^2}(E - U) \\ k &= \sqrt{\frac{2m}{h^2}(E - U)} \end{aligned} \quad (9)$$



و به این ترتیب پله‌ای به ارتفاع  $U_0$  و با شرایط مقابل تشکیل می‌شود [۴]:  $(E > U_0)$

$$\begin{cases} U(x) = 0 & x < 0 \\ U(x) = U_0 & x \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

حال به بررسی  $E < U_0$  می‌پردازیم که در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{\frac{2m}{h^2}(E - U)} \\ \Psi(x) &= A e^{kx} + B e^{-kx} \end{aligned} \quad (11)$$

تابع موج ذره‌ای با انرژی  $E$  که برای محاسبه حالت  $E < U_0$  با یک پله انرژی به ارتفاع  $U_0$  مواجه می‌شود در ناحیه‌ای که به لحاظ کلاسیک ممنوع است به صورت نمایی کاهش می‌یابد که در این ناحیه انرژی جنبشی کلاسیک منفی خواهد بود [۴].

این جواب تفاوت مهم مکانیک کلاسیک و کوانتومی را نشان می‌دهد. در تعبیر کلاسیک ذره را هرگز نمی‌توان در ناحیه  $x > 0$  یافت زیرا انرژی کل آن برای غلبه بر پله انرژی پتانسیل کافی نیست.

اما مکانیک کوانتومی هنوز تابع موج، و در نتیجه ذره را در ناحیه ممنوع کلاسیک مجاز می‌دارد. هیچ آزمایشی هرگز نمی‌تواند ذره را در ناحیه ممنوع مشاهده کند اما در بعضی از آزمایش‌ها یک ذره می‌تواند از ناحیه ممنوع کلاسیک گذشته به ناحیه مجاز راه یابد [۵].

برود. اما موج نمایانگر ذره می‌تواند در سد نفوذ کند که در این صورت است که مشاهده ذره در ناحیه مجاز کلاسیک  $x > a$  را مجاز می‌دارد [۷].

این پدیده نفوذ در ناحیه ممنوع یک ویژگی شناخته شده امواج کلاسیک است که فیزیک کوانتومی با داشتن روابطی چون معادله شرودینگر و روابط عدم قطعیت هایزنبرگ با برقراری ارتباط بین ذره و موج جنبه جدیدی به این مشاهده می‌بخشد و این امکان را فراهم می‌آورد که ذره به یک ناحیه ممنوع کلاسیک وارد شود [۷]. به‌طورکلی نفوذ در سد که تونل زنی کوانتوم مکانیکی خوانده می‌شود بیان می‌دارد که ذرات را هرگز نمی‌توان در ناحیه ممنوع کلاسیک  $0 \leq x \leq a$  مشاهده کرد اما می‌تواند در آن ناحیه تونل زده و در  $x > a$  مشاهده شوند [۶] [۷].

### مرجع‌ها

- [۱] N. Ashby and S. C. Miller; "Principles of Modern Physics"; San Francisco, Holden Day, (1970).  
 [۲] P. A. Lindsay; "Introduction to Quantum Mechanics for Electrical Engineers"; New York, McGraw-Hill, (1967).  
 [۳] E. H. Wichmann; "Quantum Physics"; Volume 4 of the Berkeley Physics Course; New York, McGraw-Hill, (1971).  
 [۴] آیزنبرگ، رابرت [و] رابرت رزینیک؛ «فیزیک کوانتومی، ترجمه ناصر نفری، ج ۱، ج ۱»؛ تهران، مرکز نشر دانشگاهی، (۱۳۶۹)، ۷۴۸ ص.  
 [۵] R. B. Leighton; "Principles of Modern Physics"; New York, McGraw-Hill, (1959).  
 [۶] آیزنبرگ، رابرت [و] رابرت رزینیک؛ «فیزیک کوانتومی، ترجمه ناصر نفری، ج ۱، ج ۲»؛ تهران، مرکز نشر دانشگاهی، (۱۳۶۹)، ۷۴۸ ص.  
 [۷] G. Bibbing and H. Rohrer; "Scientific American"; 253, 50, (August 1985).

$$\Delta x = \frac{1}{2} V \Delta t \quad (14)$$

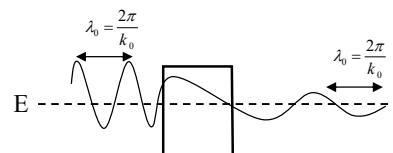
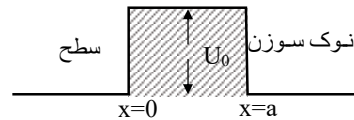
ضریب  $\frac{1}{2}$  به این علت ظاهر می‌شود که در مدت زمان  $\Delta t$  ذره باید به اندازه  $\Delta x$  نفوذ کرده و برگردد [۴].

$$\Delta x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2K}{m}} \frac{h}{U_0 - E + K} \quad (15)$$

و اگر از رابطه به دست آمده نسبت به  $K$  مشتق بگیریم مقدار بیشینه  $\Delta x$  را بدست می‌آوریم که خواهیم داشت:

$$\Delta x_{\max} = \frac{1}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(U_0 - E)}} \quad (16)$$

که این مقدار  $\Delta x$  با همان مقداری که بدون در نظر داشتن عدم قطعیت هایزنبرگ محاسبه شد مطابق است. و نشان می‌دهد که مقدار نفوذ به ناحیه ممنوع از جواب معادله دیفرانسیلی که به دست می‌آید با رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ سازگاری تام دارد و در واقع نشان دادیم که معادله شرودینگر همان برآوردهای عدم قطعیت هایزنبرگ است [۱] [۴].



**نتیجه:** همانگونه که گفته شد اساس کار میکروسکوپ تونل زنی رویش حد پتانسیل است. در واقع الکترون‌ها در یک سطح پتانسیل در محدوده ۱ nm بین سطح و سوزن گرفتار می‌شوند و در آن ناحیه شروع به تونل زنی می‌نمایند. ذرات هرگز در ناحیه ممنوع مشاهده نمی‌شوند، در واقع یافتن ذره در آن ناحیه نقض پایستگی انرژی است.

هر ذره‌ای که بر سد فرود آید یا از آن باز می‌تابد و یا عبور می‌کند. تعداد ذرات فرودی برابر است با تعداد ذرات بازتابیده به  $x < 0$  به اضافه تعداد ذراتی که به  $x > a$  رفته‌اند. هیچ ذره‌ای به دام نمی‌افتد و یا در ناحیه ممنوع  $0 < x < a$  دیده نمی‌شود. هیچ ذره فرودی نمی‌تواند به عنوان ذره کلاسیک از  $x > 0$  به  $x > a$

## محاسبه نیمه عمر واپاشی آلفای هسته‌های زوج-زوج $^{282-310}_{118}$ با استفاده از پتانسیل مجاورتی و تقریب WKB و مقایسه با روابط نیمه تجربی

یزدان‌کیش، عنایت‌اله<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده نفت و گاز، دانشگاه یاسوج، گچساران، ۵۶۰۰-۷۵۸۱۳، ایران

[Enayat.yazdankish@gmail.com](mailto:Enayat.yazdankish@gmail.com)

### چکیده

در این مقاله واپاشی آلفای ایزوتوپ‌های فوق سنگین هسته اوگانسون مورد بررسی قرار گرفت. پتانسیل مجاورتی مستقل از دما و وابسته به دما در نظر گرفته شد که با در نظر گرفتن آنها و همچنین با استفاده از تقریب وینزل، کرامرز و بریلوئن WKB لگاریتم نیمه عمر واپاشی آلفا به دست آورده شد. همچنین با استفاده از روابط نیمه تجربی لگاریتم نیمه عمر واپاشی مانند روش رویر، روش ویلا و سیبرگ، رابطه برون و رابطه جهانی واپاشی برای تعدادی از ایزوتوپ‌های زوج-زوج هسته اوگانسون لگاریتم نیمه عمر واپاشی آلفا به دست آمد. مقادیر به دست آمده از روش‌های مختلف با همدیگر مقایسه گردیدند که در توافق قابل قبولی بودند. به ازای عدد جرمی ۲۹۴ بیشترین مقدار نیمه عمر به دست آمد که قابل مقایسه با مقدار تجربی است. **کلیدواژه‌ها:** پتانسیل مجاورتی، نیمه عمر واپاشی آلفا.

## Calculation of the alpha decay half-life of even-even nuclei of $^{282-310}_{118}$ with proximity potential via WKB approximation and compare them with semi-empirical formulas

Yazdankish, Enayatollah<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Gas and Petroleum, Yasouj University, Gachsaran, 75813-56001, Iran

### Abstract

In this paper we study the alpha-decay half-life of super heavy isotopes of Oganesson element with use the temperature dependent and temperature independent proximity potential and getting the alpha-decay half-life in WKB approximation. Furthermore, we calculate the alpha-decay half-life with use some semi-empirical formulas such as Royer, modified Brown, Viola-Seaborg and universal decay law, and then we compare them with each other, which were in reasonable agreement. The greatest value of half-life is for mass number 294 which is also in reasonable agreement with experimental data.

**Keywords:** proximity potential, alpha-decay half-life.

### ۱- مقدمه

کولنی نیاز است که یک پتانسیل هسته‌ای هم در نظر گرفته شود. یکی از بهترین پتانسیل‌هایی که به این منظور استفاده شده است، پتانسیل مجاورتی مستقل از دما و یا وابسته به دماست و در این مقاله از آن بهره برده شده است. روش‌های نیمه تجربی محاسبه لگاریتم نیمه عمر واپاشی به طور منظم توسعه یافته‌اند که هر کدام از آنها متضمن داشتن شرایط خاص خود جهت کار با آنها می-باشند که برخی از آنها از جمله مدل رویر، روش ویلا و سیبرگ و فرمول برون در این مقاله به طور خلاصه توضیح داده شده و از آنها استفاده شده است.

امروزه کشف هسته‌های جدید و درک ساختار هسته‌ای آنها یکی از جنبه‌های مهم فیزیک هسته‌ای است. نیمه عمر واپاشی آلفای هسته‌های فوق سنگین ما را قادر می‌سازد تا درکی بهتر از ساختار هسته‌های سنتز شده به دست آوریم. امروزه تعداد زیادی رهیافت تئوری و نیمه تجربی جهت محاسبه نیمه عمر واپاشی آلفا توسعه و تعمیم یافته است. یکی از قدیمی‌ترین که همچنین مبتنی بر ساختار کوانتومی است، استفاده از تقریب وینزل، کرامرز و بریلوئن WKB است. به منظور استفاده از این تقریب علاوه بر برهمکنش

## ۲- رهیافت تئوری

برهمکنش‌های داخل هسته را می‌توان شامل پتانسیل کولنی، پتانسیل برهمکنش هسته‌ای و جمله گریز از مرکز مطابق ذیل نوشت [۱].

$$V(r) = V_N(r) + V_C(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \quad (۱)$$

در اینجا  $l$  و  $\mu$  به ترتیب تکانه زاویه‌ای و جرم کاهش یافته ذره آلفا و هسته دختر است. پتانسیل کولنی با رابطه زیر بیان می‌گردد.

$$V_C(r) = z_\alpha z_d \begin{cases} \frac{1}{r} & r > R_C \\ \frac{1}{2R_C} \left( 3 - \left( \frac{r}{R_C} \right)^2 \right) & r < R_C \end{cases} \quad (۲)$$

در این رابطه  $z_\alpha$  و  $z_d$  به ترتیب بار الکتریکی ذره آلفا و هسته دختر است و  $R_C = 1.24(R_\alpha + R_d)$ .

## پتانسیل مجاورتی مستقل از دما

پتانسیل مجاورتی مستقل از دما با رابطه زیر بیان می‌گردد.

$$V_N(r) = 4\pi\gamma b \bar{R} \phi((r - C_1 - C_2)/b) \quad (۳)$$

در اینجا تابع  $\phi(\xi)$  تابع جهانی پتانسیل مجاورتی نامیده می‌شود و  $b = 0.99$  بقیه کمیت‌ها با روابط زیر داده می‌شوند:

$$R_i = 1.28A_i^{1/3} - 0.76 + 0.8A_i^{-1/3} \quad (۴)$$

$$C_i = R_i - b^2/R_i \quad (۵)$$

$$\bar{R} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) \quad (۶)$$

$$\phi(\xi) = \begin{cases} -1.7817 + 0.9270\xi + 0.143\xi^2 - 0.09\xi^3 & 0 \leq \xi \leq 1.9475 \\ -1.7817 + 0.9270\xi + 0.0169\xi^2 - 0.05148\xi^3 & 1.9475 \leq \xi \leq 4 \\ -4.41 \exp(-\xi/0.7176) & \xi > 4 \end{cases} \quad (۷)$$

که این سه رابطه به ترتیب برای  $0 \leq \xi \leq 1.9475$ ،  $1.9475 \leq \xi \leq 4$  و  $\xi > 4$  می‌باشند. در رابطه (۳)،  $\gamma$  ضریب انرژی سطح است که به پارامتر تقارن  $A_s = (N - Z)/(N + Z)$  وابسته است و با پارامتر  $\gamma = \gamma_0(1 - k_s A_s)$  به دست می‌آید که در آن  $\gamma_0 = 1.460734 \text{ MeVfm}^2$  و  $k_s = 4$  ثابت انرژی سطحی و ثابت یاد تقارن سطحی نامیده شده‌اند.

## پتانسیل مجاورتی وابسته به دما

پتانسیل مجاورتی هسته‌ای وابسته به دما با رابطه زیر داده می‌شود:

$$V_N(T) = 4\pi\gamma b(T) \bar{R}(T) \phi(s(T)) \quad (۸)$$

در این حالت  $\bar{R} = R_1(T)R_2(T)/R_1(T) + R_2(T)$  و پارامتر  $R_i$  به همراه بقیه پارامترها به صورت ذیل هستند:

$$R_i(T) = 1.16(1 + 7.63 \times 10^{-4} T^2) A_i^{1/3} \quad (۹)$$

$$\gamma = 0.9517 \left[ 1 - 1.7826((N - Z)/A)^2 \right] \quad (۱۰)$$

$$S(T) = (R - C(T))/b(T) \quad (۱۱)$$

$$b(T) = 0.99(1 + 0.009T^2) \quad (۱۲)$$

$$\phi(s(T)) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(s - 2.54)^2 - 0.0852(s - 2.54)^3 & s \leq 1.2511 \\ -3.437 \exp(-s/0.75) & s \geq 1.2511 \end{cases} \quad (۱۳)$$

که این دو حالت به ترتیب برای حالت‌های  $s \leq 1.2511$  و  $s \geq 1.2511$  می‌باشند. انرژی ارتعاشی هسته نیز از رابطه زیر به دست می‌آید [۱].

$$E_v = Q[0.056 + 0.039 \exp((4 - A_\alpha)/2.5)] \quad (۱۴)$$

## محاسبه نیمه عمر واپاشی با تقریب WKB

با در نظر گرفتن پتانسیل مجاورتی مستقل از دما به عنوان پتانسیل برهمکنش، می‌توان احتمال تونل زدن از سد پتانسیل و گسیل ذره آلفا را از هسته رادیو اکتیو بررسی و محاسبه کرد. با استفاده از تقریب WKB این احتمال از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$p = \exp \left[ -\frac{2}{\hbar} \int_{R_{in}}^{R_{out}} \sqrt{2\mu(V(r) - Q)} dr \right] \quad (۱۵)$$

اگر چه مدل WKB برای تعیین نیمه عمر واپاشی آلفا از مدلی قدیمی است ولی در مورد ایزوتوپ‌های هسته اوگانسون، نتایجی نزدیک نتایج آزمایشگاهی به دست می‌دهد. از این رو با استفاده از این مدل نیمه عمر واپاشی آلفا از هسته‌هایی که نتیجه آزمایشگاهی نداشتند را پیش‌بینی کرده‌ایم. در رابطه (۱۵)  $R_{in}$  و  $R_{out}$  مقادیر داخلی و خارجی نقاط تونل زنی است که از رابطه  $V(R_{in}) = V(R_{out}) = Q$  به دست آمده‌اند. نیمه عمر واپاشی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T_{1/2} = \frac{h \ln 2}{2E_v P} \quad (۱۶)$$

در اینجا  $A_\alpha$  جرم اتمی ذره آلفا است.

است، که نیمه عمر واپاشی را به انرژی واپاشی و همچنین به جرم اتمی و عدد اتمی محصولات واپاشی ارتباط می‌دهد و با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\log_{10} [T_{1/2}(s)] = az_c z_d \sqrt{\frac{A}{Q_c}} + b \sqrt{Az_c z_d (A_d^{1/3} + A_c^{1/3})} + c \quad (19)$$

در اینجا  $a = 0.3949$ ،  $b = -0.3693$  و  $c = -23.7615$  ثابت هستند و  $A = (A_d A_c / (A_d + A_c))^{1/2}$  و  $Q$  انرژی واپاشی است [۴].

### رابطه تعمیم یافته برون (mB)

فرمول محاسبه نیمه عمر واپاشی برون براساس تقریب WKB به دست آمده است، که رابطه تعمیم یافته آن برای هسته‌های زوج-زوج به صورت زیر است:

$$\log(T_{1/2}) = a(Z_p - 2)^b Q_\alpha^{-1/2} + c \quad (20)$$

در اینجا  $a = 13.0705$ ،  $b = 0.5182$  و  $c = -47.8867$  با تطابق با داده‌های تجربی به دست آمده‌اند [۵].

### ۳- بحث و نتایج

لگاریتم نیمه عمر واپاشی حاصل از روشهای مختلف در جدول ۱ بیان شده است. همان طور که نتایج درون این جدول و همچنین شکل ۱ بیان می‌دارند لگاریتم نیمه عمر واپاشی برای سه ایزوتوپ با عدد جرمی ۲۹۲، ۲۹۴ و ۲۹۶ دارای بزرگترین مقادیر می‌باشند. در واقع در میان این ایزوتوپ‌ها نیمه عمر واپاشی ایزوتوپ اوگانسون ۲۹۴ از بقیه درازتر است و این همان ایزوتوپی است که برای اولین بار آشکار سازی شد. با مقایسه روش‌های مختلف به دست آوردن لگاریتم نیمه عمر واپاشی همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود تقریباً همه از الگوی واحدی پیروی می‌کنند و به ازای سه ایزوتوپ بیان شده دارای بیشترین مقادیر نیمه عمر و از دو طرف نیمه عمر واپاشی کاهش پیدا می‌کند. با این حال برای ایزوتوپ ۲۹۴ همچنان که پیش بینی می‌شد بیشترین مقدار نیمه عمر به دست آمد و با مقدار تجربی  $2.744 \times 10^6$  [۶] و مقدار به دست آمده از مرجع [۷]  $2.945 \times 10^6$  قابل مقایسه است.

### رابطه رویر جهت تعیین واپاشی آلفا (Royer)

رابطه رویر برای واپاشی آلفا با هسته‌های زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد به کار می‌رود. این رابطه برای هسته‌های فوق سنگین مورد استفاده قرار می‌گیرد با این حال در استخراج ثابت‌های این رابطه عناصر نزدیک اعداد جادویی حذف شده‌اند. رویر فرمول تجربی‌اش را با بررسی ۳۷۳ واپاشی آلفا از حالت پایه به حالت پایه بررسی و رابطه زیر را ارائه داده است:

$$\log_{10} [T_{1/2}(s)] = a + bA^{1/6} \sqrt{z} + \frac{cz}{Q^{1/2}} \quad (17)$$

در اینجا  $A$ ،  $Z$  و  $Q$  به ترتیب عدد جرمی، عدد اتمی و انرژی واپاشی بر حسب MeV است. این رابطه برای هسته‌های زوج-زوج نوشته شده و در آن مقادیر ثابت  $a$ ،  $b$  و  $c$  به ترتیب عبارتند از:  $1.0864$ ،  $-1.169$  و  $25.31$  می‌باشند. در واقع روش رویر برای هر دسته از هسته‌های زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد اعداد ثابت متفاوتی ارائه داده است. در این روش نیز رابطه‌ای برای نیمه عمر واپاشی آلفا ارائه داده‌اند که وابسته به تکانه زاویه‌ای می‌باشد [۲].

### روش ویلا و سیبرگ (VS)

این مدل بر اساس مدل اولیه واپاشی گیگر ناتال بنا نهاده شد است و انطباق آن برای واپاشی آلفا از هسته‌های سنگین زوج-زوج بهتر از دیگر هسته‌هاست و ثابت  $h$  برای هسته‌های غیر از زوج-زوج وارد شده است. تعداد زیادی از پژوهشگران ترجیح می‌دهند برای نیمه عمر واپاشی آلفا از هسته‌های سنگین در محدوده  $Z=84-110$  و  $N=128-160$  از رابطه تجربی ویلا-سیبرگ استفاده کنند، این رابطه واپاشی با فرمول زیر ارائه شده است:

$$\log_{10} [T_{1/2}(s)] = \frac{(az + b)}{\sqrt{Q}} + cz + d + h \quad (18)$$

در اینجا  $Z$  عدد اتمی هسته مادر،  $Q$  انرژی واپاشی بر حسب MeV مقادیر  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  ثابت هستند [۳].

### رابطه جهانی واپاشی آلفا (UDL)

رابطه جهانی واپاشی آلفا توسط کی و همکارانش ارائه شد، که بر اساس مکانیسم میکروسکوپی واپاشی ذره باردار به دست آمده



جدول ۱ لگاریتم نیمه عمر واپاشی آلفازا ایزوتوپ‌های زوج-زوج عنصر اوگانسون، مطالعه شده از روش‌های وابسته به دما T-D و مستقل از دما T-IND حاصل از پتانسیل مجاورتی و روش‌های نیمه تجربی رویر Royer، فرمول تعمیم یافته برون mB، رابطه ویلا و سیبرگ VS و رابطه جهانی واپاشی UDL.

| element           | $Q$ [8]<br>(MeV) | T<br>(MeV) | $E_\alpha$<br>(MeV) | $\log_{10} T_{1/2} (s)$ |        |        |        |        |        |
|-------------------|------------------|------------|---------------------|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                   |                  |            |                     | T-D                     | T-IND  | Royer  | mB     | VS     | UDL    |
| <sup>282</sup> Og | 12.915           | 0.921      | 12.73               | -5.729                  | -4.475 | -5.623 | -5.175 | -5.341 | -5.829 |
| <sup>284</sup> Og | 13.095           | 0.924      | 12.91               | -6.116                  | -4.818 | -6.041 | -5.469 | -5.696 | -6.126 |
| <sup>286</sup> Og | 13.045           | 0.919      | 12.86               | -6.034                  | -4.714 | -5.977 | -5.388 | -5.598 | -6.079 |
| <sup>288</sup> Og | 12.875           | 0.91       | 12.70               | -5.694                  | -4.373 | -5.658 | -5.109 | -5.261 | -5.850 |
| <sup>290</sup> Og | 12.805           | 0.904      | 12.63               | -5.570                  | -4.217 | -5.548 | -4.992 | -5.120 | -5.771 |
| <sup>292</sup> Og | 12.365           | 0.886      | 12.20               | -4.651                  | -3.283 | -4.617 | -4.235 | -4.208 | -5.108 |
| <sup>294</sup> Og | 11.870           | 733 1      | 12.11               | -4.484                  | -3.086 | -3.501 | -3.334 | -3.122 | -4.313 |
| <sup>296</sup> Og | 12.795           | 0.784      | 12.12               | -4.521                  | -3.112 | -5.643 | -4.975 | -5.100 | -5.835 |
| <sup>298</sup> Og | 12.505           | 0.881      | 12.34               | -5.013                  | -3.597 | -5.047 | -4.480 | -4.503 | -5.411 |
| <sup>300</sup> Og | 12.715           | 0.886      | 12.55               | -5.475                  | -4.050 | -5.547 | -4.840 | -4.937 | -5.765 |
| <sup>302</sup> Og | 12.845           | 0.887      | 12.67               | -5.747                  | -4.345 | -5.865 | -5.059 | -5.201 | -5.990 |
| <sup>304</sup> Og | 13.335           | 0.901      | 13.16               | -6.729                  | -5.333 | -6.921 | -5.853 | -6.158 | -6.739 |
| <sup>306</sup> Og | 13.305           | 0.897      | 13.13               | -6.685                  | -5.270 | -6.898 | -5.806 | -6.101 | -6.722 |
| <sup>308</sup> Og | 12.845           | 0.878      | 12.68               | -5.802                  | -4.358 | -5.978 | -5.059 | -5.200 | -6.067 |
| <sup>310</sup> Og | 12.395           | 0.86       | 12.24               | -4.895                  | -3.410 | -5.028 | -4.288 | -4.271 | -5.390 |

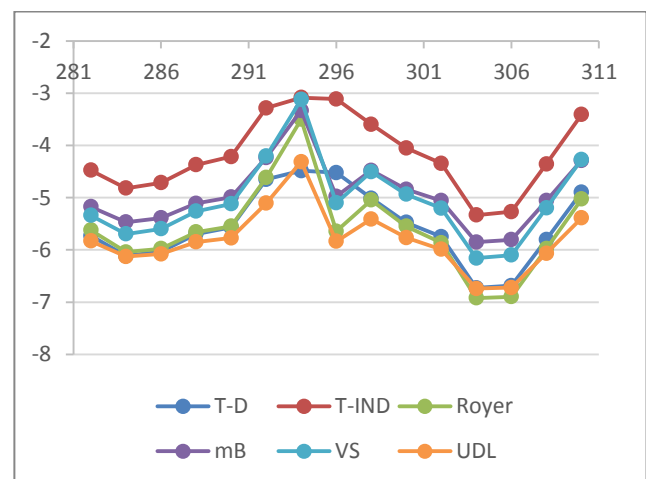
مشخص می شود که نیمه عمر به دست آمده از طریق پتانسیل مجاورتی مستقل از دما بالاتر از بقیه روشها و با فاصله از آنها قرار دارد و برای بقیه روشها به نسبت اختلافات کمتر است و به ازای ایزوتوپ <sup>294</sup> بیشترین مقدار نیمه عمر به دست می آید.

### مرجع‌ها

- [1] Santhosh, K. P., B. Priyanka, and M. S. Unnikrishnan. "Cluster decay half-lives of trans-lead nuclei within the Coulomb and proximity potential model." *Nuclear Physics A* 889 (2012): 29-50.
- [2] Royer, G., and R. A. Gherghescu. "On the formation and alpha decay of superheavy elements." *Nuclear Physics A* 699.3-4 (2002): 479-492.
- [3] Dong, Tiekuan, and Zhongzhou Ren. "New calculations of  $\alpha$ -decay half-lives by the Viola-Seaborg formula." *The European Physical Journal A-Hadrons and Nuclei* 26.1 (2005): 69-72.
- [4] Qi, Chong, et al. "Universal decay law in charged-particle emission and exotic cluster radioactivity." *Physical review letters* 103.7 (2009): 072501.
- [5] Hosseini, S. S., and H. Hassanabadi. "Theoretical approaches to alpha decay half-lives of super-heavy nuclei." *Chinese Physics C* 41.6 (2017): 064101.
- [6] Clark, R. M., and Dirk Rudolph. " $\alpha$  decay of high-K isomers in Ds 270 and Hs 266 in a superfluid tunneling model." *Physical Review C* 97.2 (2018): 024333
- [7] Zhang, G. L., X. Y. Le, and H. Q. Zhang. "Calculation of  $\alpha$  preformation for nuclei near N= 162 and N= 184." *Physical Review C* 80.6 (2009): 064325.
- [8] Royer, G. "Alpha emission and spontaneous fission through quasi-molecular shapes." *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 26.8 (2000): 1149.

### ۴- نتیجه گیری

در این مقاله نیمه عمر واپاشی ایزوتوپ‌های زوج-زوج عنصر فوق سنگین اوگانسون مورد مطالعه قرار گرفت. از شش روش مختلف شامل دو پتانسیل مجاورتی و چهار رابطه نیمه تجربی استفاده و نیمه عمر آلفازا محاسبه شد، روند کلی لگاریتم نیمه عمر در همه روشها تقریباً یکسان است. با دقت به شکل ۱



شکل ۱: نمودار مقایسه لگاریتم نیمه عمر واپاشی آلفازا ایزوتوپ‌های زوج-زوج اوگانسون حاصل از روش‌های مختلف بر حسب عدد جرمی (محور افقی)